

# FDS法による1次元開水路流れの数値解析

西本直史<sup>1</sup>・森 明巨<sup>2</sup>・板倉忠興<sup>3</sup>・金澤克己<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 日本建設コンサルタント(株) 東京支社技術課長 (〒105-0004 東京都港区新橋6-17-19)

<sup>2</sup>正会員 工博 北海道大学助手 工学部土木工学科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>3</sup>フェロ-会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>4</sup>正会員 日本建設コンサルタント(株) 営業本部長 (〒105-0004 東京都港区新橋6-17-19)

常流・射流が混在する開水路流れの数値解析では、跳水のように不連続な流れを扱うため完全気体を対象として発展してきた衝撃波捕獲法が有用である。中でも特性帯の理論に基づくFDS法(流束差分離法)が物理的に理解しやすいことから、FDS法を開水路流れに適用する。まず、Rankine-Hugoniot関係を満たすための“Roeの線形化”について3つの方法を比較し、開水路流れに最適の方法を示す。次に、支配断面の近傍で生じる非物理的な解(完全気体における膨張衝撃波)の除去法について検討し、開水路流れに有効な除去法を示す。また、ソース項の取扱いも含めて数値解の算出法および境界条件の設定法について述べ、ダム破壊流れや常流・射流が混在する流れの計算を行い、FDS法の有効性を示す。

**Key Words :** *flux difference splitting , open channel flow , upwind scheme , shock capturing , entropy condition*

## 1. はじめに

近年の数値計算技術の発展は目覚しく、緩勾配の河川では洪水流の平面流速分布や水位をほぼ予測できる状況にある<sup>1)</sup>。常流の平滑な流れの数値計算は比較的容易である。しかし、跳水のような不連続な流れや支配断面が現れると、1次元流れの計算でさえ精度良く行うことは容易でない。このような計算では、流れの擾乱の伝播特性を踏まえ不連続部を適切に扱うことが重要となる。

航空工学の分野では、不連続を伴う流れの数値解法がオイラー方程式を対象として活発に研究されている。気体流の不連続には、特性線の集中による衝撃波(圧縮衝撃波)や密度の不連続による接触不連続などがあり、これらのほか膨張波も適切に表すことのできる計算手法の開発が行われている。

気体流との対比で見ると開水路流れにおける跳水は、特性線の集中に起因するという意味で衝撃波に対応する。さらに、跳水前後の水理量については、気体におけるRankine-Hugoniot関係<sup>2)</sup>(以降ではR-H関係と呼ぶ)と同様に、不連続の内部構造に立ち入ることなく水深平均の質量および運動量の保存則を適用することによって、実験と概ね一致する水理量が得られる<sup>3)</sup>。また、限界水深が現れる支配断面の水理特性は、音速点を基点として広がる膨張波の特性と同様である。これらのことから、

気体の不連続を伴う流れの数値解析は、常流・射流が混在する開水路流れ(以降では常射流混在流と呼ぶ)を対象とする数値解析に有用となる。

気体の数値解析には、二つの方法がある。一つは衝撃波適合法(Shock Fitting Scheme)で、衝撃波のない領域では特性曲線法により衝撃波を追跡し、衝撃波に対しては微分方程式が適用できないためR-H関係により衝撃波の跳びを求めて計算を接続させる。しかし、汎用性に乏しく次に示す衝撃波捕獲法が一般的となっている<sup>4)</sup>。

衝撃波捕獲法(Shock Capturing Scheme)は、衝撃波のあるなしによらず全計算域において、質量と運動量の保存則を微分型から積分型に書き換えて弱解を求めるものである。この方法では、保存形の微分方程式を離散化して $\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0$ とすると弱解が得られる<sup>5)</sup>ことを基本としているため、衝撃波に対して特別な扱いを施すことなくR-H関係を満たす弱解が自動的に求まる。ただし、弱解は唯一ではなく物理的に不合理な解を含むため、エントロピー条件を満たすこと(エントロピーが増大する解)が必要になる<sup>6)</sup>。

文献7)を参考にして衝撃波捕獲法を分類・整理すると、図-1に示すように中心差分法と風上差分法に大別される。中心差分法では、Lax-Wendroff系の2次精度スキームが代表的で、MacCormack法(予測子・修正

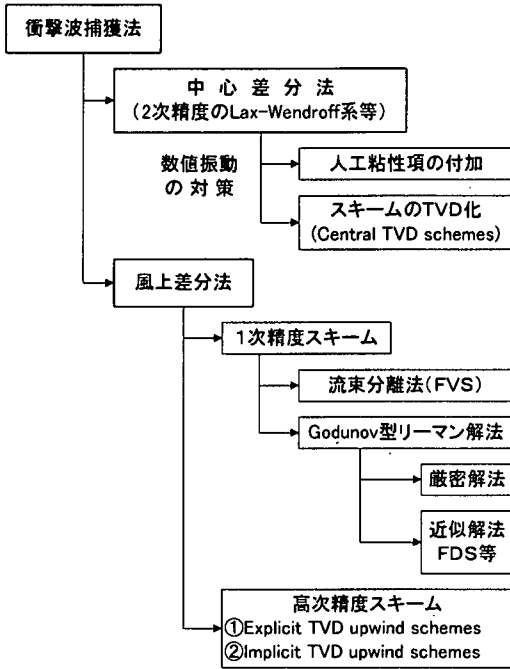


図-1 衝撃波捕獲法の分類

子法) が常射流混在流によく用いられている<sup>8)</sup>。この方法は計算が簡単という利点を有するが、擾乱の伝播特性を正しく表していない。すなわち、射流の場合にも予測段階、修正段階を通して常に計算点の上下流の情報を反映するが、特性曲線法による非定常流の解析<sup>9)</sup>では、二つの擾乱波の伝播速度はともに正であるため情報は下流にしか伝わらないからである。さらに、MacCormack法は2次精度スキームであることから、衝撃波の近傍で数値振動が発生する。これには高次の人工粘性項の付加やTVD (Total Variation Diminishing) スキームへの改良があるが唯一ではなく、個別のケースに応じて数値振動を回避する必要がある。

一方、風上差分法は、オイラー方程式が双曲型であることから、特性帯の理論を基に固有ベクトル空間における特性変量に風上差分を適用することを基本としている。

FVS (Flux Vector Splitting) 法は、流束を伝播方向に従って風上に設定する方法であり、流体圧が密度の1次式で表されることを前提としている。しかし、開水路流れの流体圧は水深の2次式であるため、FVSを開水路流れにそのまま応用することは難しい。Godunov法は、図-2に示すリーマン問題について各計算セル内で変量を一定値とし、計算セルの接触面毎に流束を厳密に求め、その解を各計算セルにおいて平均する方法である。しかし、オイラー方程式は非線形であるため繰返し

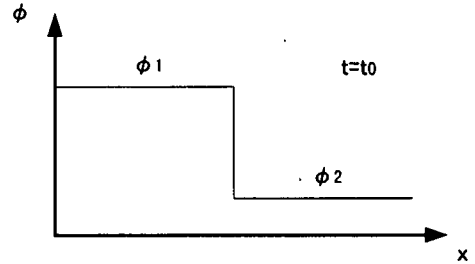


図-2 リーマン問題

計算に多くの時間を要し、厳密解法といっても解は各セルで平均化されて一次精度になってしまう。このように計算効率が悪いことから、近似リーマン解法が考案されるに至った。これにはFDS (Flux Difference Splitting) 法に加え、Osherのスキームなどがある。これらの1次精度スキーム (FVS, FDS) に関する最近の研究動向は文献10)に詳しい。

また、高次精度の風上スキームには、図-1に示す2つがあり、よく使われるMUSCL (Monotone Upwind Scheme for Conservation Laws) 法は、Explicit TVD upwind schemeに分類される。

以上のように、衝撃波捕獲法にはMacCormack法以外にも多くの手法がある。その中で著者らは、風上差分法のFDS法を採用する。FDS法は、特性帯の理論を基にしているため流れの波動構造の理解が容易であり、境界条件の設定を含めて計算が簡単なためである。しかし、FDS法の開水路流れへの適用にあたっては、“Roeの線形化”や膨張衝撃波の除去法をはじめとする解析法の検討が不十分である。そこで、本論文ではこれらを検討し、数値計算を通して開水路流れにおけるFDS法の有効性を示す。

## 2. 本研究の着目点

### (1) FDS法に関する研究

FDS法は、Roe<sup>11)</sup>により提案された。FDS法では、特性帯の理論を用いるため保存形の支配方程式を移流形 (非保存形) に書き換える。このとき保存形と移流形の離散化式が等価となるように、“Roeの線形化”によってR-H関係を保証する。“Roeの線形化”には、Roe<sup>11)</sup>、Roe & Pike<sup>12)</sup>、Deconinckら<sup>13), 14)</sup>の方法がある。

開水路流れの流体圧は、漸変流近似により水深の2次式となるが、気体では密度の1次式となる。このため空気流における“Roe線形化”を、そのまま開水路流れに適用できない。Glaister<sup>15)</sup>は、この違いを考慮してFDS法を開水路流れに適用する考え方を示した。そして、

“Roe の線形化”に Roe & Pike<sup>12)</sup>の方法を用いた上でスキームを2次精度に拡張し、段波が理論通りに伝播することを確認した。さらに、ソース項(河床勾配に起因する底面圧力の x 方向成分)に対して、風上スキームを適用する考え方を示した。Alcrudo ら<sup>10)</sup>は、Glaister<sup>13)</sup>が提案した“Roe の線形化”を基に同様の数値計算を行い、MacCormack 法や Lax-Friedrich スキームによる計算結果と比較して FDS 法が最も理論値に適合することを示した。なお、この計算では膨張衝撃波の除去法として Yee<sup>17)</sup>の方法が用いられている。

一般に航空工学の分野では、衝撃波の解像度向上のために高次精度のスキームが開発されてきている。1次精度の風上スキームでは、散逸的な数値粘性(高周波成分が減衰しやすい性質)により衝撃波を鋭く捕えることができないためである。そこで Jha ら<sup>18)</sup>は、元々1次精度である FDS 法とこれを2次精度に拡張したもので、ダム破壊流れを対象とする比較検討を行った。その結果、2次精度では段波フロント部分の解像度は向上するが、計算時間、全体的な精度および適応性からみて1次精度の方が実用上好ましいとした。この研究成果は、開水路流れに1次精度風上スキームの FDS 法を適用することに根拠を与えるものといえる。

また Jha ら<sup>18)</sup>は、1次精度の FDS 法における膨張衝撃波の除去法について考察を行った。その結果、ダム破壊流れの初期水深比が小さくなると Alcrudo ら<sup>10)</sup>が用いた除去法では膨張衝撃波が現れ、そこに Harten and Hyman<sup>19)</sup>の除去法を適用するとうまくいくことを示した。その後 Jha は、1次精度で段波を鋭く捕えるためには、段波のフロント部分に計算格子を適合させる方法<sup>19)</sup>が有効であることを示した<sup>20)</sup>ほか、1次元の解析方法を2次元に拡張し検討を行った<sup>21)</sup>。なお、2次元解析については大川、清水ら<sup>22,23)</sup>も検討を行っている。

## (2) 本研究の着目点

FDS 法の開水路流れへの適用は、ダム破壊流れによる検討がほとんどであるが、常射流混在流については少しの検討<sup>24,25)</sup>があるのみで、検討が不足している状況にある。

まず3通りある“Roe の線形化”の違いを検討し、さらに河床変動解析に適する方法を調べておく必要がある。また、ダム破壊流れで用いている膨張衝撃波の除去法が常射流混在流でも有効となるかどうか、また、ソース項の取扱いや境界条件の設定法などの詳細が明らかでない。

このような状況を踏まえ、本論文では1次精度 FDS 法の開水路流れへの適用法を検討する。まず“Roe の線形化”について Roe<sup>11)</sup>、Deconinck ら<sup>13,14)</sup>の方法と Roe & Pike<sup>12)</sup>の方法を基本とする Glaister<sup>13)</sup>の方法を比較する。そして、これらの相互関係を明らかにし、開水路流

れに最適な方法を示す。次に、膨張衝撃波の除去法について Harten and Hyman<sup>19)</sup>の方法の他に、新たに Roe & Pike<sup>12)</sup>の方法の開水路流れへの適用性を調べ、ダム破壊流、常射流混在流の両方に有効な除去法を検討する。さらに、河床勾配に起因する底面圧力(x方向成分)の取扱法や境界条件の設定法を明らかにした上で数値計算を行い、開水路流れにおける FDS 法の有効性を示す。

## 3. Roe の線形化

### (1) 基礎方程式

1次元開水路流れの基礎方程式を保存形で示すと次のようである。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \Omega = 0 \quad (1)$$

$$\phi = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} q \\ \frac{q^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}, \quad \Omega = \begin{pmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + fq \end{pmatrix}$$

ここに、hは水深、qは単位幅流量、ηは河床高、gは重力加速度、fは流水抵抗に関する量でマンシングの粗度nを用いると $f = gn^2q/h^{7/3}$ である。

式(1)の流束Φを保存変量φで微分すると次の移流形の方程式を得る。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + J \frac{\partial \phi}{\partial x} + \Omega = 0 \quad (2)$$

$$J = \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ c^2 - v^2 & 2v \end{pmatrix}$$

ここに、 $c = \sqrt{gh}$ 、 $v = q/h$ である。

式(2)に示した流束のヤコビアンJには実数の固有値(特性速度)が存在する。すなわち双曲型である。固有値Λは、 $|\Lambda I + J| = 0$ (Iは単位行列)の条件から次のとおりとなる。

$$\Lambda_+ = v + c, \quad \Lambda_- = v - c \quad (3)$$

ここで、左固有ベクトルを成分とする正方行列をLとし、 $\partial W = L \partial \phi$ で定義される特性変量Wを導入する。∂Wは次のように表される。

$$\partial W = \begin{pmatrix} \partial W_+ \\ \partial W_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial q - \Lambda_- \partial h \\ \partial q - \Lambda_+ \partial h \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$L = \begin{pmatrix} -\Lambda_- & 1 \\ -\Lambda_+ & 1 \end{pmatrix}$$

式(2)にLを作用させ固有ベクトル空間に変換すると次の方程式を得る。

$$\frac{\partial W}{\partial t} + D \frac{\partial W}{\partial x} + L\Omega = 0 \quad (5)$$

$$D = \begin{pmatrix} \Lambda_+ & 0 \\ 0 & \Lambda_- \end{pmatrix}$$

式(5)は  $W$  が特性速度  $D$  で伝播することを示しており、 $D$  の方向に風上差分をとることになる。さらに、左固有ベクトルの逆行列  $L^{-1}$  を式(5)に作用させ元の空間に戻すことにより、流束差は次のように求まる。

$$\partial\Phi = L^{-1}D\partial W = \frac{1}{2c} \begin{pmatrix} \Lambda_+ \partial W_+ - \Lambda_- \partial W_- \\ \Lambda_+^2 \partial W_+ - \Lambda_-^2 \partial W_- \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$L^{-1} = \frac{1}{2c} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \Lambda_+ & -\Lambda_- \end{pmatrix}$$

衝撃波（開水路流れでは跳水や段波）を捕獲するためには、不連続部を含む検査面において式(1)を有限体積的に解いてR-H関係を満たす必要がある。そこで、式(2)の離散化式の  $J$  を局所的に平均量  $\tilde{J}$  として固定し、 $\partial\Phi = \tilde{J}\partial\phi$  の関係（R-H関係）を保証する。これが“Roeの線形化”である。

## (2) Roe<sup>10)</sup>の方法

この方法は、パラメータベクトル  $Z$  を導入して保存変量  $\phi$  と流束  $\Phi$  の成分を  $Z$  で書き換え、 $\partial\Phi = \tilde{J}\partial\phi$  を満たす  $\tilde{J}$  を見出す方法で、 $Z$  を次式で与えた。

$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\rho} \\ u\sqrt{\rho} \end{pmatrix} \quad (7)$$

ここに、 $\rho$  は気体の密度、 $u$  は気体の流速である。このとき、 $\phi$  と  $\Phi$  の各成分は全て  $Z$  の2次式で表されることから、 $\tilde{J}$  の各成分を  $Z$  の平均量  $\bar{Z}$  で表すことができる。これは、 $\partial\phi = B\partial Z$ 、 $\partial\Phi = C\partial Z$  としたとき、 $B$ 、 $C$  がいずれも  $\bar{Z}$  の一次式で表され、かつ、 $\tilde{J} = CB^{-1}$  となることによる。

この方法を開水路流れに適用する。  $Z$  を式(8)で与えると、保存変量  $\phi$  と流束  $\Phi$  は式(9)となる。

$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{h} \\ v\sqrt{h} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\phi = \begin{pmatrix} Z_1^2 \\ Z_1 Z_2 \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} Z_1 Z_2 \\ Z_2^2 + \frac{1}{2}gZ_1^4 \end{pmatrix} \quad (9)$$

流体圧は水深の2次式であるため、気体の場合とは違って式(9)に4次式が現れる。このため、式(8)、式(9)の跳び（ $\partial\phi, \partial\Phi, \partial Z$ ）の関係は、式(10)に示すようになり、 $\partial\Phi = C\partial Z$  としたときの  $C$  を  $\bar{Z}$  の1次式で表すことができない。これが気体の場合と異なる点であり、1次式とす

るためには水深の平均量  $\bar{h}$  を導入して式(10)'とする必要がある。

$$\partial\phi = \begin{pmatrix} 2\bar{Z}_1 & 0 \\ \bar{Z}_2 & \bar{Z}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial Z_1 \\ \partial Z_2 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\partial\Phi = \begin{pmatrix} \bar{Z}_2 & \bar{Z}_1 \\ g\bar{Z}_1(Z_{1L}^2 + Z_{1R}^2) & 2\bar{Z}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial Z_1 \\ \partial Z_2 \end{pmatrix}$$

$$\partial\phi = \begin{pmatrix} 2\bar{Z}_1 & 0 \\ \bar{Z}_2 & \bar{Z}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial Z_1 \\ \partial Z_2 \end{pmatrix}, \quad \partial\Phi = \begin{pmatrix} \bar{Z}_2 & \bar{Z}_1 \\ 2g\bar{h}\cdot\bar{Z}_1 & 2\bar{Z}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial Z_1 \\ \partial Z_2 \end{pmatrix} \quad (10)'$$

ここに、 $\bar{h} = (h_L + h_R)/2$ 、平均量  $\bar{Z}$  は式(11)のとおりで、添字の  $L$ 、 $R$  はそれぞれ左右の計算点の量であることを示す。

$$\bar{Z} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_1 \\ \bar{Z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sqrt{h_L} + \sqrt{h_R}) \\ \frac{1}{2}(v_L\sqrt{h_L} + v_R\sqrt{h_R}) \end{pmatrix} \quad (11)$$

この結果、計算点間で固定化された平均量  $\tilde{J}$  は、式(10)'と  $\partial\Phi = \tilde{J}\partial\phi$  から式(12)となる。

$$\tilde{J} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ g\bar{h} - (\bar{Z}_2/\bar{Z}_1)^2 & 2(\bar{Z}_2/\bar{Z}_1)^2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

式(12)から特性速度  $\Lambda$  は式(13)となり、数値計算においてこの  $\Lambda$  を用いると、不連続部においてR-H関係が保証される。

$$\Lambda_{\pm} = \tilde{v} \pm \tilde{c} = \frac{v_L\sqrt{h_L} + v_R\sqrt{h_R}}{\sqrt{h_L} + \sqrt{h_R}} \pm \sqrt{g\bar{h}} \quad (13)$$

## (3) Roe & Pike<sup>12)</sup>の方法

Roe & Pike<sup>12)</sup>は、式(14)に示す平均量  $\tilde{\rho}$ 、 $\tilde{u}$  の存在を前提とし、跳び（ $\partial\phi, \partial\Phi$ ）の関係を満足できる  $\tilde{\rho}$ 、 $\tilde{u}$  を右固有ベクトル空間における考察から見出した。得られた平均量  $\tilde{\rho}$ 、 $\tilde{u}$  による特性速度を用いることによって、不連続部におけるR-H関係が保証される。

$$\partial(\rho u) = \tilde{\rho}\partial u + \tilde{u}\partial\rho \quad (14)$$

結果として  $\tilde{u}$  は、式(15)における有意な解として式(16)のように求まり、また、 $\tilde{\rho}$  は式(14)と式(16)から式(17)のように求まる。

$$\tilde{u}^2 \partial\rho - 2\tilde{u}\partial(\rho u) + \partial(\rho u^2) = 0 \quad (15)$$

$$\tilde{u} = \frac{u_L\sqrt{\rho_L} + u_R\sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (16)$$

$$\tilde{\rho} = \sqrt{\rho_L \rho_R} \quad (17)$$

Glaister<sup>15)</sup>は、この方法を開水路流れに適用した。詳

細は文献26)にある。開水路流れでは、平均量 $\bar{h}$ 、 $\bar{v}$ の存在を前提とすると式(18)が導かれる。

$$\bar{v}^2 \partial h - 2\bar{v} \partial(hv) + \partial(hv^2) = g\bar{h} \partial h - \partial(gh^2/2) \quad (18)$$

ここに、 $\hat{h}$ は流体圧を表す水深の平均量である。

式(18)から $\bar{v}$ と $\hat{h}$ を求めるのであるが、式が1つであるため気体の場合(式(15))を考慮して、左辺=0、右辺=0の条件を与えることによって次の結果を得た。なお、2つの水深の平均量が現れるが、数値計算では式(20)が用いられる。

$$\bar{v} = \frac{v_L \sqrt{h_L} + v_R \sqrt{h_R}}{\sqrt{h_L} + \sqrt{h_R}} \quad (19)$$

$$\hat{h} = \bar{h} = \frac{h_L + h_R}{2} \quad (20)$$

$$\tilde{h} = \sqrt{h_L h_R} \quad (21)$$

結局、特性速度 $\Lambda$ は $\bar{v} \pm \sqrt{g\bar{h}}$ となり、前述のRoe<sup>11)</sup>による結果(式(13))と同じになる。

#### (4) Deconinckら<sup>13, 14)</sup>の方法

これは、計算点間を線形に分布するパラメータベクトル $Z$ を導入する方法である。従って、リーマン問題を解くものではなく、平均量は計算点間を積分して得られる。その考え方は、計算点間(図-3)において、式(1)第2項 $\partial\Phi/\partial x$ と式(2)第2項 $J \cdot \partial\Phi/\partial x$ が等しいとの条件から平均量 $\bar{J}$ を算出することにある。具体的な方法を以下に示す。

- ①. 各計算点間に、線形のパラメータベクトル $Z = (Z_1, Z_2)$ を仮定すると $Z$ は次のようになる。

$$Z = \frac{(Z_R - Z_L)}{\Delta x} (x - x_L) + Z_L \quad (22)$$

- ②.  $\partial Z/\partial x$ は定数であるので、計算点間の $\partial\Phi/\partial x$ の平均量は次のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Phi}{\partial x} &= \frac{1}{\Delta x} \int_{x_L}^{x_R} \frac{\partial\Phi}{\partial x} dx = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_L}^{x_R} \frac{\partial\Phi}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial x} dx \\ &= \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{1}{\Delta x} \int_{x_L}^{x_R} \frac{\partial\Phi}{\partial Z} dx = \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{\partial\Phi}{\partial Z} \end{aligned} \quad (23)$$

このとき、 $\Phi$ の成分が $Z$ の2次式となるように $Z$ を選択すると、平均量 $\bar{Z} = (Z_R + Z_L)/2$ を用いて式(23)は次のように簡単に表される。

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial Z}{\partial x} \frac{\partial\Phi}{\partial Z} \Big|_{Z=\bar{Z}} \quad (23)'$$

$\partial\Phi/\partial x$ の平均量もこれと同様に求める。

- ③. 結局、 $\bar{J}$ は式(24)で算出され、この $\bar{J}$ から算出される特性速度 $\Lambda$ を用いるとR-H関係が保証される。

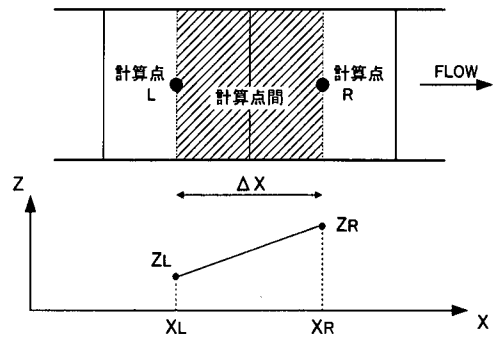


図-3 計算点とパラメータベクトル $Z$

$$\bar{J} = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \left( \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right)^{-1} = \frac{\partial\Phi}{\partial Z} \left( \frac{\partial\Phi}{\partial Z} \right)^{-1} \quad (24)$$

これを開水路流れに適用する。 $Z$ を前述の式(8)と同じく $Z = (\sqrt{h}, v\sqrt{h})$ とすると、特性速度 $\Lambda$ は先の2つの方法と同じく式(13)となる。

しかし、河床変動解析に式(8)をパラメータベクトルとして用いると、流砂量 $(\partial q_B/\partial x)$ を式(8)の $Z$ で書換えた上で積分(式(23))を行うこととなり解析的に非常に面倒となる。そこで、 $Z = \phi = (h, q)$ とおくと流砂量の積分は幾分簡単になるが、逆に流れの積分が煩雑となってしまう。流れと流砂量双方の積分を容易にするためには、 $Z$ を式(25)のようにおくことが適切と考えられ、この場合、特性速度 $\Lambda$ に用いる平均量 $\bar{v}$ 、 $\tilde{c}$ は式(26)、(27)となる。

$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ v \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$\bar{v} = \bar{v} \left( 1 + \frac{1}{12} \frac{\Delta v}{v} \frac{\Delta h}{h} \right) \quad (26)$$

$$\tilde{c} = \sqrt{g\bar{h} + \left( \frac{\Delta v}{12} \right)^2 \left\{ 12 + \left( \frac{\Delta h}{h} \right)^2 \right\}} \quad (27)$$

ここに、 $\bar{v} = (v_L + v_R)/2$ 、 $\Delta v = v_R - v_L$ 、 $\Delta h = h_R - h_L$ である。少々煩雑になるのは、流束の $q^2/h$ が $Z$ の3次式 $(Z_1, Z_2^2)$ で表されることによる。

これらの結果から、流れの解析では $Z$ として式(8)を選択すると平均量 $\bar{v}$ 、 $\tilde{c}$ が簡単になるため計算効率が良くなることが分かる。しかし、河床変動解析にまで発展させた場合には、式(25)の方が適すると考えられる。

#### (5) 線形化の方法の選択

以上に示したように“Roeの線形化”の3方法は、ともに同じ特性速度 $\Lambda$ (式(13))を導く結果となった。しかし、その過程を見るとRoeやRoe & Pikeの方法では、

流体圧が水深の2次式であることにより気体の場合のように機械的な演繹ができないことが分かる。すなわち、Roeの方法では式(10)に示したように $\bar{h}$ の導入が必要であり、Roe&Pikeの方法では式(18)において左辺=0, 右辺=0の条件を与える必要がある。さらに、RoeやRoe&Pikeの方法では、河床変動解析にまで拡張したシステム方程式に対して、どのように“Roeの線形化”を行うかが不明である。一方、Deconinckらの方法は、都合の良いパラメータベクトルの選択が可能であり、平均量が一般的に算出される。

以上から、Roeの線形化の方法としてDeconinckらの方法を採用する。ただし、パラメータベクトルZの違いによる計算値の変化を把握しておく必要がある。このためダム破壊流れでこの影響を調べてみた。式(8)の $Z = (\sqrt{h} \quad v\sqrt{h})$ と式(25)の $Z = (h \quad v)$ について、後の図-7(2)に示す10秒後時点の水深 $h$ を比較すると、相対差は最大で約0.2%となりパラメータベクトルの違いによる計算値の変化はほとんど無視できた。

#### 4. 膨張衝撃波の除去

FDS法ではスキームの特性により、音速点（開水路流れでは支配断面に相当）付近で非物理的な膨張衝撃波が生じてしまうため、これを除去する必要がある。

上流側計算点が常流、下流側計算点が射流の場合、本来この計算点間に支配断面があり、これを境として上下流に情報が伝播する（膨張波が現れる）。しかしFDS法は、常に上下流の計算点を直接結びつけ、流束差を特性速度（計算点間の $\Lambda_- = \bar{v} - \bar{c}$ ）に従って配分する方法であるため、そのままでは支配断面の特性を表すことができない。すなわち、支配断面のある計算点間で $\Lambda_-$ はほぼ0となり、本来支配断面を基点として上下流に情報が伝播されるべきところが、その伝播はなくなってしまうのである。この結果、 $\Lambda_-$ に関する流束差の伝播だけによるバランス（膨張衝撃波）が現れる。そこで、物理的に適切な解を得るために、エントロピー条件を満たすことが必要となる。

これには、3つの方法がある。すなわち、(1)特性速度 $\Lambda_-$ を修正する<sup>19)</sup>、(2)流束差の配分を変更する<sup>2)</sup>、(3)数値流束を修正する<sup>27), 28)</sup>である。(3)は気体では $\Phi = J\phi$ の関係があることを利用したものであり、開水路流れではこの関係を満たすことができないためその適用は難しいと考えられる。したがって、ここでは(1)と(2)を対象としてその概要を示し、(2)を開水路流れに適用する方法を示す。

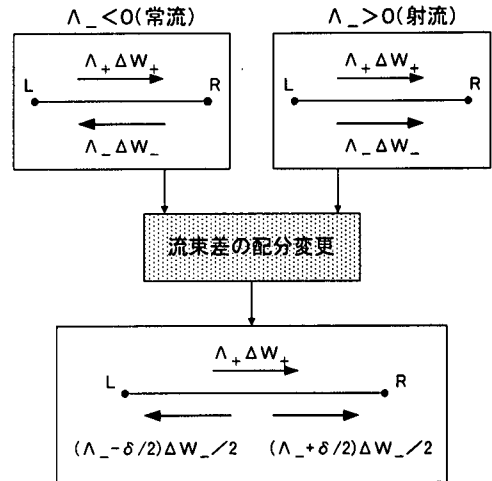


図-4 支配断面における流束差の配分

##### (1) 特性速度 $\Lambda_-$ を修正する方法

Alcrudoら<sup>16)</sup>は、式(28)に示すYee<sup>17)</sup>の方法をダム破壊流れに適用した。

$$|\Lambda_-| = \max\{\epsilon, |\Lambda_-|\} \quad (28)$$

ここに、 $\epsilon$ は微小な正の値で個々の問題に対して決定される。これについてJhaら<sup>18)</sup>は、 $\epsilon = 0.6$ ではダム破壊流れの初期水深比が0.05, 0.005と小さくなるにつれて膨張衝撃波が顕著になるが、 $\epsilon$ としてHarten and Hyman<sup>19)</sup>の式(29)を用いると膨張衝撃波がうまく除去されることを示した。

$$\epsilon = \max\{0, \Lambda_-^L - \Lambda_-^R, \Lambda_-^R - \Lambda_-^L\} \quad (29)$$

ここに、 $\Lambda_-^L$ ,  $\Lambda_-^R$ は、それぞれ上流側、下流側の計算点における特性速度 $\Lambda_-$ である。後述の計算例では式(29)の $\epsilon$ を用いる。

##### (2) 流束差の配分を変更する方法

Roe&Pike<sup>12)</sup>は、膨張波の特性を踏まえ $\Lambda_-$ に関する流束差の配分として、上流側に $(\Lambda_- - \delta/2)\Delta W_-/2$ 、下流側に $(\Lambda_- + \delta/2)\Delta W_-/2$ を与えることを提案した（図-4参照）。ここに、 $\delta$ は $\Lambda_-$ 属の波の膨張速度で次のとおりである。

$$\delta = |d(v - c)| = \frac{\gamma + 1}{2} |dv| \quad (30)$$

ここに、 $\gamma$ は比熱比である。

これを開水路流れに適用する。特性変量 $W_-$ に関する式(5)は、簡単のためソース項 $\Omega$ を省略すると次のようになる。

$$\frac{\partial W_-}{\partial t} + \Lambda_- \frac{\partial W_-}{\partial x} = 0 \quad (31)$$

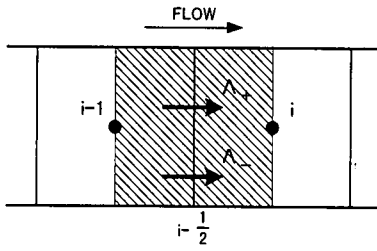


図-5(1) 特性速度 $\Lambda$ の方向(射流)

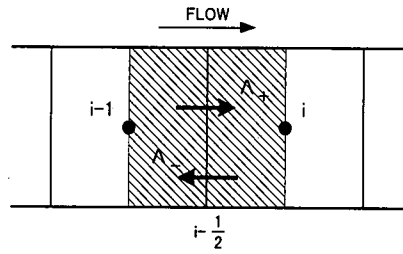


図-5(2) 特性速度 $\Lambda$ の方向(常流)

式(31)を式(32)に書き換えて、第2項を下流側に配分し、第3項を上流側に配分する。支配断面では $\Lambda_- = 0$ であるから、式(32)は、 $\delta$ に関する流束差が支配断面を境に上下流に伝播する状況を表している。

$$\frac{\partial W_-}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \Lambda_- + \frac{\delta}{2} \right) \frac{\Delta W_-}{\Delta x} + \frac{1}{2} \left( \Lambda_- - \frac{\delta}{2} \right) \frac{\Delta W_-}{\Delta x} = 0 \quad (32)$$

$\Lambda_-$  属の波の膨張速度 $\delta$ を次のように算出する。すなわち、この波をまたぐと $\partial W_-$ の値は変化するが $\partial W_+$ は変化しないため、 $\partial W_+ = 0$ より式(33)を得る。また、 $c^2 = gh$ から式(34)を得る。これらから $\delta$ は式(35)のようになる。

$$hdv + cdh = 0 \quad (33)$$

$$2cdc = gdh \quad (34)$$

$$\delta = |d(v - c)| = \frac{3}{2} |dv| \quad (35)$$

以上に示した2つの膨張衝撃波の除去法は、支配断面における $\Lambda_-$ に関する流束差の伝播量を0としないことが共通しているが、支配断面の水利特性からみて後者が理解しやすい。

## 5. 数値解法と境界条件

### (1) 数値解法

図-5に示すように、特性速度 $\Lambda$ の符号に従って流束差 $\Delta\Phi$ を次のように配分する。

①.  $\Lambda_+ > 0, \Lambda_- > 0$ の場合(射流)

$$\Delta\Phi = \left( \frac{\Lambda_+ \Delta W_+ - \Lambda_- \Delta W_-}{2\tilde{c}} \right)_{i-1/2} \text{を計算点} i \text{に配分}$$

②.  $\Lambda_+ > 0, \Lambda_- < 0$ の場合(常流)

$$\Delta\Phi = \left( \frac{\Lambda_+ \Delta W_+}{2\tilde{c}} \right)_{i-1/2} \text{を計算点} i \text{に配分}$$

$$\Delta\Phi = \left( \frac{-\Lambda_- \Delta W_-}{2\tilde{c}} \right)_{i-1/2} \text{を計算点} i-1 \text{に配分}$$

ここに、添字 $i$ は計算点 $i$ における量、添字 $1/2$ は計算点間の量を表す。 $\Delta W$ は式(4)から算定される。

最終的に、式(36)により $\Delta t$ 後の $h$ と $q$ を算出する。

$$\begin{pmatrix} h \\ (1+f\Delta t)q \end{pmatrix}_i^{n+1} = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}_i^n - \Delta t \left( \frac{\Delta\Phi}{\Delta x} \right)_i^n - \Delta t (\Omega^n)_i^n \quad (36)$$

ここに、 $n$ は時間ステップ、 $\Delta x$ は計算点の支配区間である。 $\Delta t$ はCFL条件から決める。右辺の第2項、第3項には配分された $\Delta\Phi$ と $\Omega^n$ (次項で詳述)を用いる。なお、左辺に摩擦項 $f$ が含まれているのは、計算の安定を図るためソース項のうち摩擦項を陰的に取扱ったものである。

### (2) ソース項の取扱い

基礎方程式(式(1))のソース項 $\Omega$ には、摩擦項の他に河床勾配に起因する底面圧力の $x$ 方向成分( $gh \partial \eta / \partial x$ )がある。この圧力には、Glaister<sup>15, 20</sup>やBermudez and Vazquez<sup>29</sup>と同様に風上スキームを適用する。したがって、流体圧( $gh \partial h / \partial x$ )と同じ風上の扱いとなる。ちなみに、この圧力に2次精度の中心差分を適用すると、河床の凹凸が平滑化される。

Glaister<sup>15, 20</sup>は、底面圧力の $x$ 方向成分 $gh \partial \eta / \partial x$ の風上スキームを示した。流束差の配分と同様に、式(37)により $D$ の成分である $\Lambda$ の方向に応じて $\Omega^n$ を配分する。

$$\Omega^n = L^{-1} D D^{-1} L \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{gh} \frac{\partial \eta}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\Lambda_+ & 0 \\ 0 & 1/\Lambda_- \end{pmatrix}$$

ここに、 $\tilde{h}$ は計算点間の平均量であり、式(21)に示した $\tilde{h} = \sqrt{h_L h_R}$ を提案した。しかし、Bermudez and Vazquez<sup>29</sup>は、運動量保存則に $q = 0, h = \eta$ の条件を与

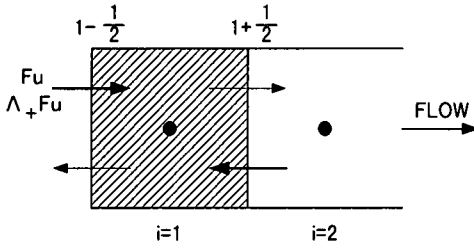


図-6(1) 上流端境界 (常流)

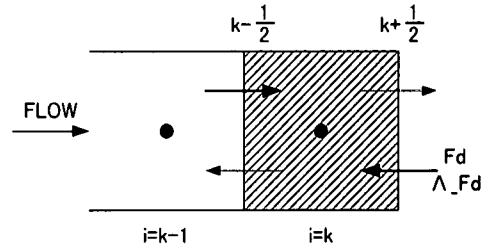


図-6(2) 下流端境界 (常流)

えると式(38)に示す平均量が得られるとして、この平均量を用いることを提案した。

$$\tilde{h} = \bar{h} = \frac{h_L + h_R}{2} \quad (38)$$

以上から、ここでは底面圧力のx方向成分の配分式(37)、 $\tilde{h}$ には式(38)を用いることにする。

図-5に基づいて、 $\Omega^n$ の配分法を以下に示す。式中の $\Delta x$ は計算点間の距離である。

①.  $\Lambda_+ > 0, \Lambda_- > 0$ の場合 (射流)

$$\Omega^n = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\Delta\eta}{gh} \frac{\Delta x}{\Delta x} \end{pmatrix}_{i-\frac{1}{2}} \text{を計算点}i\text{に配分}$$

②.  $\Lambda_+ > 0, \Lambda_- < 0$ の場合 (常流)

$$\Omega^n = \begin{pmatrix} \frac{1}{2c} gh \frac{\Delta\eta}{\Delta x} \\ \frac{\Lambda_+}{2c} gh \frac{\Delta\eta}{\Delta x} \end{pmatrix}_{i-\frac{1}{2}} \text{を計算点}i\text{に配分}$$

$$\Omega^n = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2c} gh \frac{\Delta\eta}{\Delta x} \\ -\frac{\Lambda_-}{2c} gh \frac{\Delta\eta}{\Delta x} \end{pmatrix}_{i-\frac{1}{2}} \text{を計算点}i-1\text{に配分}$$

### (3) 境界条件

#### a) 上流端

文献30)による境界条件の陰的な取扱いを参考にして、上流端の境界条件を射流、常流に分けて設定する。この基本的な考え方は、計算領域外から配分されるであろう流束差 $\Delta\Phi$ とソース項 $\Omega^n$ を境界条件と整合させることにある。

射流の場合には、 $\Delta\Phi$ と $\Omega^n$ は全て下流に配分されるため、上流端 $i=1$ の $h, q$ を任意に与えることができる。

常流の場合には、 $\Delta\Phi$ と $\Omega^n$ は上下流へ分割配分されることにより上流端の水理量は下流からの制約を受けるため、 $h, q$ の両方を任意に与えることはできない。計算領域外を同じく常流とし、計算領域外からの $\Delta\Phi$ と $\Omega^n$ の配分を考慮すると、上流端の未知量の算定式は次のと

おりとなる (図-6(1)参照)。

$$\begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}_{i=1}^{n+1} = \begin{pmatrix} h' \\ q' \end{pmatrix}_{i=1}^{n+1} - \begin{pmatrix} F_u \\ \Lambda_+ F_u \end{pmatrix}_{i=1-\frac{1}{2}}^{n+1} \quad (39)$$

ここに、 $h', q'$ は計算領域内について式(36)から得られた解、 $F_u, \Lambda_+ F_u$ は計算領域外から配分される量であり、 $\Lambda_+$ を上流端の水理量から求める。

したがって、 $n+1$ ステップの $h$ または $q$ を境界条件として与えることは、 $F_u$ を与えることに相当する。例えば $q$ を任意に与える場合には、与えた $q$ から逆算して得られる $F_u$ を介して $h$ が定まる。

#### b) 下流端

下流端条件も上流端条件と同様に設定する。

射流の場合には、 $\Delta\Phi$ と $\Omega^n$ は全て下流に配分されることから、下流端 $i=k$ の $h, q$ は、境界条件を必要とせず、式(36)で定まる。

常流の場合には、 $\Delta\Phi$ と $\Omega^n$ は上下流へ分割配分されるため、 $h, q$ の一方を任意に与えることができる。上流端の場合と同様に、下流端の未知量の算定式は次のとおりとなる (図-6(2)参照)。

$$\begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}_{i=k}^{n+1} = \begin{pmatrix} h' \\ q' \end{pmatrix}_{i=k}^{n+1} - \begin{pmatrix} F_d \\ \Lambda_- F_d \end{pmatrix}_{i=k+\frac{1}{2}}^{n+1} \quad (40)$$

ここに、 $F_d, \Lambda_- F_d$ は計算領域外から配分される量であり、 $\Lambda_-$ を下流端の水理量から求める。上流端の場合と同様に、例えば $h$ を任意に与える場合には、与えた $h$ から逆算して得られる $F_d$ を介して $q$ が定まる。

## 6. 流れの数値計算

膨張衝撃波の除去法に、特性速度の修正 (式(29)) を使ったものをcaseA、流束差の配分の変更を使ったものをcaseBとする。パラメータベクトルには式(25)を用いる。



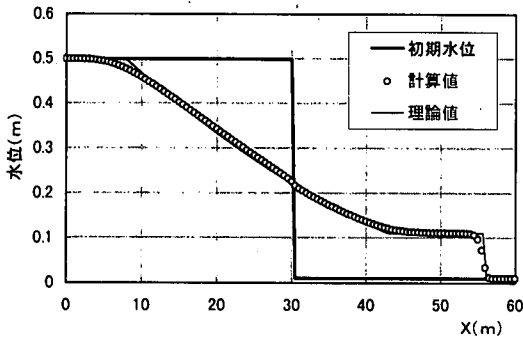


図-7(1) ダム破壊流れ (case A)

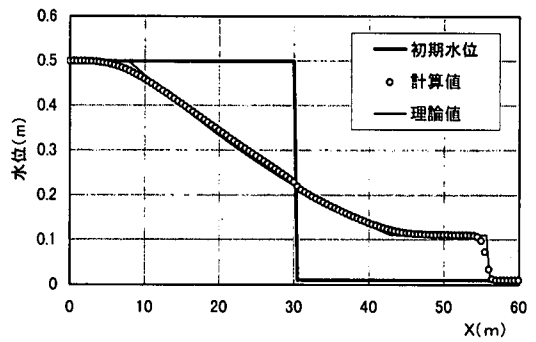


図-7(2) ダム破壊流れ (case B)

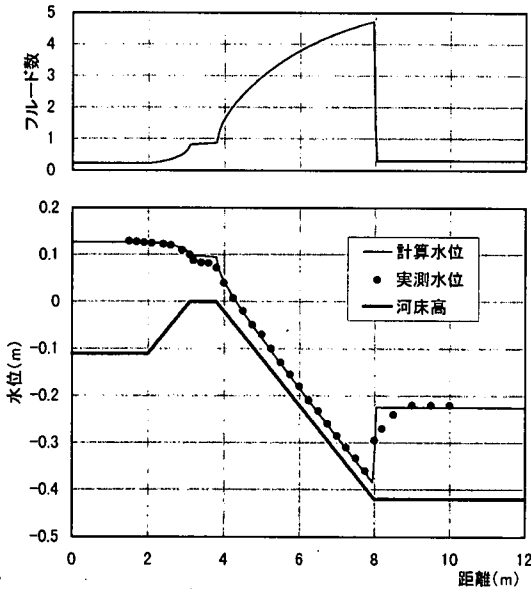


図-8(1) 越流れ (case A)

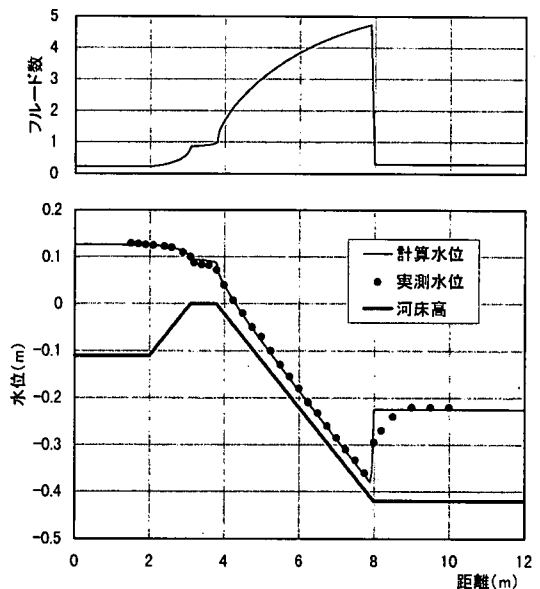


図-8(2) 越流れ (case B)

### (1) ダム破壊流れ

水路中央の衝立ての瞬間的な除去により発生する段波の数値計算を行った。初期水位はダム上流側で0.5m、下流側で0.01m、河床高は0.0mで水平である。上下流端境界には、計算領域外から流束差の伝播がない条件を設定した。計算格子は $\Delta x = 0.5m$ 、 $\Delta t = 0.1sec$ で、粗度係数を0とした。

図-7は、10秒後の理論値<sup>31)</sup>と計算値の比較である。これより、case Aとcase Bはほぼ同じ結果であることが分かる。理論値と比較すると、フロント部以外の計算水位は理論値と良好に一致している。1次精度の風上差分が有する数値粘性により段波のフロント部は少し鈍っているものの、計算値は正・負段波の伝播を適切に表している。

### (2) 越流れ

崇田ら<sup>8)</sup>と同様に石狩川遊水地越流部模型実験<sup>32)</sup>に適用し、支配断面から跳水に至る流れの再現性を調べた。幅1mの水路の上流端から $0.07971m^3/s$ の一定流量を与え、下流端水深を0.1949m、粗度係数を0.01とした。初期水位には文献8)の数値計算と同じ初期水位を設定したが、定常状態を求める計算であり初期水位は重要でない。計算格子は $\Delta x = 0.05m$ 、 $\Delta t = 0.01sec$ である。

図-8は、定常状態(90秒後)の水位とフルード数を示している。これより、case Aとcase Bはほぼ一致しているが、越流部においてcase Bの水位がより実測値に近いことから、膨張衝撃波の除去には流束差の配分を修正する方法(case B)が好ましいといえる。

case Bの水位は、跳水部を除いて実測値とほぼ一致している。跳水部では、計算値は跳水開始箇所をほぼ捉え

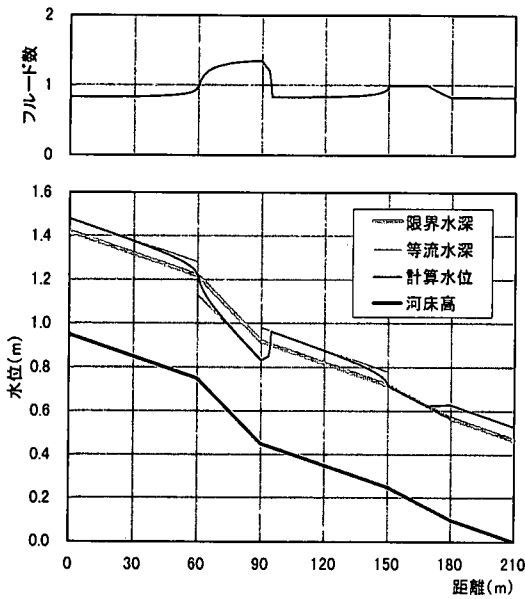


図-9(1) 河床勾配が変化する流れ (case A)

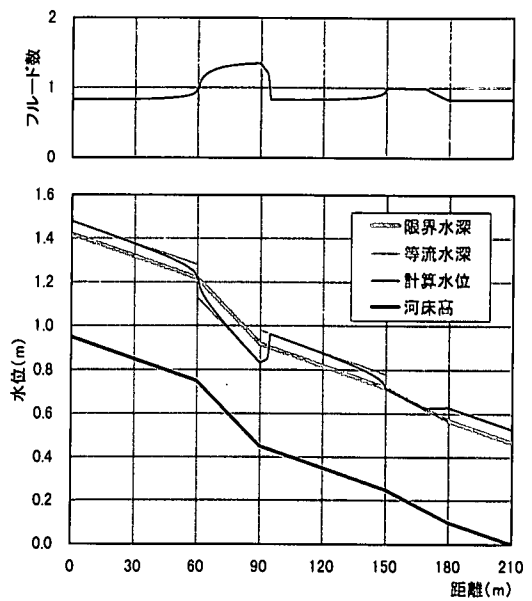


図-9(2) 河床勾配が変化する流れ (case B)

ているものの極めて短い区間で遷移するのに対し、実測値は1m程度の跳水長を有している。この違いは、本解析が跳水の内部構造を表していないことに起因している。

### (3) 河床勾配が変化する流れ

実河川への適用にあたり水面形を水理的に正しく表し得るかどうかを確認するため、河床勾配の変化により常流→射流→常流→限界流→常流と遷移する流れを対象とする数値計算を行った。

計算では、河床勾配が1/300→1/100→1/300→1/198→1/300と変化する幅1mの水路を想定し、上流端から1m<sup>3</sup>/sの一定流量を与え、下流端水深を等流水深、粗度係数を0.02とした。初期水深には、河床勾配が1/300の区間の等流水深を設定した。計算格子は $\Delta x = 0.6m$ 、 $\Delta t = 0.1sec$ である。

図-9は、定常状態(600秒後)の水位とフルード数を示している。caseA、caseBはほぼ同じ結果であり、等流水深や限界水深と整合しつつ流れの遷移を適切に表している。

流量誤差(相対誤差)については、両者ともに支配断面～跳水前で約0.2%、跳水部( $x = 94.2m$ )で約1.0%、その他の箇所 $10^{-2}$ %のオーダーの誤差が生じている。跳水部の誤差が比較的大きい原因として、1次精度の風上スキームが有する散逸的な数値粘性が考えられる。しかし、誤差は局所的であるため、これによる影響は小さいと考えられる。

## 7. おわりに

本研究では、常射流混在流の数値解析には跳水のように不連続的な流れを適切に扱うことのできるスキームが必要との観点から、衝撃波捕獲法の一つで特性帯の理論を基にするFDS法を適用し、その有効性を明らかにした。

まず、特性帯の理論を用いながらR-H関係を保証する“Roeの線形化”について3つの方法を比較し、①開水路流れにも無理なく適応できる、②河床変動解析への発展を期待できる、ことからDeconinckらの方法を採用した。

次に、膨張衝撃波の除去法について、Roe&Pikeの方法の開水路流れへの適用法を示し、支配断面の水理特性からみて理解しやすいことを述べた。また、ソース項(河床の傾きに伴う底面圧力のx方向成分)に適用する風上スキームおよび境界条件の設定法を示した。

さらに、ダム破壊流れ、常射流混在流の計算からFDS法が開水路流れにも有効であることを確認した。2つの膨張衝撃波の除去法はともに、ダム破壊流れ、常射流混在流の双方に適切であることを確認したが、図-8のケースに限ってはRoe&Pikeによる流束差の配分を変更する方法(caseB)が効果的である。

今後においては、基礎方程式に流砂の連続式を加え、常射流混在流における河床変動解析を検討する予定である。

謝辞：本研究の一部は、文部省科学研究費補助金、試験研究(B) (課題番号05555141, 代表 板倉忠興) の援助の基に行われた。ここに記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 例えば清水康行：沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究，北海道開発局開発土木研究所報告，第93号，1991。
- 2) 例えば巽友正：流体力学，新物理学シリーズ21，培風館，p.225，1982。
- 3) 椿東一郎：跳水現象の理論，九州大学流体工学研究所報告，p.16，1949。(椿東一郎教授論文選集より)
- 4) 藤井孝藏：流体力学の数値計算法，東京大学出版会，p.85，1994。
- 5) Lax, P.D. : Weak solutions of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation, *Communications on pure and applied mathematics*, Vol.VII, pp.159-193, 1954.
- 6) Oleinik, O. : Discontinuous solutions of nonlinear differential equations, *Amer.Math.Soc.Transl.Ser.2*, 26, pp.95-172, 1957.
- 7) Hirsch, C. : *Numerical computation of internal and external flows*, volume2, John Wiley & Sons, 1990.
- 8) 例えば崇田徳彦，清水康行，渡邊康玄：MacCormack法を用いた常・射流計算，北海道開発局開発土木研究所月報，No.448，pp.23-32，1990。
- 9) 例えば椿東一郎：水理学II，基礎土木工学全書7，森北出版，pp.29-38，1974。
- 10) 和田安弘：流束分離法の最近の研究動向について，第8回数値流体力学シンポジウム講演論文集，pp.53-56，1994。
- 11) Roe, P.L. : Approximate Riemann Solvers, parameter vectors and difference schemes, *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372, 1981.
- 12) Roe, P.L. and Pike, J. : Efficient construction and utilization of approximate Riemann solutions, *Computing methods in applied sciences and engineering*, ed. R.Glowinski, J.L.Lions, Amsterdam, North Holland, Vol.6, pp.499-518, 1984.
- 13) Deconinck, H., Roe, P.L. and Struijs, R. : A multi-dimensional generalization of Roe's flux difference splitter for the Euler equations, *Journal of Computers and Fluids*, Vol.22, No.2/3, pp.215-222, 1993.
- 14) Paillere, H., Weide, E. and Deconinck, H. : Multi-dimensional upwind methods for inviscid and viscous compressible flows, *Computational Fluid Dynamics, VKI Lecture Series 1995-02*, 1995.
- 15) Glaister, P. : Approximate Riemann solution of the shallow water equations, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol.26, No.3, pp.293-306, 1988.
- 16) Alcrudo, F., Garcia-Navarro, P. and Saviron, J.M. : Flux difference splitting for 1D open channel flow equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.14, pp.1009-1018, 1992.
- 17) Yee, H.C. : A class of high-resolution explicit and implicit shock-capturing methods, *Rep.,NASA-TM-101088*, Ames Res. Ctr., Calif., 1989.
- 18) Jha, A.K., Akiyama, J. and Ura, M. : First- and second-order flux difference splitting schemes for dam-break problem, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.121, pp.877-884, 1995.
- 19) Harten, A. and Hyman, J.M. : Self adjusting grid method for one-dimensional hyperbolic conservation laws, *Journal of Computational Physics*, Vol.50, pp.235-269, 1983.
- 20) Jha, A.K. : Flux difference splitting on self-adjusting grid for 1-D transient free surface flows, *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, JSCE, Vol.13, No.2, pp.43-54, 1995.
- 21) Jha, A.K., Akiyama, J. and Ura, M. : Higher order FDS scheme for rapidly varied 2-d flow simulations, *Annual Journal of Hydraulic Engineering*, JSCE, Vol.43, pp.503-508, 1999.
- 22) 大川秀典，清水康行，藤田睦博：FDSを用いた開水路における衝撃波を含む流れの数値計算，水工学論文集，第41巻，pp.611-616，1997。
- 23) 大川秀典，清水康行，森明巨：FDSを用いた開水路における流れの数値計算，土木学会論文集，No.614/II-46，pp.37-49，1999。
- 24) 西堀剛志，藤田一郎：FDS法による急変流の計算，土木学会第50回年次学術講演会概要集，第II部門，pp.328-329，1995。
- 25) 西本直史：FDSによる開水路流れの数値解析，二次元数値計算法による都市域急流河川の安全度評価システムの開発(代表者 板倉忠興)，pp.133-143，1996。
- 26) Glaister, P. : Difference schemes for the shallow water equations, *Numerical Analysis Report 9-87*, University of Reading, U.K., 1987.
- 27) Roe, P.L. : Sonic flux formulae, *SIAM J.Sci.Stat.Comput.*, Vol.13, No.2, pp.611-630, 1992.
- 28) Dubois, F. and Mehlmán, G. : Nonparameterized 'entropy fix' for Roe's method, *AIAA J.*, Vol.31, No.1, pp.199-200, 1993.
- 29) Bermudez, A. and Vazquez, M.E. : Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms,

- Computers Fluids*, Vol.23, No.8, pp.1049-1071, 1994.
- 30) Chakravarthy, S.R. : Euler equations-implicit schemes and boundary conditions, *AIAA.J.*, Vol.21, No.5, 1983.
- 31) 本間仁, 安芸皎一編 : 物部水理学, 岩波書店, pp.310-315, 1962.
- 32) 北海道開発局開発土木研究所 : 石狩川遊水地越流部  
模型実験業務報告書, 1989.
- (1999. 12. 24 受付)

## NUMERICAL COMPUTATION OF 1-D OPEN CHANNEL FLOW BASED ON FDS METHOD

Naoshi NISHIMOTO, Akio MORI, Tadaoki ITAKURA and Katsumi KANAZAWA

In this paper, FDS method is applied to numerical computation of open channel flow. First, three methods of "Roe's conservative linearization", which satisfy the Rankine-Hugoniot relationship, are compared and the best applicable one is selected. Second, removal methods of non-physical solution (expansion shock in ideal gas) that arise near control section in open channel flow are studied and the most effective one is clarified. Third, the calculation techniques are made clear. Furthermore, numerical computation for dam break flow and open channel flow with transition are examined, and FDS method is verified to be effective for numerical computation of open channel flows.