

地下水流の影響を受ける凍結工法について

戸部 暢¹・谷口晴美²・榎戸源則³

¹ 正会員 工博 (株)精研 凍結本部 (〒112-0002 東京都文京区小石川1-12-14)

² (株)精研 凍結本部 (〒112-0002 東京都文京区小石川1-12-14)

³ フェロー会員 工博 前・群馬大学・国土館大学教授 (〒178-0063 東京都練馬区東大泉5-23-1)

本研究は、相平行する冷却面と、加熱面とに挟まれた透水性のある地盤内を、入口温度一定の地下水が、一様に流れる場合の該地盤内の温度分布を新しく導出した。次に、この解式を用いて、冷却面上に造成される凍土の表面と、任意距離を持った加熱面の間を地下水が流動する場合に、流水路中任意点での造成凍土厚と時間との関係を求めた。

理論の応用例として、凍結立坑において、凍土造成領域及びその周辺部に、局所的に止水のための地盤改良対策を施すことにより、根切り面より多量の地下水の湧出がある場合においても、凍土壁は安泰であり、関連する工事を安全に施工できることを示した。

Key Words : freezing method, running water, frozen rate, frozen wall thickness

1. まえがき

地盤凍結工法^{1), 2), 3)} (以下、“凍結工”と言う)を施工するに当たっては、地下水の影響を無視することはできない。もともと土に水分がなければ凍土が造れない道理であるし、地山掘削時の地下水の湧出を阻止することが凍結工の施工目的の一つに挙げられる位であるから、凍結工と地下水とは密接不離の関係にあるといえる。しかし施工中に地下水の流動が起こると、面倒なことになる。これが凍結初期の段階では、連続した凍土壁の造成が阻害されるし、凍土造成過程の後半期では、凍土壁の成長が止まってしまう。また掘削中に起こると、場合によっては、凍土壁が解凍して危険な状態を招くことになる。

凍結初期の凍土壁の結合に対する地下水流の影響については、文献^{4), 5)}の研究があり、施工の指針が与えられている。これに対して、一旦造成された凍土壁に地下水流が影響を与える場合については、文献⁶⁾の研究があり、凍土壁に対して地下水流が与える影響については、一応の検討が可能となっている。

このような技術的背景のもとで、本研究の目的は、“凍結領域近傍での湧水、漏水の完全止水”を施工条件としている凍結工法を一步前進させて、施工時の凍結領域近傍での湧水を許容して、止水工事の節減を計り、延いては凍結工の適用範囲の拡張を企図するものである。しかしながら湧水量には、当然許容限界が存在するであろうし、凍土壁の弱い部分には何らかの補強が必要となる。本研

究は、このような趣旨のもとに、地下水流対策を施した凍土壁に地下水流が作用する場合の凍土壁の状態を解析し、施工に関する留意点をまとめたものである。

2. 問題の概要

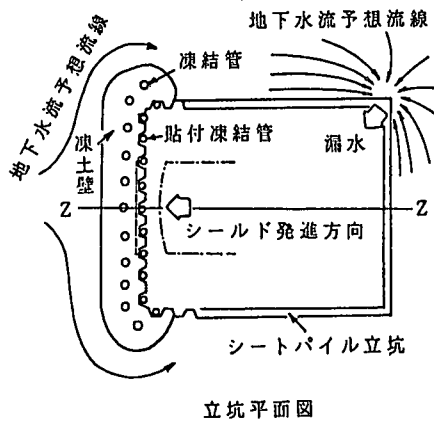
一旦造成された凍土壁が、地下水流の影響をうける場合をとりあげて考えてみる。図-1はシールド発進用の立坑が掘削時に局部的に漏水が発生し、付近の凍土壁に、これによる地下水流の影響が作用する場合を示す。

凍土壁は、このような突発的に発生する地下水流に対しては、予め特別な防護対策がとられていないのが普通である。

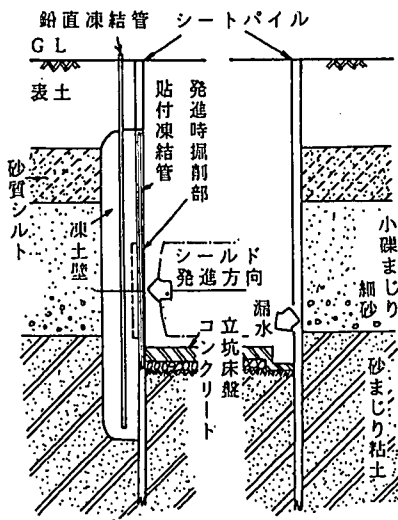
さて、本研究の対象とするものは、図-2に示す場合である。図の凍結立坑では、掘削底盤からの湧水を許容しているので、底盤部分の止水注入は特に施工していないが、その代わりに、凍土壁部とその外側の地盤には、透水性を低下させるための地盤改良を行っている。

立坑の底面積が比較的に小さければ、底部地盤のG部の止水注入工は経済的に有利となるが、規模が大きい場合や、底部を止水したとき、底盤にかかる水圧が問題となる場合等には得策ではない。

このような場合には、凍結管列周辺部(図-2のD部)及び凍土造成域外側部地盤(図-2のE, F部)のみ止水のための地盤改良を施工するが、底部地盤の湧水について

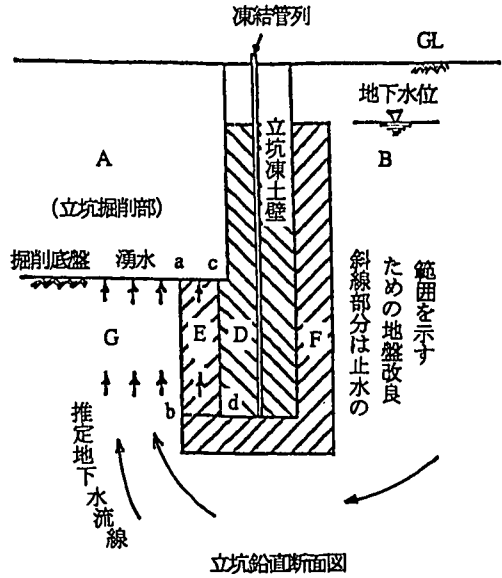


立坑平面図



立坑鉛直断面図 (Z-Z)

図-1 漏水のある立坑



立坑鉛直断面図

図-2 湧水のある凍結立坑

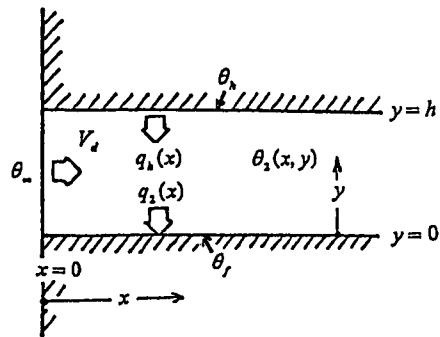


図-3 水流部温度分布の解析モデル

は、別に制限の処置をとらない。従って掘削時には掘削底盤からの湧水が時には多量に排出することになる。このような状況での凍土壁の安定を検討するのが、本研究の目的である。

文中、記号は、その都度説明を加えたが、文末の付録(2)に、纏めて掲示しておいた。

3. 水流部の熱解析

(1) 水流部の温度分布

両側面が、それぞれ一定温度に保持される場合の水流部内温度分布の解析モデルとして、図-3に示すものを考える。

図-3で、水平方向にx軸をとり、距離をxで表し、垂直方向をy軸をとり、距離をyで表す。

$y=0 \sim h$ の範囲が水流部で、図-2でのE部に相当している。また、 $y=0$ 面が、図-2での凍土の外表面 c-d(温度 θ_i)に当たり、図-3での $y=h$ 面(温度 θ_s)が、図-2でのG部との境界面 a-bとなる。図-3での地下水の流入点 $x=0$ は、図-2のd点に相当して、b-d面上の温度は、地下水の初温 θ_0 に保持される。

水流部内の温度分布を $\theta_2(x, y)$ 、水流速(ダルシー流速)を V_s で、それぞれ表す。又、図-3での $q_s(x)$ は、x点での $y=h$ 面での水流部への加熱量、 $q_i(x)$ は、同じくx点での $y=0$ 面の冷却熱量をそれぞれ表わす。

さて、図-3の水流部の温度は、時間的に変化のない定常温度分布で示されるが、ここで、水流部の水流方向の熱の伝達は、水流にのみ依存するものとし、地盤の熱伝導は、これを無視するものとする。この仮定は、解析の困難を救うことが目的であるが、水流速度が比較的大きい場合は、この仮定による誤差は、無視されるものと考えられる⁷⁾。

そうすると、図-3に示す解析モデルについて、熱の平衡条件より次の微分方程式が得られる。

微分方程式

$$\kappa_2 \frac{\partial^2 \theta_2(x, y)}{\partial y^2} = v \frac{\partial \theta_2(x, y)}{\partial x} \quad (1)$$

ここに、

$$\kappa_2 = \frac{\lambda_2}{c_2 \cdot \rho_2}, \quad v = \frac{c_w \cdot \rho_w \cdot V_d}{c_2 \cdot \rho_2}$$

である(付録(1))。

式中、 κ_2 は未凍土の温度伝導率、 v は、水流係数で、 ρ_2 は未凍土の単位体積質量、 ρ_w は地下水の単位体積質量、 c_2 は凍土の比熱、 c_w は地下水の比熱、 λ_2 は、未凍土の熱伝導率である。

式(1)の微分方程式の成立範囲は、

$$0 \leq x < \infty, \quad 0 \leq y \leq h$$

とし、 $v \neq 0$

とする。

境界条件としては、

$$x=0; \quad \theta_2(0, y) = \theta_w \quad (2)$$

$$y=0; \quad \theta_2(x, 0) = \theta_f \quad (3)$$

$$y=h; \quad \theta_2(x, h) = \theta_h \quad (4)$$

である。

式(1)の微分方程式を、式(2)、(3)、(4)の境界条件で解けば、 $\theta_2(x, y)$ が求められるが、著者は、Laplace 変換による演算子法⁸⁾を用いて、これを解き、下記の温度分布式を得た。

a) 温度分布式

$$\theta_2(x, y) =$$

$$\theta_w - (\theta_w - \theta_f) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\operatorname{erfc} \left\{ \frac{2nh + y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \right]$$

$$- \operatorname{erfc} \left\{ \frac{2(n+1)h - y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\}$$

$$- (\theta_w - \theta_h) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\operatorname{erfc} \left\{ \frac{(2n+1)h - y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \right]$$

$$- \operatorname{erfc} \left\{ \frac{(2n+1)h + y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \quad (5)$$

但し、

$$0 \leq x < \infty, \quad 0 \leq y \leq h, \quad v \neq 0$$

とする。

ここに、 $\operatorname{erf}(z)$ は、Gauss の誤差関数

$\operatorname{erfc}_c(z)$ は、同、余誤差関数

と呼ばれているもので

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\sigma^2} d\sigma,$$

$$\operatorname{erfc}_c(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\sigma^2} d\sigma$$

(注、 z : 変数; σ : 積分変数)

で定義される関数である。

b) 水流の平均温度

x 点での水流の平均温度 $\bar{\theta}_2(x)$ は、下記の式(6)により表わすことができる。

$$\bar{\theta}_2(x) = \frac{1}{h} \int_0^h \theta_2(x, y) dy$$

$$= \theta_w - (2\theta_w - \theta_f - \theta_h) \times 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{h} \sqrt{\frac{\kappa_2 x}{\pi v}} \times \right.$$

$$\left. \left\{ \exp \left\{ -\frac{(2n)^2 h^2 v}{4\kappa_2 x} \right\} - 2 \exp \left\{ -\frac{(2n+1)^2 h^2 v}{4\kappa_2 x} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(2(n+1))^2 h^2 v}{4\kappa_2 x} \right\} \right\} \right]$$

$$- n \cdot \operatorname{erfc}_c \left\{ nh \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} + (2n+1) \operatorname{erfc}_c \left\{ \frac{2n+1}{2} \times \right.$$

$$\left. h \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} - (n+1) \operatorname{erfc}_c \left\{ (n+1) h \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \quad (6)$$

c) 上下面の取得熱量

ここで y の減少方向(図-3では下向き方向)の移動熱量を正にとれば、上下面における通過熱量 $q_h(x)$ 、 $q_s(x)$ は、式(5)より、それぞれ式(7)、式(8)の様に求められる。

$$q_h(x) = \lambda_2 \left. \frac{\partial \theta_2(x, y)}{\partial y} \right|_{y=h}$$

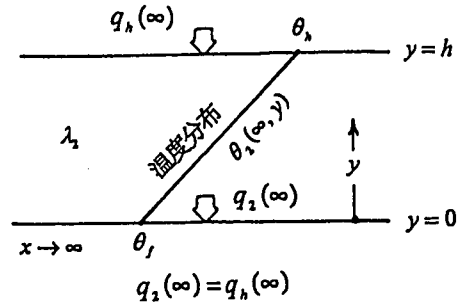
$$= (\theta_w - \theta_f) \lambda_2 \sqrt{\frac{v}{\pi \kappa_2 x}} \times 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left\{ -\left(\frac{(2n+1)h}{2} \right)^2 \frac{v}{\kappa_2 x} \right\}$$

$$- (\theta_w - \theta_h) \lambda_2 \sqrt{\frac{v}{\pi \kappa_2 x}} \times 2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \exp \left\{ -(nh)^2 \frac{v}{\kappa_2 x} \right\} \right] - 1$$

(7)

$$\begin{aligned}
 q_2(x) &= \lambda_2 \left. \frac{\partial \theta_2(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} \\
 &= (\theta_\infty - \theta_f) \lambda_2 \sqrt{\frac{v}{\pi \kappa_2 x}} \times \left[2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(nh)^2 v}{\kappa_2 x} \right\} \right) - 1 \right] \\
 &\quad - (\theta_\infty - \theta_h) \lambda_2 \sqrt{\frac{v}{\pi \kappa_2 x}} \times 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left\{ -\left\{ \frac{(2n+1)h}{2} \right\}^2 \frac{v}{\kappa_2 x} \right\}
 \end{aligned}$$

(8)

図-4 水流部の $x \rightarrow \infty$ での温度分布d) $x \rightarrow \infty$ の場合の温度分布

この場合の水流部の温度分布 $\theta_2(\infty, y)$ は、式(5)より、

$$\begin{aligned}
 \theta_2(\infty, y) &= \\
 &\theta_\infty - (\theta_\infty - \theta_f) \cdot \text{Lim}_{x \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\text{erf}_c \left\{ \frac{2nh+y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \text{erf}_c \left\{ \frac{2(n+1)h-y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \right] - \\
 &(\theta_\infty - \theta_h) \cdot \text{Lim}_{x \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\text{erf}_c \left\{ \frac{(2n+1)h-y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \text{erf}_c \left\{ \frac{2(n+1)h+y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \right]
 \end{aligned} \quad (9)$$

と求められる。

式(9)を変形してゆくと最終的な形として、 $\theta_2(\infty, y)$ は、

$$\begin{aligned}
 \theta_2(\infty, y) &= \\
 &= \theta_f + \frac{y}{h} (\theta_h - \theta_f)
 \end{aligned} \quad (10)$$

となる。式(10)によれば、 $y=h$ では、温度は θ_h で、 $y=0$ では、温度が θ_f で、その間は直線勾配となる。図-4は、この場合の温度分布を示したものである。 $x \rightarrow \infty$ となれば、水流の初期温度 θ_∞ の影響は無くなる。また、水流の存在そのものも無関係となり、かつ、直線温度分布を形成することが分かる。

e) $x \rightarrow \infty$ での水流平均温度

この場合の水流平均温度を $\bar{\theta}_2(\infty)$ で表わすと、式(10)と式(6)より

$$\begin{aligned}
 \bar{\theta}_2(\infty) &= \frac{1}{h} \int_0^h \theta_2(\infty, y) dy \\
 &= \frac{1}{h} \int_0^h \left\{ \theta_f + \frac{y}{h} (\theta_h - \theta_f) \right\} dy \\
 &= \frac{1}{2} \{ \theta_h + \theta_f \}
 \end{aligned} \quad (11)$$

となる。

f) $x \rightarrow \infty$ での上下面の取得熱量

$x \rightarrow \infty$ での $q_2(x)$ 、 $q_h(x)$ をそれぞれ $q_2(\infty)$ 、 $q_h(\infty)$ の記号で表わすと、 $q_2(\infty)$ は、式(8)、式(10)より

$$q_2(\infty) = \lambda_2 \times \left. \frac{\partial \theta_2(\infty, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = \lambda_2 \times \frac{\theta_h - \theta_f}{h} \quad (12)$$

と求められる。

$q_h(\infty)$ は、式(7)、式(10)より、

$$q_h(\infty) = q_2(\infty) = \lambda_2 \times \frac{\theta_h - \theta_f}{h} \quad (13)$$

である。

g) $h \rightarrow \infty$ の場合の温度分布

$h \rightarrow \infty$ の場合の計算モデルは、文献⁶⁾のそれに一致するので、本文での式(5)から、文献⁶⁾での $\theta_1(x, y)$ の表式(3.5)が誘導される筈である。

事実、本文の式(5)で、 $h \rightarrow \infty$ の場合を計算すると

$$\begin{aligned}
 \theta_2(x, y) \Big|_{h \rightarrow \infty} &= \\
 &= \theta_\infty - (\theta_\infty - \theta_f) \times \text{erf}_c \left\{ \frac{y}{2} \sqrt{\frac{v}{\kappa_2 x}} \right\} \\
 &= \theta_f + (\theta_\infty - \theta_f) \times \text{erf} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c_w \rho_w P}{\lambda_2}} \cdot V_f \times \frac{y}{\sqrt{x}} \right\}
 \end{aligned} \quad (14)$$

と求められる。

ここに、 p は、地盤の容積含水率で、地盤の空隙率を n で表すと、本文では、地盤は地下水で飽和させているので、 $p=n$ で、 V_f を地盤中での実水流速とすると $V_f = V_d/n$ で表わされる。

式(14)は文献⁶⁾の式(3.5)にほかならない。

(2) 水流部の凍土厚の算定

前節(1)の計算によって、地下水の流動する凍土表面上の未凍結地盤中の温度分布を求めることができたので、

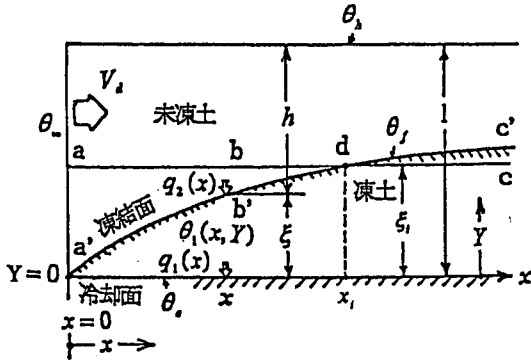


図-5 水流部の凍土厚の計算モデル

次に、地下水流が凍土の造成に及ぼす影響を検討する。

図-5に、この場合の計算モデルを示す。

図-5では、横軸に、水流入口からの距離 x をとる。縦軸には、凍土領域内では冷却面からの距離を Y で、凍結面上の水流部未凍土領域内では距離を Y でそれぞれとり、凍土内温度分布を $\theta_i(x, Y)$ で表すものとする。

凍土厚の進行計算には準定常解⁹⁾の手法を用いる。この方法は凍土内の温度分布を定常状態と仮定して計算するものであるが、凍土の形状変化が時間的に頗る緩慢な現象であることから、この仮定の採用による誤差は僅少と考えられる。

一方未凍土領域中を流れる水流の状況は、時間経過による凍土の形状変化によって、当然、当初の状態より変化することが想定されるが、ここでは、水流の状況は変化しないとの仮定を設ける。この問題は、水流幅(図-3、図-4での h の値)を大きくとることにより、凍土の成長に与える影響を減少させることが出来る。

さて、 x 点での凍土に対する冷却熱量 $q_1(x)$ は、図-5で下向き方向 (Y の減少方向) の熱流を正にとれば、下式で表わされる。

$$q_1(x) = \lambda_1 \frac{\partial \theta_i(x, Y)}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (15)$$

ここで、 x 点での凍土厚 ξ が x に比べて、充分に小さい値であるとする、熱流方向は、 x 軸に対して鉛直と見なすことができるので、準定常解の仮定条件より

$$\frac{\partial \theta_i(x, Y)}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = \frac{\theta_f - \theta_c}{\xi} \quad (16)$$

が成立するので、

$$q_1(x) = \lambda_1 \frac{\theta_f - \theta_c}{\xi} \quad (17)$$

となる。

ここで、 λ_1 は、凍土の熱伝導率である。

凍土は通常の場合、凍結管によって冷却されるので、 $Y=0$ の冷却面は凍結管管列面に相当することになる。

凍土が凍結管管列によって冷却される場合の管列面の平均温度 θ_c は、文献^{10), 11)}によってすでに求められているので、これを用いると θ_c は、下式で表わされる。

$$\theta_c = \frac{\theta_0}{2} \{1 + m_x(\xi)\} \quad (18)$$

ここに、 θ_0 は、凍結管の外表面温度で、近似的に冷却ブライン温度に等しい。又、 $m_x(\xi)$ は、式(19)で表わされる換算定数(無次元)で片側凍土厚が ξ のときの値である。

$$m_x(\xi) = \frac{\theta_0}{\theta_c} = \left[\ln \left(\frac{2P_f}{3a} \right) \cdot \ln \left\{ \frac{\xi^2 + \left(\frac{1}{2} P_f \right)^2}{\left(\frac{1}{2} P_f \right)^2} \right\} + \ln \left(\frac{2P_f}{a} \right) \cdot \ln \left\{ \frac{\xi^2 + \left(\frac{3}{2} P_f \right)^2}{\left(\frac{3}{2} P_f \right)^2} \right\} \right] \div \left[\ln \left(\frac{2P_f}{3a} \right) \cdot \ln \left\{ \frac{\xi^2 + \left(\frac{1}{2} P_f \right)^2}{2P_f^2} \right\} + \ln \left(\frac{2P_f}{a} \right) \cdot \ln \left\{ \frac{\xi^2 + \left(\frac{3}{2} P_f \right)^2}{3aP_f} \right\} \right] \quad (19)$$

ここに、 θ_0 は、凍結管管列面上、管間中央点位置の温度、 a は、凍結管の外半径、 P_f は、凍結管の埋設間隔を表わす。

さて、 $q_1(x)$ は、式(17)と式(18)、式(19)より、

$$q_1(x) = \frac{\lambda_1}{\xi} \left[\theta_f - \frac{\theta_0}{2} \{1 + m_x(\xi)\} \right] \quad (20)$$

で表わされる。

これに対し、凍結面上に、水流部の未凍土側より侵入する熱量は $q_2(x)$ であるが、この値は前節(1), c)項の式(8)によって計算される量である。

これより、 x 点における凍土の造成状況を検討するに当たって、最初、 x の全域で一様に ξ の厚みの凍土があったものとする。図-5の a-c 平面がこれを示している。

さて、 x 点において、

$q_1(x) > q_2(x)$ であれば、冷却熱量が勝って凍土厚は増加して行く。図-5で c' 点がこのに相当している。

$q_1(x) < q_2(x)$ であれば、水流部の未凍土領域よりの侵入熱量が勝って凍土は解凍して行く。図-5での b' 点が

これに相当している。

$q_1(x) = q_2(x)$ であれば凍土厚は現状維持となる、図-5でのd点がこの場合を示す。

$q_1(x)$ と $q_2(x)$ の熱量の差によって、凍土厚は dt 時間に $d\xi$ の変化を生じる。式で表わすと

$$L\rho_1 \times d\xi = \{q_1(x) - q_2(x)\} dt \quad (21)$$

となる。

ここに、 ρ_1 は凍土の単位体積質量で、 L は、凍土の凍結潜熱量を示す。

式(21)を変形して、

$$dt = \frac{L\rho_1}{q_1(x) - q_2(x)} d\xi$$

両辺を積分すると

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^t dt &= \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{L\rho_1}{q_1(x) - q_2(x)} d\xi \\ \therefore t - t_1 &= L\rho_1 \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{d\xi}{q_1(x) - q_2(x)} \end{aligned} \quad (22)$$

ここに、

t は計算時点の経過時間で、 t_1 は初期時点の経過時間である。 ξ 、 ξ_1 は、それぞれ t 時点、初期時点における x 点での凍土厚である。

式中での $q_2(x)$ 、 $q_1(x)$ は上述のように、式(8)、(20)で示される値である。

式(22)が求める準定常解であるが、これによって任意時点における x 点の凍土厚を計算することができる。

式(22)の右辺の積分は、解析的に求めることは困難であるから $\xi_1 \sim \xi$ 間を適宜分割して行う数値積分によって求める。

(3) 式(22)の吟味と平衡凍土面

式(22)の左辺では、 $(t - t_1) \geq 0$ は常に成立し、負となることはない。

今、 $(t - t_1) > 0$ の場合を考えると、 $q_1(x) > q_2(x)$ では、 $\xi > \xi_1$ で式は成立するがこの状態は凍結の進行を表わしている。逆に、 $q_1(x) < q_2(x)$ では、 $\xi < \xi_1$ となるから、この状態は解凍の進行を意味している。

さて、 $q_1(x) = q_2(x)$ の時は、被積分項の分母が零となるから、積分値は ∞ となる。すなわち、 $(t - t_1) \rightarrow \infty$ となるが、このとき x 点での凍土厚は、平衡状態を保っている。それで、このような場合の凍土厚を、平衡凍土厚と呼び、 $\bar{\xi}$ で表わし、 $\bar{\xi}$ で示される凍土面を、平衡凍土面と呼ぶこととする。

x 点での平衡凍土厚 $\bar{\xi}$ を決定する条件式は、上に述べたところより

$$q_1(x)|_{\bar{\xi}} = q_2(x)|_{\bar{\xi}} \quad (23)$$

である。

ここに、 $q_1(x)|_{\bar{\xi}}$ は、式(20)で、 ξ を $\bar{\xi}$ におきかえたもので、

$$q_1(x)|_{\bar{\xi}} = \frac{\lambda}{\xi} \left[\theta_f - \frac{\theta_b}{2} \{1 + m_x(\bar{\xi})\} \right] \quad (24)$$

である。

また、 $q_2(x)|_{\bar{\xi}}$ は、式(8)での h を、

$$h = \ell - \bar{\xi} \quad (25)$$

と、置き換えて、求められるものである。

式(23)を満足する $\bar{\xi}$ を解析的に求めることは困難であるから、数値計算によって求める。

次に、 $x \rightarrow \infty$ となった時の平衡凍土厚を、限界凍土厚と呼び $\bar{\xi}_\infty$ で表わすと、 $\bar{\xi}_\infty$ は次の様に求められる。

式(25)で、 $\bar{\xi}$ を $\bar{\xi}_\infty$ に置き換えると、

$$h = \ell - \bar{\xi}_\infty \quad (26)$$

となるが、この h を式(12)に入れると、

$$q_2(\infty)|_{\bar{\xi}_\infty} = \lambda_2 \times \frac{\theta_h - \theta_f}{\ell - \bar{\xi}_\infty} \quad (27)$$

となる。一方、式(24)より、 $q_1(\infty)|_{\bar{\xi}_\infty}$ の値は、

$$q_1(\infty)|_{\bar{\xi}_\infty} = \frac{\lambda_1}{\xi_\infty} \left[\theta_f - \frac{\theta_b}{2} \{1 + m_x(\bar{\xi}_\infty)\} \right] \quad (28)$$

となる。

ここに、 $m_x(\bar{\xi}_\infty)$ は、式(19)の $m_x(\xi)$ の表式中で、 ξ を $\bar{\xi}_\infty$ に置き換えたものを示す。

式(27)の $q_2(\infty)|_{\bar{\xi}_\infty}$ と式(28)の $q_1(\infty)|_{\bar{\xi}_\infty}$ を等値して、整理すると、

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \times \frac{\theta_h - \theta_f}{\theta_f - \frac{\theta_b}{2} \{1 + m_x(\bar{\xi}_\infty)\}} = \frac{\ell - \bar{\xi}_\infty}{\xi_\infty} \quad (29)$$

となる。

式(29)は、 $\bar{\xi}_\infty$ を決定する条件式である。

$\bar{\xi}_\infty$ の定義より明らかな様に、凍土造成の過程において凍土厚は $\bar{\xi}_\infty$ より大きくは成長しない。また、式(29)を見れば、分かる様に $\bar{\xi}_\infty$ の決定には、水流に関係する物理量 θ_b 、 V_d 、 K は関与していないことに注目したい。

4. 考察

(1) 水流部の温度分布

水流部の温度分布 $\theta_i(x, y)$ を表わす式(5)に、それぞれ数値を入れて計算して、その性状を考察する。

表-1 計算定数(図-6に対するもの)

記号	計算定数
h	1 m
θ_w	18°C (291.15K)
θ_h	10°C (283.15K)
θ_f	0°C (273.15K)
n_e	=P 0.5 m ³ /m ³ (飽和土とする)
V_d	0.072 m/h (2×10 ⁻⁵ m·s ⁻¹)
c_w	1 kcal/kg °C (4187J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
ρ_w	1000 kg/m ³
c_s	0.4253 kcal/kg °C (1781J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
ρ_s	1900 kg/m ³
λ_s	1.410 kcal/mh °C (1.640W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)
κ_s	1.745×10 ⁻³ m ² /h (4.847×10 ⁻⁷ m ² ·s ⁻¹)

上記の地盤の熱定数の数値は、文献¹⁰⁾のものを使用した。

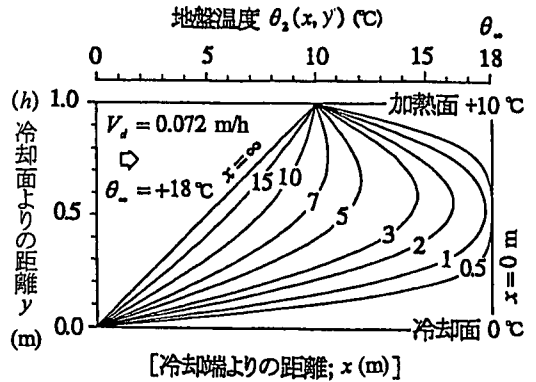


図-6 水流部の温度分布 $\theta_2(x, y)$
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

計算定数として、表-1の数値をとり、これらの数値を使って、 $\theta_2(x, y)$ を計算した結果を図-6に示す。 $x \rightarrow \infty$ となると、温度分布は直線状となることが分かる。

(2) 水流部上下面の取得熱量の値

図-6の計算モデルについて、水流部上下面の取得熱量 $q_h(x)$ 、 $q_s(x)$ の値をそれぞれ式(7)、式(8)により計算した結果を図-7に示す。

$q_2(x)$ は単調減少関数で、 $x \rightarrow \infty$ で一定値に収斂する。 $q_h(x)$ が、0となる x 点を、 x' で表すと、 $q_h(x)$ は、 x が、 $0 < x < x'$ では負の値であるが、 x が x' より大きくなると、正に転じて、 $q_2(x)$ の値に漸近してゆく様子が分かる。若し、 $\theta_h = \theta_w$ であれば、 $x' = 0$ となり、 $q_h(x)$ は、 $x = 0$ で零より出発して、常に正の値をとる。

(3) 凍土厚と各パラメーターの関係

a) 限界凍土厚と地盤改良幅の関係

式(29)より、ブライン温度 θ_0 の値を一定とした場合の限界凍土厚 $\bar{\xi}_w$ と地盤改良幅 l の関係を求めた結果を、図-8に示す。この場合の計算定数としては、 θ_h 、 θ_f 及び土に関する定数は図-6と同じで、表-1に示す値であるが、新たに凍結した土の熱伝導率の値として、 $\lambda_1 = 2.415 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C}$ (2.809 W·m⁻¹·K⁻¹)を加える。地盤は、凍結管によって冷却されるものとし、凍結管の外半径 a は、0.0508 mで、凍結管の埋設間隔 P は、0.8 mである。

図より $\bar{\xi}_w$ と l とは、ほぼ直線関係にあることが分かる。また、 l をそれぞれ一定値とした場合の $\bar{\xi}_w \rightarrow \theta_0$ の関係を同じく式(29)により同じ計算定数で計算した結果を図-9に示す。図-9より、 θ_0 の低下につれて、 $\bar{\xi}_w$ の値が増加して

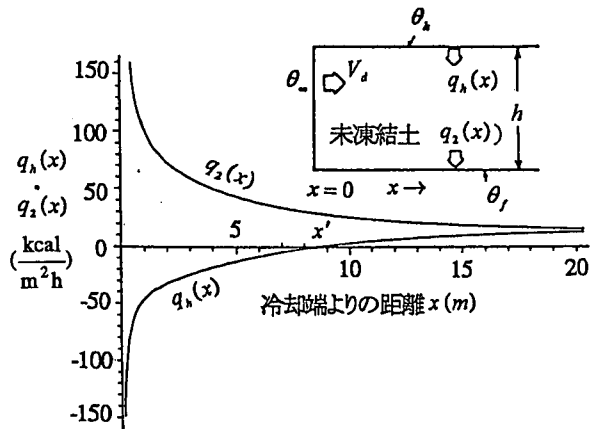


図-7 $q_h(x)$ 、 $q_2(x)$ の値
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

ゆく様子が分かる。

b) 透水係数と平衡凍土厚の関係

両者の関係を検討するには、式(23)を使用する数値計算によるが、計算定数として、表-2の数値を使用する。

表-2で記号 i は動水勾配を表す。

表-2の計算定数により、透水係数 K が変化した場合の x 点での平衡凍土厚 $\bar{\xi}$ を、 K の数値と比較したものを図-10に示す。

図-10の計算結果より勘案すると、与条件で施工する場合の実用的な範囲としては、 $K = 0.036 \text{ m/h}$ (0.001 cm·s⁻¹)程度が、それ以下が適当と考えられる。

因みに、この透水係数をもつ地盤でのダルシー流速 V_d

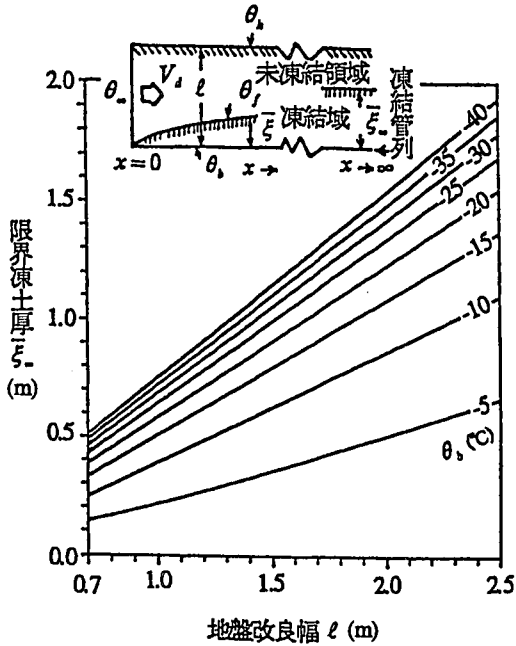


図-8 プライン温度 θ_s 一定の時の l と $\bar{\xi}_m$ の関係
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

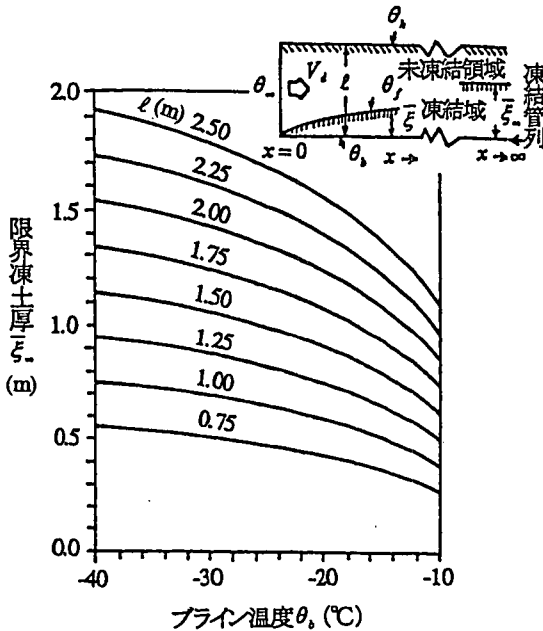


図-9 プライン温度 θ_s と限界凍土厚 $\bar{\xi}_m$ の関係
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

表-2 計算定数(図-10に対するもの)

記号	計算定数
l	1.5 m
θ_m	18°C (291.15K)
θ_h	18°C (291.15K)
θ_f	0°C (273.15K)
θ_s	-20°C (253.15K)
a	0.0508 m
P_i	0.8 m
n_e	= P 0.5 m^3/m^3 (飽和土とする)
i	2 m/m
λ_1	2.415 kcal / mh °C (2.809 $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

その他の定数は、表-1の数値と同じ。

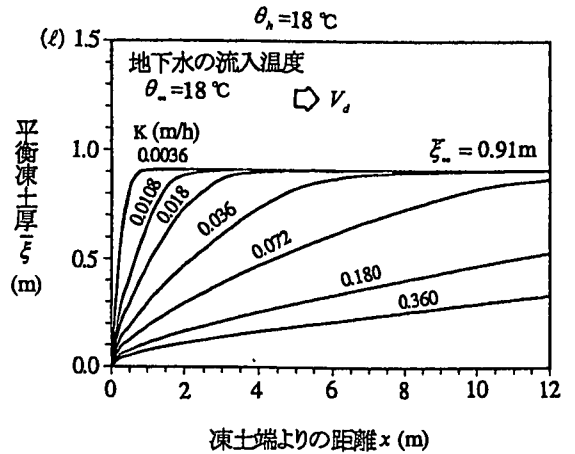


図-10 透水係数 K と平均凍土厚 $\bar{\xi}$ の関係
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

と実流速 V_d の値は、

$$V_d = 0.072 \text{ m/h} \quad (2 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$V_i = 0.072 / 0.5 = 0.144 \text{ m/h} \quad (4 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$(3.456 \text{ m/day})$$

である。

よって、以下の計算での対象地盤は、 $K = 0.036 \text{ m/h}$ の透水性能を持つものとして検討する。

c) 距離 x と平均凍土厚 $\bar{\xi}$ の関係

透水係数の値として、 $K = 0.036 \text{ m/h}$ にとり、地盤改良幅 l をパラメーターとして、他の計算定数は、図-10のものと同じにとり、式(23)により、 x と平均凍土厚 $\bar{\xi}$ の関係を計算した結果を図-11に示す。また、各 l の値に対しての限

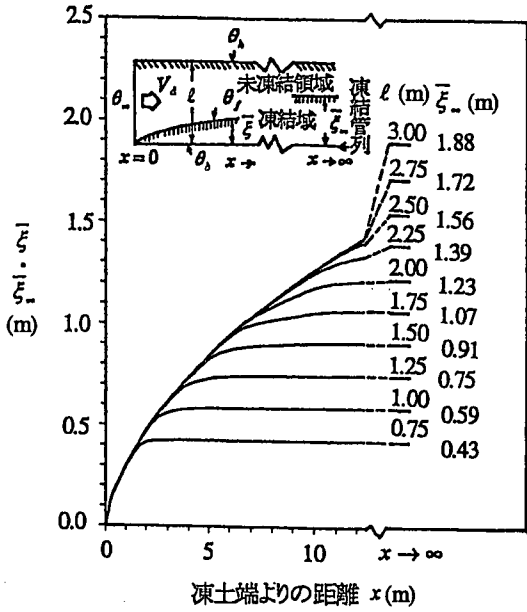


図-11 x と平衡凍土厚 $\bar{\xi}$ の関係
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

界凍土厚 $\bar{\xi}_m$ の数値を図の右端に併記している。

$l=1.5\text{m}$ の場合を見ると、 $\bar{\xi}$ は $x=6\text{m}$ にもなると、ほぼ $\bar{\xi}_m$ の値に近づいていることが分かる。

このことより類推すれば、他の l の場合についても、 x の比較的短い距離で、 $\bar{\xi}_m$ に近い $\bar{\xi}$ の値が得られるものと考えられる。

d) x が一定の場合の凍土厚と時間の関係

これらの関係の検討は、式(22)を使用する数値計算によるが、計算定数は、 $l=2\text{m}$ とし、他の定数は、図-11と同じにとつて、凍土厚 ξ と冷却時間 t の関係を数値計算した結果を図-12に示す。また、各 x 点での $t \rightarrow \infty$ の場合の平衡凍土厚 $\bar{\xi}$ の値を図の右端に併記した。

図より、 t が90日も経過すれば、 $\xi = \bar{\xi}$ となることが分かる。

次に、参考計算として、初期凍土厚 ξ_0 を持つ場合のもので、 $\xi_0=1\text{m}$ 、 $l=2\text{m}$ で、他の計算定数は、図-12と同じにとつて計算した結果を、図-13に示す。

図-13を見ると、 x がほぼ7mを境として、 x が小さい所では、凍土厚 ξ は初期凍土厚 ξ_0 より減少するが、 x が大きく所では反対に、 ξ は、増大してゆくことが分かる。又、水流入口に近い所、例えば、 x が1mよりも小さい点では、 ξ は測定開始後急速に減少するが、その分、早い時点で平衡凍土厚 $\bar{\xi}$ に近づくことが分かる。

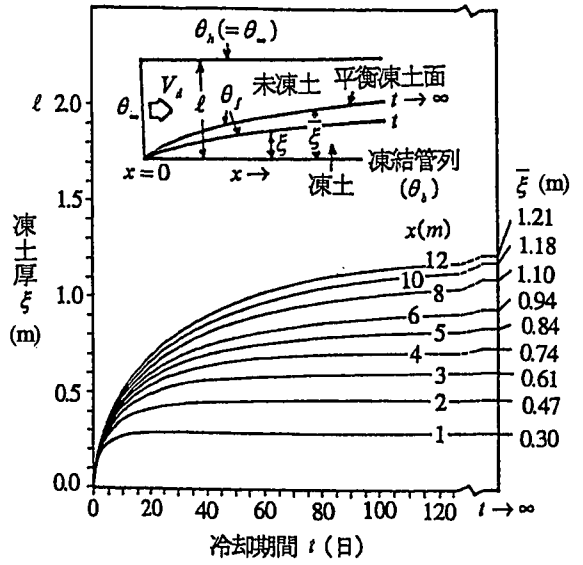


図-12 水流の影響をうける場合の凍土の成長
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

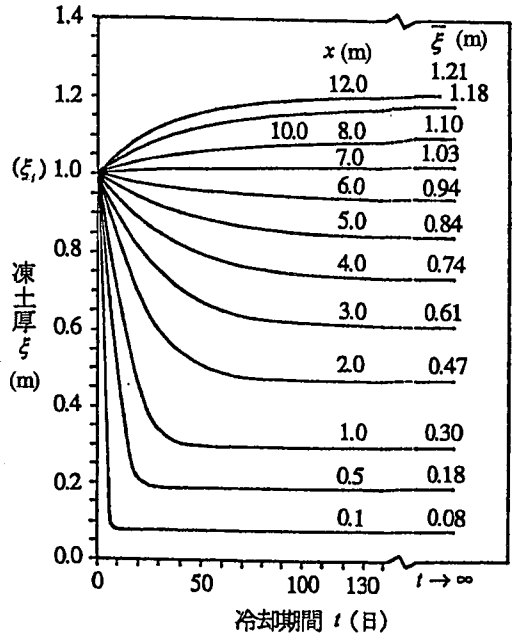
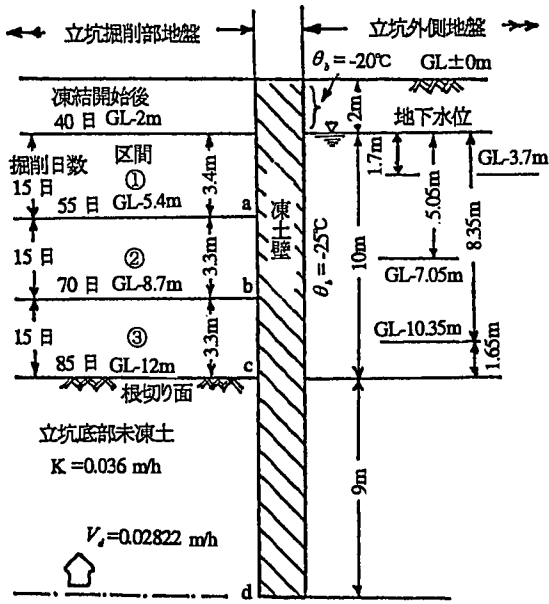


図-13 水流の影響をうける場合の凍土厚みの推移
($P=0.5 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の地盤)

e) 時間が一定の場合の凍土厚と x の関係

これらの関係の検討は、式(22)を使用する数値計算に



図一16 凍結立坑掘削手順と工程

表一4 掘削時の深度と水圧値

区間	深度 GL-m	区間長 m	掘削日数 日	平均深度 GL-m	平均水圧 tonf/m ² (Pa)
①	2.0	3.4	15	3.70	1.70 (1.667×10 ⁴)
	↓ 5.4				
②	5.4	3.3	15	7.05	5.05 (4.952×10 ⁴)
	↓ 8.7				
③	8.7	3.3	15	10.35	8.35 (8.189×10 ⁴)
	↓ 12.0				

表一5 平均動水路長及び平均動水勾配
及び平均水流速の値

区間	平均動水路長 m	平均動水勾配 (\bar{i}) m/m	平均水流速 (\bar{V}_d) m/h
①	19.0-1.70 =17.3	1.7/17.3 =0.09827	0.003538
②	19.0-5.05 =13.95	5.05/13.95 =0.362	0.01303
③	19.0-8.35 =10.65	8.35/10.65 =0.784	0.02822

検討が必要である。

以下に、設計諸元と計算定数を表一3に示す。

次に、掘削手順と工程を図一16に示す。

掘削の工程を図の様に3区間に分割して検討するが、掘削時の深度に対する凍土壁の外面に作用する地下水の間隙水圧の値、その他参考数値を表一4に示す。

ここで、地下水位以下での立坑内地盤の掘削中は、掘削底部より湧水が発生し、これによる地下水の流動によって、造成された凍土壁は影響を受けるが、この量的な検討は、立坑内側の凍土面に限って行うものとし、立坑の外側では、地下水の流動は、広く拡散することが予想される。従って、その影響は内側より小さいので、外側凍土面での検討は省略するものとする。この考え方によって、地下水の流入位置を、凍土壁の最下端のレベル(図一16で、 d 点の水平面位置)による。

掘削開始レベル(GL-2m位置)では、地下水位と同レベルであるから、水位差は零であるが、区間①での終点レベル(a 点の位置)では、地下水位との水位差は、3.4mとなる。以下、この水位差を水葺差と呼ぶこととする。区間①で、これらの水葺差の平均の値をとって、平均水葺差を定義すると、区間①での平均水葺差は、

$$3.4/2 = 1.7\text{m}$$

となるが、この値は、表一4の平均水圧の数値として示す。

さて、掘削位置が地下水位以下であると当然掘削面に湧水が発生するが、これらの湧水の流路長は、地下

水の流入位置の d 点レベルと掘削面位置との距離で表すことができる。

今この流路長を、動水路長と呼び、各掘削区間の中間位置での動水路長を平均動水路長と定義することとする。

これにより、区間①での平均動水路長の値は、

$$19 - 1.7 = 17.3\text{m}$$

となる。

ここで、単位動水路長に対しての水葺差を、動水勾配と定義し、記号を i で表し、動水勾配の平均値を、平均動水勾配と定義し、記号 \bar{i} で表す。

そうすると、区間①での平均動水勾配 \bar{i} の値は、

$$\bar{i} = 1.7/17.3 = 0.09827 \text{ m/m}$$

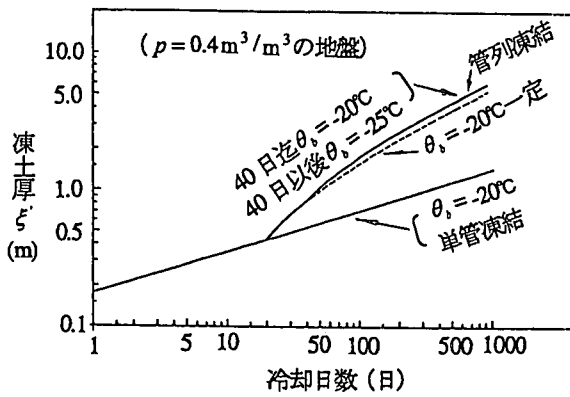
となる。

ダルシー流速 V_d は、 $K \times i$ の積で表される。 i が \bar{i} の場合の V_d を、 V_d の平均値として、 \bar{V}_d で表すと、区間①では、

$$\bar{V}_d = K \bar{i} = 0.036 \times 0.09827 = 0.003538 \text{ m/h}$$

となる。

計算の簡略化を計るため、区間①の間は、水流速値



図一七 凍土成長曲線

は、一定値とみなして、この V_s の値を使用して計算を行うものとする。

区間②、③の場合も同様にして計算した結果を表-5に示す。

さて、各時点での凍土造成厚みの計算で内側のものは、式(22)により求めるが、この場合の l は、図-15より $l=3\text{m}$ にとるものとする。

まず、掘削日数の計算始点をGL-2m (=地下水位深度)におくと、掘削開始のこの点では、凍結日数が40日で、凍結期間中は、地下水流の影響を受けていないので図-17の $p=0.4\text{m}^3/\text{m}^3$ の地盤での凍土成長曲線を使用して、凍土厚さ0.85mの数値が求められるが、この場合凍土厚は、内側、外側ともに同じ値となる。

次に掘削が、①区間に進み、区間の終わりであるa点に到達した時点は、掘削開始後15日を経過している。初期凍土厚0.85mで、 l 、 V_s の値を、前記の数値にとり、経過日数15日として、式(22)を使用し、a点での内側の凍土厚みを計算して、1.23mの値が求められる。

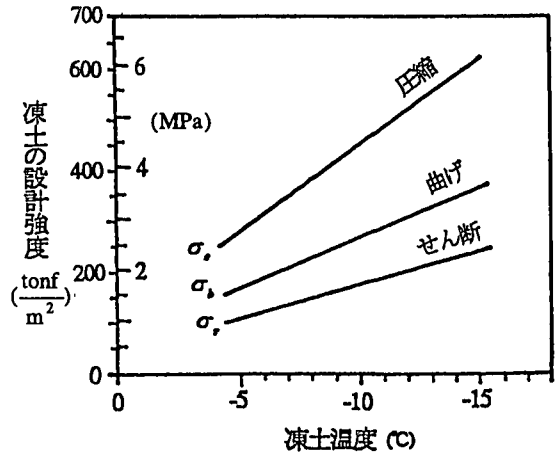
外側凍土厚は、図-17より、凍結日数55日として1.16mの数値が得られる。これに対して、内側凍土厚は、掘削後に残存凍土厚として0.8m残すことにすると、a点の掘削後の全凍土厚 Ξ は、両者の合計値の1.96mとなる。

区間②での平均水流速 V_s は、区間①の場合と同様の計算手法により、表-5に示す様に0.01303m/hの値となる。又、b点での内側凍土厚 ξ は、掘削開始後15日の時点のb点の凍土厚1.23mを初期凍土厚 ξ_0 と考慮して、区間②の掘削期間15日を凍結期間とし、新しく求められた V_s (=0.01303m/h)の数値を使用し、式(22)より内側凍土厚を計算して、1.47mの数値が求められる。この時点でのb点の外側凍土厚 ξ' は、凍結日数70日として、図-17より、

表-6 掘削時の凍土厚さ

計算点	全凍結日数(日)	計算時の初期凍土厚 ξ_0 (m)	内側凍土厚(掘削前) ξ (m)	外側凍土厚 ξ' (m)	掘削後の全凍土厚 Ξ (m)
GL-2m	40	—	0.85	0.85	1.65
a	55	0.85	1.23	1.16	1.96
b	70	1.23	1.47	1.39	2.19
c	85	1.47	1.60	1.60	2.40

注)
 Ξ =残存凍土厚(0.8)+ ξ' の数値



図一八 砂凍土の設計強度(塩分%)^{(12), (13)}

1.39mの値が求められるが、掘削後の内側凍土厚は、残存凍土厚の0.8mとなる。従って、掘削が、b点に到達した時の、b点の掘削後の全凍土厚 Ξ は、2.19mとなる。以下同様にして掘削がc点に到達したときの、各凍土厚が求められるが、これらの数値を表-6に示す。

さて、立坑掘削時の支保形式としては、通常親杭横矢板工法を採用することが多いので、ここでは、この場合について、凍土壁の強度を検討する。

表-6より、a点での掘削後の全凍土厚 Ξ は1.96mである。それで、凍結管管列面よりの平均の凍土厚 ξ_m の値として、 Ξ の1/2にとるものとする、

$$\xi_m = 1.96/2 = 0.98\text{m}$$

となる。

式(19)で、 ξ に ξ_m の数値を入れて、

$$m_x(\xi_m) = 0.611$$

が求められる。

そうすると、凍土の平均温度 $\bar{\theta}$ は、凍土表面温度が

表-7 凍土壁の強度計算値

位置 項目	a (GL-5.4 m)	b (GL-8.7 m)	c (GL-12 m)
ξ_m	0.98 m	1.095 m	1.20 m
m_z	0.611	0.639	0.660
$\bar{\theta}_i$	-10.06 °C (263.09 K)	-10.24 °C (262.90 K)	-10.37 °C (262.78 K)
σ_{bmax}	263 tonf / m ² (2.579 MPa)	266 tonf / m ² (2.609 MPa)	272 tonf / m ² (2.667 MPa)
P_i	6.56 tonf / m ² (6.433×10 ⁴ Pa)	11.18 tonf / m ² (1.096×10 ⁵ Pa)	15.80 tonf / m ² (1.550×10 ⁵ Pa)
M	5.125 tonf · m (5.026×10 ⁴ N · m)	8.734 tonf · m (8.565×10 ⁴ N · m)	12.34 tonf · m (1.211×10 ⁵ N · m)
Z	0.6403 m ³	0.7993 m ³	0.9600 m ³
σ_b	8.004 tonf / m ² (7.850×10 ⁴ Pa)	10.93 tonf / m ² (1.072×10 ⁵ Pa)	12.86 tonf / m ² (1.261×10 ⁵ Pa)
S_f	32.8	24.3	21.1

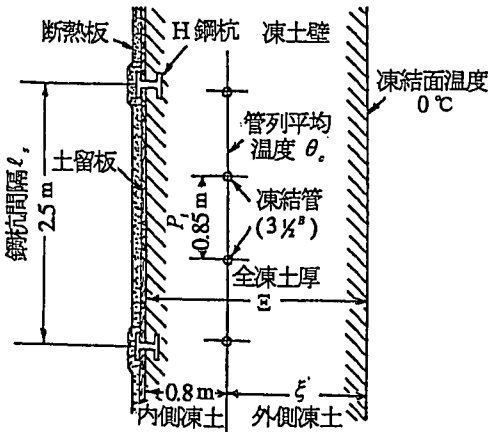


図-19 凍土壁の水平断面

0 °Cで、凍結管管列面の温度が θ_s であるから、その平均値 $\bar{\theta}_i$ は、式(18)を考慮して、

$$\bar{\theta}_i = \frac{1}{2} \left\{ 0 + (-25) \times \frac{1+0.611}{2} \right\} = -10.06 \text{ °C} \quad (263.09 \text{ K})$$

と求められる。

次に、この凍土温度に対しての凍土の設計強度には、図-18の砂凍土の設計強度の数値を使用するが、これは、凍結工の設計に常用されている数値^{12), 13)}である。そうすると、-10.06°C砂凍土の曲げ強度として、

$$\sigma_{bmax} = 263 \text{ tonf / m}^2 \text{ (2.579 MPa)}$$

の数値が求められる¹⁴⁾。

凍土壁にかかる外圧としては、静止土圧値をとるものとする、a点位置での外圧 P_i は、図-16を参考にして、

$$P_i = 0.5 \times \{ 1.8 \times 2 + 0.8 \times (5.4 - 2) \} \times 1 \times (5.4 - 2) = 6.56 \text{ tonf / m}^2 \text{ (6.433} \times 10^4 \text{ Pa)}$$

となる。

凍土壁の水平断面の様子を図-19に示す。

図-19でH鋼杭間隔を ℓ で表わし、この値を2.5 mにとるものとし、凍土壁はH鋼杭位置での単純支承の単純梁として強度計算を行うものとする。

そうすると、

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{8} P_i \ell^2 \\ &= \frac{1}{8} \times 6.56 \times (2.5)^2 \\ &= 5.125 \text{ tonf} \cdot \text{m} \text{ (5.026} \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{6} b (\xi')^2 \\ &= \frac{1}{6} \times 1 \times (1.96)^2 = 0.6403 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{M}{Z} = \frac{5.125}{0.6403} \\ &= 8.004 \text{ tonf / m}^2 \text{ (7.850} \times 10^4 \text{ Pa)} \end{aligned}$$

よって、凍土の曲げ強度の安全率 S_f の値は、

$$S_f = \frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_b} = \frac{263}{8.004} = 32.8 \text{ となる。}$$

同様の計算を、b、c点位置について行った結果を表-7に示す。

表-7の強度計算の数値より掘削の各点位置において凍土壁は、充分の強度を持っていることが分かる。

因みに、根切り底面よりの湧水量を検討する。

底部地盤の透水係数を、一樣に、 $K = 0.036 \text{ m / h}$ ($0.001 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$)とすると、湧水量 W は、

$$\begin{aligned} W &= KiA \\ &= 0.036 \times \frac{10}{9} \times (11.9 - 1.60 \times 2)^2 \\ &= 3.03 \text{ m}^3 / \text{h} \text{ (50.5} \ell / \text{min)} \end{aligned}$$

となる。

この例の場合で、施工上の留意点としては、凍結管の下端部分(長さ約 3 m 程度)の凍土造成範囲には、止水のための地盤改良を念入りに施工しておくことが肝要である。若しこの処理が不充分であると、その部分に該当する凍結管相互の間隙部分を地下水がバイパスして流れ、順

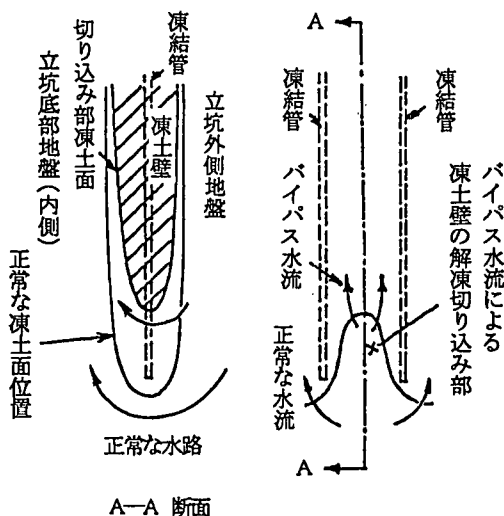


図-20 凍土壁下部のバイパス水流路

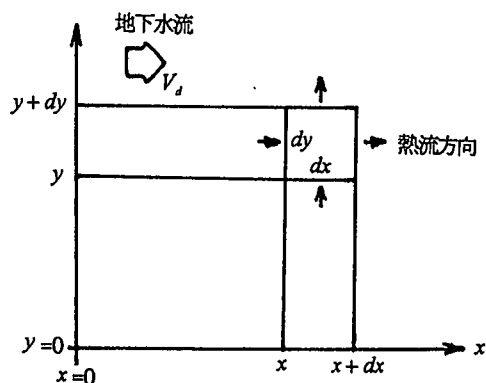


図-21 計算モデル

次上方へ解凍侵蝕が波及して行く。このような状態となると、凍土壁の止水壁としての価値は、消滅し、凍土壁そのものの安全を脅すこととなる。

この間の状況を図-20に示す。

6. まとめ

以上の研究の内容をまとめると、次の様になる。

(1) 水流の存在する帯状の地盤で、上下面が任意の温度に保持される場合の温度分布を表わす式(式(5))を新しく提案した。

(2) 上記の式(5)を使用して、水流部地盤内の凍土の成長過程を表わす計算式(式(22))を導出した。

(3) 式(22)より、平衡凍土面の位置を決定する条件式(式(23))及び、限界凍土厚を求める式(式(29))を導出した。

(4) 水流部地盤の温度分布及び造成凍土厚と各パラメータの関係を、図示した。(図-6~14)

(5) 応用例として、凍結立坑の計画をとりあげた。適切な対策をとることにより、立坑の掘削底面より比較的多量の湧水がある場合でも、凍土壁は、安全であることを理論的に確かめることができた。

凍結工の施工現場での湧水、漏水現象は、当事者としては、非常に気を使うものである。

我々、凍結工に携わる者としては、これらの現象に対して、的確な判断が下せる様に、今後とも研鑽を積んでゆき

たいものと考えている。

終りに、本文は、著者(戸部)の学位論文¹⁵⁾の一部であることを付記しておきます。

謝辞: 本論文の作成に当り、数値計算, 作図, 編集に協力を戴いた姜仁超氏に感謝の意を表します。

付録(1)

式(1)の導出:

図-21に示すようなx軸に平行な一様な流れを持ち、x軸、y軸で区切られた空間のモデルを考える。

二次元問題を論じるので、紙面に直角方向には無限の長さを持ったものとする。

今、この領域内、x、y座標点に、dx × dyの微小矩形断面を持ち、奥行きが単位長の直方体を想定して、この部分の熱平衡を考える。

時間断面をtとすると、この時点での微小直方体の温度は、 $\theta_1(x, y, t)$ で表示することができる。時間が経過して $t \rightarrow (t + dt)$ となったとき、微小直方体の取得する熱量は、仮定条件により、x軸方向の熱流は、水流のみに依存するから、左の面から入って来る熱量は、

$$\theta_1(x, y, t) \cdot c_w \cdot \rho_w \cdot V_d \cdot dy \cdot dt$$

同じく、右の面より出て行く熱量は、

$$\theta_2(x + dx, y, t) \cdot c_w \cdot \rho_w \cdot V_d \cdot dy \cdot dt$$

次に、y軸方向の熱伝導によって、下の面より入って来る熱量は、

$$-\lambda_2 \frac{d\theta_1(x, y, t)}{dy} \cdot dx \cdot dt$$

上の面より出て行く熱量は,

$$-\lambda_2 \frac{d\theta_2(x, y+dy, t)}{dy} \cdot dx \cdot dt$$

よって, dt 時間内に, この微小直方体内に蓄積される熱量は,

$$\begin{aligned} & \{\theta_2(x, y, t) - \theta_2(x+dx, y, t)\} \cdot c_w \cdot \rho_w \cdot V_d \cdot dy \cdot dt \\ & - \lambda_2 \left[\frac{d\theta_2(x, y, t)}{dy} - \frac{d\theta_2(x, y+dy, t)}{dy} \right] \cdot dx \cdot dt \\ = & -\{\theta_2(x+dx, y, t) - \theta_2(x, y, t)\} \cdot c_w \cdot \rho_w \cdot V_d \cdot dy \cdot dt \\ & + \lambda_2 \left[\frac{d\theta_2(x, y+dy, t)}{dy} - \frac{d\theta_2(x, y, t)}{dy} \right] \cdot dx \cdot dt \end{aligned}$$

この蓄積された熱量は, 微小直方体の温度上昇に寄与するから,

$$= c_2 \cdot \rho_2 \cdot dx \cdot dy \cdot \{\theta_2(x, y, t+dt) - \theta_2(x, y, t)\}$$

$dx \rightarrow 0, dy \rightarrow 0, dt \rightarrow 0$ の極限を考えると, 上式は,

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial \theta_2(x, y, t)}{\partial x} \cdot c_w \cdot \rho_w \cdot V_d \cdot dx \cdot dy \cdot dt \\ & + \frac{\partial^2 \theta_2(x, y, t)}{\partial y^2} \cdot \lambda_2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt \\ = & \frac{\partial \theta_2(x, y, t)}{\partial t} \cdot c_2 \cdot \rho_2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt \end{aligned}$$

$$\frac{c_w \cdot \rho_w}{c_2 \cdot \rho_2} V_d = \nu, \quad \frac{\lambda_2}{c_2 \cdot \rho_2} = \kappa_2 \text{ を考慮すれば,}$$

$$\kappa_2 \frac{\partial^2 \theta_2(x, y, t)}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial \theta_2(x, y, t)}{\partial x} = \frac{\partial \theta_2(x, y, t)}{\partial t}$$

の微分方程式が求まる。

時間経過に無関係な定常状態を考えると,

$$\frac{\partial \theta_2(x, y, t)}{\partial t} = 0$$

であり, 変数 t は消えるので,

$$\kappa_2 \frac{\partial^2 \theta_2(x, y)}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial \theta_2(x, y)}{\partial x}$$

となり, 式(1)の微分方程式が導出される。

付録(2)

[記号]

x : 水流部地盤(以下, 水流部と言う)内または凍土内で, 水流流入点または凍土端($x=0$)からの x 軸方向の距離

m

y : 水流部で y 軸方向の θ_2 保持面($y=0$)からの距離

m

h : 水流部の y 軸方向の幅	m
t : 経過時間	h(s)
Y : 凍土内 Y 軸方向, 管列面からの距離	m
$\theta_2(x, y)$: 水流部の温度分布	°C(K)
$\bar{\theta}_2(x)$: 水流部 x 点の水流平均温度	°C(K)
$\theta_1(x, Y)$: 凍土内温度分布	°C(K)
$\bar{\theta}_1$: 凍土の平均温度	°C(K)
θ_f : $y=0$ 面の保持温度(=凍土の表面温度)	°C(K)
θ_w : $x=0$ 面の保持温度(=地下水の流入温度), 又は, 自然地盤温度	°C(K)
θ_h : $y=h$ 面の保持温度	°C(K)
θ_o : 凍結管の外表面温度(=ブライン温度)	°C(K)
θ_c : 凍土を冷却する冷却面温度(=凍結管管列面平均温度)	°C(K)
$\bar{\theta}_c$: θ_c の平均温度	°C(K)
θ_m : 凍結管管列面の管間中央点の温度	°C(K)
ρ_2 : 未凍土の単位体積質量	kg/m ³
ρ_1 : 凍土の単位体積質量	kg/m ³
ρ_w : 地下水の単位体積質量	kg/m ³
c_2 : 未凍土の比熱	kcal/kg °C (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
c_1 : 凍土の比熱	kcal/kg °C (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
c_w : 地下水の比熱	kcal/kg °C (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)
λ_2 : 未凍土の熱伝導率	kcal/mh °C (W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)
λ_1 : 凍土の熱伝導率	kcal/mh °C (W·m ⁻¹ ·K ⁻¹)
κ_2 : 未凍土の温度伝導率	m ² /h(m ² ·s ⁻¹)
L : 凍土の凍結潜熱	kcal/kg (J·kg ⁻¹)
$q_h(x)$: x 点で $y=h$ 面より水流部内に入流する熱量	kcal/m ² h (W·m ⁻²)
$q_2(x)$: x 点で $y=0$ 面より水流部外(凍土)に流出する熱量	kcal/m ² h (W·m ⁻²)
$q_1(x)$: x 点で $Y=0$ 面より冷却面に流出(冷却)する熱量	kcal/m ² h (W·m ⁻²)
n_e : 地盤の空隙率(地盤内の空隙は地下水で飽和されているものとする)	m ³ /m ³
P : 地盤の容積含水率(本文では, $P=n_e$)	m ³ /m ³
i : 動水勾配	m/m
\bar{i} : 平均動水勾配	m/m
K : 地盤の透水係数	m/h(m·s ⁻¹)
V_d : 水流部内の水流速(ダルシー流速)(= Ki)	m/h(m·s ⁻¹)
V_a : V_d の平均の値	m/h(m·s ⁻¹)
V_i : 水流部内の実水流速(= V_d/n_e)	m/h(m·s ⁻¹)
ν : 水流係数(= $c_w \rho_w V_d / (c_2 \rho_2)$)	m/h(m·s ⁻¹)
n : Σ 計算時の補助番号	
a : 凍結管の外半径	m
P_f : 凍結管の埋設間隔	m
m_x : 凍土壁内温度分布係数(= θ_o/θ_c)	(無次元)

ℓ : 地盤改良巾の数値 (図-2では(D+E)の厚みの数値, 図-5では $(\xi+h)$ の数値とする)	m
ξ : x 点での管列面より内側凍土表面迄の距離(t 時点)	m
$\bar{\xi}$: x 点での平衡凍土厚($t \rightarrow \infty$ の時)	m
$\bar{\xi}_\infty$: $x \rightarrow \infty$ での $\bar{\xi}$ の値(限界凍土厚)	m
ξ_1 : 初期凍土厚	m
ξ' : 凍結立坑の外側凍土厚(t 時点)	m
ξ_m : 凍土壁の凍結管管列面よりの平均厚(t 時点)	m
x_1 : 初期凍土厚を維持する($\bar{\xi}$ が ξ_1 に一致するときの) x の値	m
Ξ : 掘削後の凍土壁の全凍土厚	m
σ_s : 砂凍土の曲げ設計強度	kgf/cm ² (MPa)
σ_c : 砂凍土の圧縮設計強度	kgf/cm ² (MPa)
σ_t : 砂凍土のせん断設計強度	kgf/cm ² (MPa)
P_1 : 凍土壁外側面にかかる外圧	tonf/m ² (MPa)
ℓ_s : H 鋼杭の間隔	m
S_f : 凍土の安全率	(無次元)
W : 湧水量	m ³ /h (m ³ s ⁻¹)

参考文献

- 1) 高志勤, 和田正八郎 : “土壌凍結法(1)”, 冷凍 第36巻, 第408号, p. 5, 冷凍協会, 1961.
- 2) 生頼孝博 : “地盤凍結”, 冷凍空調便覧[IV], 5版, p. 382, 冷凍協会, 1993.

- 3) YA.トルマン, NG.トルウハック(原田千三訳) : “凍結工法”, p. 103, 鹿島出版会, 1973.
- 4) 高志勤 : “凍結管列の凍結結合に対する地下水流の影響について”, 土木学会論文報告集, 第161号, p. 51, 1969.
- 5) 戸部陽, 加藤哲治 : “地下水流の影響を受ける厚みのある凍土壁の凍結閉塞について”, 土木学会論文集, 第547号/III-36, pp. 75~86, 1996. 8.
- 6) 戸部陽 : “地盤凍結工法における地下水流の影響について”, 冷凍第51巻, 第585号, pp. 19~23, 冷凍協会, 1976.
- 7) Giedt, W. H. (横堀まか訳) : “基礎伝熱工学”, p. 120, 丸善, 1960.
- 8) 武田晋一郎 : “演算子法演習”, p. 88, 培風館, 1967.
- 9) 高志勤, 住吉正光 : “液化低温ガス貯蔵用地下タンク周囲の地盤凍結について[1]”, 冷凍第44巻, 第504号, pp. 20~32, 冷凍協会, 1969.
- 10) 戸部陽, 秋元攻 : “凍土内温度分布計算式とその応用”, 第54巻, 第622号, pp. 3~11, 冷凍協会, 1979.
- 11) (社) 日本建設機械化協会編“地盤凍結工法”, p. 45, 同協会発行, 1982.
- 11)に同じ, pp. 34~37
- 13) (株) 精研・カタログ「ARTIFICIAL SOIL FREEZING」, p. 9, 同社発行, 2000.
- 14) 11)に同じ, p. 39
- 15) 戸部陽 : “地盤凍結工法の工学的基礎研究”, 群馬大学学位論文, 2000.

(1999.8.27 受付)

ON THE SOIL-FREEZING METHOD UNDER THE INFLUENCE OF GROUND WATER FLOW

Noburu TOBE, Harumi TANIGUTI and Motonori ENOKIDO

The present study newly derives temperature distribution inside a ground in the case where ground water flows in a uniform manner inside the ground which has a cooling surface and a heated surface disposed in parallel each other sandwiching the ground, and a method to calculate the growth of frozen soil to be produced in the region is shown.

As an application of the theory, it is shown that, also in the case where a lot of ground water is gushed out from the bottom in a freeze wall cofferdam, a freezing region locally undergoes ground improvement measures so that construction works can be safely executed.