

円柱周辺剥離流れの不安定性に関する線形安定性解析

比江島慎二¹・野村卓史²

¹正会員 工博 岡山大学講師 環境理工学部環境デザイン工学科 (〒700-8530 岡山県岡山市津島中3-1-1)

²正会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8-14)

静止円柱周辺流れに対し線形安定性解析を適用し、剥離直後のせん断層の不安定性について検討するとともに、その不安定性により増幅された攪乱がカルマン渦形成に関わる後流不安定性に与える影響について考察した。その結果、剥離直後のせん断層で増幅率の高い変動成分の周波数域は遷移波と呼ばれる不安定変動の周波数域にはほぼ一致すること、遷移波周波数の攪乱により励起された孤立渦は円柱背部での波数増加や位相速度低下により渦どうしの合体を生じやすいことなどが明らかとなった。また、遷移波周波数の攪乱により励起された渦やそれらの渦の合体による強い変動成分は後流の流速分布特性を顕著に変化させる。そのため後流不安定性が変化し、カルマン渦放出特性などにも強い影響を及ぼすことが示された。

Key Words: circular cylinder, flow control, linear stability theory, periodic excitation, separated shear flow, shear layer instability, transition wave

1. はじめに

土木・建築構造物の多くは空力的に鈍い断面形状をしており、構造物表面で流れが剥離し、構造物周辺に周期的な剥離渦が放出される。剥離せん断層から生じた周期的な剥離渦は、周期的な変動空気を構造物に与え、渦励振などのいわゆる空力弾性振動を引き起こす原因となる。また強風時の橋梁高欄の平板列¹⁾や送電線、あるいは高速走行列車のパンタグラフ²⁾などから発生する空力騒音も、剥離せん断層から生じた周期渦による圧力変動が原因であることが知られている。剥離せん断層から放出される周期渦が原因となるこれらの流体励起振動や流体励起騒音の問題は、土木・建築・機械・航空などのさまざまな分野で発生しており、近年の構造物の長大化や軽量化、あるいは交通機関の高速化などに伴い、その発生頻度はますます高まっている。したがって、物体周辺の周期渦の形成機構の解明やその効率的な制御法の開発は工学上非常に重要な課題である。

物体周辺の剥離流れにより形成される周期渦の典型的な例として、円柱後流に形成されるカルマン渦がよく知られている。Koch³⁾は円柱のカルマン渦の形成機構について、円柱後流部の絶対不安定性、すなわち攪乱が特定の位置で時間的に増幅するような不安定性が周期渦形成の要因であると主張している。また、物体後流域の絶対不安定性がカルマン渦の形

成に強く関係していることを示唆する数値解析結果なども報告されている^{4), 5)}。西岡ら⁶⁾は円柱周辺流れの不安定性に関する実験において、円柱後流の速度分布に起因する不安定性と円柱側面上から剥離した直後の剥離せん断層の不安定性の2つの不安定性が円柱のカルマン渦形成に関与することを指摘するとともに、カルマン渦列の周波数特性を強く支配するのは前者の不安定性であることを示している。さらに西岡らは円柱後流の速度分布に起因する不安定性について、Kochらと同様に絶対不安定性の存在の可能性を示唆している。また同時に、カルマン渦形成に関して剥離直後の剥離せん断層の不安定性に強く影響される初期成長領域での攪乱の挙動を重視するUnal and Rockwell⁷⁾の主張に異論を唱えている。

しかしながら、剥離直後のせん断層の不安定性と干渉するような変動成分が外部から人為的に付加されたり、あるいはそのような変動成分が主流中に含まれるような場合には、剥離直後の剥離せん断層の不安定性により、それらの変動成分が強い変動や渦を励起し、後流域の不安定性やカルマン渦形成に強い影響を与える可能性がある。実際に、円柱周辺の剥離せん断層を音響攪乱により刺激するいくつかの実験⁸⁾⁻¹⁴⁾によれば、剥離直後の剥離せん断層の不安定性に関する周波数の音響を周辺流れに付加することにより、強い攪乱が剥離せん断層に励起され、円柱後流のカルマン渦の放出特性や円柱の空力特性が

変化することが報告されている。円柱周辺流れへの周期的攪乱の付加による渦励振制御効果を検討した著者らの数値シミュレーション^{15)~18)}においても、やはり剥離せん断層の不安定性に関する周波数の攪乱の付加により円柱のカルマン渦放出特性などが顕著に変化することが明らかになっている。

このように剥離直後の剥離せん断層で発達した攪乱が円柱後流のカルマン渦の放出特性や空力特性などを変化させる効果は、構造物の周辺流れや空力特性に及ぼす主流中の乱れの影響、空力弾性振動の発生メカニズム、あるいは人為的な攪乱による構造物まわりの流れ制御、空力騒音や空力弾性振動の制御¹⁹⁾などに関連して工学的に興味深い現象である。文献15)~18)では、剥離せん断層の不安定性に関する周波数の攪乱付加により、円柱周辺の剥離流れ特性が変化し、ひいてはカルマン渦の放出特性にも影響が及ぼされることを数値シミュレーションで確認した。本研究では、そのような攪乱の作用の原因となる剥離せん断層の不安定性について、数値シミュレーションにおける流れ場を対象に定量的に解析する。流れの不安定性解析法の1つである線形安定性解析^{20)~24)}を用いて、円柱周辺の剥離せん断層の不安定性を定量的に解析するとともに、その不安定性により励起される攪乱の基本的特性について考察する。また剥離せん断層で励起された攪乱が、円柱後流域の不安定性やカルマン渦の放出特性などに与える影響についても検討する。

なお線形安定性解析の対象とする静止円柱周辺流れの数値シミュレーション^{15)~18)}は、 $Re = 2000$ における2次元解析であり乱流モデルは用いていない。一般に、2次元解析の場合、剥離流れの特性や空力特性が3次元解析や風洞実験の場合とは定量的に異なる値を示す傾向がある。しかしながら、2次元の数値シミュレーションにおいても、攪乱付加によるカルマン渦放出周波数の変化や空力特性の変化などの本質的な特性はとらえられており^{15)~18)}、円柱周辺剥離流れの不安定性とそれにより増幅される攪乱の基本的特性を把握することは十分可能であると考えられる。

2. 線形安定性理論

(1) 基礎方程式

線形安定性解析^{20)~24)}は、Navier-Stokes 方程式および連続の式において時間平均成分と変動成分の分離、変動成分の高次項の無視、平行流の仮定などにより

得られる Orr-Sommerfeld 方程式を基礎式とし、与えられた主流方向の平均流速分布に対する固有値解析により流れの不安定性を解析する手法である。この手法は、境界層流、噴流²⁵⁾、剥離流^{26), 27)}、伴流^{28)~30)}などの流れにおける変動成分の増幅率、波数、位相速度などの特性を知ることができる。

線形安定性理論の基礎式である Orr-Sommerfeld 方程式は、以下のように記述される²⁰⁾。

$$\left(U^* - \frac{\sigma^*}{\alpha^*} \right) \left(\frac{d^2}{dy^{*2}} - \alpha^{*2} \right) \varphi^* - \frac{d^2 U^*}{dy^{*2}} \varphi^* = \frac{1}{i\alpha^* Re} \left(\frac{d^2}{dy^{*2}} - \alpha^{*2} \right)^2 \varphi^* \quad (1)$$

ここで、 y^* は物体代表長 D で無次元化された流れ直角方向座標、 U^* は主流流速 U で無次元化された平均流速分布、 Re は D を代表長とするレイノルズ数、 $i = \sqrt{-1}$ である。また α^* 、 σ^* 、 φ^* はそれぞれ流れ直角方向の変動流速の無次元波数、無次元角周波数、無次元振幅である。

またレイノルズ数 $Re > 100$ では、Orr-Sommerfeld 方程式の右辺の粘性項の影響はほとんど無視され、以下のような Rayleigh 方程式に簡略化される²⁴⁾。本解析では、このように粘性の影響を無視できる程度のレイノルズ数の流れを対象とする。

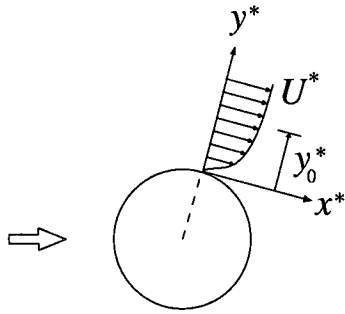
$$\left(U^* - \frac{\sigma^*}{\alpha^*} \right) \left(\frac{d^2}{dy^{*2}} - \alpha^{*2} \right) \varphi^* - \frac{d^2 U^*}{dy^{*2}} \varphi^* = 0 \quad (2)$$

式(2)は与えられた σ^* および U^* に対し固有値 α^* と固有関数 φ^* を定める。本解析では、 σ^* を実数、 α^* を複素数とする手法³¹⁾を用いるが、この場合、 α^* の実部 α_r^* が波数を表し、虚部の符号を変えた $-\alpha_i^*$ が空間的増幅率を与える。攪乱は $\exp(-\alpha_i^* x^*)$ (x^* は D で無次元化された流れ方向座標)で空間的に消長するので、流れは増幅率 $-\alpha_i^*$ が正の攪乱に対し不安定となる。

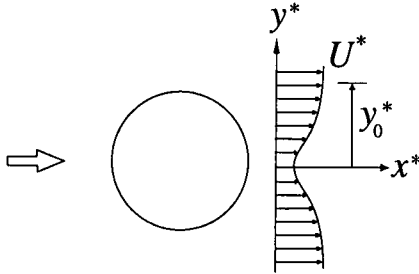
なお、剥離直後の剥離流れはおおよそ円柱表面に沿った流れとなっているが、その不安定性を検討する場合には、円周方向平均流速を U^* とすることによって、円周接線方向に局所的な平行流と仮定して解析する(図-1(a))。同様の平行流仮定により、浅井ら³²⁾は航空機翼表面の剥離流れの安定性を論じている。また、4章で扱う円柱後流の場合には、主流方向平均流速を U^* とした平行流仮定により不安定性の解析を行う(図-1(b))。

(2) 固有値方程式

図-1(a)のような円柱表面付近における剥離流れの流速分布のように、半無限領域 $0 \leq y^* < \infty$ を占める流



(a) 円柱表面付近の局所平行流



(b) 円柱後流の局所平行流

図-1 平行流の仮定

れの場合、流れの領域は実質的に U^* の分布に変化が存在する層 $0 \leq y^* \leq y_0^*$ とその外側の U^* の分布にほとんど変化がない層 $y^* > y_0^*$ に分けられる。 $y^* > y_0^*$ では式(2)の左辺第2項は無視できるため、 $y^* > y_0^*$ における式(2)の2つの特解は、

$$\varphi_1^*(y^*) = \exp[-\alpha^* y^*], \quad \varphi_2^*(y^*) = \exp[\alpha^* y^*] \quad (3, 4)$$

で与えられる。このうち境界条件 $\varphi^*(\infty) = 0$ を満足するのは φ_1^* である。一方、 $0 \leq y^* \leq y_0^*$ における解は、

$$\varphi^*(y^*) = A f_1(y^*) + B f_2(y^*) \quad (5)$$

で与えられる。ここに A と B は任意定数で、 $f_1(y^*)$ と $f_2(y^*)$ は式(2)の2つの独立解である。この $\varphi^*(y^*)$ と $\varphi_1^*(y^*)$ が解析的に接続するには、 $y^* = y_0^*$ において、

$$\varphi^*(y_0^*) = \varphi_1^*(y_0^*), \quad \varphi'^*(y_0^*) = \varphi_1'^*(y_0^*) \quad (6, 7)$$

が満足されればよい。この条件より A と B を求めると、

$$A = \frac{f_2'(y_0^*) + \alpha^* f_2(y_0^*)}{f_1(y_0^*) f_2'(y_0^*) - f_1'(y_0^*) f_2(y_0^*)} \exp[-\alpha^* y_0^*] \quad (8)$$

$$B = -\frac{f_1'(y_0^*) + \alpha^* f_1(y_0^*)}{f_2'(y_0^*) + \alpha^* f_2(y_0^*)} A \quad (9)$$

となるから、 $0 \leq y^* \leq y_0^*$ における $\varphi^*(y^*)$ は

$$\varphi^*(y^*) = A \left\{ f_1(y^*) - \frac{f_1'(y_0^*) + \alpha^* f_1(y_0^*)}{f_2'(y_0^*) + \alpha^* f_2(y_0^*)} f_2(y^*) \right\} \quad (10)$$

で与えられる。したがって境界条件 $\varphi^*(0) = 0$ から、固有値方程式、

$$f_1(0) f_2'(y_0^*) - f_1'(y_0^*) f_2(0) + \alpha^* \{ f_1(0) f_2(y_0^*) - f_1(y_0^*) f_2(0) \} = 0 \quad (11)$$

が導かれる。実際の解析では、

$$f_1(0) = 1, \quad f_1'(0) = 0 \quad (12, 13)$$

および

$$f_2(0) = 0, \quad f_2'(0) = 1 \quad (14, 15)$$

の境界条件のもとで $y^* = 0$ から $y^* = y_0^*$ まで Rayleigh 方程式(2)を直接積分し、得られた解が上記の固有値方程式を満足するような固有値 α^* を求める²⁰⁾。

また、図-1(b)に示す円柱後流の平均流のように、 x^* 軸に関して対称な流れを解析するには、 $y^* > 0$ の領域のみを考慮すればよく、上記と同様な定式化のもとで、境界条件 $\varphi^*(0) = 0$ を付与することによって、固有値方程式、

$$f_1'(0) f_2'(y_0^*) - f_1'(y_0^*) f_2'(0) + \alpha^* \{ f_1'(0) f_2(y_0^*) - f_1(y_0^*) f_2'(0) \} = 0 \quad (16)$$

が得られる。あとは同様に、Rayleigh 方程式(2)を直接積分し、得られた解が上記の固有値方程式を満足するように固有値 α^* を定める。

3. 剥離直後の剥離せん断層の不安定性

(1) 空間的増幅率および遷移波周波数との関係

図-2は円柱下流端からの角度 $\theta = 61^\circ \sim 94^\circ$ の円柱側面付近の円周方向平均流速 \bar{u}_θ の分布を数値シミュレーション¹⁵⁾⁻¹⁸⁾により求めた結果である。いずれの \bar{u}_θ も無次元継続時間 250 の時間平均により求めた。なお、 $\theta = 100^\circ$ 付近が剥離点に相当することを確認している。 $\theta \leq 74^\circ$ では $\bar{u}_\theta / U < 0$ となる逆流領域が円柱表面付近に存在するが、これは剥離後の死水域からの流入によるものである。また、いずれの \bar{u}_θ の分布形状も、 $r/D < 0.2$ (D は円柱直径) の急激な速度勾配を伴う領域に変曲点が存在しており、いわゆる変曲点不安定²³⁾の特徴を有する。したがって、変曲点を中心とするこの領域の流速分布が剥離せん断層の不

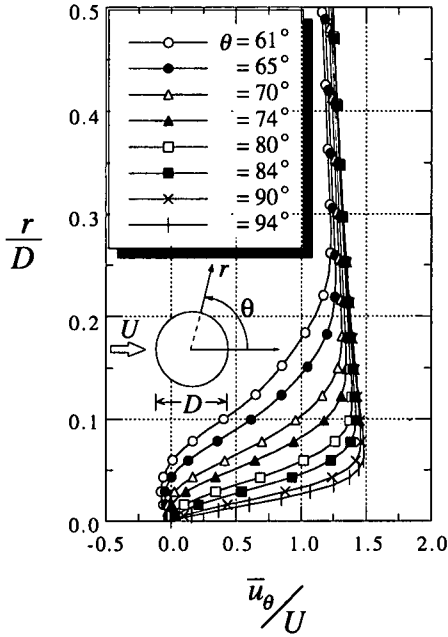


図-2 剥離直後の剥離せん断層付近における円周方向平均流速 \bar{u}_θ の分布¹⁵⁾⁻¹⁸⁾

安定性を決定すると考えられる。各 \bar{u}_θ 分布に対し、円周方向の流れを局部的に平行な流れと仮定して線形安定性解析を適用し、円柱表面から剥離した直後の剥離せん断層の不安定性について検討した。

図-3 (a)に図-2の各 \bar{u}_θ 分布に対し線形安定性解析を適用して得られた空間的増幅率 $-\alpha_i$ を示す。それぞれの \bar{u}_θ 分布には、その分布特性に起因して増幅率の高い周波数域が存在することが分かる。増幅率の最大値はおよそ $f/f_s = 3.0 \sim 4.5$ (f_s は $Re = 2000$ における静止円柱のカルマン渦放出周波数) の周波数域に存在しており、これらの周波数域に相当する変動が流れ中に含まれる場合、それらの変動成分は剥離せん断層内で効率的に増幅されると考えられる。円柱の剥離せん断層付近に見られる遷移波³³⁾と呼ばれる周期的な微小変動は、このような剥離直後の剥離せん断層の不安定性により、自然攪乱中において増幅率の高い周波数成分が選択的に増幅されて発生したものと考えられている。Wei³⁴⁾や Bloor³³⁾がさまざまな Re 数領域において遷移波周波数を測定した実験結果によれば、 $Re = 2000$ における Wei および Bloor による遷移波周波数 f_i の予測値はそれぞれ $f_i/f_s = 3.51$ および $f_i/f_s = 4.45$ となっており、確かに図-3 (a)において増幅率の高い $f/f_s = 3.0 \sim 4.5$ の周波数域に近い。

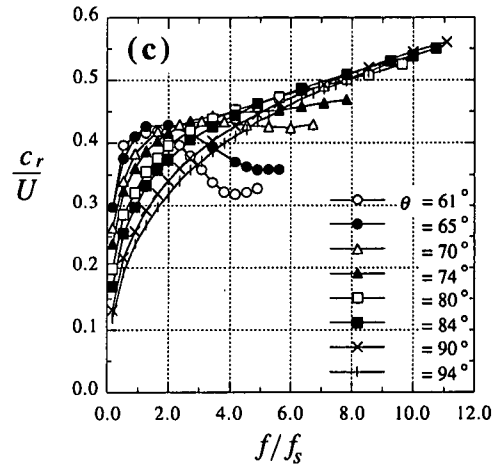
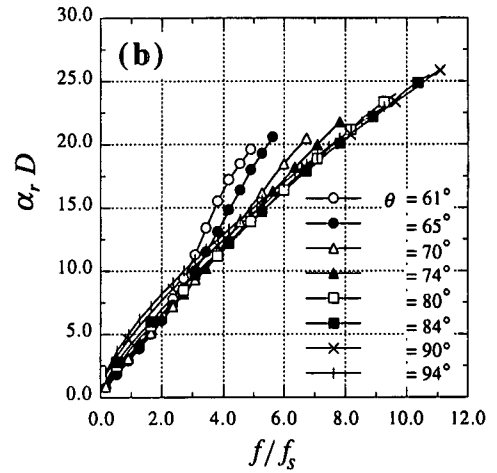
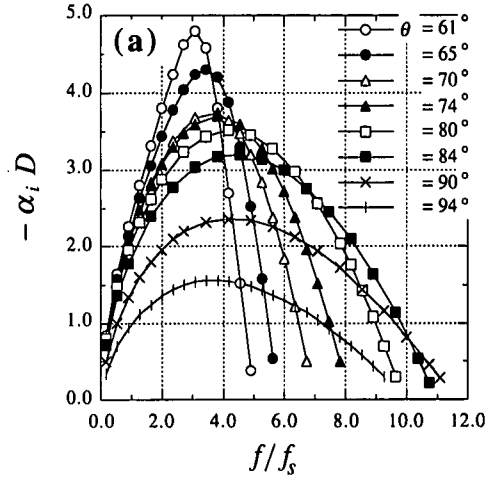


図-3 剥離直後の剥離せん断層における空間的増幅率 $-\alpha_i$ 、波数 α_r 、位相速度 c_r の周波数特性

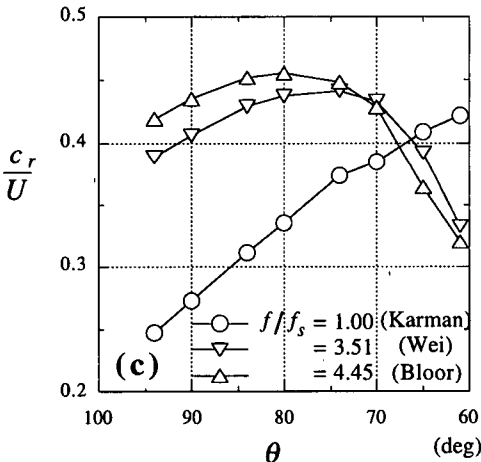
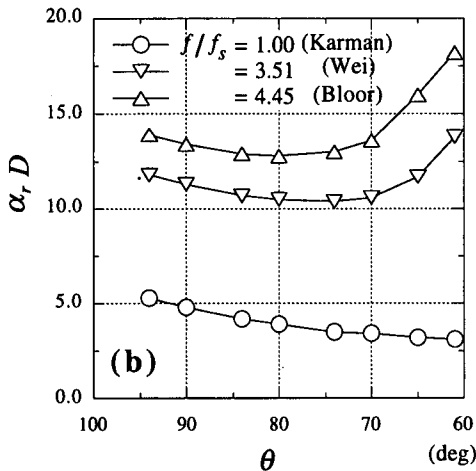
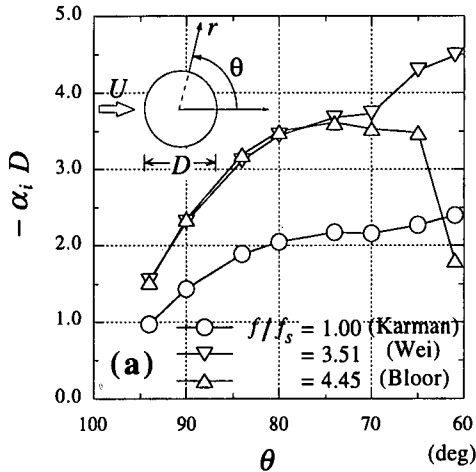


図-4 遷移波周波数成分の空間的増幅率 $-\alpha_r$, 波数 α_r , 位相速度 c_r の剥離せん断層流下方向への変化

(2) 波数および位相速度の周波数特性

図-3 (b), (c)には同じく図-2の各 \bar{u}_θ 分布に対する線形安定性解析から得られた波数 α_r および位相速度 c_r の結果を示している。なお位相速度 c_r は $c_r = 2\pi f / \alpha_r$

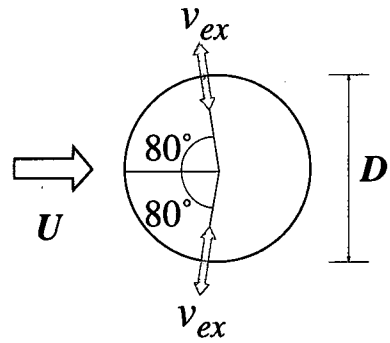
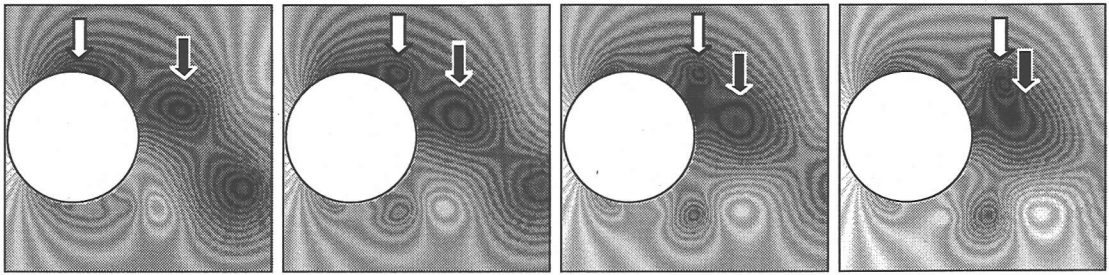


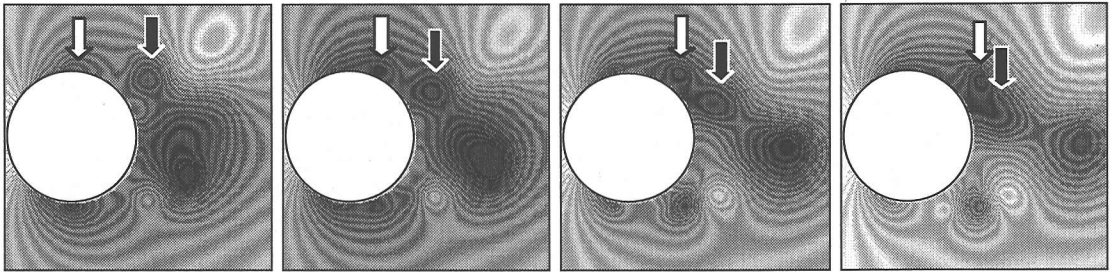
図-5 周期的擾乱

の関係式により求められる。波数 α_r は周波数とともに単調に増加しており、カルマン渦放出周波数に相当する $f/f_s = 1.0$ 付近の変動成分では、 $\alpha_r = 2\pi/\lambda$ (λ は波長)により波長に換算して $\lambda = 1.3D \sim 2.2D$ 程度 ($\alpha_r D = 2.9 \sim 4.8$)、WeiやBloorの遷移波周波数に近い $f/f_s = 3.5 \sim 4.5$ 付近の変動成分の場合は $\lambda = 0.3D \sim 0.6D$ 程度 ($\alpha_r D = 10.5 \sim 20.9$)となっている。また $\theta = 61^\circ, 65^\circ$ の比較的下流域では、WeiやBloorの遷移波周波数に近い $f/f_s = 4.0$ 付近の変動成分の α_r が急激に上昇するという特徴が見られる。一方、位相速度 c_r は、 $\theta = 74^\circ \sim 94^\circ$ 付近の比較的上流域では周波数の増加とともに単調増加しているが、 $\theta = 61^\circ \sim 70^\circ$ 付近の下流域では、ある周波数付近で極小値を1つ持つような分布となっている。特に $\theta = 61^\circ, 65^\circ$ の場合には、ちょうど遷移波周波数に相当する $f/f_s = 4.0 \sim 5.0$ 付近に明確な極小値が存在しており、円柱背部付近でこれらの変動成分の位相速度すなわち流下速度が大きく低下することを示している。

次に $f/f_s = 3.51$ (Weiの遷移波周波数)、 4.45 (Bloorの遷移波周波数)の各成分の空間的増幅率、波数、位相速度について、剥離せん断層流下方向への変化を示したのが図-4 (a)~(c)である。図中には比較のため $f/f_s = 1.00$ (カルマン渦放出周波数)の成分の変化についても示してある。 $f/f_s = 3.51, 4.45$ の遷移波周波数成分の場合、 $f/f_s = 1.00$ の成分に比べて、剥離せん断層内における高い増幅率を確認できるとともに、 $\theta = 70^\circ \sim 60^\circ$ 付近の下流域における α_r の急激な増加および c_r の急激な低下も確認できる。これらの結果より、遷移波周波数を有する外乱が剥離せん断層に付加された場合、高い増幅率によって強い変動あるいは渦が剥離せん断層に励起されるとともに、円柱背部付近ではそれらの変動あるいは渦の流下速度の低下や渦どうしの間隔(波長)の減少によって、渦どうしの合体が頻繁に生じる可能性が示唆される。



(a) $f_{ex}/f_s = 3.51$ (Wei の遷移波周波数, 対称攪乱)



(b) $f_{ex}/f_s = 4.45$ (Bloor の遷移波周波数, 対称攪乱)

図-6 遷移波周波数の攪乱付加により励起された渦どうしの合体

(3) 円柱背部における遷移波周波数成分の渦の合体

遷移波周波数の外乱により励起された渦どうしの合体を確認するため、実際に人為的な外乱を剥離せん断層に付加した以前の数値シミュレーションの結果¹⁵⁾⁻¹⁸⁾を用いて、外乱により励起される渦の挙動についての詳細な可視化を行った。なお、数値シミュレーションの解析手法、解析条件、外乱として用いた周期的攪乱については文献¹⁵⁾⁻¹⁸⁾に詳しく述べられている。周期的攪乱は、図-5のように上流側よどみ点から円周方向に 80° (剥離点付近に相当)をなす円柱表面上の2点において周期的に変動する流速境界条件(変動流速 v_{ex})として与えている。円柱表面上2点の攪乱の位相が等しい場合を対称攪乱と呼び、位相が 180° 異なる場合を逆対称攪乱と呼ぶ。また、付加する攪乱の強さは、円柱直径 D の投影面内に流入する主流流量 (UD) に対し、攪乱の変動流量 r.m.s 値が 0.6% 程度に設定した。

図-6は攪乱周波数 $f_{ex}/f_s = 3.51$ (Wei の遷移波周波数)、 4.45 (Bloor の遷移波周波数) の対称攪乱を付加したときの円柱周辺の圧力分布の時間変化である。いずれの場合も図中に矢印で示すように、上側の円柱側面の剥離せん断層から発達した攪乱による渦どうしが、円柱背部付近で合体する様子が示されている。このような渦の合体は断続的に発生し、逆対称攪乱の付加時にも同様に発生することが確かめられており、図-3および図-4の線形安定性解析の結果を

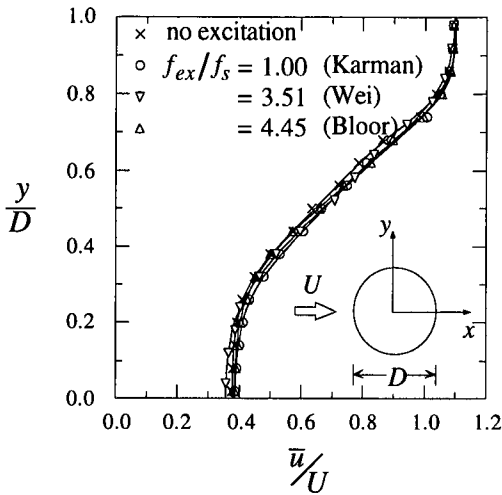
裏付ける。

4. 円柱後流の不安定性に及ぼす攪乱の影響

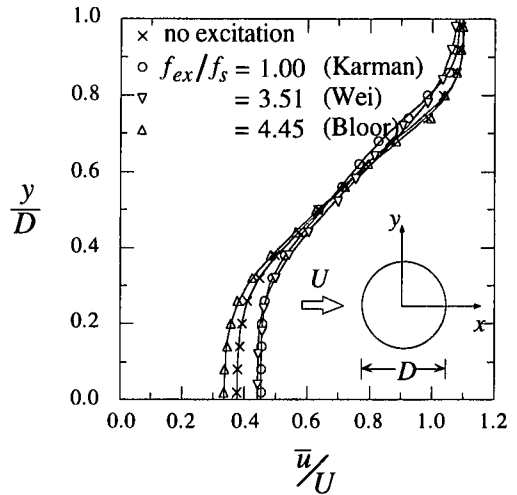
静止円柱周辺の剥離せん断層を音響攪乱により刺激するいくつかの実験⁸⁾⁻¹⁴⁾によれば、遷移波周波数付近の音響を付加する場合には、カルマン渦放出周波数や空気力特性が顕著に変化することが報告されている。また円柱周辺の剥離流れを周期的な攪乱で刺激する著者らの数値シミュレーション¹⁵⁾⁻¹⁸⁾においても同様に、遷移波周波数付近の攪乱がカルマン渦の放出特性や空気力特性を変化させるのに効果が高いことが明らかになっている。これは前章で見たように、遷移波周波数の攪乱が剥離せん断層における高い増幅作用により強い変動に成長するとともに、それによって励起された渦どうしが合体するなどして、円柱後流の流速分布特性あるいは後流域の不安定性に強い影響を及ぼしているのが原因と考えられる。そこで遷移波周波数付近の攪乱により励起された変動あるいは渦が円柱後流の不安定性に及ぼす影響について、線形安定性解析により検討した。

(1) 攪乱付加時の後流の平均流速分布

線形安定性解析の対象とする静止円柱後流部の主流方向 (x 方向) 平均流速 \bar{u} の分布¹⁵⁾⁻¹⁸⁾を図-7に示す。いずれの \bar{u} も無次元継続時間 250 の時間平均により

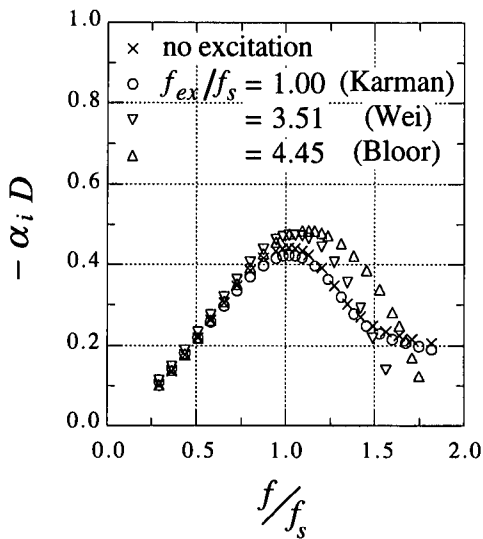


(a) 対称攪乱付加時

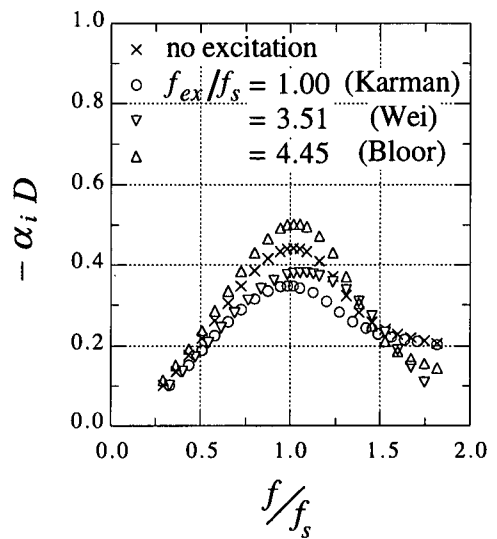


(b) 逆対称攪乱付加時

図-7 円柱後流の主流方向平均流速 \bar{u} の分布¹⁵⁾⁻¹⁸⁾



(a) 対称攪乱付加時



(b) 逆対称攪乱付加時

図-8 攪乱付加による円柱後流の空間的増幅率の変化

求めている。図-7には $f_{ex}/f_s = 3.51$ (Wei の遷移波周波数), 4.45 (Bloor の遷移波周波数) の周波数の攪乱の他に, 比較のため $f_{ex}/f_s = 1.00$ (カルマン渦放出周波数) の周波数の攪乱を付加した場合および攪乱なしの場合の \bar{u} を示している。 $f_{ex}/f_s = 4.45$ の対称攪乱の場合は $x/D = 1.1$, それ以外の場合は $x/D = 1.3$ における \bar{u} 分布であり, いずれも円柱後流部において主流直角方向 (y 方向) 変動流速の r.m.s 値がほぼ最大となる x 位置に相当する。

また, \bar{u} の各プロットは有限要素メッシュ上の節

点流速を線形補間して評価するため, 線形安定性解析を適用する際に必要な \bar{u} と \bar{u} の微分値の分布形状が滑らかになっていない。そこで図中に実線で示したように, それぞれの \bar{u} のプロットを指数関数を用いた回帰曲線により近似した。回帰曲線は $p_1 \sim p_8$ をパラメータとした次のような形式とし, 非線形最小 2 乗法の 1 つである Levenberg-Marquardt 法³⁵⁾によりそれぞれのパラメータの値を決定した。

$$\frac{\bar{u}}{U} = p_1 - \frac{p_2}{1 + p_3 \exp[p_4 + p_5 y + p_6 y^2 + p_7 y^3 + p_8 y^4]} \quad (17)$$

(2) 攪乱による後流不安定性の変化

図-7の \bar{u} 分布の回帰曲線に対する線形安定性解析の結果を図-8に示す。攪乱を付加しない場合は、増幅率が最大となる周波数は $f/f_s = 1.00$ 付近となっており、円柱後流で最も不安定となる変動の周波数はカルマン渦放出周波数 f_s に一致する。すなわち、カルマン渦は円柱後流の平均流速分布に起因する不安定性において最も増幅率の高い周波数成分として形成される。

図-7(a)の対称攪乱を付加した場合、Bloorの遷移波周波数 $f_{ex}/f_s = 4.45$ の攪乱付加により、増幅率が最大となる周波数が $f/f_s = 1.10$ 付近に上昇している。このことは、カルマン渦放出周波数が1割程度増加することを意味する。以前の数値シミュレーション¹⁵⁾⁻¹⁸⁾においても、 $f_{ex}/f_s = 4.45$ の対称攪乱を付加した場合にカルマン渦放出周波数が $f/f_s = 1.10$ 付近に増加することを確認しており、線形安定性解析の結果とよく一致する。またWeiの遷移波周波数 $f_{ex}/f_s = 3.51$ の対称攪乱を付加した場合は、増幅率が最大となる周波数はほとんど変化しないが、増幅率の最大値や分布形状は攪乱なしの場合に比べ変化している。しかし、カルマン渦放出周波数に等しい $f_{ex}/f_s = 1.00$ の対称攪乱の場合の増幅特性は攪乱なしの場合とほとんど変化していない。

図-7(b)の逆対称攪乱を付加した場合は、 $f_{ex}/f_s = 3.51$ の周波数の攪乱の付加時に増幅率が最大となる周波数が $f/f_s = 1.05$ 付近に上昇している。このようなカルマン渦放出周波数の上昇は、やはり数値シミュレーション¹⁵⁾⁻¹⁸⁾においても確認されている。 $f_{ex}/f_s = 4.45$ の逆対称攪乱の場合は増幅率が最大となる周波数はほとんど変化しないが、やはり増幅率の最大値や分布形状は攪乱なしの場合に比べ変化している。また $f_{ex}/f_s = 1.00$ の逆対称攪乱の場合には、増幅率が最大となる周波数が変化しないのは対称攪乱の場合と同じであるが、増幅率の分布形状は攪乱なしの場合に比べ多少変化している。これは、2つの剥離せん断層を交互に刺激するという $f_{ex}/f_s = 1.00$ の逆対称攪乱の刺激パターンが、やはり2つの剥離せん断層から交互に放出されるカルマン渦の放出パターンと一致するため、攪乱により励起された変動がカルマン渦と干渉しやすく、円柱後流の流速分布にも影響を与えたのが原因と考えられる。

以上の結果より、 $f_{ex}/f_s = 3.51, 4.45$ などの遷移波周波数付近の攪乱は円柱後流の不安定性を顕著に変化させる効果を有しており、カルマン渦放出特性などに強い影響を与え得ることが明らかとなった。こ

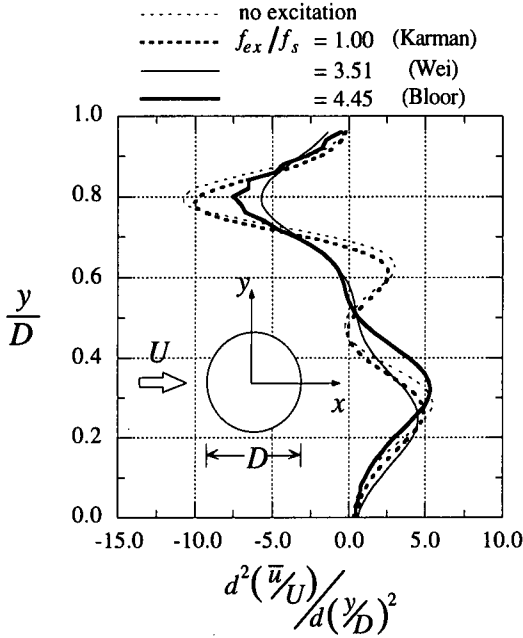
のような効果は、剥離せん断層における遷移波周波数の攪乱の高い増幅率、円柱背部における波数の増加および位相速度の低下などに起因した渦どうしの合体などにより、後流の不安定性に関わる流れ特性が強い影響を受けたのが原因である。既往の実験⁹⁾⁻¹⁴⁾などにおいて、遷移波周波数付近の音響攪乱の付加により円柱のカルマン渦放出周波数や空気力特性が顕著に変化したのも、このような遷移波周波数の攪乱による円柱後流域の不安定性の変化が要因であると考えられる。なおこのような効果を利用すれば、遷移波周波数付近の攪乱を人為的に剥離せん断層に送り込むことにより、物体後流の不安定性を変化させ、カルマン渦の放出特性や物体に作用する空気力特性などを小さな制御エネルギーで効率的に制御できる可能性がある。また主流中の自然の乱れに遷移波周波数付近の成分が多く含まれるような場合、物体後流の不安定性は少なからず影響を受けると考えられ、物体の空力特性が著しく変化する可能性も示唆される。

(3) 攪乱による後流平均流速分布特性の変化と不安定性変化との関係

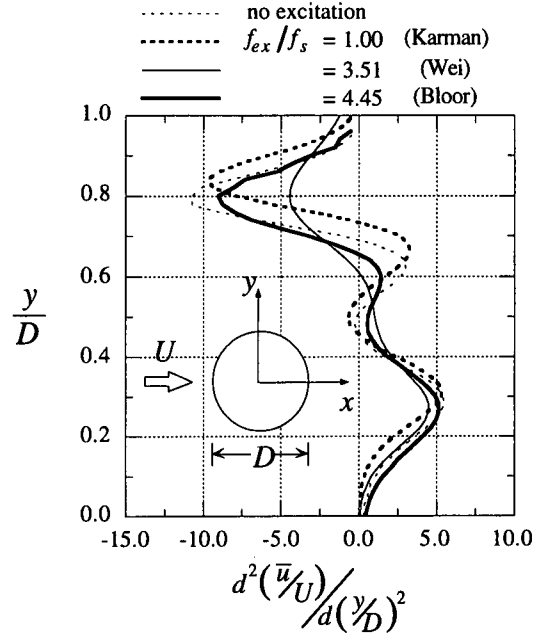
式(2)のRayleigh方程式によれば、線形安定性理論における流れの不安定性は平均流速分布および平均流速分布の曲率により決定される。そこで遷移波周波数の攪乱付加時の円柱後流の平均流速分布およびその曲率の変化と後流不安定性の変化との関係について検討した。

図-7(b)によれば、逆対称攪乱を付加した場合には円柱後流の速度欠損が攪乱なしの場合に比べて顕著に変化しており、その増減の傾向は図-8(b)の攪乱なしの場合に対する各攪乱付加時の増幅率の最大値の増減の傾向とよく一致している。一方、図-7(a)に示すように、攪乱なしの場合に対してほとんど速度欠損に変化の見られない対称攪乱の場合には、図-8(a)の増幅率の最大値の変化も小さい。このことから、攪乱による後流の増幅率の最大値の変化は主に後流の速度欠損の大きさの変化に起因していると考えられる。

次に、図-7に示した平均流速 \bar{u} の回帰曲線について、その曲率 $d^2\bar{u}/dy^2$ を求めた結果を図-9に示す。攪乱を付加しない場合、 \bar{u} の曲率分布は極大値と極小値がそれぞれ2つずつ存在するような分布形状であるのに対し、遷移波周波数に相当する $f_{ex}/f_s = 3.51, 4.45$ の攪乱を付加した場合は、極大値と極小値がそれぞれ1つずつになるなど、 \bar{u} の曲率分布の形状が大きく変化している。ただし $f_{ex}/f_s = 4.45$ の逆対称



(a) 対称攪乱付加時



(b) 逆対称攪乱付加時

図-9 攪乱付加による円柱後流の主流方向平均流速分布の曲率の変化

攪乱の場合は、極大値・極小値が攪乱なしの場合と同じく2つずつ存在しており分布形状が比較的攪乱なしの場合に似ている。また $f_{ex}/f_s = 1.00$ の攪乱を付加した場合は、対称・逆対称攪乱いずれの場合も攪乱を付加しない場合の \bar{u} の曲率分布とほとんど変化がない。攪乱付加時におけるこれらの曲率分布の変化の傾向を図-8の増幅率と比較すると、攪乱なしの場合に対する曲率分布形状の変化が比較的大きい $f_{ex}/f_s = 4.45$ の対称攪乱や $f_{ex}/f_s = 3.51$ の逆対称攪乱の場合には、前節でも見たように増幅率が最大となる周波数すなわちカルマン渦放出周波数が変化している。このことからカルマン渦放出周波数は \bar{u} の曲率分布の特性と深く関わっており、遷移波周波数の攪乱付加によるカルマン渦放出周波数の変化は \bar{u} の曲率分布の顕著な変化に起因すると考えられる。

このように、遷移波周波数の攪乱付加による円柱後流の不安定性の変化は、平均流速分布やその曲率の顕著な変化に起因しているが、同じ遷移波周波数付近の攪乱でも、攪乱の周波数や対称・逆対称の違いによって平均流速分布やその曲率に及ぼす影響が異なっている。これは、剥離直後の剥離せん断層における増幅率、波数、位相速度などの違いによって剥離せん断層に励起される渦やそれらの渦の合体に

より生じる渦の特性が多少異なるため、後流の平均流速分布特性に与える影響も異なっているのが主な原因と考えられる。しかしながら、攪乱により励起される渦の特性とそれによって生じる後流平均流速分布特性の変化との関係については不明であり、今後さらに検討する必要がある。

5. まとめ

静止円柱周辺流れに線形安定性解析を適用することにより、剥離直後の剥離せん断層の不安定性やその不安定性により励起される攪乱の特性、また剥離せん断層で励起された攪乱が円柱後流部の不安定性に及ぼす影響などについて検討した。その結果、以下のような知見が得られた。

(1) 剥離直後の剥離せん断層は、その平均流速分布に起因して特定の周波数域の変動に対し、高い増幅率を有する。そのような増幅率の高い周波数域は、WeiやBloorが実験により測定した遷移波と呼ばれる不安定変動の周波数域とほぼ一致する。

(2) 遷移波周波数域の変動成分は、剥離せん断層で高い増幅率を有するだけでなく、円柱背部付近にお

いて位相速度の低下や波長の減少などの特性を有している。このことは、剥離せん断層に遷移波周波数の攪乱が付加された場合、攪乱により励起された渦などが円柱背部付近で合体を生じる可能性を示唆する。実際に、遷移波周波数の攪乱を剥離せん断層に付加する数値シミュレーションの可視化によれば、円柱背部付近において攪乱により励起された渦どうしの合体が頻繁に生じることが確認された。

(3) 遷移波周波数の攪乱付加により、剥離直後の剥離せん断層で励起された渦やそれらの渦どうしの合体によって生じた強い変動成分は、カルマン渦形成に関わる円柱後流の不安定性を変化させることが明らかとなった。このことが、遷移波周波数の攪乱付加によるカルマン渦の放出特性や円柱の空力特性などの顕著な変化の要因となっている。

(4) 円柱後流における増幅率の最大値は円柱後流の速度欠損の大きさに依存し、増幅率が最大となる周波数すなわちカルマン渦放出周波数は円柱後流の平均流速の曲率の分布特性と深く関わっていることが明らかとなった。遷移波周波数付近の攪乱が円柱後流部の不安定性を変化させる効果が高いのは、これらの円柱後流の平均流速分布の特性を変化させる効果が高いためである。

本研究では、遷移波周波数の攪乱が剥離せん断層で効率よく増幅され、それにより生じた渦やそれらの渦どうしの合体の影響などにより円柱後流部の不安定性、あるいはカルマン渦放出特性などが顕著に変化することが明らかとなった。このような攪乱による効果を利用すれば、今後さらに長大化・高層化する構造物の空力弾性振動や、その他の工学分野で問題となるさまざまな流体励起振動を小さな制御エネルギーで効率的かつ経済的に制御できる可能性がある。また、主流中の乱れ成分に剥離せん断層での増幅率が高い成分が多く含まれるような場合、そのような成分を含まない流れに比べて構造物の空力特性が著しく変化する可能性があり、構造物の耐風安定性を検討する際には、そのような乱れ成分を含む流れでの安定性を十分考慮する必要性を強く示唆するものである。

謝辞：本研究の一部は、(財)ウエスコ学術振興財団学術研究費助成および(財)中国電力技術研究財団試験研究助成により行われたことを付記し、ここに謝意を表します。

参考文献

1) 比江島慎二, 嶋田隆一, 木村吉郎, 藤野陽三, 野村卓

- 史; 平板列で構成される高欄に生じる空力音に関する実験的研究, 日本風工学会誌, No.55, pp.111-112, 1993.
- 2) 東昭彦: 高速列車の空力音の低減, 日本音響学会誌, 55巻9号, pp.656-660, 1999.
- 3) Koch, W.: Local instability characteristics and frequency determination of self-excited wake flows, *J. Sound and Vibration*, Vol. 99, pp.53-83, 1985.
- 4) Hannemann, K. and Oertel, H. J.: Numerical simulation of the absolutely and convectively unstable wake, *J. Fluid Mech.*, Vol. 199, pp.55-88; 1989.
- 5) 浅井雅人, 大山真生, 西岡通男: カルマン渦列の発生過程の数値実験, 第25回乱流シンポジウム講演論文集, pp.10-13, 1993.
- 6) 西岡通男, 浅井雅人, 古本伸一: カルマン渦列形成領域における攪乱増幅特性, ながれ, Vol. 10, pp.269-276, 1991.
- 7) Unal, M. F. and Rockwell, D.: On vortex formation from a cylinder. Part 1. The initial instability, *J. Fluid Mech.*, Vol. 190, pp.491-512, 1988.
- 8) Peterka, J. A. and Richardson, P. D.: Effect of sound on separated flows, *J. Fluid Mech.*, Vol. 37, part 2, pp.265-287, 1969.
- 9) Zobnin, A. B. and Sushchik, M. M.: Influence of a high-frequency sound field on vortex generation in the wake of a cylinder, *Sov. Phys. Acoust.*, Vol. 35 (1), Jan.-Feb., pp.37-39, 1989.
- 10) Hsiao, F. B. and Shyu, J. Y.: Influence of internal acoustic excitation upon flow passing a circular cylinder, *J. Fluids and Structures*, Vol. 5, pp.427-442, 1991.
- 11) Sheridan, J., Soria, J., Jie Wu and Welsh, M. C.: The Kelvin-Helmholtz instability of the separated shear layer from a circular cylinder, *Proc. of IUTAM Symp. on Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities*(ed. H. Eckelmann et al.), pp.115-118, Berlin: Springer-Verlag, 1992.
- 12) 岡本 覚, 廣瀬達三, 安達 勤: 円柱からの渦流出に及ぼす音波の影響 (円柱軸方向に音響的かく乱を加えた場合), 日本機械学会論文集 (B編), 46巻405号, pp.813-820, 1980.
- 13) 岡本 覚: 円柱からの渦流出に及ぼす音響の干渉 — 円柱軸に直角方向に音響的かく乱を加えた場合 —, 空気調和・衛生工学会論文集, No. 44, pp.1-10, 1990.
- 14) 山中晤郎, 安達 勤: 円柱からの渦発生に及ぼす音響の干渉, 日本音響学会誌, 27巻5号, pp.246-256, 1971.
- 15) 比江島慎二, 野村卓史, 木村吉郎, 藤野陽三: 周期的な湧き出し・吸い込みによる円柱渦励振抑制に関する数値流体解析, 第14回風工学シンポジウム論文集, pp.187-192, 1996.
- 16) Hiejima, S., Nomura, T., Kimura, K. and Fujino, Y.: Numerical study on the suppression of the vortex-induced vibration of a circular cylinder by acoustic excitation, *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.67&68, pp.325-335, 1997.

- 17) 比江島慎二, 野村卓史: 振動円柱の空力安定性に及ぼす周期的湧き出し・吸い込みの影響, 応用力学論文集, Vol.1, pp.641-648, 1998.
- 18) Hiejima, S. and Nomura, T.: Numerical study of the effect of periodic velocity excitation on aerodynamic characteristics of an oscillating circular cylinder, *Int. J. Computational Fluid Dynamics*, Vol.12, pp.269-278, 1999.
- 19) 比江島慎二, 木村吉郎, 藤野陽三, 野村卓史: 音響攪乱による円柱の渦励振制御に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.171-179, 1995.
- 20) 巽 友正, 後藤金英: 流れの安定性理論, 産業図書, 1976.
- 21) 巽 友正: 乱流, 槇書店, 1962.
- 22) 後藤金英, 藤村 薫, 伊藤信毅, 西岡通男, 柳瀬真一郎, 堀内 潔, 山田道夫: 流れの空間安定性理論, 京都大学数理解析研究所講究録 569, 1985.
- 23) 日本流体力学会編: 流体力学の世界, 朝倉書店, 1990.
- 24) 谷一郎編: 乱流, 第2章, 丸善, 1980.
- 25) Mattingly, G. E. and Criminale, W. O.: Disturbance characteristics in a plane jet, *Phys. Fluids*, Vol. 14, pp.2258-2264, 1971.
- 26) Michalke, A.: On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 23, pp.521-544, 1965.
- 27) Nishioka, M., Asai, M. and Yoshida, S.: Control of flow separation by acoustic excitation, *AIAA Journal*, Vol.28, No.11, pp.1909-1915, 1990.
- 28) Mattingly, G. E. and Criminale, W. O.: The stability of an incompressible two-dimensional wake, *J. Fluid Mech.*, Vol. 51, pp.233-272, 1972.
- 29) Nakaya, C.: Instability of the near wake behind a circular cylinder, *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol. 41, pp.1087-1088, 1976.
- 30) Wazzan, A. R., Okamura, T. T. and Keltner, G.: Spatial stability of incompressible two-dimensional Gaussian wake in steady viscous flow, *Phys. Fluids*, Vol. 16, pp.1368-1370, 1973.
- 31) Gaster, M.: On the generation of spatially growing waves in a boundary layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 22, pp.433-441, 1965.
- 32) 浅井雅人, 西岡通男, 古本伸一: 翼面上剥離泡流れの音波に対する応答, 日本航空宇宙学会誌, 第42巻第485号, pp.395-402, 1994.
- 33) Bloor, M. S.: The transition to turbulence in the wake of a circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, Vol. 19, pp.290-304, 1964.
- 34) Wei, T. and Smith, C. R.: Secondary vortices in the wake of circular cylinders, *J. Fluid Mech.*, Vol. 169, pp.513-533, 1986.
- 35) Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. and Vetterling, W. T.: Numerical Recipes in C, 丹慶勝市, 奥村晴彦, 佐藤俊郎, 小林誠共訳, 技術評論社, 1993.

(1999.12.27 受付)

LINEAR STABILITY ANALYSIS OF SEPARATED SHEAR FLOWS AROUND A CIRCULAR CYLINDER

Shinji HIEJIMA and Takashi NOMURA

In order to investigate the instability of the separated shear flows around a circular cylinder, a series of linear stability analyses was carried out. The analyses confirmed that the fluctuation with the transition wave frequency is enhanced most efficiently in the separated shear layer. It is also found that the vortices induced by such fluctuation frequently merge in the separated shear layer due to the increase of their wave number and the decrease of their phase velocity. Furthermore, these strong vortices change the flow instability just behind the cylinder and then alter the characteristics of the Karman vortex-shedding.