

位相の非定常性を考慮した地震動 シミュレーション法の開発

藤原豪紀¹・中山隆弘²

¹正会員 工修 梶谷エンジニア株式会社中国支店 (〒730-0847 広島市中区舟入南 2-7-1)

²正会員 工博 広島工業大学教授 工学部建設工学科 (〒731-5193 広島市佐伯区三宅 2-1-1)

本論文では、非定常スペクトルと時間に依存する位相（時間位相）を用いた非定常確率過程モデルを示し、同モデルに基づく地震動のシミュレーション法を提案した。本法の妥当性は耐震工学のおよび確率過程論的な両面から検証した。前者では、実地震動の非定常スペクトルと時間位相を原モデルとして作成した一群の模擬波について、最大加速度やその発生時間、さらに応答スペクトルについて考究した。後者では、実地震動の非定常スペクトルと模擬波群の非定常スペクトルを比較・検討した。同様の検討は非定常スペクトルと一様乱数を用いた従来型のシミュレーションについても行った。その結果、本法は、ほぼ原非定常スペクトルと一致した特性を有する模擬波を発生させ、従来法よりも有効なシミュレーション法であることを示すことができた。

Key Words: seismic motion, simulation technique, evolutionary spectrum, time-varying phase, response spectrum

1. 緒言

本研究の目的は、Priestley¹⁾の発展スペクトル²⁾ (evolutionary spectrum) 理論に基づいて、非定常スペクトルと時間に依存する位相（時間位相）を用いた非定常確率過程モデル式を誘導し、さらに同式を用いた地震動のシミュレーション法を提案することにある。

非定常スペクトルを用いた地震動のシミュレーションに関する研究は、1970年代から1980年代にかけて精力的に行われ、構造物の合理的な耐震設計法を確立するうえで重要な役割を果たしてきた^{3)~6)}。そのような背景もあり、本論文で従来法と呼ぶ、非定常スペクトルと一様乱数を用いた調和関数型のシミュレーション法は、すでに理論的に確立した非定常確率過程モデルに基づく手法と一般に認識されているようである。したがって、最近になっても、構造物の弾塑性動的解析に用いる入力地震動の検討に際し、この従来法がシミュレーションモデルとして利用されている⁷⁾。

ところで、Yang⁸⁾は、発展スペクトル理論に基づいて変調関数 (modulating function) の位相を考慮したシミュレーション式を誘導した。そして変調関数が周

波数に無関係となる分離可能な過程⁹⁾として外力をモデル化し、それに対する応答をシミュレートした。しかし、非分離な過程の変調関数の位相を求める具体的な方法や地震動のシミュレーション法については言及していない。

著者は、前論文⁹⁾で変調関数の位相を時間位相によって与えたシミュレーション式（以下、本法という）を誘導した。さらに実地震動記録を原モデルとして、従来法と本法の違いを模擬波の最大加速度とその発生時間や応答スペクトルの比較によって検討した。しかし、研究の主眼をシミュレーション式の定式化や、非定常スペクトル解析に用いるフィルターの帯域幅をシミュレーション用に調整することにおいたために、従来法と本法の違いに対する検討は不十分であった。

本論文では、まず発展スペクトル理論によって得られる非定常スペクトルと時間位相を用いたシミュレーション式の誘導過程を示す。次に本法と従来法による模擬波の作成法について具体的に述べる。両シミュレーション式は変調関数の位相の項を除くと一致するが、次章で述べるように両法のシミュレーション式における帯域幅 $\Delta\omega$ の扱いが異なっているので、その違いを

数値計算結果に基づいて明らかにする。

さらに、本法の妥当性を、従来法との違いとともに明らかにする。そのために、実際の地震動記録の非定常スペクトル（以下では原非定常スペクトルと称する）と時間位相を求め、これらを用いて従来法と本法で各々シミュレートした一群の模擬波に対して、模擬波の最大加速度とその発生時間や応答スペクトルの統計値による耐震工学的な検討を行う。また、シミュレーションで用いる実地震動の原非定常スペクトルと一群の模擬波の非定常スペクトルとを比較し、シミュレーションの妥当性を検討する、いわゆる確率過程論的な検討も行う。

ところで、著者の一人は、前論文¹⁰⁾においてやはり時間位相を考慮した地震動のシミュレーション法を示している。本研究では、そこで示した方法を本論文で提案する方法の近似的方法（本論文では「簡易法」と称する）と位置づけ、本法による結果との比較を試みた。その結果、簡易法でも工学的には十分な結果を得られることが明らかになったので、その結果についても最後に示しておく。

2. 従来法の問題点

従来法、すなわち非定常スペクトルと一様乱数を用いた調和関数型のシミュレーション法では、次に述べる問題が未検討のまま取り残されている。

①従来法は定常確率過程モデルの拡張として定義されたが^{11), 12)}、位相の時間的变化まで考慮した完全な非定常確率過程モデルではない。また、このモデルでは実地震動を完全に再現できない¹³⁾。

②従来法のシミュレーション式における帯域幅 $\Delta\omega$ の扱いが明確になっていない。

③シミュレーションの妥当性は、フーリエスペクトルや応答スペクトルなどを用いて、いわゆる耐震工学的な観点のみから検証され、確率過程論的な検証が十分に行われていない。

さて、亀田¹³⁾は、従来法によってシミュレートした地震動を原波形と比較して、非定常スペクトル解析法の有効性を検討している。そして、上述の①の問題について、地震動の非定常スペクトルをいくら精度よく求めても、そのスペクトルのみでは、すなわち位相の非定常性も考慮しなければ、原波形を完全に再合成できないと述べている。

一方、著者¹⁴⁾は複素変調（CD）法を用いた非定常スペクトル解析法を提案し、時間位相を考慮することによって原波形がほぼ完全に再合成できることを示した。本論文のシミュレーション式は、この波形の再合

成に用いた時間位相を、確定関数と確率関数に分離して定式化されている。したがって、本法は、実地震動をほぼ完全に表現できる非定常確率過程モデルに基づいているといえる。

②の帯域幅に関しては次の問題がある。すなわち、従来法、本法ともシミュレーション式は、オシラトリ過程（oscillatory process）^{14), 15)}の定義に基づいて定式化される。しかし、従来法では、非定常スペクトル解析で考慮した帯域幅とシミュレーション式中の帯域幅が同一ではなく、シミュレーション式中の帯域幅の設定根拠もあまり明確ではない。一方、本法では、非定常確率過程の定義式における積分表示を近似的に離散化する過程で、非定常スペクトル解析に用いた狭帯域フィルターの帯域幅を用いている。両者におけるこの差は、シミュレーション式中の正弦波の重ね合わせ個数や一様乱数の個数に関係し、シミュレーションの結果に直接的な影響を与えるものである。

③の問題については、星谷ら⁶⁾も実地震動記録の物理スペクトル（physical spectrum）と模擬波のそれとを比較してシミュレーションの妥当性を検討している。しかし、単一の模擬波についてのみの検討であり、本研究のような一群の模擬波に対する検討ではない。

ところで、従来法によってシミュレートした模擬波は、これまでの研究⁹⁾を通してかなりばらつくことがわかっている。したがって、多数の模擬波に対する比較・検討が望ましいと考えられる。

3. シミュレーション式

(1) 非定常スペクトルの定義

実関数である非定常確率過程 $X(t)$ が次式で表されるとする。

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t) dF(t, \omega) \quad (1)$$

発展スペクトル理論によるとオシラトリ過程では、 $dF(t, \omega)$ は変調関数 $A(t, \omega)$ と直交増分過程¹⁵⁾ $Z(\omega)$ によって、

$$dF(t, \omega) = A(t, \omega) dZ(\omega) \quad (2)$$

のように定義される。ここで、 $A(t, \omega)$ は時間 t と円振動数 ω に対してともに緩やかに変化する確定関数である。

式(2)に対して、 $X(t)$ の片側非定常スペクトル密度関数（以下では単に非定常スペクトルという） $f(t, \omega)$ は式(3)で定義される。

$$f(t, \omega) d\omega = 2E[dF(t, \omega)]^2 \quad (3)$$

なお、記号 $E[\]$ はアンサンブル平均を表す。

このとき、分散 $\sigma^2(t)$ は、非定常スペクトルによって次のように与えられる。

$$\sigma^2(t) = \int_0^\infty f(t, \omega) d\omega \quad (4)$$

(2) CD法による非定常スペクトルと時間位相の算定式(2)を複素関数として極形式で表すと、

$$dF(t, \omega) = |dF(t, \omega)| \exp\{i\phi(t, \omega)\} \quad (5)$$

となり、式(1)は次のように書ける。

$$X(t) = \int_{-\infty}^\infty \exp[i\{\omega t + \phi(t, \omega)\}] |dF(t, \omega)| \quad (6)$$

上式における $\phi(t, \omega)$ を時間位相と定義する。時間位相は、 $dF(t, \omega)$ のそれぞれ実部 $dF_R(t, \omega)$ と虚部 $dF_I(t, \omega)$ を用いて次のように与えられる。なお、以下、 R と I の添字はそれぞれ複素関数の実部と虚部を表す。

$$\phi(t, \omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{dF_I(t, \omega)}{dF_R(t, \omega)} \right\} \quad (7)$$

ここで、 $\phi(t, \omega)$ の符号は $dF(t, \omega)$ と同符号になるように選ぶ。この条件を満足する $\phi(t, \omega)$ の主値を $\psi(t, \omega)$ 、 $[-\pi, \pi]$ とすると、時間位相は一般的に式(8)で表される。

$$\phi(t, \omega) = \psi(t, \omega) + 2m\pi \quad m : \text{整数} \quad (8)$$

$X(t)$ が実関数である条件を用いて式(6)を実部に関してまとめ、さらに積分を ω に関する級数で近似的に表すと式(9)を得る。

$$X(t) \cong 2 \sum_{i=1}^{\infty} |dF(t, \omega_i)| \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i)\} \quad (9)$$

さて、中心周波数が ω_i であるような狭帯域フィルタに $X(t)$ を通し、得られた帯域波を $X_i(t)$ と表せば、 $X_i(t)$ は次のように近似的に与えられる。

$$X_i(t) \cong 2 |dF(t, \omega_i)| \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i)\} \quad (10)$$

式(10)に対する非定常スペクトルは、式(3)から

$$f(t, \omega_i) \Delta\omega_i = 2E [|dF(t, \omega_i)|^2] \quad (11)$$

となる。ここで、 $\Delta\omega_i$ は狭帯域フィルタの帯域幅である。

式(10)にCD法¹⁰⁾を適用すると、中心周波数 ω_i に対する非定常スペクトルと時間位相を求めることができる。

以上は、非定常確率過程に対する非定常スペクトル解析法であるが、1つの確定関数 $x(t)$ に対してもまったく同様のプロセスによって非定常スペクトルと時間位相を求めることができる。この場合、確定関数に対する非定常スペクトルは式(12)で与えられる。

$$f(t, \omega_i) \Delta\omega_i = 2 |dF(t, \omega_i)|^2 \quad (12)$$

(3) シミュレーション式

本法では非定常スペクトルと時間位相が用いられる。しかし、式(7)で与えられる時間位相は、式(2)から明らかのように確定関数 $A(t, \omega)$ と確率関数 $Z(\omega)$ の成分を含む。したがって、時間位相を変調関数の位相角(以下、位相という)と確率関数の位相に分離する。 $A(t, \omega)$ と $Z(\omega)$ がともに複素関数とすると、両者はそれぞれ極形式で表現できる。

$$A(t, \omega) = |A(t, \omega)| \{\cos \beta(t, \omega) + i \sin \beta(t, \omega)\} \quad (13)$$

ここで、変調関数の位相 $\beta(t, \omega)$ は、複素関数の実部と虚部を用いて次のように定義される。

$$\beta(t, \omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{A_I(t, \omega)}{A_R(t, \omega)} \right\} \quad (14)$$

同様に直交増分過程に関して、

$$dZ(\omega) = |dZ(\omega)| \{\cos \theta(\omega) + i \sin \theta(\omega)\} \quad (15)$$

$$\theta(\omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{dZ_I(\omega)}{dZ_R(\omega)} \right\} \quad (16)$$

なお、 $\beta(t, \omega)$ と $\theta(\omega)$ の主値はいずれも $[-\pi, \pi]$ とする。

この二つの位相によって時間位相を表す。まず、式(13)と式(15)を式(2)に代入し、 $dF(t, \omega)$ の実部と虚部を整理する。次に式(14)と式(16)を用いて式(7)を時間位相 $\phi(t, \omega)$ の正接に書き直し、正接の加法定理を用いてまとめると次式を得る。

$$\tan \phi(t, \omega) = \tan\{\beta(t, \omega) + \theta(\omega)\} \quad (17)$$

ここで、式(8)を考慮すると $\phi(t, \omega)$ に関する次の関係式を得る。

$$\phi(t, \omega) = \beta(t, \omega) + \theta(\omega) + 2m\pi \quad (18)$$

式(12)と式(18)を式(9)に代入すると、 $x(t)$ の非定常スペクトルと時間位相を有する標本関数 $x_s(t)$ は次式で与えられる。

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i) \Delta\omega_i} \cos\{\omega_i t + \beta(t, \omega_i) + \theta(\omega_i)\} \quad (19)$$

ここで、 n は帯域波の個数であり、 ω_n 以上の振動数で非定常スペクトルが十分小さい値となるように設定する。

次に従来法のシミュレーション式を誘導する。従来法では変調関数が実関数であると仮定する。すなわち、 $A(t, \omega) = A_R(t, \omega)$ とおくと、式(14)は $\beta(t, \omega) = 0$ となる。したがって、式(19)は次のようになる。

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i) \Delta\omega_i} \cos\{\omega_i t + \theta(\omega_i)\} \quad (20)$$

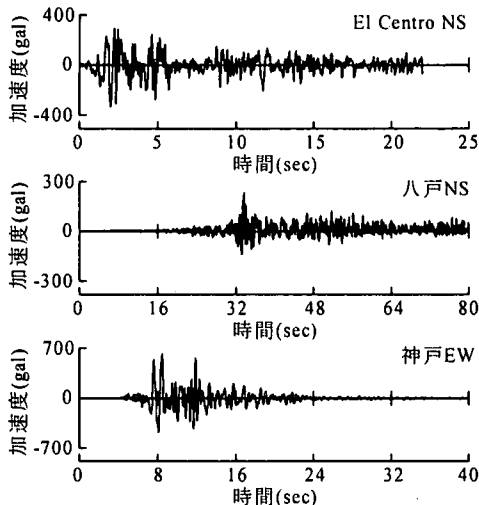


図-1 本研究で用いた地震動の加速度記録

上式から明らかなように位相の非定常性を無視することは、変調関数を根拠なく実関数と仮定することによって他ならない。

(4) 変調関数の位相 $\beta(t, \omega)$ の算定

式(19)の右辺を計算するためには、オシラトリ過程の定義式に由来する本質的な問題を解決しなければならない。それは、式(1)と式(2)からわかるように、確率過程が変調関数と確率関数の二つの関数から構成されることにある。つまり、これら二つの関数は、確率過程の標本関数から具体的には決定できないのである。なおこの点に関し、Priestley¹⁾は、変調関数を求める方法について言及していない。

ところで、著者の一人¹⁰⁾は、非定常スペクトルに関する入力と出力の関係式を用いた非定常スペクトル応答解析の一つの手法を提案している。その解析においても、入力(外力)の変調関数を具体的に決定する必要があった。その研究では、一つの標本関数の $dZ(\omega)$ が $x(t)$ のフーリエ係数で与えられると仮定して変調関数を求め、その方法が妥当であることを検証している。本研究でも $dZ(\omega)$ に関するこの仮定を採用し、 $x(t)$ の変調関数の位相を次式で与えている。

$$\beta(t, \omega) = \phi(t, \omega) - \alpha(\omega) \quad (21)$$

ここで、 $\alpha(\omega)$ は $x(t)$ のフーリエ位相である。

この方法の有効性は理論的に次のように説明できよう。すなわち、発展スペクトル理論では変調関数と確率関数の組み合わせに関して特に条件を付与していない。したがって、 $x(t)$ の変調関数の位相を式(21)から求めることについて問題はない。また、 $\alpha(\omega)$ は t に関して独立であり、仮定した $\alpha(\omega)$ の値によって位相の時間的変化の性状は変化しないのである。

表-1 本研究で用いた地震動の諸元

地震	地点	成分	最大加速度 (gal)	継続時間 (sec)
Imperial valley 1940.5.18	El Centro	NS	331.7	22.0
十勝沖 1968.5.16	八戸 Hachinohe	NS	232.7	119.0
兵庫県南部 1995.1.17	神戸 Kobe	EW	620.1	150.0

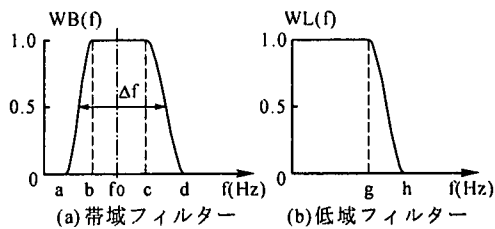


図-2 Ormsbyフィルター

したがって、本法のシミュレーション式は最終的に次式ようになる。

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i) \Delta \omega_i} \cdot \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i) - \alpha(\omega_i) + \theta(\omega_i)\} \quad (22)$$

(5) 簡易法のシミュレーション式

前節で述べたように時間位相の時間的変化の性状は、変調関数の位相のみに関係する。これから、時間位相を変調関数と確率関数に分離せずに、時間位相に直接、確率変数を組み合わせる近似解法が考えられる。この場合、式(19)は次のように書ける。

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i) \Delta \omega_i} \cos\{\omega_i t + \phi(t, \omega_i) + \theta(\omega_i)\} \quad (23)$$

4. シミュレーションの手法

本章では、原非定常スペクトルの解析に用いたフィルターの帯域幅を $\Delta \omega a (= 2\pi \Delta f a)$ 、シミュレーション式中の帯域幅を $\Delta \omega s (= 2\pi \Delta f s)$ と区別して、本法と従来法による模擬波の作成方法を述べるとともに、両法における帯域幅の取り方の違いを明らかにする。

表-2 フィルターセットPのパラメータ(Hz)

No.	f_0	a	b	c	d	g	h
1	0.142	0.080	0.110	0.170	0.209	0.10	0.20
2	0.251	0.170	0.209	0.287	0.338	0.15	0.30
3	0.393	0.287	0.338	0.439	0.505	0.18	0.40
4	0.576	0.439	0.505	0.637	0.723	0.30	0.80
5	0.815	0.637	0.723	0.894	1.005	0.50	1.00
6	1.126	0.894	1.005	1.228	1.373	0.80	1.50
7	1.529	1.228	1.373	1.663	1.851	1.00	2.00
8	2.054	1.663	1.851	2.227	2.472	1.50	3.00
9	2.736	2.227	2.472	2.961	3.279	2.00	4.00
10	3.623	2.961	3.279	3.916	4.329	3.00	5.50
11	4.776	3.916	4.329	5.156	5.694	4.00	7.00
12	6.275	5.156	5.694	6.769	7.468	5.00	8.00
13	8.223	6.769	7.468	8.866	9.774	8.00	12.00

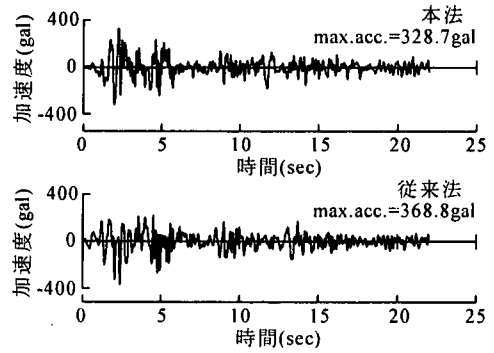


図-3 本法と従来法による再合成波形 (El Centro NS)

(1) 地震動記録

本研究では、実地震動記録を用いた数値計算による検討を行っているので、まず原波形として用いた地震動のデータ諸元を表-1 に示す。また、図-1 にそれぞれの地震動の加速度波形を示す。地震動記録のサンプリング時間間隔は、El Centro と八戸記録が 0.01 秒、神戸記録が 0.02 秒である。なお、本法と従来法における $\theta(\omega)$ はいずれも $[-\pi, \pi]$ の一様乱数とした。

(2) 着目周波数帯域と狭帯域フィルターの帯域幅

両法とも原非定常スペクトルの解析には CD 法を用い、非定常スペクトル解析とシミュレーションで考慮した着目周波数帯域は、0.1Hz~9.5Hz とした。

非定常スペクトル解析に用いた帯域フィルターと低域フィルターは、いずれも図-2 に示す Ormsby のフィルターである。

従来法のモデルとなる原非定常スペクトルの解析に用いた帯域フィルターの形状は $ab:bc:cd=1.4:2.0:1.4$ とし、帯域フィルターの Δfa は、 Δfa と中心周波数 f_0 の関係が文献 14) に示す帯域フィルターのそれと等しくなるように次式から求めた。

$$\Delta fa = 0.333 f_0 - 0.002 \quad (24)$$

ただし、 $\Delta fa = (d + c - b - a) / 2$ である。

中心周波数 f_0 の間隔は、次節で述べる亀田¹³⁾の研究を参考にして $\Delta fs = 0.05 \text{ Hz}$ とした。したがって、式(20)における原非定常スペクトルの個数は $n=189$ となる。

低域フィルターには、文献 14) に示すパラメータを次のように用いた。すなわち、 f_{0i} が文献 14) に示す i 番目の帯域フィルターの中心周波数であるとして、式(24)の f_0 が次式の範囲にある場合、

$$\frac{f_{0i-1} + f_{0i}}{2} \leq f_0 \leq \frac{f_{0i} + f_{0i+1}}{2} \quad (25)$$

i 番目の g と h を低域フィルターのパラメータとした。なお、CD 法では低域フィルターのパラメータが $d - f_0 \leq g \leq h \leq a + f_0$ を満たす必要がある。 i 番目の

g または h がこの条件を満足しない場合に限り、 $i-1$ 番目の g と h を用いた。

本法のモデルとなる原非定常スペクトルの解析に用いたフィルターのパラメータを表-2 に示す。帯域フィルターの Δfa と a, b, c, d の各パラメータとの関係は従来法と同様である。同表に示す 13 個の帯域フィルターは、前論文⁹⁾ で示した模擬波の応答スペクトルのばらつきが着目周波数帯域でおおよそ均等になるように調整したものである。したがって、従来法と本法の原非定常スペクトル解析に用いた帯域フィルターの帯域幅は、同じ中心周波数に対して同一ではない。また、本法では、原非定常スペクトル解析に用いた帯域幅をシミュレーションにおいてもそのまま用いている。なお、本論文では、従来法用のフィルターをセット C と、本法用をセット P と呼ぶ。

(3) 従来法における帯域幅の取り方

従来法における帯域幅の取り方を、亀田¹³⁾の研究を参考にして説明する。亀田のシミュレーション式も、基本的には本法と同様に式(1)を級数近似して定式化されている。しかし、帯域幅の決め方は、本法とまったく異なる考え方に基づいている。すなわち、積分の数学的な定義に基づいて、周波数間隔を細かく設定した級数で積分を近似しており、非定常スペクトル解析に用いたフィルターの帯域幅とは無関係に帯域幅が決められている。したがって、 $\Delta fs \neq \Delta fa$ である。亀田は、非定常スペクトル解析では減衰定数 $h=0.05$ をパラメータとして $\Delta fa = 0.05 \pi f_0$ に、一方、シミュレーションでは Δfs を 0.04 Hz の一定値に設定している。なお、 Δfs を 0.04 Hz に設定した理由については言及していない。

(4) 本法における帯域幅の取り方

本法では、式(9)と、式(19)あるいは式(22)が式(12)を通じて直接的に関係している。したがって、上述の

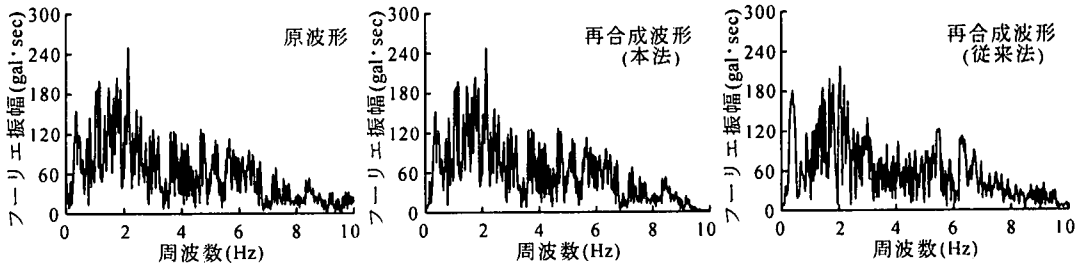


図-4 El Centro NS波と再合成波形(本法と従来法)のフーリエスペクトル

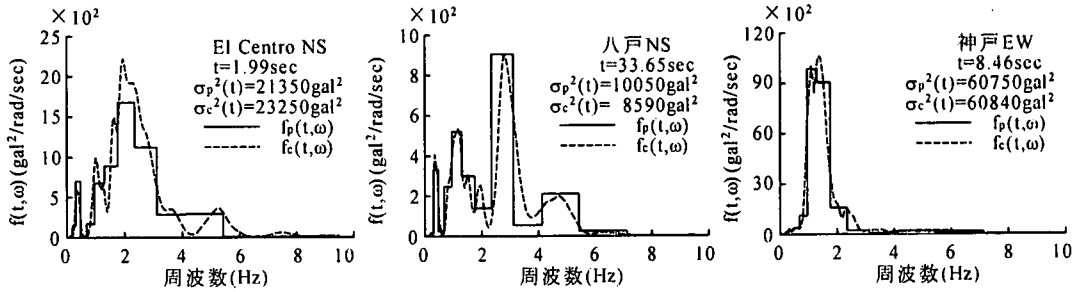


図-5 本法と従来法による模擬波の作成に用いた原非定常スペクトル：地震動のピーク時間での分布

ように $\Delta\omega = \Delta\omega_s$ である。

ところで、本法ではたかだか 13 個の帯域波の重ね合わせで、0.1~9.5Hz の周波数成分を有する模擬波を作成する。このような離散的な級数モデルで地震動が表現できるのであろうかという疑問がわく。これに対する解答が時間位相である。

式(19)では、帯域波の振動数 ω_i が時間位相 $\phi(t, \omega_i)$ で変調されており、明かに帯域波は複数の周波数成分を含む。つまり、帯域波の周波数成分の時間的変化が時間位相によって表されているのである。ちなみに図-3に本法と従来法による El Centro 波の再合成波形を、図-4に原波形と両再合成波形のフーリエスペクトルを示す。波形の再合成に用いた原非定常スペクトルは、本法、従来法ともそれぞれ 4. (2) に示したフィルターによって求めた。また、式(19)による本法では時間位相を、式(20)による従来法では位相情報が不明なので一様乱数を用いた。さらにそれぞれの式における帯域幅は 4. (2) と同様に、本法では狭帯域フィルターの帯域幅を用い、従来法では $\Delta\omega_i = 2\pi \Delta f$ 、 $\Delta f = 0.05\text{Hz}$ とした。

両図から、従来法による再合成波形とそのフーリエスペクトルは El Centro 波のそれらと類似しているが、必ずしも一致していないことがわかる。また、波形とフーリエスペクトルは、亀田が指摘しているように一様乱数の値によって変化する。

一方、本法による再合成波のフーリエスペクトルは、着目周波数帯域外の 0.1Hz 以下、9.5Hz 以上の部分を

除いて原波形のそれと一致している。また、再合成波形についても着目周波数帯域に限られているので完全ではないが、ほぼ原波形と一致している。このことは、原非定常スペクトルと時間位相の算定およびそれらを用いた本法による波形の再合成が適切に行われていることを示している。

これに対して、従来法では位相情報が正しく評価されていないことは明白である。ところで、帯域幅の取り方はシミュレーションのモデルとなる原非定常スペクトルにも関係する。両法における帯域幅の取り方の差を、地震動のピーク時間における原非定常スペクトルと次式による分散で評価してみよう。

$$\sigma^2(t) = \sum_{i=1}^n f(t, \omega_i) \Delta\omega_i \quad (26)$$

上式は式(4)の離散表現である。各法における数値計算の条件は図-3や図-4と同様である。

図-5に、両法による三つの地震動記録のそれぞれピーク時間における原非定常スペクトルを示す。図中にはこれらの非定常スペクトルから求めた分散を併せて示している。各記号につく添字 c は従来法を、添字 p は本法を表す。図-5は、式(26)の右辺を表しており、本法と従来法による模擬波の作成に用いたそれぞれの原非定常スペクトルの一例を示している。特に八戸記録の結果では、従来法による分散が本法のそれと約 15%の差を示しており、従来法では原非定常スペクトルがシミュレーションのモデルとして正しく設定され

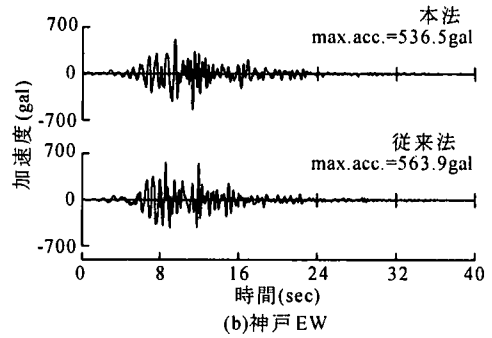
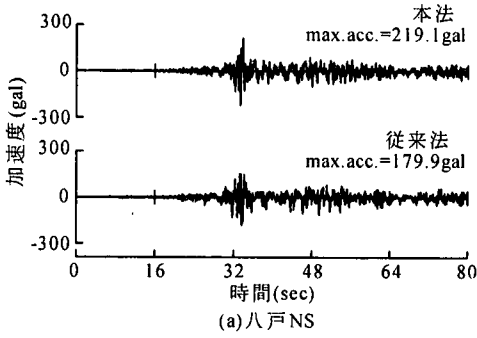


図-7 本法と従来法による模擬波の一例 (八戸 NSと神戸 EW)

表-3 本法と従来法による模擬波の最大加速度とその発生時間の統計値

項目	統計値	El Centro NS		八戸 NS		神戸 EW	
		本法	従来法	本法	従来法	本法	従来法
A_{max}	μ/A_0	1.04	1.08	0.94	0.93	0.89	0.91
	$\delta(\%)$	15.4	22.3	13.1	21.2	12.9	21.9
$t(A_{max})$	$\mu/t(A_0)$	1.30	1.26	1.00	1.00	1.09	1.15
	$\sigma_{n_1}(\text{sec})$	0.97	0.82	0.53	0.52	1.35	1.65

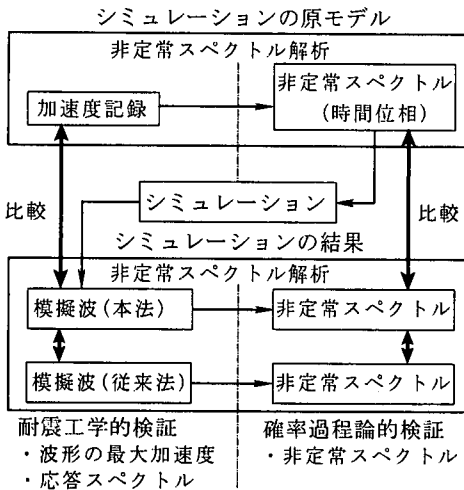


図-6 本法の妥当性の検証手順

ていない場合があることがわかる。

以上のように、原非定常スペクトルや時間位相と帯域幅の取り方は密接に関係している。また、本法の級数モデルによって実地震動をほぼ完全に再現することができる。つまり、本法の級数モデルは、地震動を非定常確率過程としてモデル化しうる一つの数学的表現である。本法による模擬波は、非定常スペクトルと時間位相の原モデルに、さらにランダム位相を導入することによって作成される。

5. 数値計算結果と考察

(1) シミュレーション法の妥当性の検証

本法の妥当性を、図-6に示すフローにしたがって検証する。まず、4章で述べたフィルターを用いてシミュレーションの原モデルとなる非定常スペクトルと時間位相を、前述の三つの実地震動記録に対する非定常スペクトル解析¹⁴⁾によって準備する。本法では非定常スペクトルと、時間位相から式(21)によって求められる変調関数の位相が、そして、従来法では非定常スペクトルがシミュレーションにおいて必要となる。なお、式(21)の $\alpha(\omega)$ は、各地震動記録をFFT解析して求めている。

今回はこの原モデルを用いて、従来法と本法によって模擬波をそれぞれ50波ずつ作成した。そして、その時系列波形によって耐震工学的な検討を、非定常スペクトルによって確率過程論的な検討を行い、シミュレーションの妥当性を検証することにした。

(2) シミュレーションの耐震工学的検証

図-7に両法による八戸と神戸記録の模擬波の一例を示す。まず目視により、本法による模擬波は原波形に類似していることがわかる。

この類似性を判断する一つの指標として、二つの方法による模擬波、各50波の最大加速度 A_{max} とその発生時間 $t(A_{max})$ の平均値 μ と標準偏差 σ_{n_1} を調べた。これらの結果を表-3に示す。なお、 A_{max} と $t(A_{max})$ の平均値は、それぞれ原波形の最大加速度 A_0 とその

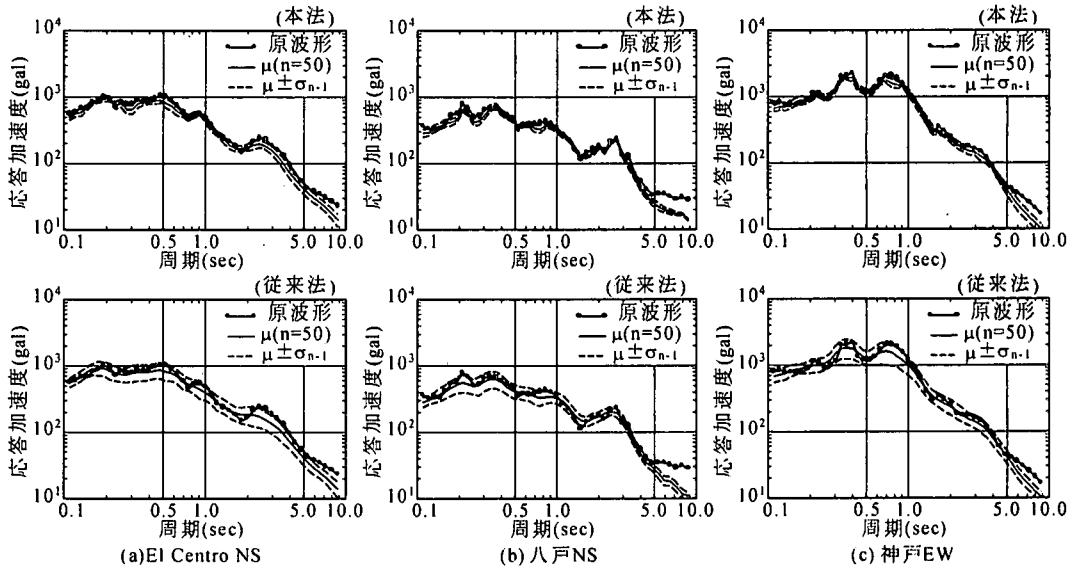


図-8 本法と従来法による模擬波の応答スペクトル(減衰定数 $h=0.05$)

表-4 本法と従来法による模擬波(各20波, $\Delta t=0.02\text{sec}$)の最大加速度とその発生時間の統計値(文献9)

項目	統計値	El Centro NS	
		本法	従来法
A_{max}	μ/A_0	1.06	1.09
	$\delta(\%)$	11.0	24.2
$t(A_{max})$	$\mu/t(A_0)$	1.11	1.41
	$\sigma_{n-1}(\text{sec})$	0.28	1.21

注: 表-3の El Centro NS の場合とそれぞれ同じ乱数列を用いている。

発生時間 $t(A_0)$ に対する比で表しており, A_{max} については変動係数 δ を示している。これらの比が1に近く, 標準偏差あるいは変動係数が小さいほど, 模擬波が原波形に類似していると考えられる。

A_{max} については, 神戸の模擬波の平均値を除いて本法の統計値が原波形に類似している。特に, 変動係数は, 本法の結果が従来法の約 60% の値になっており, かなりの差を生じている。 $t(A_{max})$ については, 本法と従来法で顕著な差はなく, 当然ではあるが, 三つの地震動で異なる傾向を示している。

表-4 には El Centro 波に対する模擬波の A_{max} と $t(A_{max})$ に関する前論文⁹⁾の結果をまとめ直している。表-3 と表-4 を比較すると, 従来法による模擬波では表-3 に示す A_{max} と $t(A_{max})$ の変動係数あるいは標準偏差が表-4 における値を下回っている。しかし, A_{max} に関する差は小さく, 使用した地震動記録のサンプリング時間の差を除いて両者のデータと計算方法に違いがないことから, この差は標本数によると考え

られる。一方, 本法による模擬波では, A_{max} と $t(A_{max})$ の変動係数あるいは標準偏差にかなりの差を生じている。本法のシミュレーションのモデルとなる原非定常スペクトルと時間位相の算定には, それぞれ文献 14) に示されたフィルターのパラメータ(表-4)と, 表-2 に示したパラメータ(表-3)を用いている。両者の差には, このフィルターのパラメータの違いによる影響が考えられる。

次に模擬波の応答スペクトルについて検討する。減衰定数 5% として, 従来法と本法によるそれぞれ 50 波の模擬波の加速度応答スペクトルを求めた。さらにこれらの応答スペクトルの平均値 μ と標準偏差 σ_{n-1} を計算した。図-8 にこれらの数値計算結果をまとめて示す。図中の黒丸は原波形の応答スペクトルを, 実線は模擬波 50 波の平均値を, 破線は $\mu \pm \sigma_{n-1}$ の値を示す。

従来法による模擬波の場合, 応答スペクトルの平均値は, 原波形の応答スペクトルの細かい凹凸を平均したスペクトル特性をもっている。これに対して本法による模擬波の場合, 応答スペクトルの平均値は, 例えば, El Centro の周期 $T=0.9\text{sec}$ や八戸の $T=0.2\text{sec}$, 神戸の $T=0.4\text{sec}$ などの細かいピーク値の特徴まで原波形の応答スペクトルと一致している。

応答スペクトルのばらつきは, 明らかに従来法による結果が本法のそれより大きくなっている。一例を数値で示すと, 神戸の $T=1.0\text{sec}$ での変動係数 δ は従来法が 30.9% に, 本法が 12.3% になる。

本法による模擬波の作成には, 前論文⁹⁾で応答スペクトルのばらつきが各周期でおおよそ等しくなるように帯域幅を調整した表-2のフィルターを用いた。この

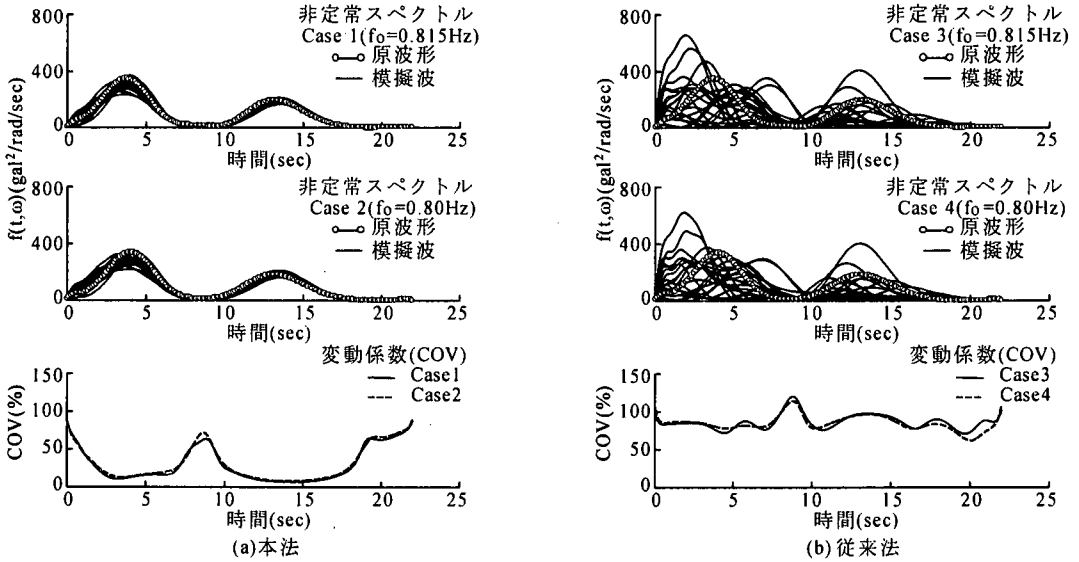


図-9 本法と従来法による模擬波の非定常スペクトルとその変動係数狭帯域フィルターの帯域幅の違いによる差の検証(EI Centro NS)

帯域幅は、Ormsby の帯域フィルター (図-2) において形状比率 $ab:bc:cd=1.0:2.0:1.4^{14)}$ の cd の値を変化させ、作成した模擬波の応答スペクトルのばらつきを調べることによって調整している。表-2のフィルターでは、 $ab:bc:cd=1.0:2.0:1.3$ である。図-8より、三つの地震動を原モデルとした模擬波の応答スペクトルは、ほぼ想定通りのばらつきを示していることがわかる。

ところで、 $T \geq 5\text{sec}$ では、従来法、本法とも三つの模擬波の応答スペクトルが原波形の値をかなり下回っている。この原因としては、原非定常スペクトルの算定に用いた帯域フィルターの計算精度の問題が考えられる。低周波数領域ではフィルターの帯域幅が FFT のデータ数と地震動のサンプリング時間間隔から決定される周波数間隔に近い値となり、フィルターの計算精度が落ちる。この低周波数領域における非定常スペクトルの計算精度の改善は、数値計算上の課題である。

なお、二つの方法による模擬波の速度応答スペクトルと変位応答スペクトルが、加速度応答スペクトルと同様の特徴を示したことを付け加えておく。

(3) シミュレーションの確率過程論的検証

本法と従来法による模擬波はそれぞれ式(22)と式(20)からわかるように、各中心周波数に対する原非定常スペクトルを用いて合成されている。したがって、模擬波の非定常スペクトル解析に用いる帯域フィルターの中心周波数と帯域幅が、原非定常スペクトル解析に用いたそれらと一致する場合とそうでない場合では、模擬波の非定常スペクトルの性状が異なると考えられ

表-5 模擬波の非定常スペクトルの検証に用いたフィルターの組み合わせ

Case	模擬波の作成	模擬波の非定常スペクトル解析
1	セットP	セットP
2	セットP	セットC
3	セットC	セットP
4	セットC	セットC

る。本節では、まず模擬波の非定常スペクトル解析に用いる帯域フィルターの中心周波数が、原非定常スペクトルのそれと一致する場合について検討する。

図-9 に EI Centro 波の原非定常スペクトルおよび模擬波の非定常スペクトルとその変動係数を示す。模擬波の非定常スペクトルについては、使用するフィルターの帯域幅の違いによる差を検討するために、表-5 に示すような組み合わせのフィルターを用いた。前述のように、セット P およびセット C はそれぞれ本法用と従来法用のフィルターである。なお、図-9 には 50 波の模擬波に対する結果の中から適当に選んだ 20 波の結果を示している。

図より明らかなように、従来法では、Case3 と 4 のいずれの結果においても模擬波の非定常スペクトルがかなり大きくばらついており、原非定常スペクトルとはあまり一致していない。一方、本法では、両ケースとも模擬波の非定常スペクトルの変動係数が強震部において 10% 程度の値を示し、原非定常スペクトルとよく一致している。なお、従来法、本法ともフィルターの組み合わせの違いによる結果の差は非常に小さい。

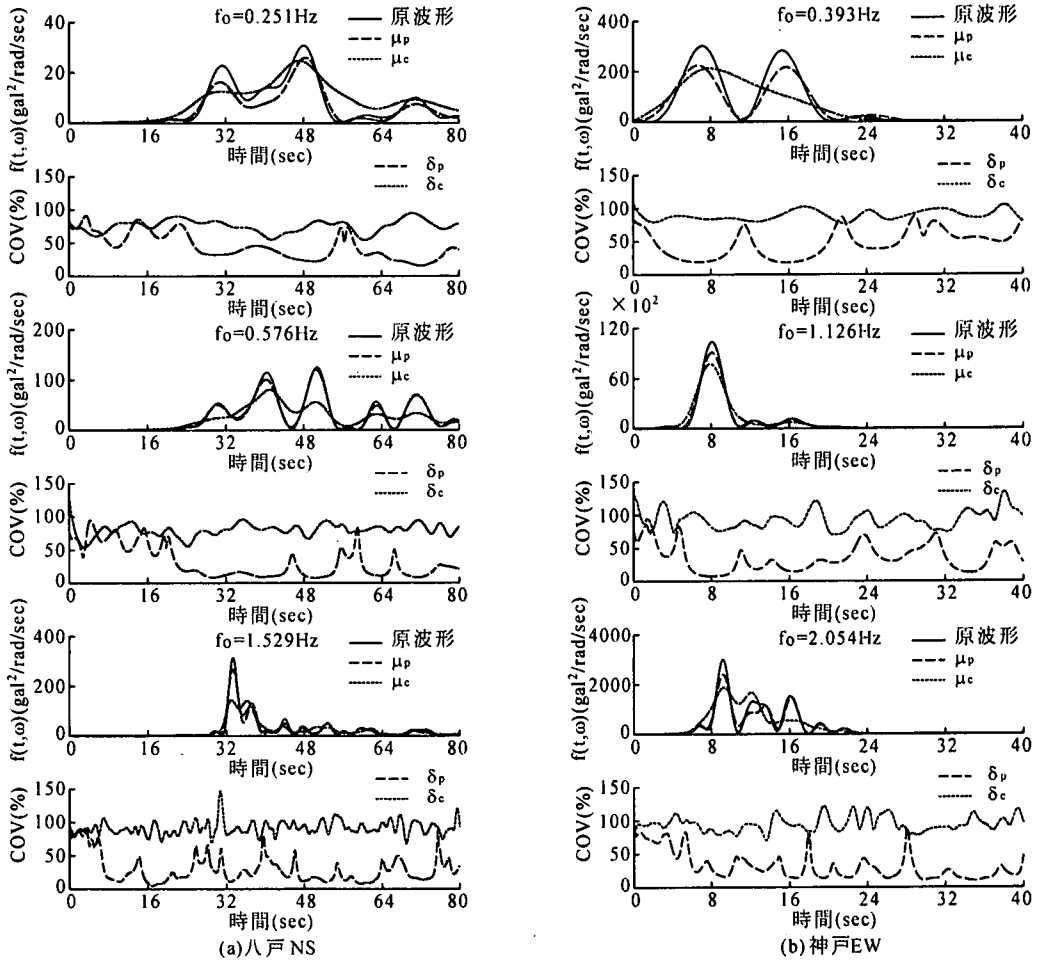


図-10 本法と従来法による模擬波の非定常スペクトルの平均値と変動係数（八戸NSと神戸EW）

次に述べる図-10 以降の数値計算結果は、表-5 の Case1 と 3 のみについて行ったものである。

図-10 に八戸と神戸記録の地震動に対する計算結果の一部を示す。図には、模擬波 50 波の非定常スペクトルの平均値 μ と変動係数 δ を原非定常スペクトルと並べて示している。各記号につく添字の意味は図-5 と同様である。

従来法に対する変動係数は、非定常スペクトルの平均値の大小に応じて変化するが、いずれの中心周波数においても継続時間全体にわたって 90%程度の値を示している。この結果は、個々の模擬波の非定常スペクトルが図-9 のようにならばらついていることを定量的に示している。

さらに従来法による模擬波の非定常スペクトルの平均値をみると、神戸記録の $f_0=1.126\text{Hz}$ のように、比較的、原非定常スペクトルと一致する場合もある。しかし、その他の結果では、平均値が原非定常スペクトルの凹凸を均したような時間的変化を示している。こ

のように従来法では、標本関数の平均的な特性についても、原モデルで想定したスペクトル特性と必ずしも一致していない。

一方、本法では、非定常スペクトルの平均値がゼロに近く、標準偏差との相対的な関係で変動係数が 80%程度となるスペクトルの谷の部分を除いて、変動係数はいずれの周波数においてもおおよそ 10~50%の範囲にある。この結果から、個々の模擬波の非定常スペクトルが、原非定常スペクトルとほぼ一致する時間的な変化をしていることがわかる。また、非定常スペクトルの平均値は、ピーク値が原非定常スペクトルの値よりいずれの中心周波数においても小さくなっているが、その時間的変化は原非定常スペクトルとよく一致している。したがって、本法による模擬波は、実地震動の非定常スペクトル特性を忠実に反映したものであるといえる。

さて、これまでの検証は、模擬波の非定常スペクトルの中心周波数を、原非定常スペクトルの解析に用い

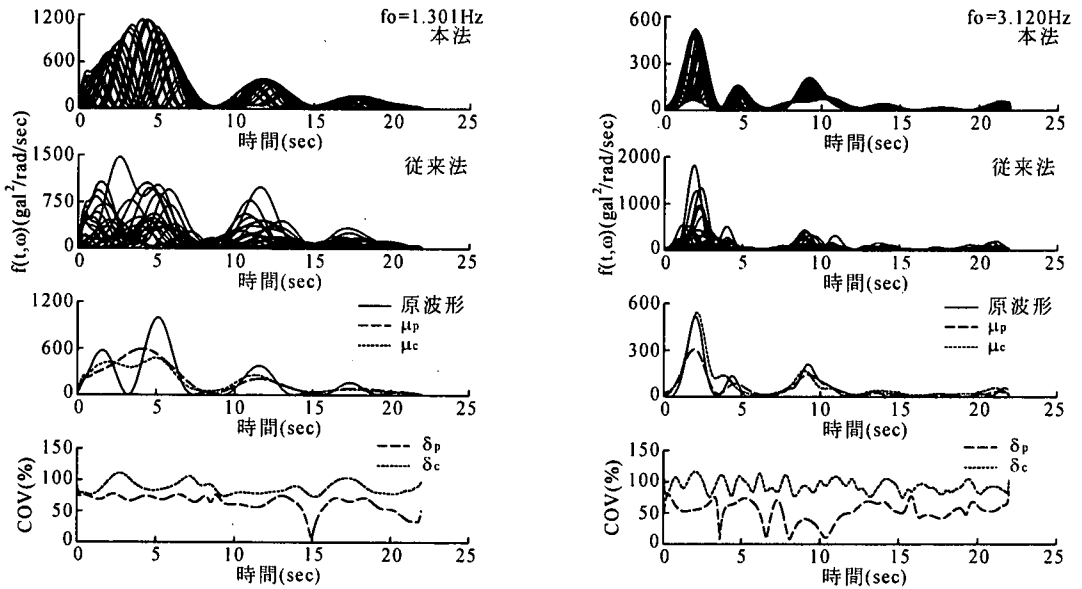


図-11 フィルターの重ね合わせ部に中心周波数を設定した場合の模擬波の非定常スペクトルとその変動係数：本法と従来法(EI Centro NS, $f_0=1.301\text{Hz}$ and 3.120Hz)

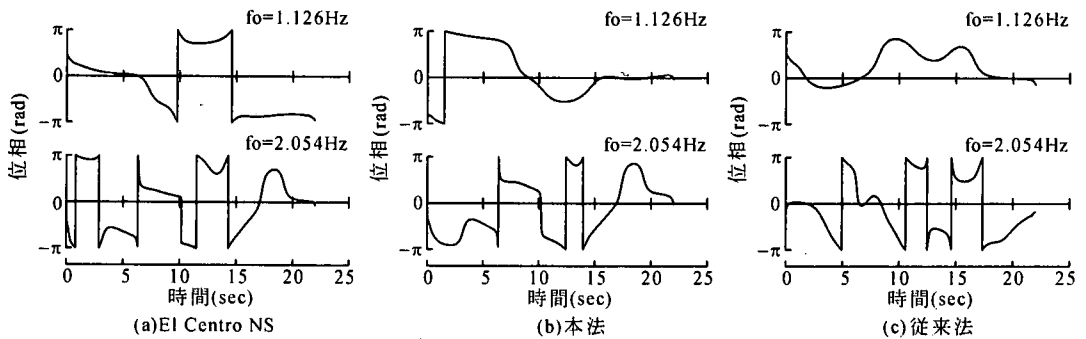


図-12 EI Centro NS波と模擬波（本法と従来法）の時間位相： $f_0=1.126\text{Hz}$ and 2.054Hz

たフィルターの中心周波数と一致あるいはほぼ一致させた場合についてであった。次に、模擬波の非定常スペクトルの中心周波数をフィルターセット P における帯域フィルターの重ね合わせ部に設定した場合について検討する。図-11 に中心周波数をそれぞれ表-2 に示す No.6 と No.7, No.9 と No.10 の重ね合わせ部の中心に設定した場合の結果を示す。図には、50 波作成した模擬波の非定常スペクトルの平均値 μ と変動係数 δ および 50 波から適当に選んだ 20 波の非定常スペクトルを示している。

本法に対する変動係数は、両中心周波数において従来法のそれを下回るが、 $f_0=1.301\text{Hz}$ では変動係数が 70%程度になり、非定常スペクトルのばらつきが少し大きくなっている。従来法の場合、これまでの結果と同様に非定常スペクトルはかなりばらついているが、本法の場合、非定常スペクトルが時間軸上で前後に移

動したようなばらつきの性状を示している。

図-12 は、EI Centro の原モデルを用いて本法と従来法でシミュレートした模擬波の時間位相を示したものである。中心周波数は 1.126Hz と 2.054Hz で、原波形の時間位相も併せて示した。従来法による模擬波の時間位相は、原モデルとかなり異なった変化をしている。これに対して本法による模擬波の時間位相は、(4)で述べたように原モデルの位相を初期位相分だけ上下に平行移動したような時間的変化を示しており、原モデルの時間位相特性を忠実に反映していることが理解できる。

(4) 簡易法と本法の比較

表-6 に本法と緒言で述べた簡易法¹⁰⁾による模擬波 50 波の A_{max} と $I(A_{max})$ の統計値を示す。さらに、図-13 に両法による模擬波、各 50 波の応答スペクトルを、

表-6 本法と簡易法による模擬波の最大加速度とその発生時間の統計値

項目	統計値	EI Centro NS		八戸 NS		神戸 EW	
		本法	簡易法	本法	簡易法	本法	簡易法
Amax	μ/A_0	1.04	1.06	0.94	0.88	0.89	0.87
	$\delta(\%)$	15.4	13.5	13.1	14.4	12.9	11.0
t(Amax)	$\mu/t(A_0)$	1.30	1.27	1.00	0.99	1.09	1.07
	$\sigma_{n-1}(\text{sec})$	0.97	0.86	0.53	0.41	1.35	1.39

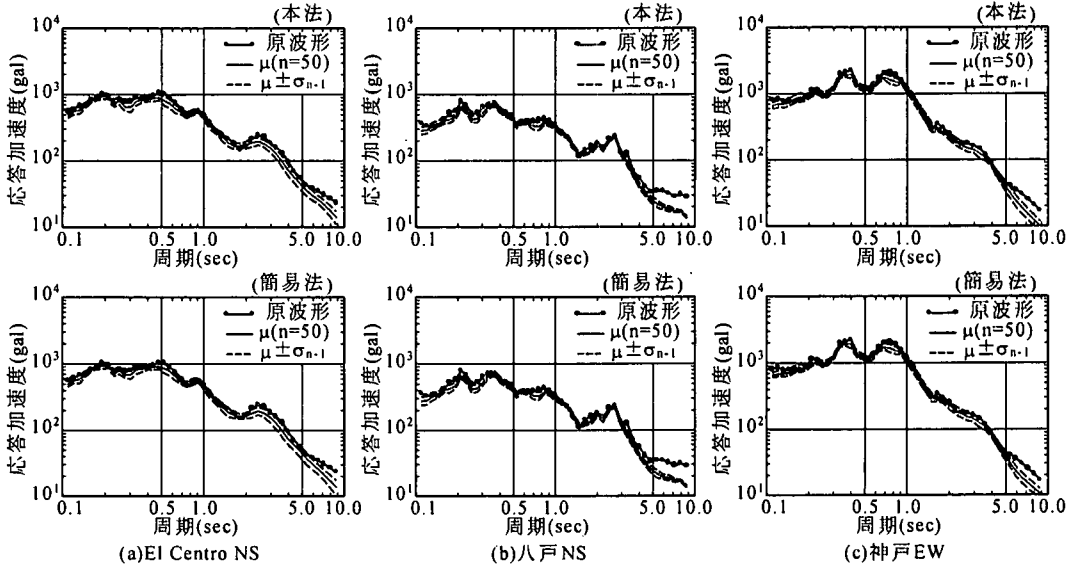


図-13 本法と簡易法による模擬波の応答スペクトル(減衰定数 $h=0.05$)

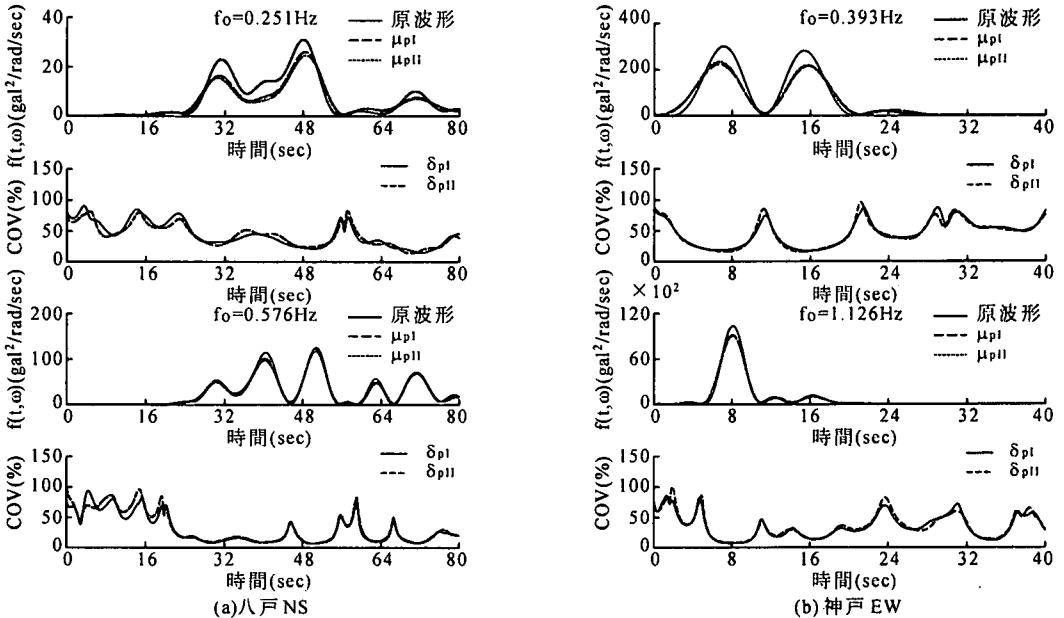


図-14 本法と簡易法による模擬波の非正常スペクトルの平均値と変動係数(八戸NSと神戸EW)

図-14 に同じく各 50 波の非定常スペクトルの平均値と変動係数を示す。図中、添字 p I は本法を、p II は簡易法であることを示す。いずれも簡易法は本法とよく一致する結果を与えており、耐震工学的な応用という点では、簡易法で十分であるといえよう。

6. 結言

本研究では、発展スペクトル理論に基づく非定常スペクトルと時間位相を用いた非定常確率過程モデル式を誘導し、同式を用いた地震動のシミュレーション法を提案した。さらに、本法の妥当性を、従来法によるシミュレーションの結果と比較し、検証した。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 本法の非定常確率過程モデルによって実地震動をほぼ完全に表現できる。一方、本法の数学的表現に比べ、時間位相が欠落した従来法の数学的モデルでは実地震動を完全に表現できない。

(2) 本法による模擬波の最大加速度のばらつきは従来法より小さいが、その発生時間については両法で顕著な差がない。また、本法による模擬波の応答スペクトルは従来法によるものよりばらつきがかなり小さく、原モデルのそれとよく一致する。ただし、0.2Hz を下回るような低周波数域では、フィルターの計算精度のために、いずれの方法を用いても原モデルの応答スペクトルとかなり大きなずれが生じる。

(3) 従来法による模擬波の非定常スペクトルは、いずれの中心周波数においても変動係数が 90% 程度の値を示し、そのばらつきは本法による場合よりもかなり大きい。本法による模擬波の非定常スペクトルも、中心周波数を帯域フィルターの重ね合わせ部に設定したときにはばらつきが多少大きくなるが、原非定常スペクトルと同じ中心周波数では原非定常スペクトルとよく一致する。

(4) 本法によって原非定常スペクトルと時間位相の特性を有する模擬波をシミュレートできる。すなわち、標本集団の特性は従来法に比べて、想定する地震動の特性を反映したものになり、従来法よりも理論的に優れたシミュレーション手法である。

(5) 簡易法も本法とほぼ同様の結果を与える。したがって、耐震工学的な応用面では、地震動のシミュレーションに簡易法を用いることができる。

本論文では、提案した地震動のシミュレーション法の妥当性を確率過程論の見地のみからではなく、耐震工学的な視点からも検討した。ただし、今回の検討範囲は線形応答スペクトルに限定したので、非線形応答特性に関する検討を今後の課題とし、別途報告したい。

また、より本質的な問題として、本論文で原モデルと呼んでいる地震動の非定常スペクトルと時間位相のモデルを対象地点や地盤条件に応じてどのように設定すればよいのかという問題がある。この重要な耐震設計上の問題も、本研究と並行して行う必要があることを強調しておきたい。

謝辞：本研究の数値計算では（株）計測リサーチコンサルタント松前芳寿氏（当時、広島工業大学大学院生）の協力を得た。また、鹿島建設（株）山本正明氏には加速度記録を提供していただいた。ここに記して感謝します。

参考文献

- 1) Priestley, M.B.: Evolutionary spectra and non-stationary processes, *Journal of Royal Statistical Society*, Vol.27, pp.204-237, 1965.
- 2) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1977.
- 3) 山原浩：地盤の振動特性を考慮した地震時の地動の推定（その2），日本建築学会論文報告集，第176号，pp.51~57，1970.
- 4) Shinozuka, M. and Jan, C.-M.: Digital simulation of random processes and its applications, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.25, No.1, pp.111-128, 1972.
- 5) 後藤尚男，北浦勝：地震動の非定常スペクトル密度とその模式化，土木学会論文報告集，第236号，pp.47~58，1975.
- 6) 星谷勝，千葉利晃，草野直幹：地震加速度波の非定常特性とシミュレーション，土木学会論文報告集，第245号，pp.51~58，1976.
- 7) 原田隆典，田中剛，田村好文：震源特性を考慮した地震動のシミュレーション手法，土木学会論文集，No.507/I-30，pp.209~217，1995.
- 8) Yang, J.-N.: Simulation of random envelope processes, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.21, No.1, pp.73-85, 1972.
- 9) Nakayama, T. and Fujiwara, H.: A simulation method of earthquake ground motion in consideration of time-varying phase based on nonstationary spectrum theory, *Proc. of JCOSSAR '97*, Vol.2, pp.699-707, 1997.
- 10) 中山隆弘，浅野照雄：非分離型非定常不規則変動外力を受ける線形システムの信頼性評価，*Proc. of JCOSSAR '91*, pp.547-550, 1991.
- 11) 星谷勝：非定常確率過程のスペクトル解析，土木学会誌，pp.41~46，1975.3.
- 12) Shinozuka, M., Deodatis, G. and Harada, T.: Digital simulation of seismic ground motion, *Stochastic Approaches in Earthquake Engineering*, Edited by Lin, Y. K., and Minai, R., Springer-Verlag, pp.252-298, 1987.

- 13) 亀田弘行：強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察，土木学会論文報告集，第 235 号，pp.55～62，1975.
- 14) 小松定夫，藤原豪紀，中山隆弘：コンプレックス・ディモデュレーション法による地震動の非定常スペクトル解析：土木学会論文集，第 368 号/1-5，pp.311～318，1986.
- 15) 情報理論とその応用学会編：確率課程 応用と話題，培風館，1994.
- 16) 中山隆弘，小松定夫，角田直行：構造振動系の非定常スペクトル応答解析法について，土木学会論文集，第 374 号/1-6，pp.541～548，1986.

(1999. 11. 22 受付)

A SIMULATION METHOD OF EARTHQUAKE GROUND MOTION TAKING NONSTATIONARY PHASE INTO ACCOUNT

Hidetoshi FUJIWARA and Takahiro NAKAYAMA

This paper presents a simulation method of earthquake motion. The proposed method is based on the nonstationary process model composed of not only evolutionary spectrum but also nonstationary phase that is named "time-varying phase". Characteristics of simulated earthquake motions by the method are revealed in terms of peak values, their occurrence times, response spectra and evolutionary spectra. These are compared with the values of actual earthquake records as models of simulation and those of simulated earthquake motions by the conventional simulation method are also examined. As a result, it is found that simulated earthquake motions reflecting more closely characteristics of the original models can be generated by the proposed method than the conventional method.