土木学会論文集 No.660／IV-49, 111-123, 2000.10

防災投資による物的被害リスクの軽減便益

横松宗太[1]・小林潔司[2]

[1]学生会員　工修　京都大学大学院博士後期課程　工学研究科土木工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
[2]正会員　工博　京都大学教授　大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

本研究では，物的資産の被害リスクを修復可能なリスクと位置づける．その上で，災害による物的被害リスクに直面する家計の長期的な消費・資産形成や災害保険の購入行動を表す動学的消費モデルを定式化する．そして，防災投資による災害リスクの低減が家計の物的資産の形成行動に及ぼす影響を分析するとともに，防災投資による物的資産の被災リスクの軽減の経済効果を計測するための方法論を提案する．

Key Words *disaster risk, economic benefit, disaster insurance, capital accumulation*

1．はじめに

災害による施設の損壊や資産の損失が生じても，災害保険によりリスクが完全にカバーされていれば，再びもとの状態に復元することが可能である．リスクが完全にカバーされていない場合でも，人命の損失等のような非可逆的リスクとは異なり，地震や災害により生じた物的資産の被害を（部分的にせよ）もとの状態に修復することが可能である．本研究では被害事象が生起しても元の状態に修復することが可能であるようなリスクを修復可能リスクと呼ぶ．

防災投資は物的施設の被害率の減少をもたらし，結果的に期待被害額の減少をもたらす．しかし，災害保険により物的被害リスクが完全にカバーされていない場合，災害による物的資産の喪失が生じれば，その時点で家計はそれ以降の人生設計を見直さざるを得ない．家計が被害を被れば，それ以後の資産形成行動に長期間にわたって影響が及ぶことになる．災害保険により災害リスクが担保されていない場合には，物的被害リスクも非可逆的な性質を持つようになる．

防災投資は災害が生じた事後の時点だけでなく，それ以前の時点に遡って，家計行動に影響を及ぼす．防災投資による物的資産の被害リスクが減少すれば，家計はより多くの資産形成を行うことができる．たとえば，治水事業等が行われれば，同一の画地の上で形成される物的資産の増加をもたらすだろう．このように，防災投資は物的資産形成の増加を誘発する．その結果，家計はより多くの生涯期待効用を獲得できるという資産の高度化効果が発生することとなる．

本研究では，復元可能な物的資産の被害リスクに直面する家計の長期的な消費行動モデルを定式化し，防災投資による災害リスクの低減が家計の資産の形成行動に及ぼす影響を分析する．さらに，防災投資による物的被害リスクの軽減便益を計測するための方法論を提案する．以下，2．では本研究の基本的な考え方を述べ，3．で家計行動モデルを定式化し，4．で最適行動の特性を分析する．5．で防災投資の費用便益ルールを導出し，6．において計算事例を示す．

2．本研究の考え方

（1）従来の研究の概要

防災投資の経済効果に関する研究蓄積は極めて乏しいが，防災投資がもたらす資産価値の増大効果に関しては，いくつかの先行研究がある．家計や企業の立地行動を通じて防災投資による資産価値の増大効果を計測した事例[1),2)]，ヘドニック法により地価の変化を通じて資産価値の増大効果を計測した事例[3)]などがある．これら既存の研究事例は，いずれも家計の資産形成行動を明示的に考慮していない．いわば，資産形成行動をブラックボックスとして取り扱い，立地行動や地価という家計の資産形成と関連の深い情報を用いて防災投資による資産価値の増大便益を計測している．家計の資産形成に関する行動仮説を欠いているために，防災投資や災害保険の普及が家計の物的資産の高度化行動に及ぼす影響を分析できない．

一方，家計の生命保険の購入を考慮した動学的最適消費問題に関しては膨大な研究の蓄積がある[4)-10)]．被保険者の利他的動機に基づいた最適生命保険問題に関してはYaariが先鞭を付けた[6)]．その後，保険の解約や年金市場を考慮したようなモデルの精緻化[7)-10)]が試みられている．動学的最適消費行動モデルを用いた費用便益分析は参考文献[11)]に詳しい．防災分野への応用事例としては，家計の生命保険の購入行動に基づいて死亡

リスクの低減便益を計測する方法が提案されている[12]．そこでは死亡事象の生起という非可逆的リスクを対象として，家計の消費行動を終端時刻が確率変数で表されるような最適制御問題として定式化している．本研究で対象とする物的被害リスクの場合，家計は被災後も生存し，失った資産の回復に努める．このため，家計の消費行動をモデル化するためには，被災後の家計行動をも同時に考慮したようなアプローチが必要となる．本研究で提案する動学的最適消費モデルは，伝統的な利他的動機に基づく最適生命保険モデルと同様の構造を持っている．しかし，家計の資産回復行動を表現するために，このような最適生命保険モデルを再帰的に定義することにより，無限期間にわたる最適消費行動モデルを定式化する点に本研究のオリジナリティがある．

（2）災害リスクと資産成長過程

いま，ある一定の画地上で生活を営む家計を考えよう．土地の売買は行われない．家計は物的資産と金融資産という２種類の資産形成を通じて富を蓄積する．物的資産は家屋や家財等により形成される．家計は物的資産を利用することにより効用を獲得する．物的資産は時間を通じて減価し，災害により被害が生じる可能性がある．家計は災害による被災リスクを災害保険によりヘッジする．一方，家計は確定利子率の金融資産形成を通じて将来の消費に備える．物的資産に被害が生じたとしても，修復を行うことにより元の状態に復元することが可能である．物的被害を修復するためには費用を要するため，物的被害が生じればその影響は金融資産に及ぶだろう．すなわち，災害により物的資産が喪失した場合，家計の物的資産と金融資産の蓄積過程は修正を余儀なくされる．家計はそれ以降の人生設計を見直し，資産の回復に努めるだろう．

図-1 に物的資産，金融資産を合計した家計の総資産の形成過程を示す．図において経路 A は災害リスクが存在しない場合に，ある家計の総資産の保有残高が時間とともにどのように変化するかを表している．同図の経路 B は，災害リスクのある場合の資産形成経路を示している．この例では，時刻 θ において災害が生じ，家計に ξ 単位の物的被害が生じている．被災により，時刻 θ において，家計の物的資産は ξ 単位だけ下方にジャンプする．災害後，家計の資産は経路 B に示すように推移する．しかし，事前には災害の発生時刻と被害額は確定的に把握され得ない．また，被災する回数も１回だけとは限らないだろう．死亡リスクの場合，家計の消費行動は死亡時点で終了する．しかし，物的被害リスクの場合，災害の生起により資産形成過程が終了するのではない．被災時点で資産額は不連続に減少するが，被災後も資産形成過程は継続する．いま，時刻 $\hat{\theta}$ に

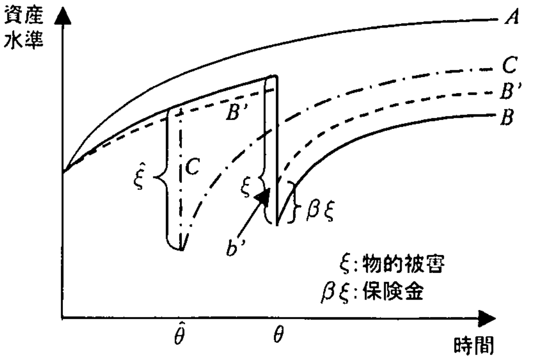

図-1 資産の変化過程

災害が起こり，$\hat{\xi}$ の被害を被ったとしよう．この場合の家計の資産形成経路を図-1の経路 C（一点鎖線）で表している．家計がいつ被災するかが不確定であり，家計の資産は時刻 $\hat{\theta}$ まで経路 B と同じ経路上を推移していく．しかし，時刻 $\hat{\theta}$ で被災した場合，家計はその時点で残りの人生設計をやり直す必要がある．

（3）災害保険と資産形成行動

災害保険が利用可能であり，保険により被害額の一部がカバーできたとしよう．図の経路 B'（破線）では，ξ の被害に対して $\beta\xi$ $(1 \geq \beta \geq 0)$ だけの保険金が支給されている．家計は保険金と金融資産の保有残高に基づいて，被災後の最適な物的資産と金融資産の組み合わせを決定する．このような物的資産の決定は，被災直後における物的資産の復旧活動に該当する．現実には，被災後の復旧活動は物的資産の被害額の認定や資源制約により相応の時間が必要となる．本研究では人生的視野における資産形成に焦点をあてるため，復旧活動は被災後ただちに実施・完了すると考えよう．資産の再配分の後，点 b' において第２期の資産形成過程が始まる．物的資産の長期的な復興過程が開始する．また，到着時刻・被害率に関して同一の災害に対して，家計が保険購入行動をとった場合の資産形成経路 B' は経路 B とは異なったものになる．災害の前後を通じて資産水準が異なる．物的被害リスクに直面する家計にとっては，被災後により高い資産水準で人生を再出発するために，事前には保険料を支払いながら相対的に低い資産水準で推移することが効率的であるかもしれない．このように災害による物的被害リスクを分析するためには，家計の保険行動と被災後の資産の修復行動を同時に考慮に入れたアプローチが必要となる．

（4）防災投資の経済便益

上述のように時間軸上の物的被害リスクは災害事象の到着率と，災害時における被害の発生分布の２つの

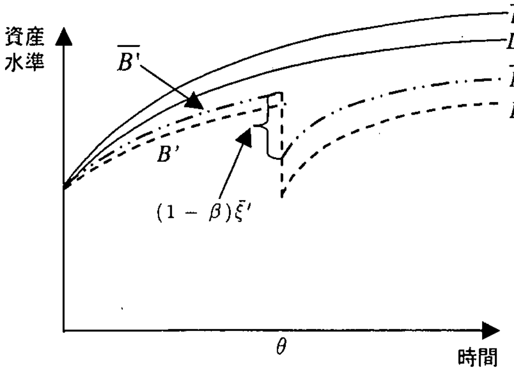

図-2 防災投資効果

要素によって定義することができる．このうち災害事象の到着確率は人為的に制御できない．一方，防災投資により被害額の発生分布を制御できる．防災投資により災害の発生を未然に防げた場合，災害事象が生起してかつ被害率0の事象が生起したものと捉える．先の**図-1**の経路B'に着目しよう．防災投資が行われたために時刻θに生じた被害がξ'から$\bar{\xi}'(<\xi')$に減少したと考えよう．その結果，資産蓄積経路は**図-2**の経路$\bar{B}'$（2点鎖線）に従って変化する．この変化を大きく2つの成分に分解しよう．第1に防災投資により災害時の被害額が減少すれば，再出発点が上方に移動して被災時点以降の資産の蓄積過程に変化が生じる．本研究では，このような効果を防災投資による「事後的被害の減少効果」と呼ぶこととする．第2に防災投資により災害保険の購入額を節約することができる．家計は節約された災害保険料を消費活動や資産形成活動に充当することが可能となる．災害保険料の軽減は家計の長期的な消費行動に影響を及ぼすことになる．この効果は初期時点から資産形成経路を上方へシフトする効果として現れている．このように家計の物的資産形成が生涯にわたって増加する効果を「資産の高度化効果」と呼ぶ．

なお，以上の効果は災害保険の利用可能性に大きく依存している．災害により物的被害が生じても，その被害額が保険で完全にカバーされる場合（経路D），リスクのない資産形成が可能となる．この場合，防災投資による「事後的被害の減少効果」は発生しない．災害保険料の減少に伴う「資産の高度化効果」のみが現れる（経路$\bar{D}$）．それに対して保険契約が不可能な場合や被害額を完全には担保できない場合，家計は被災直後に資産を完全には元の状況に戻すことができなくなる．家計は外生的な災害事象の到来による資産変動のリスクを除去することができない．よって，家計のリスクプレミアムを明示的に考慮した防災投資の便益評価が必要になる．

3．家計行動のモデル化

（1）モデル化の前提

本研究では，家計行動を期待生涯効用の現在価値を最大化するように資産の蓄積と損害保険の購入を決定する動学的消費問題[6),7)]として定式化する．その際，以下の仮定を設ける．第1に，家計は歴史的に与えられた一定の土地の上に永久に住み続け，土地の売買は行われない．家計は家屋・家財等の物的資産と金融資産の形成を通じて富を蓄積する．家計は物的資産の利用より効用を獲得し，将来支出に備えるために金融資産を蓄積する．物的資産は時間を通じて減価する．また，災害により，被害を被る可能性がある危険資産である．一方，金融資産は確定利子率の銀行預金として蓄積され，災害によっても被害を受けない安全資産である．さらに，物的資産の中古市場が完備されており，物的資産を金融資産に自由に交換できると仮定する．家計は物的資産と金融資産で構成される総資産を蓄積する．第2に，家計は現時点から無限大にわたる計画視野を持つ．このことは，家計の生存期間は有限であるが，自己の将来家系の消費行動に関しても利他的な選好を持っていることを意味しており，いわゆる王朝モデル(dynasty model)[13)]と呼ばれるモデルの考え方に準拠している．この仮定により，ある時点で生じた被害が長期にわたって家計行動に及ぼす影響を効果的に分析することが可能となる．第3に，家計が有する資産は家屋・家具等の物的資産と銀行預金等の金融資産により構成される．災害により家計は物的資産の一部，もしくはそのすべてを喪失する．災害保険金は被災後，瞬時に支給されると仮定する．また保険金が支給された後，家計は保険金と金融資産の保有残高を考慮して，その時点における最適な物的資産と金融資産の組み合わせを決定する．このような被災後の金融資産と物的資産の間の調整過程は瞬時に完了すると仮定する．それに対して，保険により完全にはカバーされない部分の損害は，元の状態に戻るのに時間を要することになる．物的資産の損失が保険金を通じて完全には復旧されない場合，災害による被害がその後の物的資産の形成に非可逆的な影響をもたらすことになる．なお，現実には保険金の支給や，保険金を原資とした物的資産の復旧も，ある時間的遅れを伴う．しかし，本研究では，保険によりカバーされない損失の存在と防災投資の便益との関係に焦点をあてるため，保険金による物的資産の復旧は瞬時に完了すると仮定する．第4に，家計は合理的に災害保険を購入すると仮定する．家計は不完全な災害リスク認知を有することが多くの文献[14)]で指摘されている．家計が災害リスクを認知しなければ，防災投資に対する支払い意思額は非常に小さくなる．家計の認

知する支払い意思額と合理的家計を想定して算定した支払い意思額の間に大きな差異がある場合，家計に対して災害リスクの周知を図る必要があろう．この意味で，合理的な家計を想定して算定された支払い意思額は1つの規範的な意味を持っている．第5に，災害保険市場が完備されていると仮定する．しかし，民間の保険会社が自然災害のように多くの家計が同時に被害リスクに直面するような集合リスクを担保することは不可能である．それが可能となるためには，政府が災害保険を受け持ち時間軸に沿ってリスクを分散するか，国際再保険市場が完全に機能し同一時点でリスクを分散することが必要となろう．現時点では災害リスクの完全な分散方法は制度的に確立していないが，国際的再保険市場が発展すれば災害保険市場も整備しうるものと考える．しかし，大規模災害に対しては再保険市場を通じてもリスクの完全な分散は不可能である[15]．本研究では，災害保険の料率には集団リスクに対するマークアップ率が加算され，通常の損害保険の料率よりも高額になると考える[16]．マークアップ率の値を決定するためには，災害保険市場をとりあげた市場均衡モデルが必要となる．本研究では，防災投資が家計行動に及ぼす影響を分析することに焦点を絞るため，以下ではマークアップ率は外生的に与えられていると仮定する．

（2）災害事象の到着

時刻$t=0$を起点とする無限期間$[0,\infty)$にわたる家計の消費行動に着目する．いま，時刻$\theta_1>0$に第1回目の災害リスク事象が到着するとしよう．さらに，第2回目の災害リスク事象が時刻θ_2に到着する．このように災害リスク事象が無限期間の中で離散的な時刻に順次到着すれば，結果的に災害リスク事象が到着する離散的時刻の系列を$0\leq\theta_1<\cdots<\theta_i<\cdots$と表現できる．災害リスク事象の到着は外生的に与えられるが，どの時刻に到着するかはランダムである．いま，時刻θ_iに災害リスク事象が到着すると考えよう．災害レベルを離散的な状態変数$j(j=1,\cdots,N)$で表す．時刻θ_iに生じたランクjの災害による被害率（被害額が物的資産総額にしめる割合）を$\alpha(\theta_i)=\alpha_j$ $(0\leq\alpha_1\leq\cdots\leq\alpha_j\leq\cdots\leq\alpha_N\leq1)$で表そう．ランク$j$の災害が生じても被害が発生しない場合，$\alpha_j=0$である．家計の無限的視野における被災事象の系列を$\{(\theta_1,\alpha(\theta_1)),\cdots,(\theta_i,\alpha(\theta_i)),\cdots\}$で定義できる．災害リスク事象が到着率$\bar{\mu}$を持つポワソン確率過程に従って生起すると仮定する．いま，初期時点$t=0$から時刻tまで災害事象が到着せずに，期間$[t,t+dt]$にはじめて災害事象が到着する確率をハザードモデル

$$\bar{\mu}dt=\frac{\phi(t)dt}{1-\Phi(t)} \tag{1}$$

で表現する．ここに，$\Phi(t)$は時刻0から時刻tまでに災害が生起する確率，$\phi(t)$はその確率密度関数である．つぎに，式(1)において$\phi(t)=d\Phi(t)/dt$となることに留意すれば，つぎの微分方程式を得る．

$$\dot{\Phi}(t)=\{1-\Phi(t)\}\bar{\mu} \tag{2}$$

初期条件$\Phi(0)=0$の下で微分方程式を解くことにより，

$$1-\Phi(t)=\exp(-\bar{\mu}t) \tag{3}$$

を得る．災害事象が時刻tまで生起しない確率$\Pi(t)$は

$$\Pi(t)=1-\Phi(t)=\exp(-\bar{\mu}t) \tag{4}$$

と表せる．初期時刻から時刻tまで災害が生じず，かつ期間$[t,t+dt]$に災害事象が到達する確率$\pi(t)dt$は

$$\pi(t)dt=\bar{\mu}\Pi(t)dt=\phi(t)dt \tag{5}$$

となる．災害時に，それがランクjに該当する確率をq_jと表そう．確率q_j $(j=1,\cdots,N)$の定義より，

$$q_j\geq0 \quad \sum_{j=1}^{N}q_j=1 \tag{6}$$

が成立する．これより，時刻tまで災害が生じず，かつ期間$[t,t+\Delta t]$にはじめて災害が生じ，それがランクj $(j=1,\cdots,N)$となる確率$\pi_j(t)dt$は

$$\pi_j(t)dt=\mu_j\Pi(t)dt \tag{7}$$

と表せる．ただし，$\mu_j=\bar{\mu}q_j$である．政府は防災投資等を通じて災害リスクにより生じる被害率を制御する．治水事業等の防災投資を実施すれば，個人の被害率α_jが変化する．防災投資の水準xの下における個々の家計の被害率を$\alpha_j(x)$と表そう．防災投資水準xが大きくなるほど，より高度な防災投資施設を表すと考えよう．したがって，$d\alpha_j(x)/dx\leq0$が成立する．表記の簡便上，当面の間$\alpha_j(x)$をα_jと表す．

（3）資産の蓄積過程の定式化

最初の災害リスク事象が到達するまでの期間$[0,\theta_1)$に着目しよう．伝統的な最適保険モデルと同様に，災害保険は瞬間的な掛け捨て保険であるとしよう．災害保険の契約方式として，1）資産の当該期価値に基づく時価方式，2）資産の再取得化価格に基づく方式があるが，以下では被災した家屋・家財の時価に基づいて保険金が支払われると考える．家計は初期時点$t=0$において災害保険の契約を締結し，契約は最初の災害リスク事象が到達し保険金が支払われるまでの期間にわたって有効であると考える．家計が時刻θ_1で被災した場合，保険金が支払われ第1期の災害契約が終了する．その上で，直ちに被災後の総資産の状況と対応した第2期の災害保険契約を締結する．その後も，被災時ごとに災害保険契約が見直される．家計は将来時点における災害保険の見直しの可能性を考慮に入れながら，初期時点におい

て将来にわたる消費計画, 資産の蓄積計画, 保険消費計画を設計すると考えよう.

いま, 家計の時刻$t \in [0,\theta_1)$における物的資産のストックを$s(t)$と表そう. さらに, 家計が初期時点で選択した時刻tにおける災害保険のカバー率を$\beta(t)$で表す. 任意のtに関して$0 \leq \beta(t) \leq 1$を満足する. 時刻$t \in [0,\theta_1)$における物的資産のストックを$s(t)$と表そう. 仮に, 時刻tにランクjの災害が生じ$\alpha_j(t)s(t)$の物的被害が生じた場合, 保険金$\beta(t)\alpha_j(t)s(t)$が支払われる. 災害が生起しない場合, 保険金は支払われない. 災害保険の保険料$p(t)$は市場が評価した災害リスクに対するプレミアム分をマークアップした水準

$$p(t) = \varepsilon \sum_{j=1}^{N} \psi_j \beta(t) s(t) = \zeta \beta(t) s(t) \tag{8}$$

に決定される. εは災害リスクに対するマークアップ率であり, $\varepsilon \geq 1$を満足する. また, $\psi_j = \mu_j \alpha_j$はランクjの災害による期待被害率である. $\zeta = \varepsilon \sum_{j=1}^{N} \psi_j$である. 災害リスクを市場で完全に分散できる場合, $\varepsilon = 1$が成立する. この場合, 災害保険市場において保険料が保険でカバーされる期待被害額$\sum_{j=1}^{N} \psi_j \beta(t) s(t)$に一致する. マークアップ率を内生化するためには, 災害リスクを考慮したような保険市場のモデル化が必要である. 本研究は家計行動のモデル化に焦点を絞っており, マークアップ率は外生的に与えられると考える.

つぎに, 初期時点から最初に被災するまでの期間$[0,\theta_1)$における資産の蓄積過程を考えよう. 家計が保有する物的資産$s(t)$と金融資産$w(t)$の蓄積過程は

$$\dot{s}(t) = z(t) - \delta s(t) \tag{9a}$$

$$\dot{m}(t) = r(t)m(t) + y(t) - c(t) - z(t) - p(t) \tag{9b}$$

によって規定される. ここに, $\dot{s}(t) = ds(t)/dt$, $\dot{m}(t) = dm(t)/dt$であり, 記号$\cdot$は時刻tに関する全微分を意味する. また, $r(t)$は金融資産$m(t)$の収益率, $y(t)$は所得（外生変数）, $c(t)$は消費支出額, $z(t)$は物的資産への投資量, δは物的資産の減価償却率である. 家計は将来の利子率$r(t)$, 所得$y(t)$に関して完全予見可能であると仮定する. 災害が生じても利子率, 所得は変化しないと仮定する. これは非常に強い仮定であるが, 災害時における利子率や所得が外生的に変化するモデルを考えても, モデルの本質的な構造は変化しない. 一方, 利子率や賃金所得を内生化するためには動学的一般均衡モデルを開発する必要がある. この問題は本稿の域を越えており, 今後の課題としたい. いま, 物的資産に関する資産市場が完備しており, 金融資産と物的資産が互いに完全に代替可能であると仮定しよう. すなわち, 時刻tにおける総資産$w(t)$は物的資産$s(t)$と金融資産$m(t)$の総和$w(t) = m(t) + s(t)$で表されるとする. この時, 式(9a),(9b)を総資産の蓄積方程式

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) - p(t) - \kappa s(t) \tag{10a}$$

$$w(0) = w_0 \tag{10b}$$

に統合化できる. ただし, $\kappa = r(t) + \delta$は物的資産の瞬間的保有費用を, w_0は初期資産のストック量を表している. 式(10a)において, 家計は$c(t), s(t)$, 及び$\beta(t)$（式(8)を参照）を制御する. 状態変数は$w(t)$である.

第1期の総資産の蓄積方程式は期間$[0,\theta_1)$において定義されている. 第1期の終端時刻θ_1においてランクjの災害リスク事象が生起し, 家計の物的資産に$\alpha_j s(\theta_1)$の被害が生じた考えよう. この場合, 第1期の災害保険契約が終了し, 直ちに災害保険金$\beta(\theta_1)\alpha_j s(\theta_1)$が支払われる. すなわち, 時刻$\theta_1$において家計の総資産に離散的なジャンプが生じる. 時刻θ_1にランクjの災害リスク事象が生じた場合, 家計の総資産$w(\theta_1 : j)$は

$$w(\theta_1 : j) = w(\theta_1) - (1 - \beta(\theta_1))\alpha_j s(\theta_1) \tag{11}$$

となり, 第1期の総資産の蓄積過程が終了する. その上で, 時刻θ_1を初期時点, $w(\theta_1 : j)$を初期資産として第2期の資産蓄積過程が再開されることになる. 第3期以降の資産蓄積過程も同様の方法で定義することが可能である. 災害リスク事象のある標本系列$\{(\theta_1, \alpha(\theta_1)), \cdots, (\theta_i, \alpha(\theta_i)), \cdots\}$に対する無限期間を通じた総資産の標本蓄積過程は, 式(10b),(11)より

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) - p(t) - \kappa s(t) - \sum_{i=1}^{\infty}(1 - \beta(\theta_i))\alpha(\theta_i)\Delta(\theta_i)s(\theta_i) \tag{12}$$

と表される. ただし, $\Delta(\theta_i)$は$t = \theta_i$の時にのみ1, そうでない時0となるディラック測度である.

なお, 上記のように$w(t)$を導入した最適制御問題を定式化することにより, 物的資産$s(t)$が制御変数として扱われることになる. そのような変換が可能な理由は, 本モデルで物的資産と金融資産の間の交換が双方向に自由で, かつcostlessであるという仮定にある. すなわち, 式(9a)(9b)において, $z(t)$に負の水準も許している点, 金融資産と物的資産が完全に代替的であるという仮定に依存している. その結果, 式(9a), (9b)から$z(t)$を消去して式(10a)が得られる. また, 家計が毎期消費する物的資産$s(t)$のサービス価格$\kappa = r(t) + \delta$は, 物的資産$s(t)$の減価償却率δと, 物的資産の機会費用を表す金融資産の収益率$r(t)$の和として定義される.

(4) 区分的家計行動の定式化

事前の時点において, 災害が「どの時刻で発生する」か, さらに「どのランクの被害が生起するか」は確定的には把握できない. 災害被害事象の生起パターン$\{(\theta_1, \alpha(\theta_1)), \cdots, (\theta_i, \alpha(\theta_i)), \cdots\}$はランダムに与えられる. このような災害リスクのランダム性を考慮するた

めに，まず初期時点から最初の災害が生じる時刻θ_1までの時間区間に着目し，この区間上での家計の最適消費行動を考えよう．２.（２）で考察したように,「被災するとその時点で将来の人生設計の見直しを行う」可能性を考慮にいれながら，第１期の各時点における資産形成・保険購入量を決定する問題を考える．この問題を第１期の計画問題と呼ぶこととする．記述の便宜上，最初の災害事象の生起時刻θ_1をTと書き直し，Tを第１期の消費問題の終端時刻を表す確率変数であると考えよう．終端時刻Tにおいて災害が生じ，それがランクjの被害となる確率はq_jで表される．ランクjの災害が生じ，総資産が$w(T:j)$に変化したとしよう．この時，家計が第１期の終了期に得られる効用水準は，その時点における被災後の総資産$w(T:j)$の関数として$v(w(T:j))$で表わされる．終端期の効用関数$v(\cdot)$の内容については，のちに詳細に記述する．ここでは，ひとまず第１期の最終時点の効用水準が被災後の総資産$w(T:j)$の関数として表現されていることだけを確認しておく．災害事象が発生した時刻Tに，いずれのランクの災害が生じるかは初期時点では判らない．そこで，終端時刻Tにおける期待終端効用$E[v(T)]$を

$$E[v(T)] = \sum_{j=1}^{N} q_j v(w(T:j)) \tag{13}$$

と表わそう．家計の時点$t \in [0,T)$における瞬間的効用関数を合成財の消費量$c(t)$と物理的資産のストック$s(t)$の関数$u(c(t),s(t))$により表そう．ただし，効用関数は凹関数であり，通常の性質

$$\begin{aligned} &\frac{\partial u(\cdot)}{\partial c(t)} > 0 \quad \frac{\partial^2 u(\cdot)}{\partial c(t)^2} \leq 0 \\ &\frac{\partial u(\cdot)}{\partial s(t)} > 0 \quad \frac{\partial^2 u(\cdot)}{\partial s(t)^2} \leq 0 \\ &\frac{\partial^2 u(\cdot)}{\partial c(t)\partial s(t)} \leq 0 \end{aligned} \tag{14}$$

を満足すると仮定する．第１期の家計行動は第１期の期待効用の現在価値の総和の最大化問題

$$\max_{\gamma(t)} E_T \left[\int_0^T u(c(t),s(t))\exp(-\rho t)dt + \sum_{j=1}^{N} q_j v(w(T:j))\exp(-\rho T) \right] \tag{15a}$$

subject to

$$w(T:j) = w(T) - \alpha_j(1-\beta(T))s(T) \tag{15b}$$

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) - \kappa s(t) - p(t) \tag{15c}$$

$$w(0) = w_0 \tag{15d}$$

$$1 \geq \beta(t) \geq 0 \tag{15e}$$

と表すことができる．ここに，$\gamma(t) = \{c(t),\ \beta(t),\ s(t)\ (t \in [0,T))\}$は制御変数ベクトルである．終端時刻$T$は確率変数であり記号$E_T[\cdot]$は終端時刻分布に関する期待値操作を表す．$\rho$は主観的時間選好率である．仮定より，災害事象が到着率$\bar{\mu}$のポワソン過程に従って生起する場合，時刻tで第１期が終了する確率は式(5)で表される．この時，第１期の最適消費問題の汎関数は

$$\begin{aligned} EW &= E_T \left[\int_0^T u(c(t),s(t))\exp(-\rho t)dt + \sum_{j=1}^{N} q_j v(w(T:j))\exp(-\rho T) \right] \\ &= \int_0^\infty \pi(\tau) \left\{ \int_0^\tau u(c(t),s(t))\exp(-\rho t)dt + \sum_{j=1}^{N} q_j v(w(\tau:j)) \right\} \exp(-\rho\tau)d\tau \end{aligned} \tag{16}$$

と表せる．第１期の最適消費問題は終端期での効用（右辺第２項）が災害リスクに関する期待値で表現されている点を除けば，伝統的な最適保険モデル[6),7)]と同一の数学的構造をしている．積分領域$(0 \leq \tau \leq \infty, 0 \leq t \leq \tau)$はそれと同値な領域$(t \leq \tau \leq \infty, 0 \leq t \leq \infty)$に書き直せることに着目する．積分の順序を交換し$\tau$に関して積分を実施すれば，第１期の期待効用は

$$EW = \int_0^\infty U(t)\exp(-\eta t)dt \tag{17}$$

と表せる．ここに，$U(t)$は当該期tの価値で評価した一般化された瞬間的効用関数であり次式で定義される．

$$U(t) = u(c(t),s(t)) + \sum_{j=1}^{N} \mu_j v(w(t:j)) \tag{18}$$

また，$\eta = \rho + \bar{\mu}$である．家計の主観的割引率ηは主観的時間選好率ρと災害到着率$\bar{\mu}$の和として表現される．割引率ηを一般化割引率[12)]と呼ぶこととする．この時，家計の第１期の最適化行動は

$$\max_{\gamma(t)} \left\{ \int_0^\infty U(t)\exp(-\eta t)dt \right\} \tag{19a}$$

subject to

$$w(t:j) = w(t) - \alpha_j(1-\beta(t))s(t) \tag{19b}$$

$$eqns.(15c),(15d),(15e),(20)$$

となる．すなわち，無限的視野を持つ確定的最適制御問題として表現できる．なお,この問題における最適資産蓄積過程は無限大の時限において借金を残すことは許されないという横断性条件

$$\lim_{t\to\infty} w(t)\exp(-\eta t) = 0 \tag{20}$$

を満足しなければならない．

（５）無限期間最適消費問題の定式化

以上では，初期時点から最初に災害事象が到達するまでの期間を対象とした最適消費問題を定式化した．物的資産に被害が生じた場合，それ以降の時点にわたって

消費行動を変更することにより，物的資産の復元に努めることになる．最初の被害事象が生起した時点$T = \theta_1$の総資産$w(\theta_1; j)$を初期条件として第２回目の災害が生起する時点までの消費・資産形成行動の最適化を達成する．第２期$[\theta_1, \theta_2)$における家計行動も，第１期における最適消費問題と同様に定式化できる．以下，同様の最適消費問題の系列を考えることにより，無限期間にわたった最適消費問題を定式化できる．

無限期間における最適消費問題を再帰的に定義しよう．家計は第２期以降のすべての期の最適消費問題に対して最適な消費・資産を形成を行うと仮定する．いま，任意のθ_1 $(\theta_1 \geq 0)$に対して任意の第２期の初期資産$w(\theta_1 : j)$を定義しよう．さらに，各$w(\theta_1 : j)$を初期資産とし，時刻θ_1以降の任意の時刻τ $(\tau \geq \theta_1)$に対して定義される最適制御$\gamma^*(\tau|w(\theta_1 : j)) = \{c^*(\tau|w(\theta_1 : j)),$ $s^*(\tau|w(\theta_1 : j)), \beta^*(\tau|w(\theta_1 : j))\}$がすべて既知であると仮定しよう．時刻$\theta_1$において初期条件$w(\theta_1 : j)$の下で達成される期待生涯効用の上限値を最適値関数$V(w(\theta_1 : j))$で表現する．以下，最適値関数$V(w)$を用いるが，すべて当該期の価値で評価した当該期最適値関数(current optimal value function)を意味している．ここで，時刻θ_1にランクjの災害が生じた時に資産が$w(\theta_1 : j)$となるような任意の制御系列

$$\tilde{\gamma}(t) = \begin{cases} \gamma(t) & t < \theta_1 \\ \gamma^*(t|w(\theta_1 : j)) & t \geq \theta_1 \end{cases} \tag{21}$$

を定義する．初期資産w_0と制御系列$\tilde{\gamma}(t)$の下で達成される期待生涯効用を次式で定義しよう．

$$EW(w_0 : \tilde{\gamma}(t)) = \int_0^\infty \{u(c(t), s(t)) + \sum_{j=1}^{N} \mu_j V(w(t : j))\}\exp(-\eta t)dt \tag{22}$$

ただし，$V(w(t : j))$は時刻tにおける初期資産$w(t : j)$の下で達成される時刻tで評価した第２期以降の最適期待生涯効用を表す．$EW(w_0 : \tilde{\gamma}(t))$は初期資産$w_0$と制御系列$\tilde{\gamma}(t)$の下で達成される期待生涯効用である．つぎに，時刻$t = 0$における資産の初期条件$w_0$の下で達成可能な最適期待生涯効用を表す最適値関数を$V(w_0)$と表そう．この時，初期時点の最適値関数は

$$V(w_0) = \max_{\gamma(t)} \left\{ \int_0^\infty \{u(c(t), s(t)) + \sum_{j=1}^{N} \mu_j V(w(t : j))\}\exp(-\eta t)dt \right\} \tag{23}$$

と定義される．式(23)は最適値関数$V(w)$に関する再帰的関数方程式である．無限期間最適消費問題は，任意のwに関して関数方程式を満足するような最適値関数$V(w)$を求める問題に帰着する．最適値関数が求まれば，防災投資の経済価値を容易に計算することができる．この問題に関しては，５．で言及する．

４．最適消費・資産形成行動の特性

（１）無限期間最適消費問題の特徴

以上で定式化した最適制御問題は，外生的に与えられたランダムなインパルス時刻θに家計の総資産を表す状態変数$w(t)$に離散的なジャンプが生じるジャンプ過程を制御する問題となっている[17),18)]．家計は損害保険を購入することにより，災害により生じる被害額（ジャンプ幅）を制御する．このようなジャンプ過程の最適制御問題は，連続的に変化する状態変数の変化の早いプロセスの制御と，離散的にゆっくりと到着するジャンプの幅の制御という２種類の質の異なる変化過程を同時に制御する問題となっている．３．で定式化したモデルは，１）２つの隣り合うジャンプが生起する時点間における変化の早い家計の消費・資産形成過程の制御を終端時間が不確実な最適制御問題として定式化するとともに，２）変化の遅い離散的プロセスで生起する被害事象の間の推移過程の最適制御をBellmanの最適値原理を用いて表現したものである．本研究で提案したモデルは機械の最適取り替え問題として発展した一連の研究と同様の数学的構造を有しており，その解法はすでにいくつか提案されている[19)−21)]．近年では，速度の異なるシステムの変化を同時に制御するような連続時間マルコフ決定過程に関する研究が発展しつつある[22)]．本研究では防災投資の費用便益ルールを導出するために，最適値関数を明示的に用いたアプローチを試みる．この方法はジャンプ過程の最適制御問題へのアプローチでは，従来からよく用いられてきた方法である．しかし，本研究で対象とする最適制御問題は，インパルス時刻で生じるジャンプ幅を制御するという特性がある．したがって，システムの状態変数の区分連続的な区間を対象とした通常のポントリャーギンの最大値原理は利用できない．本研究ではこのような特性を持つ最適制御問題に対して最適制御問題の動的双対問題であるHamilton-Jacobi方程式とBellmanの最適値原理を組み合わせた方法[18)]を用いることとする．

（２）最適化条件

無限期間における最適消費問題の動学的双対問題[23)]を考える．最適値関数$V(w)$が既知であり，微分可能であると仮定する．時刻$t + dt$の資産を$w(t + dt)$とする．任意の時刻τ $(\tau \geq t + dt)$における最適制御$\gamma^*(\tau|w(t + dt)) = \{c^*(\tau|w(t+dt)), s^*(\tau|w(t+dt)), \beta^*(\tau|w(t+dt))\}$がすべて既知であると仮定しよう．最適資産蓄積経路が横断性条件(20)を満足すると仮定する．初期時点の現在価値で評価した時刻tにおける現在価値最適

値関数 (present optimal value function) を $V^p(t, w(t)) = V(w(t))\exp(-\eta t)$，一般化された現在価値瞬間的効用関数を $U^p(t) = \{u(c(t), s(t)) + \sum_{j=1}^{N} \mu_j V(w(t:j))\}\exp(-\eta t)$ で表そう．時刻 t における最適値関数は

$$V^p(t, w(t)) = \max_{\gamma(t)} \left\{ \int_t^{t+dt} U^p(\tau)d\tau + V^p(t+dt, w(t+dt)) \right\} \tag{24}$$

と定義できる．最適値関数 (24) の右辺を dt に関して Taylor 展開し，$dt \to 0$ の極限操作を行うことにより，Hamilton-Jacobi 方程式を得る（付録I参照）．

$$\eta V = \max_{\gamma(t)} \{U(t) + \frac{\partial V}{\partial w}\dot{w}\} \tag{25}$$

ここで，Vは当該期最適値関数である．$\dot{w}$が式 (15c) で記述されることに着目しよう．$c(t), s(t), \beta(t)$ に関する最適化条件より

$$\frac{\partial U}{\partial c} - \frac{\partial V}{\partial w} = 0 \tag{26a}$$

$$\frac{\partial U}{\partial s} - \frac{\partial V}{\partial w}\{\kappa + \zeta\beta(t)\} = 0 \tag{26b}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \beta} - \frac{\partial V}{\partial w}\zeta s(t) = 0 \tag{26c}$$

が成立する．式 (26a),(26b) は消費の期待限界効用，物的資産の期待限界効用が総資産の限界効用と等しくなるように各期の消費量，物的資産の消費量が決定されることを表している．$\zeta = \varepsilon \sum_{j=1}^{N} \psi_j$を考慮し，式 (26c) を具体的に記述すれば

$$\sum_{j=1}^{N} \psi_j \frac{\partial V(w(t:j))}{\partial w(t:j)} = \varepsilon \frac{\partial V}{\partial w} \sum_{j=1}^{N} \psi_j \tag{27}$$

を得る．ただし，$\psi_j = \mu_j \alpha_j$はランク jの災害による期待被害率である．式 (27) は家計の災害保険の加入量が災害保険の実効価格が災害時における資産の期待限界効用に等しくなるように決定されることを表している．保険カバー率の制約$1 \geq \beta \geq 0$と効用関数の凸性を考慮すれば任意の jに対して$\partial V(w(t:j))/\partial w(t:j) \geq \partial V/\partial w$が成立する．ここに，$\partial V(w(t:j))/\partial w(t:j)$ はランク jの災害が生じた時の資産に関する限界生涯効用を，$\partial V/\partial w$ は平常時における資産の限界生涯効用を表す．任意のα_jに対して式 (27) が成立するためには，$\varepsilon = 1$のときには $w(t:j) = w(t)$ が成立していなければならない．すなわち，災害ランクに関わらず被災後の総資産が平常時の総資産と一致する．よって，$\varepsilon = 1$のときには，家計は物的資産の損失を災害保険によりフルカバーすることが最適となる．災害保険のリスクプレミアムが$\varepsilon > 1$を満足する場合，任意の jに関する$\partial V(w(t:j))/\partial w(t:j)$と$\partial V(w(t))/\partial w(t)$ は一致せず，物的資産を災害保険によりフルカバーすることは最適ではない．家計は災害により総資産の一部を喪失することになる．

なお，以上では最適値関数を既知として最適化条件を導出した．しかし，この段階で最適値関数は未知である．最適値関数を求めるためには，家計の直接効用関数を与件として，以上の最適化条件と Hamilton-Jacobi 方程式を同時に満足するような関数型 $V(w)$ を求める必要がある．6．では直接効用関数を特定化して最適値関数を具体的に求めることとする．

5．費用・便益ルールの導出

（1）費用便益ルールの定式化

ランク jの災害が生じた時に生じる被害率α_jは防災施設水準 x の関数$\alpha_j(x)$ $(j = 1, \cdots, N)$ として表される．防災投資により被害率が変化すれば，式 (25) を満足する最適値関数自体が変化する．最適値関数が防災施設水準 x と対応して変化することを明示的に表現するために，最適値関数を $V(w_0 : x)$ と書き改めよう．すなわち，パラメータ x に依存する最適値関数 $V(w_0 : x)$ の族を考え，パラメータ x の変化に対して最適値関数が連続的に変化すると考える．防災投資水準が x^0から x^1 に変化したとしよう．この時，補償変分は

$$V(w_0 - CV : x^1) = V(w_0 : x^0) \tag{28}$$

を満足するCVで定義される．よって微小変化に関して補償変分を定義すると，

$$V(w_0 - dCV : x^0 + dx) = V(w_0 : x^0) \tag{29}$$

となる．プロジェクトが small な場合，上式の左辺を全微分することにより補償変分は

$$dV = V^1_{w_0}(-dCV) + V^1_x dx = 0 \tag{30}$$

を満足する変分 dCVで定義される．ただし $x^1 = x^0 + dx$，また $V^1_{w_0} = \partial V(w_0, x^1)/\partial w_0$は防災投資水準 x^1で評価した資産の期待限界効用を表す．$V^1_x = \delta V(w_0, x^1)/\delta x$ である．記号δはパラメータ x の変化に沿った最適値関数の限界的な変分を表している．ここで，$V^1_{w_0}$，V^1_x が上方に有界であると仮定しよう．この時，防災投資 dx に対する補償変分は

$$dCV = \frac{V^1_x}{V^1_{w_0}} dx \tag{31}$$

と表される．同様に，微小変化に関する等価変分は

$$V(w_0, x^1) = V(w_0 + dEV, x^1 - dx) \tag{32a}$$

$$dV = V^0_{w_0} dEV + V^0_x(-dx) = 0 \tag{32b}$$

を満足する dEVで定義できる．ただし $x^0 = x^1 - dx$，$V^0_{w_0} = \partial V(w_0, x^0)/\partial w$，$V^0_x = \delta V(w_0, x^0)/\delta x$ である．防災投資 dx に対する等価変分は次式で定義される．

$$dEV = \frac{V^0_x}{V^0_{w_0}} dx \tag{33}$$

（2）支払い意思額の導出

最適値関数族 $V(w : x)$ が既知であるとしよう．式 (31),(33) より直ちに支払い意思額を求めることができ

る．このようにして求めた支払い意思額には，2．（4）で言及した「資産の高度化効果」と「事後的被害の減少効果」の双方が含まれる．支払い意思額をこれら2つの効果に基づく支払い意思額に分解するためには最適値関数(23)の定義に基づいて直接支払い意思額を計算する必要がある．いま，最適値関数(23)の両辺をx, w_0に関して偏微分し等価変分を求めてみよう．若干の計算により等価変分は

$$dEV = \frac{V_x^0}{V_{w_0}^0}dx \tag{34a}$$

$$V_x^0 = \int_0^\infty \{-\varepsilon V(t)_w^0 \sum_{j=1}^N \mu_j \alpha_{j_x}^0 \beta^* s^* - \sum_{j=1}^N \mu_j V_{w(t:j)}^0 \cdot \alpha_{j_x}^0 (1-\beta^*) s^* + \sum_{j=1}^N \mu_j V(t:j)_x^0\} \exp(-\eta t)dt \tag{34b}$$

で与えられる（**付録II**参照）．ただし，下付添え字xは防災投資水準xに関する偏微分を，下付添え字w, w_0はそれぞれ時刻tにおける資産$w(t)$，初期資産w_0に関する偏微分を表す．また上付$*$は当該変数が最適解であることを示す．s^*は初期資産w_0に始まる最適制御過程であり，正確には$s^*(t|w_0)$と記述すべきであるが，記述の簡便化のためにs^*と表記する．β^*も同様である．なお，$\alpha_{j_x}^0 = d\alpha_j(x^0)/dx$，$V(t)_w^0 = \partial V(w^*(t):x^0)\ /\partial w(t)$，$V_{w(t:j)}^0 = \partial V(w^*(t:j):x^0)\ /\partial w(t:j)$である．また，$V(t:j)_x^0 = \delta V(w^*(t:j):x^0)/\delta x$は最適値関数のパラメータ$x$の変化に沿った変分である．

式(34b)の右辺第1項は災害時に依存しない通時的な効果を示している．それに対して第2項は災害時のランクjに依存した効果を示している．第1項は最適値関数Vが変化しないという条件の下での，各期における保険料の減少に伴う総資産形成過程の上方へのシフトにより生じる期待生涯効用の変化を表している．すなわち，防災投資による保険料の減少は家計の各期の資産蓄積行動に影響を及ぼすが，ある期における資産蓄積量の増加はそれ以降の資産水準を永続的にシフトさせることとなる．第1項で表される長期的な資産の増加効果を「(条件付き）資産の高度化効果」と呼ぶこととする．つぎに，第2項は，同じく最適値関数が変化しないという条件下の下での，防災投資による被害率の減少に伴って生じた期待被害額の減少による期待生涯効用の変化を表しており，「(条件付き）事後的被害の減少効果」と考えられる．しかし，防災投資の効果は以上の2つの項で表される便益にとどまらない．防災投資は最適値関数自体のシフトをもたらし，家計の生涯を通じた消費・資産形成行動に間接的な影響をもたらす．第3項は防災投資により最適値関数自体がシフトすることにより生じる効果である．式(18)に示したように第1期の終端時刻Tの効用関数$v(w)$が外生的に定義されている場合，第3項は現れない．しかし，式(23)において最適値関数が両辺に現れ，最適値関数が再帰的に定義されている．すなわち，第3項の$V(t:j)_x$を求めるためには再び式(34b)自体を適用する必要がある．いま，式(34b)を逐次適用し，式(34b)を反復的に展開していけば，展開式の各項は式(34b)の第1項に関わる部分と第2項に関わる部分にグルーピングされる．このうち，第1項に関わる部分の総和が「資産の高度化効果」の総和，第2項に関わる部分の総和が「事後的被害の減少効果」の総和を表している．2つの効果を求めるためには式(34b)を具体的に展開する必要がある．6．（2）では効用関数を特定化し，具体的に式(34b)を展開する．

（3）$\varepsilon = 1$の場合の支払い意思額

4.（2）で議論したように，災害保険のリスクプレミアムが存在しない場合（$\varepsilon = 1$の時）には，家計は災害保険で資産をフルカバーする誘因を持つ．したがって，$\beta^*(t) = 1$が成立する．また，被害額が直ちに損害保険で補填されるため任意のjに関して，

$$w^*(t:j) = w^*(t) \tag{35}$$

が成立する．したがって，等価変分は

$$dEV = \frac{V_x^0}{V_{w_0}^0}dx \tag{36a}$$

$$V_x^0 = \int_0^\infty \{-V(t)_w^0 \sum_{j=1}^N \mu_j \alpha_{j_x}^0 s^* + \sum_{j=1}^N \mu_j V(t)_x^0\} \exp(-\eta t)dt \tag{36b}$$

で表される．なお，$V(t)_x^0 = \delta V(w^*(t):x^0)/\delta x$である．第1項は，各時点の保険料減少に伴う総資産形成過程の上方へのシフトにより生じる期待生涯効用の変化を表している．災害保険により被害額が完全に担保されるため，式(36b)に事後的被害の減少効果は含まれない．したがって，式(36b)で再帰的に定義される防災投資の経済便益に事後的被害の減少効果は含まれない．

6．計算事例

（1）関数の特定化

Cobb-Douglas型効用関数を仮定する．さらに，最適値関数の形式を式(37b)のように特定化する．

$$u(c(t), s(t)) = a \ln c(t) + (1-a) \ln s(t) \tag{37a}$$

$$V(w(t)) = A + B \ln\{w(t) + C\} \tag{37b}$$

ただし，a $(1 > a > 0)$，$A > 0$，$B > 0$，$C > 0$はパラメータである．のちに示すように，最適値関数(37b)はCobb-Douglas型効用関数と整合がとれる関数型である．ここに，パラメータaは家計の選好特性を表す外生

的パラメータであるが，パラメータ A, B, C は家計の最適化行動により内生的に決定される未定定数である．災害ランクを1種類のみに限定しよう．災害により被害を被った時の資産は $w(t:1)$ と表される．さらに，利子率 r，賃金所得 y は時間を通じて一定値をとると仮定する．具体的に Hamilton-Jacobi 方程式を展開すれば

$$\eta V = \max_{\gamma(t)} \{u(c(t), s(t)) + \bar{\mu}V(w(t:1)) + \frac{\partial V}{\partial w} \cdot \{r(t)w(t) + y - c(t) - [\kappa + \zeta\beta(t)]s(t)\}\} \tag{38}$$

と表される．ただし，$w(t:1) = w(t) - \alpha(1-\beta(t))s(t)$，$\zeta = \varepsilon\alpha\bar{\mu}$ である．また，$\bar{\mu}, \alpha$ は，それぞれ災害による被害の到着率，被害率である．上式の右辺を $c(t), s(t), \beta(t)$ に関して最大化するための必要条件は

$$\frac{a}{c(t)} = \frac{B}{w(t)+C} \tag{39a}$$

$$\frac{1-a}{s(t)} - \frac{B\psi(1-\beta(t))}{w(t:1)+C} = \frac{B(\kappa+\zeta\beta(t))}{w(t)+C} \tag{39b}$$

$$\frac{\psi}{w(t:1)+C} = \frac{\zeta}{w(t)+C} \tag{39c}$$

で表される．ただし，$\psi = \bar{\mu}\alpha$ である．式(39c)を考慮すれば式(39b)は

$$\frac{1-a}{s(t)} - \frac{B(\kappa+\zeta)}{w(t)+C} = 0 \tag{40}$$

と書き換えることができる．式(39a),(40)より

$$c(t) = \frac{a}{B}\{w(t)+C\} \tag{41a}$$

$$s(t) = \frac{1-a}{B(\kappa+\zeta)}\{w(t)+C\} \tag{41b}$$

$$\beta(t) = \frac{\varepsilon\alpha(1-a) - (\varepsilon-1)B(\kappa+\zeta)}{\varepsilon\alpha(1-a)} \tag{41c}$$

を得る．これらを Hamilton-Jacobi 方程式(38)に代入し，任意の α と状態変数 $w(t)$ について等式が恒等的に成立するように未定定数を決定する（付録II参照）．A, B, C は以下のように求まる．

$$A = \frac{1}{\rho}\{a\ln a + (1-a)\ln(1-a) + \ln\rho - (1-a) \ln(\kappa+\zeta) - 1\} + \frac{1}{\rho^2}\{r + (\varepsilon-1)\bar{\mu} - \bar{\mu}\ln\varepsilon\} \tag{42a}$$

$$B = \frac{1}{\rho} \tag{42b}$$

$$C = \frac{y}{r} \tag{42c}$$

（2）防災投資の経済効果

本計算事例の場合，総資産 $w(t)$ の最適成長過程は

$$w(t) = (w_0 + \frac{y}{r})\exp(Dt) - \frac{y}{r} \tag{43a}$$

$$D = r - \rho + (\varepsilon-1)\bar{\mu} \tag{43b}$$

と表される．この場合，$w_x = 0$ が成立し，防災投資は家計の資産蓄積過程に影響を及ぼさない．また消費，物的資産，金融資産の最適成長過程と防災投資効果はそれぞれ以下のように表される．

$$c(t) = \rho a(w_0 + \frac{y}{r})\exp(Dt)$$
$$c_x(t) = 0 \tag{44a}$$

$$s(t) = \frac{\rho(1-a)}{\kappa+\zeta}(w_0 + \frac{y}{r})\exp(Dt)$$
$$s_x(t) = -\frac{\varepsilon\bar{\mu}\alpha_x}{\kappa+\zeta}s(t) > 0 \tag{44b}$$

$$m(t) = \left(1 - \frac{\rho(1-a)}{\kappa+\zeta}\right)(w_0 + \frac{y}{r})\exp(Dt) - \frac{y}{r}$$
$$m_x(t) = \frac{\varepsilon\bar{\mu}\alpha_x}{\kappa+\zeta}s(t) < 0 \tag{44c}$$

$$\beta(t) = 1 - \frac{(\varepsilon-1)(\kappa+\zeta)}{\varepsilon\alpha\rho(1-a)}$$
$$\beta_x(t) = \frac{(\varepsilon-1)\kappa\alpha_x}{\varepsilon\alpha^2\rho(1-\rho)} < 0 \tag{44d}$$

式(44a)より消費 $c(t)$ は防災投資の影響を受けない．式(44b)より，物的資産 $s(t)$ の成長パスは一定の比率で上方にシフトする．物的資産の実効価格 $(\kappa+\zeta)$ が減少したことにより物的資産の高度化が図られる．また，上記のように総資産 $w(t)$ は防災投資の影響を受けず，式(44c)に示すように金融資産 $m(t)$ の成長パスは下方にシフトする．式(41c),(42b)より $\varepsilon = 1$ のときにはフルカバーの保険を購入することが，$\varepsilon > 1$ のときには部分カバーの保険を購入することが最適であることが確認できる．式(44d)は，防災投資水準の増加により，保険の契約率が減少することを意味している．防災投資が家計の負担する保険料の節約をもたらすことが理解できる．また，式(41c)に示すように災害保険の最適カバー率 $\beta(t)$ は $w(t)$ の水準に依存せず一定となる．なお，証明は省略するが，災害ランクが2個以上の場合にも最適保険カバー率は時間を通じて一定となる．直接効用関数(37a)に対する間接効用関数 $\bar{u}(w(t)+y/r)$ は

$$\bar{u}(w(t) + \frac{y}{r}) = u(c^*(t), s^*(t)) = \ln\rho + a\ln a + (1-a)\ln(1-a) - (1-a)\ln(\kappa+\zeta) + \ln\{w(t) + \frac{y}{r}\} \tag{45}$$

と表せる．以上で求めた間接効用関数は相対的危険回避度一定 $(\tilde{w}(d^2\bar{u}/d\tilde{w}^2)/(d\bar{u}/d\tilde{w}) = 1$，ただし $\tilde{w} = w(t) + y/r)$ であり，家計が保有する資産の大きさに関わらず，定率ギャンブルを回避する度合いが一定となる．したがって，資産の水準に関わらず一定の保険カバー率を選択する．式(37b)と式(42a)-(42c)より，ただちに $V_x^0 = -\{(1-a)\varepsilon\bar{\mu}\alpha_x\}/\{\rho(\kappa+\zeta)\}$，$V_{w_0}^0 = 1/\{\rho(w_0 + y/r)\}$ を得る．したがって，次式を得る．

$$dEV = -\frac{\varepsilon}{\rho}\bar{\mu}\alpha_x s(0)dx \tag{46}$$

ここで，$s(0) = \rho(1-a)(w_0+y/r)/(\kappa+\zeta)$ は初期時点における資産価値である．したがって，等価変分は期待被害額の減少額の現在価値の総和 $\bar{\mu}\alpha_x s(0)/\rho$ に災害保険

のマークアップ率εを乗じた値となる．つぎに，等価変分を「資産の高度化効果」と「事後的被害の減少効果」に分割してみよう．最適値関数(37b)，未定定数よりV_x^0は時刻tに依存しない．したがって，式(34b)に基づいて直接V_x^0を求めれば，若干の計算により

$$V_x^0 = -\frac{\bar{\mu}\alpha_x\{\varepsilon\alpha\rho(1-a)-(\varepsilon-1)(\kappa+\zeta)\}}{\eta\rho\alpha(\kappa+\zeta)} - \frac{\bar{\mu}\alpha_x(\varepsilon-1)}{\eta\rho\alpha} + \int_0^\infty \bar{\mu}V_x^0\exp(-\eta t)dt \quad (47)$$

を得る．第3項は直ちに積分が可能であり$\bar{\mu}V_x^0/\eta$となる．この時，等価変分の定義式(33)より

$$\frac{dEV}{dx} = -\frac{\bar{\mu}\alpha_x\{\varepsilon\alpha\rho(1-a)-(\varepsilon-1)(\kappa+\zeta)\}}{\alpha\rho\eta(1-a)}s(0) - \frac{\bar{\mu}\alpha_x(\kappa+\zeta)(\varepsilon-1)}{\alpha\rho\eta(1-a)}s(0) + \frac{\bar{\mu}dEV}{\eta dx} \quad (48)$$

を得る．この式より，等価変分dEVは

$$dEV = \left\{-\frac{\bar{\mu}\alpha_x\{\varepsilon\alpha\rho(1-a)-(\varepsilon-1)(\kappa+\zeta)\}}{\alpha\rho^2(1-a)}s(0) - \frac{\bar{\mu}\alpha_x(\kappa+\zeta)(\varepsilon-1)}{\alpha\rho^2(1-a)}s(0)\right\}dx \quad (49)$$

となる．右辺第1項は防災投資の高度化効果，第2項は事後的被害の減少効果を表す．

（3）若干の留意事項

本計算事例で導出した支払い意思額は，式(46)に示すように，従来の費用便益分析で用いられてきた期待被害額に災害保険のリスクプレミアム率εを乗じた値に等しい．この結果は，直接効用関数をCobb-Douglas型に特定化して得られたものであるが，式(46)に示した支払い意思額指標は非常に簡単であり実用性も高い．今後，災害保険市場の発達に伴い，災害保険のプレミアムに関する情報が蓄積されれば，市場評価に基づいた防災投資の経済便益の測定が可能になるものと考える．また，災害保険のリスクプレミアムεは，災害保険市場，再保険市場の規模や取引費用等に依存して決定される．今後，カタストロフ債権(CAT bond)等のリスクファイナンス手段の発展により，災害リスクのプレミアムは大きく変動することが予想される．このように災害保険市場の発展と防災投資の経済便益の間には密接な関係がある．本節で提案した便益計測方法を用いることにより，リスクファイナンス手法の利用可能性を考慮に入れながら防災投資の経済効果を測定するような方法論を開発することが可能となる[24]．

式(46)において，物的資産のように回復可能な修復可能リスクの割引率として家計の主観的時間選好率ρが用いられることに留意しよう．筆者らは参考文献[12]において人命の損失といった非可逆的リスクの割引率としては，死亡率（災害の到着率$\bar{\mu}$）も含めた一般化割引率ηが適当であることを指摘した．筆者らの非可逆的リスクモデル[12]の場合，災害が生起した時点で家計の最適行動は終了し，それ以降の資産の復興過程は存在しない．終端時点での効用関数は当該の家計が考える利他的効用関数であり，終端時効用関数は外生的に表される．このような非可逆的リスクモデルの場合，式(48)の第3項は存在しない．この場合，式(48)の第1項，第2項で表されるように，非可逆的リスクの割引率は一般化割引率ηとなる．非可逆的リスクの場合でも，本研究で対象とした王朝モデル[13]のように，家計が将来家計の厚生に関して純粋な利他的効用を持つ場合には割引率として主観的時間選好率が用いられることになる．

本節では単一のリスクという簡単なリスクを対象とした計算事例を示した．以上の議論を複数リスクを対象とした場合にも容易に拡張でき，式(46)に示したように，期待被害額に災害保険のリスクプレミアムを乗じることにより，支払い意思額を一括して求めることが可能である．以上の結果は，直接効用関数をCobb-Douglas型効用関数に特定化した場合に得られる知見であることを断っておく．Cobb-Douglas型効用関数を用いることにより，簡便な便益推計の方法論を開発することが可能となる．しかし，Cobb-Douglas型効用関数を用いたことにより，家計の消費行動の表現に大きな制約が伴う．特に，資産のストック量に関わらず，災害保険のカバー率が一定となるという問題点が生じる．災害保険が普及している米国では，高所得者層ほど災害保険の購入率が高いという結果が報告されており[15]，家計の災害保険購入行動を詳細に分析するためにはCobb-Douglas型効用関数以外の効用関数を用いる必要がある．しかし，一般の効用関数を用いた場合，Hamilton-Jacobi方程式を満足する最適値関数を解析的に求めるのは容易ではなく，数値解析による方法に頼らざるを得ない．効用関数の一般化に関する議論は，今後の課題としたい．

7．おわりに

本研究では物的資産の損失のように元の状況に修復可能な被害リスクをとりあげ，防災投資による災害リスクの軽減が家計の長期行動に及ぼす影響を分析した．さらに，防災投資による災害リスクの軽減の経済効果を計測するための方法論を提案した．災害リスクは多くの家計が同時に被災するというカタストロフ・リスクである．小林・横松[16]はカタストロフ保険市場においては，保険料が期待保険金支払い額に一致するという「給付・反給付の原則」は成立せず，保険のリスクプレミアム率が1より大きくなることを指摘している．仮に将来，災害リスクの計測技術が発達し，また家計が災害リスクを完全に認知した上で保険市場で合理的に行動するようになったとしても，災害リスクに集合性

が存在する限り，災害保険料にリスクプレミアムが含まれることになる．本研究では, 災害保険にリスクプレミアムが含まれる場合, 家計にとって災害により生じる被害額を災害保険によりフルカバーすることは効率的ではないことを明らかにした．この場合，家計は被災した時点で自分の人生設計プランを修正せざるを得ないというリスクに直面することになる．このような人生設計の見直しの可能性が存在する場合，防災投資は被災前後における資産の形成過程に影響を及ぼし，結果的に家計のライフサイクルを通じた期待生涯効用に影響を及ぼすことになる．この場合, 伝統的な期待被害額を用いた便益計測の方法は, 防災投資がもたらす経済便益を過小評価する危険性がある．本研究では, 家計の直接効用関数がCobb-Douglas 型効用関数で表現されるという特殊な場合ではあるが, 防災投資の経済効果が期待被害額に災害保険のプレミアム率を乗じた値に一致することを明らかにした．

本研究は防災投資の経済便益評価における物的被害リスクの取り扱い方に対して１つの有効な方法論を提供しうるものであるが，今後にいくつかの研究課題を残している．第１に，本モデルでは災害保険市場の構造を明示的に定式化せずに，保険料と期待保険金支払い額の不一致をεのみにより表現した．災害保険料のプレミアムは再保険市場, 証券市場における裁定により内生的に決定されるものである．今後, 災害リスクの特性とリスクプレミアムの関係に関する理論的分析の枠組みを開発する必要がある．第２に，本研究では被災後に災害保険が瞬時に給付され, 資産が瞬時に回復することを仮定していた．しかし, 現実には被害額の査定には時間を要し, 資源制約のため資産回復には相応の日数を要することになる．たとえば, 復旧活動の便益評価を行うためには, 復旧活動の過程を明示的に考慮したような家計行動モデルを開発する必要があろう．第３に，本研究では初期時点において防災施設が一括して建設され，その施設の追加投資や更新投資が一切行われないような状況を想定していた．今後は，防災施設の劣化や更新・追加投資を考慮にいれた動的な防災投資戦略に関する分析が不可欠であると考える．第４に, 防災投資の高度化便益としては, 土地利用の変化に及ぼす影響が大きいだろう．本研究の計算事例で得られた最適値関数を用いたような個人の立地行動モデルを作成することにより, 災害保険の拡充や防災投資が個人の立地行動に及ぼす影響を分析しうると考える．

最後に，本研究の遂行にあたって多々納裕一助教授（京都大学）との議論を通じて多くの知見を得ている．また, 文部省科学研究費補助金（特定領域研究A(1)08248112）のご援助を賜っている．ここに感謝の意を表す次第である．

付録I　Hamilton-Jacobi 方程式の導出

$V^p(t+dt, w(t+dt))$ を t の近傍で dt に関して Taylor 展開することにより，

$$V^p(t+dt, w(t+dt)) = V^p + \frac{\partial V^p}{\partial t}dt + \frac{\partial V^p}{\partial w}\dot{w}dt$$

を得る．最適値関数 (24) の右辺を t の近傍で dt に関して Taylor 展開すれば

$$V^p = \max_{\gamma(t)}\left\{U^p(t)dt + V^p + \frac{\partial V^p}{\partial t}dt + \frac{\partial V^p}{\partial w}\dot{w}dt + o(dt)\right\}$$

を得る．ここで，$o(dt)$ は高次の微小項である．いま，$\partial V^p/\partial t = -\eta V \exp(-\eta t)$ を考慮しよう．上式の両辺を $\exp(-\eta t)dt$ で割り，$dt \to 0$ の極限をとれば式 (25) を得る．

付録II　費用便益ルールの導出

表記の簡単化のため状態変数，制御変数を省略する．関数の下付き添字は当該の変数による偏微分を表す．記号$\dot{a}$は $\dot{a} = da/dt$，$w^j = w(t:j)$ である．最適値関数の定義より

$$V_x = \int_0^\infty \{u_c c_x^* + u_s s_x^* + \sum_{j=1}^N \mu_j [V_{w^j} w_x^{j*} + V(t:j)_x]\}\exp(-\eta t)dt$$

を得る．最適化条件 (26a)-(26c) より

$$V_x = \int_0^\infty \{V_w[c_x^* + (\kappa+\zeta)s_x^*] + \sum_{j=1}^N \mu_j [V(t:j)_x + V_{w^j}[w_x^* - \alpha_{j_x}(1-\beta^*)s^* + \alpha_j \beta_x^* s^* - \alpha_j(1-\beta^*)s_x^*]]\}\exp(-\eta t)dt$$

を得る．式 (15c) の両辺を x で微分すれば

$$c_x^* = -\dot{w}_x^* + r w_x^* - \zeta\beta_x^* s^* - (\kappa + \zeta\beta^*)s_x^* - \zeta_x \beta^* s^*$$

となる．上式を最適値関数に代入し，式 (26c) を考慮すれば

$$V_x = \int_0^\infty \{V_w[-\dot{w}_x^* + r w_x^* - \zeta_s \beta^* s^*] + \sum_{j=1}^N \mu_j V(t:j)_x + \sum_{j=1}^N \mu_j V_{w^j}[w_x^* - \alpha_{j_x}(1-\beta^*)s^*]\}\exp(-\eta t)dt \qquad (.50)$$

を得る．ハミルトニアンを $H = \{u(c,s) + \sum_{j=1}^N \mu_j V(w^j)\}\exp(-\eta t) + \lambda\dot{w}$ と定義しよう．λは随伴変数である．最大値原理より $\dot{\lambda} = -\partial H/\partial w = -\sum_{j=1}^N \mu_j V_{w^j} \exp(-\eta t) - \lambda r$．また，時点 t で評価した場合, 随伴変数λと V_w の間に $\lambda \exp(\eta t) = V_w$ が成立する．横断性条件より $\lim_{t\to\infty} \lambda w_x^* \exp(-\eta t) = 0$ が成立．初期条件より $w_x^0 = 0$．Young の定義より

$$\int_0^\infty V_w \dot{w}_x^* \exp(-\eta t)dt = \int_0^\infty \lambda \dot{w}_x^* dt = [\lambda w_x^*]_0^\infty - \int_0^\infty \dot{\lambda}^* w_x^* dt = \int_0^\infty \{\sum_{j=1}^N \mu_j V_{w^j} + r V_w\} w_x^* \exp(-\eta t)dt$$

上式を (.50) に代入すれば (34b) を得る．

付録III　未定定数の導出

式 (41a),(41b),(41c) を式 (38) の右辺に代入し，若干の展開を行うことにより

$$a \ln\left[\frac{a\{w(t)+C\}}{B}\right] + (1-a)\ln\left[\frac{(1-a)\{w(t)+C\}}{B(\kappa+\zeta)}\right] + \bar{\mu}A + \bar{\mu}B \ln\left[w(t) - \frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon}\{w(t)+C\} + C\right]$$

$$+\frac{B}{w(t)+C}\left[rw(t)+y-\frac{a}{B}\{w(t)+C\}-\frac{1}{B}\{(1-a)\right.$$
$$-(\varepsilon-1)B\bar{\mu}\}\{w(t)+C\}]$$
$$=a\ln a-\ln B+(1-a)\ln(1-a)-(1-a)\ln(\kappa+\zeta)+\bar{\mu}A$$
$$-\bar{\mu}B\ln\varepsilon+\frac{B(rw(t)+y)}{w(t)+C}-1+(\varepsilon-1)B\bar{\mu}+(1+\bar{\mu}B)\cdot$$
$$\ln\{w(t)+C\} \tag{.51}$$

となる．一方，式(38)の左辺は$\eta\{A+B\ln[w(t)+C]\}$となる．式(38)が成立するためには，この式と(.51)の定数項，$\ln[w(t)+C]$の係数，及びCが等しくなければならない．

$$\eta B=1+\bar{\mu}B \quad C=y/r$$
$$\rho A=a\ln a+(1-a)\ln(1-a)+\ln\rho-(1-a)\ln(\kappa+\zeta)$$
$$-1+\frac{1}{\rho}\{r+(\varepsilon-1)\bar{\mu}-\bar{\mu}\ln\varepsilon\}$$

が成立．上式をA,B,Cに関して解けば未定定数が求まる．式(41a),(41b),(41c)及び未定定数A,B,Cを式(10b)に代入れば，総資産の最適蓄積経路(43a)を得る．

参考文献

1) 髙木朗義，上田孝行，森杉壽芳，西川幸雄，佐藤尚：立地均衡モデルを用いた治水投資の便益評価手法に関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 13, 1996.
2) 上田孝行: 防災投資の便益評価-不確実性と不均衡の概念を念頭において，土木計画学研究・論文集，No. 14, pp.17-34, 1997.
3) 肥田野登：環境と社会資本の経済評価，ヘドニック・アプローチの理論と実際，勁草書房，1997.
4) Fisher, I.: *The Nature of Capital and Income*, New York and London: The Macmillan, Co., 1906.
5) Phelps, E.S.: The accumulation of risky capital: A sequential utility analysis, *Econometrica*, Vol. 30, pp. 729-743, 1962.
6) Yaari, M. E.: Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer, *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 137-150, 1965.
7) Richard, S.F.: Optimal consumption, portfolio and life insurance rule for an uncertain lived individual in a continuous-time model, *Journal of Financial Economics*, Vol. 2, pp. 187-203, 1975.
8) Diamond, P. A. and Mirrlees, J. A.: Insurance aspects of pensions, In: Wose, D.A. (ed.): *Pensions, Labor, and Individual Choice*, The University of Chicago Press, 1985.
9) Green, J.R.: The riskiness of private pensions, In: Wose, D.A. (ed.): *Pensions, Labor, and Individual Choice*, The University of Chicago Press, pp. 53-84, 1985.
10) Friedman, B.M. and Warshawsky, M.J.: The cost of annuities: Implications for saving behavior and bequests, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 105, pp. 135-154, 1990.
11) Johansson, P.-O. and Löfgren, K.-G.: Wealth from optimal health, *Journal of Health Economics*, Vol. 14, pp. 65-79, 1995.
12) 横松宗太，小林潔司：防災投資による非可逆リスクの軽減効果に関する経済便益評価，土木計画学研究・論文集，No.16, pp.393-402, 1999.
13) たとえば，脇田成: マクロ経済学のパースペクティブ，日本経済新聞社. 1998.
14) Kunreuther, H. *et al.*: *Disaster Insurance Protection: Public Policy Lessons*, John Wiley, 1978.
15) Froot, K.A.(eds.): *The Financing of Catastrophe Risk*, The University of Chicago Press, 1999.
16) 小林潔司，横松宗太：カタストロフ・リスクと防災投資の経済評価，土木学会論文集，No. 639/IV-46, pp. 39-52, 2000.
17) Rockafellar, R.T.: Saddle points of Hamiltonian systems in convex Lagrange problems having nonzerodiscount rate, *Journal of Economic Theory*, Vol. 12, pp. 71-113, 1976.
18) Carlson, D.A., Haurie, A.B., and Leizarowitz, A.: *Infinite Horizon Optimal Control: Deterministic and Stochastic Systems*, 2nd (ed.), Springer Verlag, 1991.
19) Rishel, R.: Control of system with jump Markov disturbance, *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 241-244, 1975.
20) Gershwin, S. B. and Kimemia, J.: An algorithm for computer of a flexible manufacturing systems, *IEEE Transactions*, Vol. 15, pp. 353-362, 1983.
21) Fleming, W., Sethi, S.P., and Soner, H.M.: An optimal stochastic production planning problem with randomly fluctuating demand, *SIAM Journal of Control and Optimization*, Vol. 25, pp. 1494-1502, 1987.
22) Yin, G. G. and Zhang, Q.: *Continuous-Time Markov Chains and Application: A Singular Perturbation Approach*, Springer-Verlag, 1998.
23) McLaren, K.R. and Cooper, R.J.: Intertemporal duality: Application to the theory of the firm, *Econometrica*, Vol. 48, pp.1755-1762, 1980.
24) 小林潔司，横松宗太，2000，治水経済評価のフロンティア：期待被害額パラダイムを越えて，河川技術に関する論文集，第6巻，pp. 237-242.

(2000. 1. 27 受付)

ECONOMIC BENEFIT OF PHYSICAL RISK REDUCTION BY DISASTER PREVENTION INVESTMENT

Muneta YOKOMATSU and Kiyoshi KOBAYASHI

The paper refers exclusively to the economic valuation of the attenuation of repairable physical risk caused by disaster through disaster prevention investment. A dynamic consumption model with disaster insurance systems is presented to investigate how a consumer's consumption behavior can be modified by the reduction of disaster risks. A simple cost-benefit calculation rule for disaster-proof investment is also presented to measure the long run effects of the disaster-proof investment upon a consumer's behavior.