

ダム周辺地下水位変動の時空間解析のための 時空間 Cokriging の開発と適用

本多 眞¹・菊地宏吉²・鈴木哲也³・水戸義忠⁴

¹ 正会員 工博 清水建設(株) 和泉研究室 (〒100-0011 千代田区内幸町 2-2-2 富国生命ビル)

² フェロー 工博 京都大学名誉教授

³ 正会員 理博 北海道開発局開発土木研究所

⁴ 正会員 工博 京都大学大学院助手 工学研究科資源工学専攻

ダムの保守管理の対象となる周辺地下水位は、時間及び空間の両方の領域において変動するデータである。観測データから全体の地下水位変動を精度良く把握するためには、確率論に基づいた統計的な手法が有効である。本研究では、貯水位と降水量の変動も考慮に入れて、これらの変動を表現する時空間の確率モデルを提案、地下水位変動の推定手法としてこの確率モデルを基にした時空間 Cokriging を開発した。このモデルは、観測孔位置で与えられる時間領域の確率モデルを空間的に補間して空間領域に拡張しており、位置によって変動の異なるデータに対応できる点が特徴である。そして実際のダムの観測データを用いていくつかの検討を実施して、提案手法の適用性や有効性を確認した。

Key Words : space-time analysis, geostatistics, cokriging, groundwater level, dam

1. はじめに

膨大な水圧を支える構造物であるダムの保守管理においては、周辺地下水の挙動を常に観測し、漏水などに伴う急激な地下水位変動等、異常の有無を監視することが重要となる。一般にはダムサイト周辺に設けられた数限られた水位観測孔において、経時的に地下水位の変動を観測することが多く、これら観測データからサイト全体の地下水位分布の推定や将来変動の予測など、正確な地下水挙動の把握が重要な技術課題となる。

一般に設計段階においては、このような地下水挙動の予測には FEM 等による浸透流解析が用いられることが多いが、地盤・岩盤の透水係数などの物性値や境界条件など、多くの入力パラメータの設定が必要であり、これらの正確な把握が地下水挙動の評価に大きく影響を及ぼす。特に保守・管理の段階では、解析結果と与えられる観測データとのキャリブレーションなど、物理モデルによる解析は極めて複雑なものとなる。

このような場合、確率論に基づいた統計的なモデルを用いることで、複雑な物理的因果関係や法則などを考えることなく、与えられたデータを基に変動現象をモデル化・予測することができる。すなわち通常運用時の地下水挙動のメカニズムを、他の多くの補助的なデータを考慮して、統計的にモデル化することで、運用管理モデルを構築することが可能となる。ただしあくまでも統計モデルなので、種々の要因で説明できないあるいは過去に経験のない異常時の挙動を事前に予

測するのは難しい。しかしモデルの精度を指標とすることで異常を早期に検知することは可能であり、運用管理モデルとしての目的においては極めて有用である。

このような手法では、データの変動現象を確率構造としてモデル化し、任意の時刻や空間位置を推定するための統計的な回帰モデルを構築するのが一般的である。この変動現象を特徴づける確率構造を一般に確率モデルといい、データの変動する領域によって次の3つに分類される。時間領域における変動を表す確率モデルが確率過程 (random process) であり、時系列解析の基礎をなすものである。空間領域における変動を表す確率モデルは確率場 (random function あるいは field) と呼ばれ、地質統計学 (geostatistics) ¹⁾ あるいは空間統計学 (spatial statistics) ²⁾ などとして知られる統計手法の基礎をなすものである。これに加えて、時間領域と空間領域で同時に変動するデータを対象とした確率モデルは、時空間確率過程 (spatio-temporal random process) ³⁾ あるいは時空間確率場 (spatio-temporal random function) ⁴⁾ などと呼ばれ、地質統計学の手法を時間領域に拡張した概念などが提案されている。複数の観測孔において経時的に観測しているダムサイト周辺の地下水位データは、まさしく時間と空間の両方において変動するデータであり、本研究ではこのための確率モデルを提案し、推定手法の開発および適用を行った。

時空間領域のデータを扱った統計的な研究はこれまでに多数あるものの、汎用的な手法や概念は確立されていないのが現状である。当初は空間あるいは時間領

域に対して独立に開発された、地質統計学の確率場や時系列解析の確率過程の概念に基づいた解析が行われており、時間と空間相互の依存関係は考慮されていない簡易な手法によるものがほとんどであった。例えば、各時刻毎に独立に対象データの空間的な変動分布を推定し、これらを比較することで時間の経過に伴う空間分布パターンの変化を捉えることを目的としたもの^{5),6)}や、逆に空間位置の異なる観測データを全く別の時系列として多変量時系列モデルとしたもの^{7),8)}などが挙げられる。

これに対して最近では、空間的な地質統計手法に空間次元の1つとして時間軸を追加するという形で拡張した手法の開発が進み、酸性雨や地球温暖化などの環境問題の処理^{9),10),11),12)}や気象予報^{13),14)}などにおいて用いられるようになってきた。これらの手法の基礎となる確率モデルは、空間的な確率場に時間軸を1つの空間軸として加えて異方性モデルとしたものが主流であり、対象とする時空間領域全体において統計的性質（平均値や分散）が変化しないという定常性を仮定したものがほとんどである。しかしながら本研究で対象とするダム周辺地下水位変動では、時間領域においては通常運用時のデータを対象としているため、ある程度の期間を取れば定常性を満たしていると仮定できるが、空間領域には必ずしも統計的性質は一定ではなく定常性（均質性）を仮定できない。

そこで本研究では、ダムサイト周辺の地下水位変動に適用可能な確率モデルとして、その変動に影響を与える因子を貯水位変動および降水量変動として、これら3変量を対象とした確率モデルの定義と推定法、またこの確率モデルを基にした地下水位の推定手法を提案する。地下水位の推定法は複数の変量を扱うことのできる空間補間法であるCokrigingを時間領域に拡張したものであり、本論文では「時空間Cokriging」と呼ぶ。そして実際のダムの地下水位変動データを用いて、適用検討を実施している。

2. 時空間確率場のモデル化と推定法

本節ではダムサイト周辺の地下水位変動に適用可能な確率モデルの定義と推定法を提案する。その特徴は、各観測孔データから独立に求めた時間領域の確率モデルを空間的に変動する確率場として捉えて、空間領域に拡張して時空間確率場とするもので、空間を固定したときの時間領域の確率構造は、空間位置によって変化すると仮定しており、位置によって時系列変動の特性が異なるようなデータへの対応が可能である。

地下水位の変動に影響を与える因子として、ダムサイトにおいて通常観測されているデータの中から、貯

水位変動および降水量変動を取り上げた。地下水位に対する降水の影響は、地表から浸透する涵養量の方がより直接的であるが、必ずしも涵養量を計測していないケースもあるので、ここでは降水量を考えた。

(1) 確率モデルの定義

地下水位は時空間領域において変動するデータであるが、貯水位や降水量は空間位置により変動しないため（降水量の場合、広域的に見れば位置による変動があるが、ダムサイト周辺という局所的に見れば空間的に一定であると見なせる）、時間領域のみにおいて変動するデータである。そこで確率モデルとしては、地下水位は時空間確率場 $Z(\mathbf{u}, t)$ 、貯水位および降水量は確率過程 $H(t)$ 、 $P(t)$ を考え、以下のように定義する。

$$Z(\mathbf{u}, t) = \mu_Z(\mathbf{u}, t) + \varepsilon_Z(\mathbf{u}, t) \quad (1)$$

$$H(t) = \mu_H(t) + \varepsilon_H(t) \quad (2)$$

$$P(t) = \mu_P(t) + \varepsilon_P(t) \quad (3)$$

ここで、 $\mu_Z(\mathbf{u}, t)$ 、 $\mu_H(t)$ および $\mu_P(t)$ はそれぞれ地下水位、貯水位および降水量のトレンド成分、 $\varepsilon_Z(\mathbf{u}, t)$ 、 $\varepsilon_H(t)$ および $\varepsilon_P(t)$ はそれぞれ地下水位、貯水位および降水量のランダム成分である。

上記確率モデルの特性を表すために、二次までのモーメント（平均値関数、共分散関数）を用いる。

a) 一次モーメント（平均値関数）

貯水位や降水量などは季節変動はあるものの、運用管理の対象とする年オーダー的に見ればその平均値は一定と仮定できる。地下水位の平均値は位置により変化するものと仮定して、位置 \mathbf{u} による多項式モデルを用いる。

$$\mu_Z(\mathbf{u}, t) = \mathbf{f}_Z(\mathbf{u})^T \mathbf{b}_Z, \mu_H(t) = b_H, \mu_P(t) = b_P \quad (4)$$

ここで $\mathbf{f}_Z(\mathbf{u})$ は位置 \mathbf{u} の多項式ベクトル、 \mathbf{b}_Z は係数ベクトルである。

b) 二次モーメント（共分散関数）

貯水位および降水量の確率過程 $H(t)$ 、 $P(t)$ の自己共分散関数は、定常確率過程と見なせば時刻 t と時刻 t' ($t > t'$) との差（ラグ） $\ell = |t - t'|$ の関数として次式で表される。

$$E[\varepsilon_H(t) \cdot \varepsilon_H(t')] = C_{HH}(\ell) = \sigma_H^2 R_{HH}(\ell) \quad (5)$$

$$E[\varepsilon_P(t) \cdot \varepsilon_P(t')] = C_{PP}(\ell) = \sigma_P^2 R_{PP}(\ell) \quad (6)$$

ただし R_{HH} 、 R_{PP} は自己相関関数、 σ_H^2 、 σ_P^2 は分散。

時空間確率場 $Z(\mathbf{u}, t)$ の自己共分散関数は次のように定義する。いま時刻を t に固定したときの2点 \mathbf{u} および \mathbf{u}' の間の共分散関数は次式のように表せるものとする。

$$E[\varepsilon_Z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_Z(\mathbf{u}', t)] = \sigma_Z(\mathbf{u})\sigma_Z(\mathbf{u}')R_{ZZ}^2(\mathbf{h}) \quad (7)$$

ここで R_{ZZ}^r は $Z(\mathbf{u}, t)$ の空間領域の自己相関関数であり、時刻 t に依らず 2 点間の距離ベクトル $\mathbf{h} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}$ のみの関数で表されるものと仮定する。肩文字 v は空間領域のみに分離した自己相関関数を表すサブスクリプトである。また分散は位置 \mathbf{u} による関数 $\sigma_Z^2(\mathbf{u})$ として与えられるものとし、これも時刻 t には依存しないものとする。今度は、空間位置 \mathbf{u} を固定したときの時刻 t および t' の間の共分散関数は次式のように表せるものとする。

$$E[\varepsilon_Z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_Z(\mathbf{u}, t')] = \sigma_Z^2(\mathbf{u}) R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}) \quad (8)$$

ここで $R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u})$ は $Z(\mathbf{u}, t)$ の時間領域の自己相関関数であり、位置 \mathbf{u} に依存したラグ ℓ の関数である。肩文字 r は時間領域のみに分離した自己相関関数を表すサブスクリプトである。式 (7) と式 (8) から、2 点 \mathbf{u} および \mathbf{u}' 、時刻 t および t' の間の共分散関数は次式のように表せるものとする。

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_Z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_Z(\mathbf{u}', t')] &= \sigma_Z(\mathbf{u}) \sigma_Z(\mathbf{u}') R_{ZZ}^v(\mathbf{h}) R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}) R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}') \\ &= C_{ZZ}(\mathbf{u}, \mathbf{u}', \ell) \end{aligned} \quad (9)$$

すなわち、地下水位の時空間確率場 $Z(\mathbf{u}, t)$ の自己共分散関数は、時間を固定したときの空間領域の自己相関関数 (式 (7)) および空間を固定したときの時間領域の自己相関関数 (式 (8)) の積で表されるとしたものである。

また各変量間の相互共分散関数は次のように表されるものとする。

$$E[\varepsilon_Z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_H(t')] = \sigma_Z(\mathbf{u}) \sigma_H R_{ZH}(\ell, \mathbf{u}) = C_{ZH}(\mathbf{u}, \ell) \quad (10)$$

$$E[\varepsilon_Z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_P(t')] = \sigma_Z(\mathbf{u}) \sigma_P R_{ZP}(\ell, \mathbf{u}) = C_{ZP}(\mathbf{u}, \ell) \quad (11)$$

$$E[\varepsilon_H(t) \cdot \varepsilon_P(t')] = C_{HP}(\ell) = 0 \quad (12)$$

ここでは、貯水位は湛水・放流の運用によって変動する幅が大きく、降水量の変動によって受ける影響は極めて小さいと考え、貯水位と降水量の相互共分散関数 $C_{HP}(\ell)$ は 0 と仮定した。

(2) 確率モデルの推定

a) トレンド成分

式 (4) で示したトレンド成分の推定は、データから予め決定論的に求めることとする。まず貯水位と降水量のトレンド成分は時間領域において一定と仮定したので、時刻 $\{t_1, \dots, t_n\}$ の一定間隔で n 個の観測値が与え

られれば、次式でその平均値は求められる。

$$\hat{\mu}_H(t) = \hat{b}_H = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n H(t_i) \quad (13)$$

$$\hat{\mu}_P(t) = \hat{b}_P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P(t_i) \quad (14)$$

次に地下水位は、一般に地表標高の高いところほど高いという相関性を有していることが多い。このことを考慮して、地表面起伏を基にしたトレンド成分を提案する。いま地表面の起伏に関連した位置 \mathbf{u} の関数 $f(\mathbf{u})$ (例えば地表面標高) を考え、地下水位の平均値関数をこの一次回帰式として表す。すなわち先の式 (4) の多項式ベクトル $\mathbf{f}_Z(\mathbf{u})$ を次式のように表す。

$$\mathbf{f}_Z(\mathbf{u})^T = \{1, f(\mathbf{u})\} \quad (15)$$

そして係数ベクトル \mathbf{b}_Z は、次式を最小化することで最小二乗法により求める。

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \{Z(\mathbf{u}_i, t_j) - \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_i)^T \mathbf{b}_Z\}^2 \rightarrow \text{Minimize} \quad (16)$$

ここで N は地下水位観測点の数で位置 $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_N\}$ において観測されているものとする。

b) ランダム成分

観測位置が $\{\mathbf{u}_i : i = 1, \dots, N\}$ と限定されるため、先に示した共分散関数の式の中で、位置 \mathbf{u} に依存した関数を推定するためには、観測位置において推定された関数から補間したものを代用することを考える。すなわち、それぞれの関数を空間的に変動する確率場として捉え、観測位置において推定される関数を真値とする条件付き確率場を求める。

以下に共分散関数の推定方法を順に示す。

貯水位および降水量の自己共分散関数: $C_{HH}(\ell)$, $C_{PP}(\ell)$ 空間領域の概念のない定常確率過程 $H(t)$, $P(t)$ の自己共分散関数は次式のように求める。

$$\hat{C}_{HH}(\ell) = \frac{1}{n} \sum_{i=t+1}^n \{H(t_i) - \hat{b}_H\} \{H(t_{i-\ell}) - \hat{b}_H\} \quad (17)$$

$$\hat{C}_{PP}(\ell) = \frac{1}{n} \sum_{i=t+1}^n \{P(t_i) - \hat{b}_P\} \{P(t_{i-\ell}) - \hat{b}_P\} \quad (18)$$

地下水位の分散: $\sigma_Z^2(\mathbf{u})$ 観測位置 $\{\mathbf{u}_i : i = 1, \dots, N\}$ における分散は以下のように求めることができる。

$$\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \{Z(\mathbf{u}_i, t_j) - \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_i)^T \hat{\mathbf{b}}_Z\}^2 \quad (19)$$

しかし任意位置 \mathbf{u}_0 における分散は観測データから直接推定することはできない。そこで分散 $\sigma_Z^2(\mathbf{u})$ が空間的に変動する確率場であるとして捉え、Universal kriging

(UK)¹⁵⁾により任意位置を推定する。ただし後に示す実データの分散は位置によりオーダー的に値が変動しており、対数正規分布として扱った方がよい。そこで対数をとった分散 $\log[\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i)]$ を正規確率場として次式のモデルで表す。

$$\text{RF} \log[\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i)] = \mu_{\sigma_Z^2}(\mathbf{u}) + \varepsilon_{\sigma_Z^2}(\mathbf{u}) \quad (20)$$

RF は確率場を意味し、通常 Universal Kriging で行われるようにトレンド成分とランダム成分に分けてモデル化する。UK による任意位置 \mathbf{u}_0 における推定量は、次式で表される。

$$\log[\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_0)] = \sum_{i=1}^N \lambda_i(\mathbf{u}_0) \log[\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i)] \quad (21)$$

地下水位の時間領域の自己相関関数: $R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u})$ 観測位置 $\{\mathbf{u}_i : i = 1, \dots, N\}$ における $R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}_i)$ は以下のように求めることができる。

$$\hat{R}_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}_i) = \frac{1}{n\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i)} \sum_{j=\ell+1}^n \{Z(\mathbf{u}_i, t_j) - \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_i)^T \hat{\mathbf{b}}_Z\} \cdot \{Z(\mathbf{u}_i, t_{j-\ell}) - \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_i)^T \hat{\mathbf{b}}_Z\} \quad (22)$$

分散と同様に任意位置 \mathbf{u}_0 における $R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}_0)$ を推定するためには、各ラグ $\ell = 1, 2, \dots, M$ ごとに自己相関関数値を確率場と仮定して UK を用いる。

$$\text{RF} R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}) = \mu_{R_{ZZ}^r}^{\ell}(\mathbf{u}) + \varepsilon_{R_{ZZ}^r}^{\ell}(\mathbf{u}) \quad \ell = 1, \dots, M \quad (23)$$

$\text{RF} R_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u})$ はラグ ℓ ごとの自己相関関数値の確率場である。 $\ell = 0$ のときは自己相関関数は必ず 1 となるので、 ℓ は 1 から M までとする。この M は後の時空間 Cokriging の定式化において示すモデルの次数である。任意位置 \mathbf{u}_0 におけるラグ ℓ ごとの自己相関関数値の推定量は次式で表される。

$$\hat{R}_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i^{\ell}(\mathbf{u}_0) \hat{R}_{ZZ}^r(\ell, \mathbf{u}_i) \quad \ell = 1, \dots, M \quad (24)$$

地下水位と貯水位、降水量の相互相関関数: $R_{ZH}(\ell, \mathbf{u})$, $R_{ZP}(\ell, \mathbf{u})$ 観測位置 $\{\mathbf{u}_i : i = 1, \dots, N\}$ における $R_{ZH}(\ell, \mathbf{u}_i)$ は以下のように求めることができる。

$$\hat{R}_{ZH}^r(\ell, \mathbf{u}_i) = \frac{1}{n\hat{\sigma}_Z(\mathbf{u}_i)\hat{\sigma}_H} \sum_{j=\ell+1}^n \{Z(\mathbf{u}_i, t_j) - \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_i)^T \hat{\mathbf{b}}_Z\} \cdot \{H(t_{j-\ell}) - \hat{b}_H\} \quad (25)$$

$R_{ZP}^r(\ell, \mathbf{u}_i)$ も同様である。

$$\hat{R}_{ZP}^r(\ell, \mathbf{u}_i) = \frac{1}{n\hat{\sigma}_Z(\mathbf{u}_i)\hat{\sigma}_P} \sum_{j=\ell+1}^n \{Z(\mathbf{u}_i, t_j) - \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_i)^T \hat{\mathbf{b}}_Z\} \cdot \{P(t_{j-\ell}) - \hat{b}_P\} \quad (26)$$

任意位置 \mathbf{u}_0 を推定するためには、同様に各ラグ $\ell = 1, 2, \dots, M$ ごとに自己相関関数値を確率場と仮定して UK を用いる。

地下水位の空間領域の自己相関関数: $R_{ZZ}^v(\mathbf{h})$ 時刻 t を固定したときの空間領域の自己相関関数 $R_{ZZ}^v(\mathbf{h})$ は t には依存せず、空間的な 2 点間の距離ベクトル \mathbf{h} のみの関数である。そこで次式で示される標本自己相関係数を距離ベクトル \mathbf{h} だけ離れたデータペアから求めて、これに関数形をあてはめて最小二乗法によりパラメータを推定する。

$$\hat{R}_{ZZ}^v(\mathbf{h}) = \frac{1}{N(\mathbf{h})\hat{\sigma}_Z(\mathbf{u})\hat{\sigma}_Z(\mathbf{u} + \mathbf{h})} \sum_{(i,j)|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j = \mathbf{h}} \{Z(\mathbf{u}_i, t) - \mu_Z(\mathbf{u}_i, t)\} \cdot \{Z(\mathbf{u}_j, t) - \mu_Z(\mathbf{u}_j, t)\} \quad (27)$$

$N(\mathbf{h})$ は \mathbf{h} だけ離れたデータペア i, j の数。

3. 時空間 Cokriging の定式化

地下水位 $Z(\mathbf{u}, t)$ の時空間分布を推定するため、貯水位 $H(t)$ と降水量 $P(t)$ の 2 つを補助変量とした 3 変量の Cokriging を提案する。従来の空間領域の Cokriging¹⁾ と同様に、推定量は各観測量の線形和で表されるものと仮定して、任意位置 \mathbf{u}_0 における任意時刻 t_k の地下水位推定量 $\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_k)$ は、次式で表されるものとする。

$$\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_k) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \lambda_{i,m}^Z Z(\mathbf{u}_i, t_{k-m}) + \sum_{m=0}^M \lambda_m^H H(t_{k-m}) + \sum_{m=0}^M \lambda_m^P P(t_{k-m}) \quad (28)$$

ただし M は一般的な時系列解析モデルにおける「モデルの次数」に相当するもので、時刻 t_k より M ステップ前までの観測値が推定に用いられることを表す。また $\lambda_{i,m}^Z$, λ_m^H , λ_m^P は重み係数である。この重み係数を推定量の不偏性の条件の下、推定誤差分散の最小化により、以下のように求める。

推定量の不偏性の条件から次式が与えられる。

$$E[\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_k) - Z(\mathbf{u}_0, t_k)] = 0 \quad (29)$$

これは、以下のように展開できる。

$$\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M \lambda_{i,m}^Z \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_i)^T \mathbf{b}_Z + \sum_{m=0}^M \lambda_m^H b_H + \sum_{m=0}^M \lambda_m^P b_P = \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_0)^T \mathbf{b}_Z \quad (30)$$

ここで次のベクトルおよび行列を導入する。

$$\lambda = \{\lambda_{1,1}^Z, \lambda_{1,2}^Z, \dots, \lambda_{1,M}^Z, \lambda_{2,1}^Z, \lambda_{2,2}^Z, \dots, \lambda_{2,M}^Z, \dots, \lambda_{N,1}^Z, \lambda_{N,2}^Z, \dots, \lambda_{N,M}^Z, \lambda_0^H, \lambda_1^H, \dots, \lambda_M^H, \lambda_0^P, \lambda_1^P, \dots, \lambda_M^P\}^T \quad (31)$$

$$\mu = \begin{matrix} \uparrow \\ NM \\ \downarrow \\ \uparrow \\ M+1 \\ \downarrow \\ \uparrow \\ M+1 \\ \downarrow \end{matrix} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_1)^T \mathbf{b}_Z \\ \vdots \\ \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_N)^T \mathbf{b}_Z \\ \hline b_H \\ \vdots \\ b_H \\ \hline b_P \\ \vdots \\ b_P \end{array} \right\} = \mathbf{X} \mathbf{b} \quad (32)$$

ただし、

$$\mathbf{X} = \left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_1)^T & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \vdots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_N)^T & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{matrix} & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O} & \mathbf{O} & \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{matrix} \end{array} \right], \quad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_Z \\ b_H \\ b_P \end{Bmatrix} \quad (33)$$

したがって式(30)は次のように書き換えるられる。

$$\lambda^T \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{b} = \{\mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_0)^T, 0, 0\} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{x}_0^T \cdot \mathbf{b} \quad (34)$$

$$\lambda^T \cdot \mathbf{X} = \mathbf{x}_0^T \quad (34)$$

ただし、 $\mathbf{x}_0 = \{\mathbf{f}_Z(\mathbf{u}_0)^T, 0, 0\}^T$ とする。

次にこの条件の下、推定誤差分散の最小化により重み係数を求める方程式を得る。推定誤差分散 $\sigma_{STCK}^2(\mathbf{u}_0, t_k)$ は次式の通りである。

$$\sigma_{STCK}^2(\mathbf{u}_0, t_k) = E[\{\hat{Z}_{STCK}(\mathbf{u}_0, t_k) - Z(\mathbf{u}_0, t_k)\}^2] = C_{ZZ}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_0, 0) - 2\lambda^T \mathbf{k}(\mathbf{u}_0) + \lambda^T \mathbf{K} \lambda \quad (35)$$

ただし、ベクトル $\mathbf{k}(\mathbf{u}_0)$ および行列 \mathbf{K} は次の通りである。

$$\mathbf{k}(\mathbf{u}_0) = \left\{ \begin{array}{c} C_{ZZ}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, 1) \\ \vdots \\ C_{ZZ}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, M) \\ \vdots \\ C_{ZZ}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_N, 1) \\ \vdots \\ C_{ZZ}(\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_N, M) \\ \hline C_{ZH}(\mathbf{u}_0, 0) \\ \vdots \\ C_{ZH}(\mathbf{u}_0, M) \\ \hline C_{ZP}(\mathbf{u}_0, 0) \\ \vdots \\ C_{ZP}(\mathbf{u}_0, M) \end{array} \right\} \quad (36)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} C_{ZZ} & C_{ZH} & C_{ZP} \\ C_{HZ} & C_{HH} & \mathbf{O} \\ C_{PZ} & \mathbf{O} & C_{PP} \end{bmatrix} \quad (37)$$

ここで C_{ZZ} は、

$$C_{ZZ} = \begin{bmatrix} C_{ZZ}^{(1,1)} & \dots & C_{ZZ}^{(1,N)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{ZZ}^{(N,1)} & \dots & C_{ZZ}^{(N,N)} \end{bmatrix} \quad (38)$$

であり、 $C_{ZZ}^{(i,j)}$ は次式 $M \times M$ の行列である。

$$C_{ZZ}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} C_{ZZ}(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j, 0) & \dots & C_{ZZ}(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j, M-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{ZZ}(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j, 1-M) & \dots & C_{ZZ}(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j, 0) \end{bmatrix} \quad (39)$$

また C_{ZH} は、

$$C_{ZH} = \begin{bmatrix} C_{ZH}^{(1)} \\ \vdots \\ C_{ZH}^{(N)} \end{bmatrix} \quad (40)$$

であり、 $C_{ZH}^{(i)}$ は次式 $M \times M + 1$ の行列である。

$$C_{ZH}^{(i)} = \begin{bmatrix} C_{ZH}(\mathbf{u}_i, -1) & \dots & C_{ZH}(\mathbf{u}_i, M-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{ZH}(\mathbf{u}_i, -M) & \dots & C_{ZH}(\mathbf{u}_i, 0) \end{bmatrix} \quad (41)$$

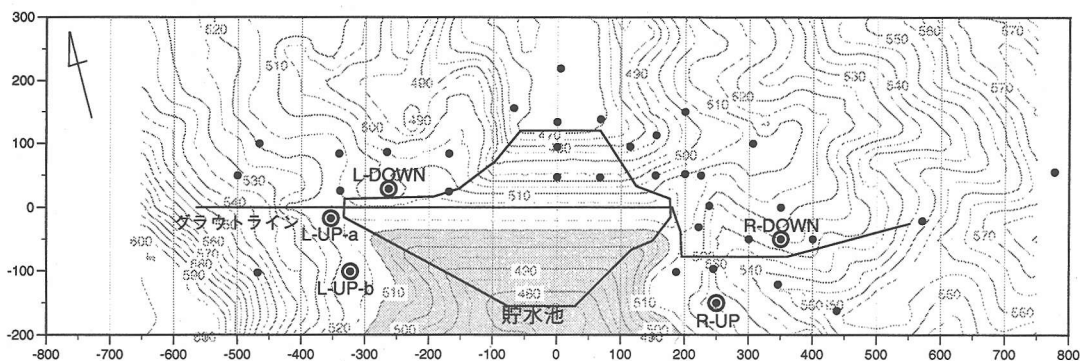


図-1 ダムサイトの概要図

さらに C_{HH} は、次式の $M+1 \times M+1$ の行列である。

$$C_{HH} = \begin{bmatrix} C_{HH}(0) & \dots & C_{HH}(M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{HH}(-M) & \dots & C_{HH}(0) \end{bmatrix} \quad (42)$$

そして C_{ZP} , C_{PP} は、 C_{ZH} , C_{HH} と同様である。

式 (34) の条件の下、上式 (35) を最小化するために、ラグランジェの未定係数法を用いる。ラグランジェ乗数ベクトル η を導入して、

$$C_{ZZ}(u_0, u_0, 0) - 2\lambda^T k(u_0) + \lambda^T K\lambda + 2(x_0^T - \lambda^T X)\eta \quad (43)$$

を λ で微分して 0 とする。したがって次の方程式を解くことで λ および η を求めることができる。

$$K\lambda = k(u_0) + X\eta \quad (44)$$

以上が、Cokriging を時空間に拡張した新たな「時空間 Cokriging」の定式化である。

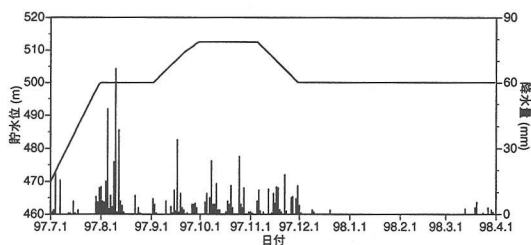
4. ダム周辺地下水位観測データへの適用

ここでは、前節までに示した確率モデルと推定手法を、実際のダム周辺地下水の観測データに対して適用した例を紹介し、その妥当性および有効性を示す。

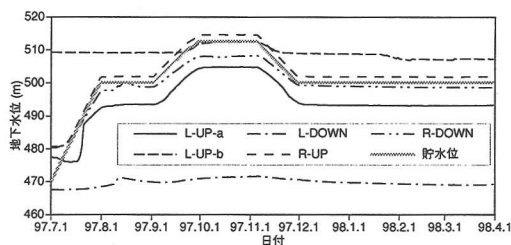
(1) 対象サイトと観測データの概要

対象サイトの平面概要図を図-1 に示す。当ダムサイトは、地形的には北西-南東方向の細長い尾根の間に位置し、ダム軸は尾根を斜めに横切る形で配置されている。左岸側の尾根の標高が約 600m、右岸側の尾根の標高が約 570m と左岸側の方が高く、地形的にも急峻である。

周辺地下水の挙動を監視する目的で、図の ● 印で示す 38 カ所でボーリング孔に水位計を設置して、地下水



a) 貯水位および降水量の時系列変化



b) 観測孔地下水位の例

図-2 観測データの例

位を自動計測している。このうち ○ 印で示した 5 孔は後の検討で用いる観測孔である。また図には同時にグラウティングのラインを示している。

地下水位観測孔は、このグラウトラインを境にして下流側に重点的に配置しており、ダム湛水に伴う下流側の地下水挙動への影響を空間的に把握することを目的としている。特に右岸側の岩盤が左岸に比べて地質的に透水性が高いことから、右岸側地山から堤体下流中心部にかけて多くの観測孔を設置している。

対象期間は試験湛水期間中の 1997 年 7 月 1 日～1998 年 3 月 31 日で、1 日 1 回の計測間隔で時系列に計 274 個のデータが存在する。図-2 は、対象期間中の観測データの例を示したものである。図の a) は貯水位と降水量の変動を示したものである。試験湛水は 7 月 1 日から湛水を始めて 1 ヶ月間で貯水位を 500m まで上げ、1 ヶ月間貯水位を一定に保った後、9 月 1 日からさらに湛水

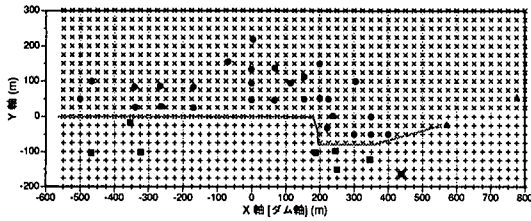


図-3 空間分布推定位置と推定領域の区分

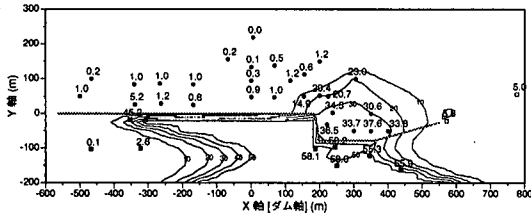


図-4 地下水位の分散 $\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u})$ の推定結果 (単位は m^2)

して1ヶ月間で満水位512.5mまで上げている。約1ヶ月満水位を保った後に、11月5日から1ヶ月間放流して貯水位500mまで下げ、12月1日からは500mで一定に保っている。

図のb)は先の図-1の○印で示した5孔について、対象期間の観測地下水位変動を示したものである。L-UP-aおよびL-UP-bは、グラウトラインより上流(貯水池)側の左岸地山に設置された2孔で、L-UP-aは貯水位変動に追従して変動しているが、上流側のL-UP-bでは潜水前の地下水位が約510mであり貯水位がそれ以下の場合、ほとんど影響を受けない。貯水位が510mを超えると、ほとんど時間遅れなく追従して、同じ水位(満水位512.5m)まで上昇している。

下流側の左岸地山に設置されたL-DOWNでは、貯水位の上昇に伴ってわずかに上昇が見られるもののほとんど影響を受けていない。しかし8月半ばの降雨の影響で数mの水位上昇が見られる。

右岸地山の上流側に設置したR-UPでは、2~3m貯水位よりも高い水位で貯水位の変動とほぼ同じ変動を示している。これに対して右岸地山の downstream 側に設置したR-DOWNでは、満水時の地下水位は貯水位よりは低いものの、貯水位変動に追従した変動を示している。ここでは示されていないが、変動の大きさはグラウトラインからの距離に明瞭な関係があり、離れるほど変動の大きさは小さく、最も遠い孔では変動幅は5m程度と極めて小さい。

(2) 確率モデルの推定

a) 貯水位および降水量の自己共分散関数

式(17)、(18)により推定した自己共分散関数を分散で正規化した自己共分散関数を示した図が図-5である。

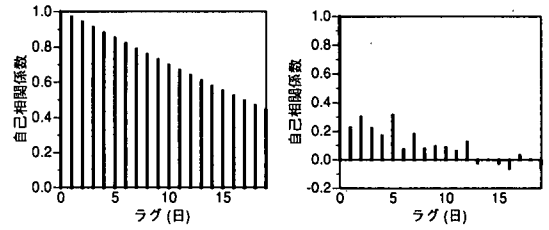


図-5 貯水位および降水量の自己相関関数

b) 地下水位の分散

38孔の観測位置 $\{\mathbf{u}_i : i = 1, \dots, 38\}$ における分散 $\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i)$ を式(19)により求め、これを真値としてサイト全体の分散分布をUKにより推定した。ダムサイトの地下水位変動は、グラウトラインの上・下流側で大きく挙動が異なるため、図-3に示すように、確率場モデルを上下流に分けて推定し、上流側は■印と▲印、下流側は●印と▲印で示した観測位置の分散を用いた。また推定位置は、上流側は+印、下流側は×印で示した25m間隔の格子点である。

図-4の各観測孔位置に示した数字が、地下水位観測データから求めた分散の推定値 $\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i)$ である。この分散の分布を調べてみると対数正規分布に近似できると判断され、便宜的に対数をとった $\log[\hat{\sigma}_Z^2(\mathbf{u}_i)]$ を用いてUKを実施した。その結果が同じ図のコンター図である。これを見ると左岸より右岸側で水位変動が著しく、グラウトライン上下流で変動の顕著な差も認められる。

c) 地下水位の時間領域の自己および相互相関関数

38孔の観測位置 \mathbf{u}_i における地下水位の自己相関関数 $\hat{R}_{ZZ}^T(\ell, \mathbf{u}_i)$ および貯水位と降水量との相互相関関数 $\hat{R}_{ZH}^T(\ell, \mathbf{u}_i)$ 、 $\hat{R}_{ZP}^T(\ell, \mathbf{u}_i)$ を、それぞれ式(22)、(25)、(26)により求めて、各ラグ ℓ 毎にサイト全体の相関係数分布をUKにより推定した。

図-6は、観測位置で求めた時間領域の自己相関関数と貯水位および降水量との相互相関関数の例を示したグラフである。これを見ると、まず自己相関関数は位置によってあまり大きな変化がないのがわかる。また相互相関関数は、L-DOWNが降水量との相関性が相対的に高く、貯水位との相関性が相対的に低い。

分散と同様に図-3の領域で、各ラグ ℓ 毎の相関係数分布をUKにより求めた例として、ラグ0の降水量との相互相関関数 $\hat{R}_{ZP}^T(0, \mathbf{u})$ の分布を図-7に示す。降水量の影響は全体にほとんど小さいが、下流側中央部付近で大きくなっている。

d) 地下水位の空間領域の自己相関関数

時刻 t を固定したときの空間領域の自己相関関数 $R_{ZZ}^V(\mathbf{h})$ の推定にあたっては、以下の等方 Exponential モデル、異方 Exponential モデルの2種類の関数形を

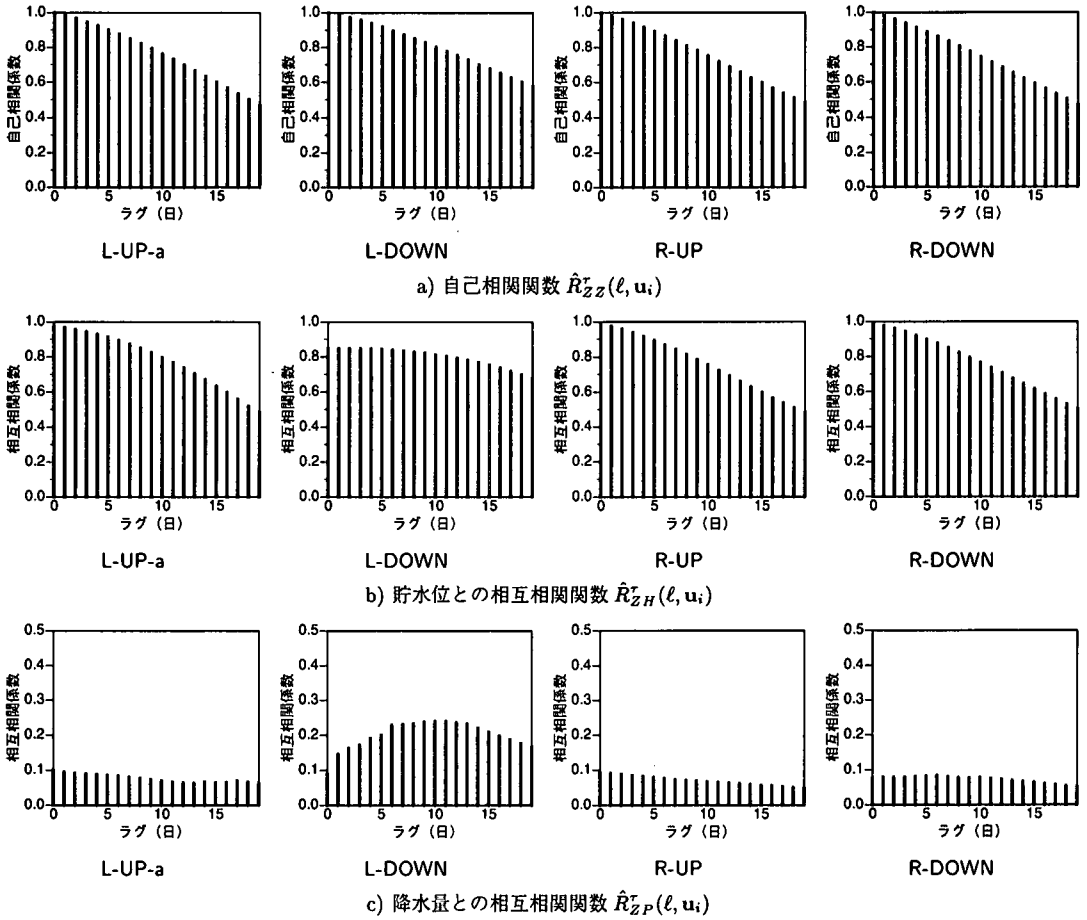


図-6 地下水位の自己および相互相関関数の例

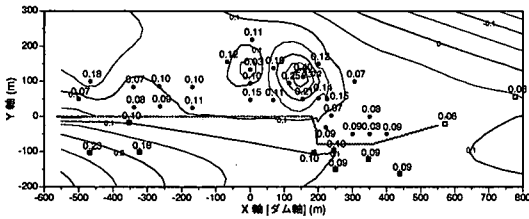


図-7 地下水位と降雨量との相互相関関数 $\hat{R}_{ZP}^r(0, u)$ の空間分布推定結果

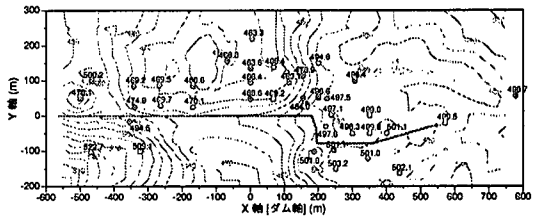


図-8 平均地下水位 $\hat{z}(u)$ の空間分布

設定して、先の標本自己相関係数の式 (27) により求めた値にあてはめて、パラメータを推定した。

- 等方 Exponential モデル：

$$R_{ZZ}^v(\mathbf{h}) = \exp(-|\mathbf{h}|/a) \quad (45)$$

- 異方 Exponential モデル：

$$R_{ZZ}^v(\mathbf{h}) = \exp\left\{-\sqrt{\frac{(u_x - u'_x)^2}{a_x^2} + \frac{(u_y - u'_y)^2}{a_y^2}}\right\} \quad (46)$$

表-1 空間領域の確率モデル推定結果

	等方モデル	異方モデル	
	a	a_x	a_y
推定値	47.44 (m)	49.56 (m)	49.27 (m)

上式の中で推定すべきパラメータは、相関距離 a あるいは a_x, a_y である。推定結果は表-1 に示すとおりである。

表-2 トレンド成分の推定結果

	$\hat{\delta}_H$	$\hat{\delta}_P$	$\hat{\mathbf{b}}_z^T$	
			Model A	Model B
推定値	501.2	2.68	{31.83, 0.99}	{29.26, 0.94}

結果を見ると、等方、異方モデルともに相関距離はほぼ同じ 50m 弱であり、異方モデルでは x 軸方向と y 軸方向でほとんど差がないことから異方性は低い。このため等方モデルを用いれば十分であると考えられる。

(3) トレンド成分の推定

トレンド成分（平均値関数）のモデルは式(4)に示すとおりで、このうち地下水位のトレンド成分モデルは、地表面レベルとの相関性を考慮して、次の2種類のモデルを設定した。

- Trend model A :

$$\mathbf{f}_z(\mathbf{u})^T \cdot \mathbf{b}_z = \{1, g(\mathbf{u})\} \cdot \mathbf{b}_z \quad (47)$$

$g(\mathbf{u})$: 地表面レベルの位置 \mathbf{u} による関数。

- Trend model B :

$$\mathbf{f}_z(\mathbf{u})^T \cdot \mathbf{b}_z = \{1, \hat{z}(\mathbf{u})\} \cdot \mathbf{b}_z \quad (48)$$

$\hat{z}(\mathbf{u})$: 平均地下水位の位置 \mathbf{u} による関数。

上記の Trend model A は、地表面レベル $g(\mathbf{u})$ の線形関数としたものである。これに対して Trend model B は、予め全データ期間において、地表起伏を考慮して推定した平均地下水位 $\hat{z}(\mathbf{u})$ の線形関数としたものである。平均地下水位 $\hat{z}(\mathbf{u})$ そのものをトレンドモデルとせず、その線形関数としたのは以下の理由からである。

地下水位を時空間 Cokriging により推定するとき、方程式(44)からわかるように、トレンドモデルの係数は方程式を解く中で自動的に推定される。すなわち推定する位置および時刻によって、その都度トレンドモデルの係数が異なる可能性があるために、決定論的に平均値既知として与えるのではなく線形関数として、自由度を与えているのである。

なお平均地下水位 $\hat{z}(\mathbf{u})$ は、著者らが提案している地表面を考慮した基盤面レベルの推定法¹⁶⁾を用いており、各観測孔地下水位の算術平均 $\hat{z}(\mathbf{u}_i)$ をデータとして空間補間したものであり、図-8に推定結果を示す。

式(13)、(14)および(16)を用いて全データ期間において推定した結果を表-2に示す。

(4) 観測孔地下水位経時変化の再現

本節以降では前節までに求めた確率モデルを基に、提案する時空間 Cokriging を用いて、各種の推定を実施した結果について述べる。

まず本節では、各観測孔のデータを1カ所毎に入力データから除いて、その位置の地下水位の経時変化を再現する、いわゆるブラインドテストを実施した。これは、推定精度を検証することが大きな目的だが、実際のダム保守管理においても、長い将来に渡って全ての計器が正常に動作することは必ずしも期待できず、途中で計器が破壊して、それまでの統計量と周辺観測孔の変動から再現する必要があることにも対応するものである。

推定は先の式(28)を用いて、観測孔位置 \mathbf{u}_i の対象期間全体について実施することになるが、その際に必要となるパラメータが次数 M である。

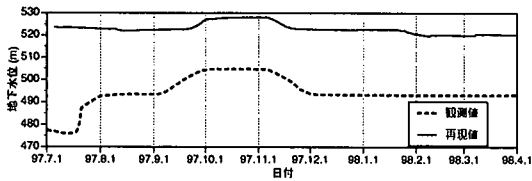
しかしこれを事前に合理的に決定する手法は、今のところ考えていないので、ここでは $M = 1 \sim 5$ 毎に、各観測孔データを式(28)にあてはめた誤差の分布から、情報量規準 AIC を用いて最適次数の選択を行った。 M を $1 \sim 5$ までとしたのは、ここでは紙面の関係上示していないが、各観測孔時系列を従来の多変量自己回帰モデル¹⁷⁾によりあてはめたときの最適次数 M が、ほとんどの孔で $1 \sim 5$ の範囲にあったためである。

各観測孔の時系列を式(28)にあてはめた結果、38孔のうち31孔が次数 $M = 1$ のとき最もあてはめ精度が良かった。そこで本節のブラインドテストでも、次数 M は1を用いた。

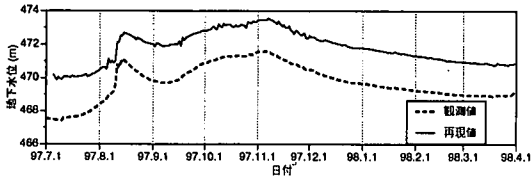
図-9は、Trend model A を用いた場合の再現結果の例(4孔)を示したものである。これを見るとR-DOWNのように精度良く再現できている観測孔もあるが、L-UP-aのように全く変動傾向を再現できていない観測孔もある。またL-DOWNやR-UPのように変動傾向は捉えられているものの、値がシフトしているものもある。Trend model A の平均値 $\mu_z(\mathbf{u})$ は、地表面レベル $g(\mathbf{u})$ の線形関数として与えられる。このため地表面レベルとの相関性が必ずしも明瞭でない場合、その位置での平均値をうまく捉えられないことにより、値がシフトしているものと考えられる。

次に、平均地下水位の空間分布をトレンド成分に組み込んだ Trend model B を用いて、同様の再現を実施した結果を示したものが、図-10である。この場合、観測位置の平均値 $\mu_z(\mathbf{u}_i)$ は、観測データから求めた平均地下水位 $\hat{z}(\mathbf{u}_i)$ の線形関数として与えられるため、Trend model A では再現結果の値がシフトしていたL-DOWNやR-UPについても、極めて精度良く再現できている。

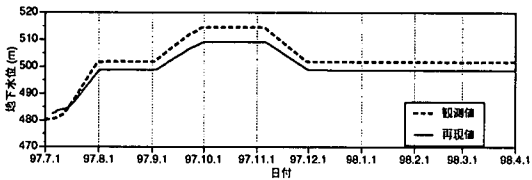
しかしL-UP-aについては、平均値はシフトしたものの変動傾向は全く捉えられていない。再現された変動傾向を見ると、図-1に示したL-UP-b観測孔の変動と極めて類似した変動を示している。これはグラウトライン上流左岸側には、観測孔が3本しかなく、空間的に最も近接する観測孔であるL-UP-bの影響を強く受けているこ



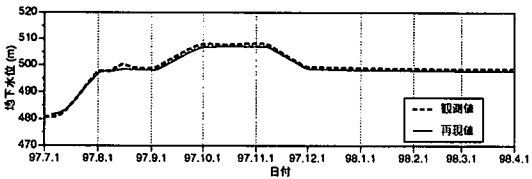
a) L-UP-a



b) L-DOWN



c) R-UP



d) R-DOWN

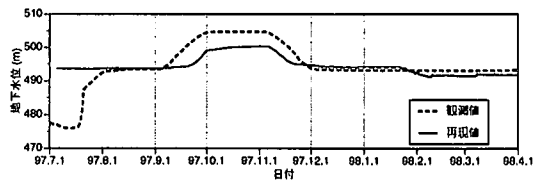
図-9 時空間 Cokriging による再現結果 (Trend model A)

とによるものと考えられる。空間的な相関性は、距離ベクトル \mathbf{h} のみに依存する自己相関関数 $R_{ZZ}(\mathbf{h})$ として、サイト全体で定常性を仮定した相関距離 $a = 47.44(\text{m})$ の等方 Exponential 関数としている。しかし実際には必ずしも定常性が満たされていなくて、位置によって変化しており、L-UP-a 孔と L-UP-b 孔の間では空間的相関性がもっと低いと考えられるのである。

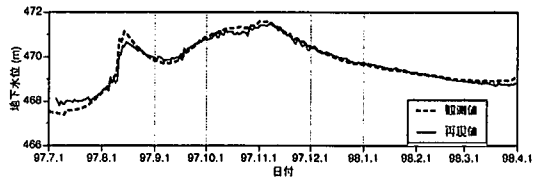
この問題は、空間領域の相関モデルに定常性を仮定することによる限界である。しかしながら空間領域の相関モデルを位置に依存した非定常モデルとすることは、時間領域のように 1 次元で一定間隔の規則的なデータではないため極めて困難である。このような場合、領域区分をするなどして局所化定常モデルを導入するなどの工夫が必要であり、今後の課題である。

(5) 地下水位空間分布の推定

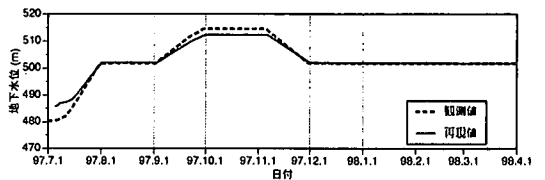
時空間モデルによる地下水位変動モデル化のメリットは、任意時刻 t_k および任意位置 \mathbf{u}_0 における地下水位を観測値から推定することができる点にある。そこで本節では、まず任意の時刻断面の地下水位空間分布



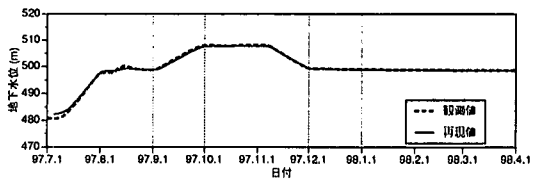
a) L-UP-a



b) L-DOWN



c) R-UP



d) R-DOWN

図-10 時空間 Cokriging による再現結果 (Trend model B)

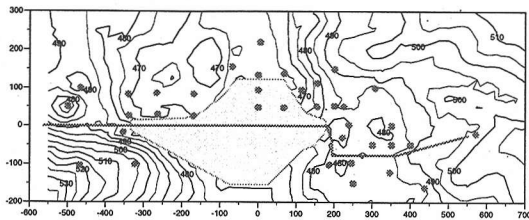
を推定した結果について示す。

貯水位の上昇に伴う地下水位空間分布の変化を見るために、湛水開始の 7 月 5 日 (貯水位 474m)、8 月 1 日 (貯水位 500m) および満水に達した 10 月 1 日 (貯水位 512.5m) の 3 つの時刻において、地下水位の空間分布を推定した。トレンドモデルは前節で有効であった Trend model B を用いた。

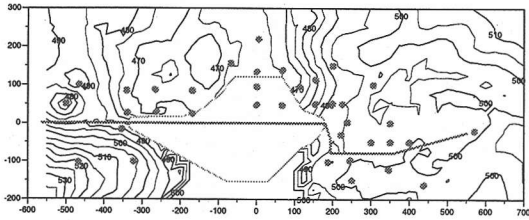
まず図-11の a) ~ c) は、各時刻における領域全体の地下水位分布を推定した結果を、d) は式 (35) の平方根である推定誤差標準偏差 $\sigma_{STCK}(\mathbf{u}, t)$ をそれぞれコンターで表したものである。推定した位置は図-3 で示した相関モデルを求めた位置と同じである。

また図-12 は、湛水前 (7/1) と満水時 (10/1) の地下水位の差をコンターとして表したものである。値の大きいほど地下水位の上昇が大きい地点である。

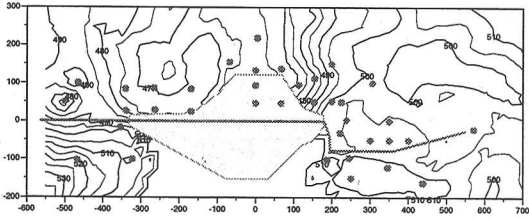
これらの図から次のようなことがわかる。まず湛水前の自然地下水位分布は、全体傾向としてグラウトラインより上流の左岸側の尾根部でかなり高く 510m を超えているが、右岸側尾根では 480m 程度と低い。グラウトライン下流の左岸側は 470m 弱程度であるのに



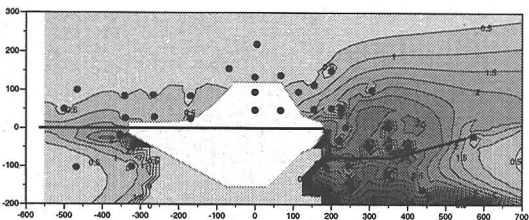
a) 1997年7月5日 (貯水位 474.0m)



b) 1997年8月1日 (貯水位 500.0m)



c) 1997年10月1日 (貯水位 512.5m)



d) 推定誤差標準偏差 $\sigma_{STCK}(u,t)$

図-11 地下水位の空間分布推定結果

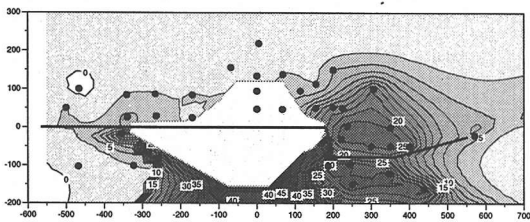
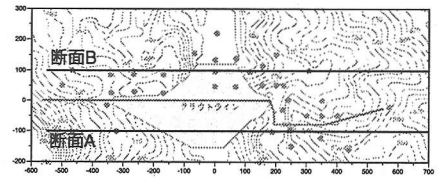


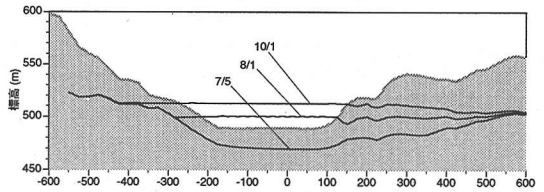
図-12 湛水前 (7/1) と満水時 (10/1) の地下水水位差の空間分布

対して、右岸側は480m程度と若干高くなっている。つまり左岸側はグラウトラインを境に水位差が大きい、右岸側はほとんど水位差がない。

そして貯水位の上昇に伴う地下水位分布の変化を見ると、グラウトライン上流左岸側の尾根部では、元々の



a) 断面 A (Y = -100m 断面)



b) 断面 B (Y = +100m 断面)

図-13 地下水水位変動断面図

自然地下水水位が満水位 (512.5m) よりも高いため、ほとんど地下水位の変動は生じていない。また下流側も地下水位の変動は2~3m以下であることが図-12からわかる。一方右岸側は、上流側の貯水池に隣接する周辺では、ほぼ貯水位と同じ地下水位レベルまで上昇しており、上昇幅は30m以上であることがわかる。下流側も上昇しているが上昇幅は最大25m程度で、上流側よりも数m~10m程度低くグラウトの効果が認められる。しかし、中心より500m以上右岸では地下水位の変動は5m以下であり貯水の影響がないことがわかる。

図-11d)の推定誤差標準偏差 $\sigma_{STCK}(u,t)$ は時刻 t には依存しないのでどの時刻も同じ分布であるが、空間的には地下水位変動の大きさに依存して、変動の大きい右岸側で誤差が大きくなっている。ただし観測孔のある場所は推定誤差は0であり、その周辺は小さくなっている。

次に、この水位変化をわかりやすく断面図として示したものが、図-13である。図のa) (上流側)を見ると、左岸側尾根部では地下水位が満水位よりも高く、貯水位の影響を全く受けない様子がよくわかる。右岸側は地下水位が低いため貯水位の影響を受けて変動しており、中心より500m付近まで変動の影響があることが伺える。

一方b) (下流側)は、グラウトの効果により上流側に比べて変動が小さいことがわかる。特に左岸側はほとんど変動はない。右岸側ではピークで20m程度の変動が生じている。

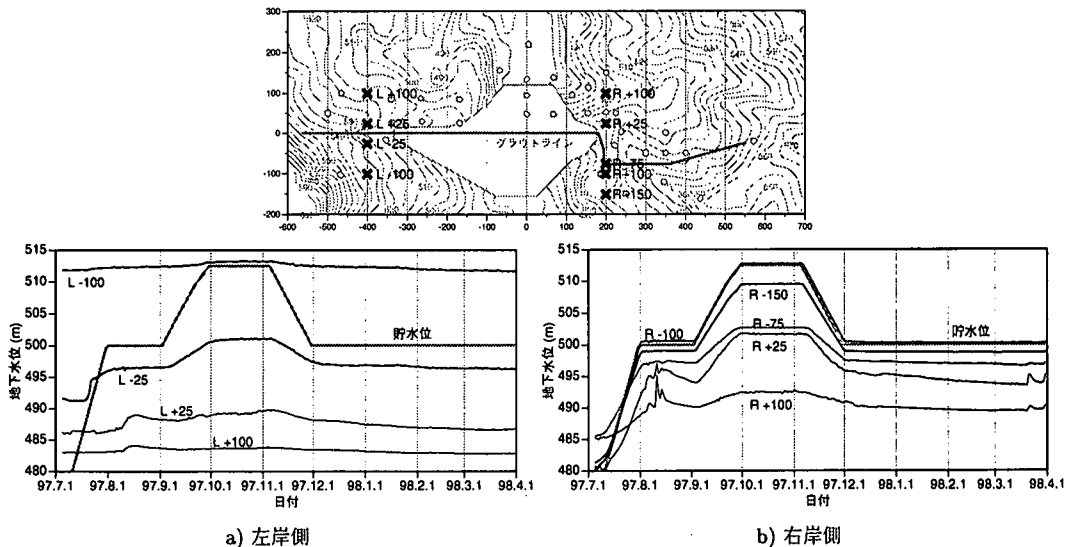


図-14 地下水位時系列の推定例

(6) 任意位置の地下水位経時変化推定

最後に任意位置での地下水位の時間変動を推定した結果について示す。

図-14は、凡例図に示す左岸および右岸の各位置で推定した地下水位の経時変化をグラフにしたものである。図のa)は中心より左岸400m位置のグラウトラインを界して上下流側2点の推定経時変化である。なお同時にグレーの太線で貯水位変動を示している。最も上流側(L-100)の地下水位は満水位よりも常に高いため、貯水位変動の影響を受けていない。また下流側のL+25およびL+100もまた、貯水位の影響をほとんど受けておらず、ほとんど変動していない。

b)は中心より右岸200m位置の上流側2点、下流側3点の推定経時変化である。左岸に比べて貯水位の変動に影響して、同様に変動していることがわかる。特に上流側のグラウトラインに最も近いR-100では、貯水位とほぼ一致した変動を示している。下流側は上流側に比べて変動幅は小さく、グラウトラインに近接するR-75でも満水位よりも10m以上低い。図-2a)の降水量変化に示されるとおり8月半ばに多量の降雨があり、この影響による水位上昇が下流に向かって顕著になっているのがわかる。

5. おわりに

ダムサイト周辺の地下水位変動は、時間と空間の両方において同時に変動するデータであり、観測データから精度良く全体の挙動を把握するためには、確率論に基づいた統計的な手法が有効である。そこで本論文では、貯水位と降水量の変動を影響因子と考えて、こ

れらのシステムを表現する時空間の確率モデルを提案、地下水位変動の推定手法の開発と実問題への適用に關する検討を実施した。

結果をまとめると以下の通りである。

- (a) ダムサイト周辺の地下水位変動予測に適用可能な、時空間領域を対象とした確率モデルを提案した。特徴は、各観測孔位置で与えられる時間領域の確率モデルを空間的に変動する確率場として捉えることで空間領域に拡張している点にあり、位置によって時系列の変動が異なるデータに対応が可能である。
- (b) 空間的なCokrigingを時空間領域に拡張した時空間Cokrigingの定式化を示し、地下水位変動に加えて貯水位および降水量の3変量を扱うことのできる手法を提案した。
- (c) 提案手法の適用性を実際のダムのデータを用いて検討を実施した。まず与えられた38孔の地下水位変動および貯水位変動、降水量変動データから確率モデルを推定したところ、地下水位変動の変動幅すなわち分散は、空間位置によって大きく異なるが、時間領域の自己相関性は空間位置による大きな変化はなく、提案手法の適用条件を満たしていることがわかった。
- (d) 推定された確率モデルを基にして提案する時空間Cokrigingによる推定を実施した。

まず推定精度を検証するために、各観測孔のデータを1カ所毎に入力データから除いて、その位置の地下水位変動を推定するブラインドテストを実施した。その結果、トレンド成分として地表面レベルの線形関数としたモデルよりも、地表面の起伏を考慮して推定した平均地下水位の空間分布をト

レンド成分とした方が精度が良いことがわかった。次に、任意時刻における地下水位の空間分布を推定したところ、グラウトによる改良効果や貯水位の変動に伴う地下水位の分布の変化等が空間的に把握できることがわかった。

また、任意位置における地下水位の時系列変化も推定することができ、地下水位の管理モデルとしての有効性が示された。

以上のように、平均的な地下水位の変動や分布を把握することを目的とした場合、提案する手法は十分に利用が可能であることがわかった。ただし対象とした地下水は基本的に不圧地下水であり、地下水位は空間的に連続して分布することが仮定できるものである。しかし地質構造によっては被圧地下水を有するサイトも一般に考えられ、この場合地下水位（水圧）の分布は地質構造に大きく影響を受け、不連続あるいは二重地下水などが考えられ、提案手法の適用のためには領域区分による局所定常化を図るなどの工夫が必要になる。

また提案手法には、確率モデルの推定において、次数 M の合理的な決定方法がないことや推定結果のばらつきの評価が正確でないことなどの課題も残されている。今後はこれらの課題を解決し、より多くのサイトに適用していく所存である。

参考文献

- 1) Journel, A.G. and Huijbregts, Ch.J. : *Mining geostatistics*, Academic Press, Inc., p.600, 1978.
- 2) Ripley, B.D. : *Spatial statistics*, John Wiley & Sons, p.252, 1981.
- 3) 例えば, Haas, T. C. : Local prediction of a spatio-temporal process with an application to wet sulfate deposition., *Jour. of American Statistical Association*, Vol.90, No.432, pp.1189-1199, 1995.
- 4) 例えば, Kyriakidis, P. C. and Journel, A. G. : Geostatistical space-time models ; A review., *Mathematical Geology*, Vol.31, No.6, pp.651-684, 1999.
- 5) Goovaerts, P. and Chiang, C. : Temporal persistence of spatial patterns for mineralizable nitrogen and selected soil properties., *Soil Science Society of America Journal*, Vol.57, No.2, pp.372-381, 1993.

- 6) Simard, Y. and Marcotte, D. : Assessing similarities and differences among maps: A study of temporal changes in distribution of northern shrimp (*pandalus borealis*) in the gulf of St. Lawrence., *Geostatistics Tróia '92*, Soares, A. eds., Kluwer Academic Publ., Dordrecht, pp.865-874, 1993.
- 7) Bras, R. L. and Rodrigues-Iturbe, I. : *Random functions and hydrology*, Addison-Wesley, Reading, MA, p.559, 1984.
- 8) Haslett, J. and Raftery, A. E. : Space-time modeling with long-memory dependence: Assessing Ireland's wind power resource., *Jour. Applied Statistics*, Vol.38, No.1, pp.1-50, 1989.
- 9) Eynon, B. P. and Switzer, P. : The variability of rainfall acidity., *Can. Jour. Statistics*, Vol.11, No.1, pp.11-24, 1983.
- 10) Bilonick, R. A. : The space-time distribution of sulfate deposition in the northeastern United States., *Atmospheric Environment*, Vol.19, No.11, pp.1829-1845, 1985.
- 11) Rouhani, S., Ebrahimpour, R. M., Yaqub, I. and Gianella, E. : Multivariate geostatistical trend detection and network evaluation of space-time acid deposition data- I. Methodology., *Atmospheric Environment*, Vol.26, No.14, pp.2603-2614, 1992.
- 12) Bogaert, P. and Christakos, G. : Spatiotemporal analysis and processing of thermometric data over Belgium., *Jour. of Geophysical Research*, Vol.102, No.D22, pp.25831-25846, 1997.
- 13) Haslett, J. : Space time modeling in meteorology: A review., *Proc. of the 47th Session: International Statistical Institute*, pp.229-246, 1989.
- 14) Handcock, M. S. and Wallis, J. R. : An approach to statistical spatial-temporal modeling of meteorological fields., *Jour. of American Statistical Association*, Vol.89, No.426, pp.368-390, 1994.
- 15) Huijbregts, C. and Matheron, G. : Universal kriging - An optimal approach to trend surface analysis., *Decision Making in the Mineral Industry*, Canadian Institute of Mining and Metallurgy, Special Volume 12, pp.159-169, 1971.
- 16) 本多 真, 鈴木 誠, 上田 稔, 近藤寛通 : 地形情報を用いた基礎地盤面のモデル化と推定, 土木学会論文集, No.561/III-38, pp.63-74, 1997.
- 17) 赤池 弘次, 中川東一郎 : ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンスライブラリ 情報電算機=9, サイエンス社, p.189, 1972.

(2000. 1. 6 受付)

SPACE-TIME ANALYSIS OF GROUNDWATER LEVEL VARIATION AROUND A DAM USING GEOSTATISTICS

Makoto HONDA, Kohkichi KIKUCHI, Tetsuya SUZUKI and Yoshitada MITO

The predictions of groundwater level around a dam which varies in the both space and time domain is very important for the dam maintenance. Geostatistical space-time models have been applied for modeling such spatiotemporal distributions in several scientific disciplines. In this paper, the new spatiotemporal random model and space-time cokriging are proposed. The model is characterized by the non-stationary as the random model in the temporal domain varies in the space domain. For the purpose of verifying its availability, the proposed method is applied to the data of an actual dam, consequently, it has proved to be very effective tool for estimation of spatio-temporal groundwater behavior through the some examinations.