

# 間隙水分布の違いを考慮した 不飽和土の土／水連成解析

飯塚 敦<sup>1</sup>・本田道識<sup>2</sup>・西田博文<sup>3</sup>・河井克之<sup>4</sup>・軽部大蔵<sup>5</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 神戸大学助教授 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 (株) 日建設計 土木事務所 (〒541-8528 大阪市中央区高麗橋 4-6-2)

<sup>3</sup>正会員 工修 八千代エンジニアリング (株) (〒153-8639 目黒区中目黒 1-10-21)

<sup>4</sup>正会員 工修 神戸大学助手 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

<sup>5</sup>正会員 工博 神戸大学教授 自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

本論文では、不飽和状態に置かれている土構造物を対象として、有限要素法を用いた初期値・境界値問題として取り扱う手法を提示している。不飽和土の力学特性を特徴づける水分特性曲線のヒステリシスを考慮した弾塑性構成モデルを用い、土／水連成の有限要素プログラムを開発した。まず、解くべき初期値・境界値問題を述べ、用いた数理モデルを説明している。さらに、有限要素プログラムの検証を行った後、簡単な例題として仮想堤体の問題を取り上げ、堤体上流側の水位変化による堤体内部の応力変化と変形を調べている。

**Key Words** : *unsaturated soil, soil/water coupled analysis, water retention characteristics of soils, FEM, initial boundary value problem*

## 1. はじめに

既存の構造物の機能維持・管理が焦眉の課題となりつつある。我が国において、高度成長期に至るまでに建設された数多くの社会資本に対して、今後、如何に機能維持／機能改善をはかるかといった点が重要となる。既設の構造物は、長い年月の間その構造物がおかれた環境の下で、極めて個別的となってしまうっており、構造物の大雑把な種別ごとにまとめられている現行設計法の概念では対処が困難である。それぞれの構造物が、現在どのような力学的状態にあるかを個別に照査・解析しなければならないし、その「現在」を知って「将来」を予測できなければ、合理的な機能維持／機能改善につながらない。このためには初期値・境界値問題として解くというアプローチが重要となる。本論文では、不飽和状態におかれている土構造物を対象とした挙動予測解析手法の提案を行う。河川堤防や道路盛土などの締固め土やロックフィルダムのコア材を対象としている。

一般に締固められた土は、剛性や強度が増す上に、透水性が低くなるため止水性に優れているとされている。しかし長年にわたって、水頭の変動や雨水の浸潤や乾燥の繰り返しにさらされる内に、当初の品質を保持し得ていないかもしれない。不飽和土は、サクシオン変化に伴

って体積変化が生じ、コラプスのような圧縮破壊を伴う場合もあるが、原位置の土構造物で、これらの現象がどのように発生し、引いては、どのような機能障害をもたらすかを予測・検討する手だてが整っていない。初期値・境界値問題を解かねばならないが、本論文の目的は、このような不飽和土に対する初期値・境界値問題を定式化し、有限要素法を用いて予測、検討に役立てようとするものである。

不飽和土の力学特性を記述する構成モデルが必要となるが、すでにいくつかの弾塑性構成モデルが提案されている<sup>1),2),3)</sup>。さらに、これらの構成モデルを組み込んだ有限要素解析手法もわずかながら提案されている<sup>4),5)</sup>。構造物には、フィルダムにおける灌水と排水、盛土における湿潤と乾燥など、準静的な繰り返し境界条件として課される。一方、不飽和土の挙動は、このような準静的な繰り返し履歴に強く依存することが知られている。特に、同一のサクシオンであっても、サクシオン履歴の違いによって間隙水分布に違いが生じるため、結果として、変形特性が異なる。Alonsoらのアプローチ<sup>1)</sup>では、このような間隙水分布の違いを考慮できない。その点、Kohgoら<sup>2)</sup>は等価間隙水圧を定義し、間隙水分布の違いをサクシオンの関数で陽に与えることによって、サクシオン履歴を考慮している。さらに不飽和土の状態面を規

定し、弾塑性構成モデルを提案している。等価間隙水圧という簡便な概念によって複雑なサクシオン履歴の影響を考慮するなど、卓越したアイデアであるが、不飽和土の変形特性に及ぼすサクシオン履歴の影響は、結局は、構成モデルのパラメータの違いに反映せざるを得ない。一方、軽部ら<sup>3)</sup>は、土の構造骨格に作用するサクシオンをサクシオン応力と定義し、これをバルク応力とメニスカス応力とに分離して考えることにより、サクシオン履歴に起因する間隙水分布の違いを応力状態の違いとして記述できるようにしている。従って、水分特性曲線上に現れるヒステリシスを与えれば、構成モデルの選択とは独立に、サクシオン履歴の影響を内応力分布の違いとして陽な形で考慮できる。軽部らの考え方によれば、複雑なサクシオン履歴も、水分特性曲線上のヒステリシス曲線群として特性化させることができるため、構成モデルを特定しないなど汎用性が高い。

本論文では、軽部らの考え方を用いて、初期値・境界値問題を定式化している。従って、構成モデルの選択に相当な自由度を確保できるから、ここでは、不飽和土に対するできるだけ簡便な弾塑性構成モデルを採用したい。実務的な適用性を重視したいので、解析に必要な入力パラメータの決定を困難にたくないからである。ここでは、軽部ら<sup>3)</sup>の概念を用いて定式化された弾塑性構成モデル<sup>10)</sup>を採用することにする。ただし、軽部らによって提案された分応力の考え方を受け入れる限り、以下に示す定式化は構成モデルを選ばない。

## 2. 支配方程式

### (1) 不飽和土内の分応力

軽部らは不飽和土内の間隙水分布の形態を考えると、サクシオン $s$ の働きを、外作用応力(全応力)との釣り合いへの寄与と土の構造骨格の剛性への寄与とに分離して考えた。全応力との釣り合いに寄与する分応力をバルク応力 $p_b$ 、土の構造骨格の剛性に寄与する分応力をメニスカス応力 $p_m$ と名付け、

$$p_b = \chi_b \cdot s, \quad p_m = \chi_m \cdot s, \quad (1)$$

として与えた。ただし、バルク応力 $p_b$ は、土骨格構造の隙間を埋めるバルク水の部分で発揮される応力成分であり、メニスカス応力 $p_m$ は土粒子接点を取り巻くメニスカス水の部分で発揮される応力成分である。両者ともに骨格剛性の増加に寄与することからその和である $p_b + p_m$ をサクシオン応力 $p_s$ と定義し、サクシオンによって発揮されるせん断強度への寄与分に用いている。せん断強度を表現する上では $p_s$ は Bishop の有効応力式に

おけるサクシオン項と等価であり、サクシオン値 $s$ と水断面積比 $\chi$ との積で表現される。よって吸着水が占める飽和度分(残留飽和度 $S_{r0}$ )の影響を考慮した上で、

$$p_s = \chi \cdot s, \quad \chi = \frac{S_r - S_{r0}}{1 - S_{r0}} \quad (2)$$

と表すことができる<sup>3)</sup>。同様に、バルク水が占める飽和度分を $S_b$ 、メニスカス水が占める飽和度分を $S_m$ と定義すれば、

$$S_r = S_{r0} + S_b + S_m \quad (3)$$

を仮定でき、式(1)の分担率はそれぞれ、

$$\chi_b = \frac{S_b}{1 - S_{r0}}, \quad \chi_m = \frac{S_m}{1 - S_{r0}} \quad (4)$$

と表せる。ここで、 $S_b$ と $S_m$ は間隙の自由水が全てメニスカス水の形態で存在することを想定した最乾燥水分線上の飽和度 $S_{rd}$ を用いて下式で定量化する<sup>3)</sup>。

$$S_b = \frac{(1 - S_{rd})(S_r - S_{rd})}{1 - S_{rd}} \quad (5)$$

であるから、

$$S_m = \frac{(1 - S_r)(S_{rd} - S_{r0})}{1 - S_{rd}}, \quad (6)$$

を得る<sup>3)</sup>。これらの分応力は等方的に作用すると考えてよいから、不飽和土の構造骨格の変形に寄与する応力 $\sigma$ は、

$$\sigma' = \sigma^n + p_b \mathbf{1}, \quad \sigma^n = \sigma - p_o \mathbf{1} \quad (7)$$

と表される<sup>3)</sup>。ここに $\sigma^n$ は実質全応力テンソル、 $\sigma$ は全応力テンソル、 $p_o$ は間隙空気圧、 $\mathbf{1}$ は単位テンソルである。土の構造骨格の変形を記述する構成モデルは $\sigma$ で表される。また、間隙水分布の違いによる土の構造骨格剛性の変化は、メニスカス応力 $p_m$ を構成関係に取り込むことによって表現される。飽和土の場合( $S_r = 1$ )は、一つの特異なケースとして包含し、メニスカス応力が単独で作用し得ない状態であるから $S_m = 0$ となり、 $\chi_b = 1$ より、式(7)は Terzaghi の有効応力式に帰着する。

### (2) 場の方程式と境界条件

図-1に示すような不飽和土を考える。時間パラメータ $t = t$ から $t = t + dt$ なる増分に対して、土/水連成場の方程式をたてると以下のようにまとめられる。ただし、応力とひずみは圧縮側を正としている。

・釣り合い式：

$$\text{div} \sigma^T = \mathbf{0}, \quad \sigma^T = \sigma \quad (8)$$

・分応力：

$$\sigma' = \sigma^N + \dot{p}_b \mathbf{1}, \quad \sigma^N = \sigma - \dot{p}_a \mathbf{1} \quad (9)$$

・構成式：

$$\sigma' = \mathbf{D} : \dot{\varepsilon} - \dot{c}(p_m) \quad (10)$$

・ひずみと変位関係：

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{1}{2}(\text{grad} \dot{\mathbf{u}} + \text{grad}^T \dot{\mathbf{u}}) \quad (11)$$

・連続式：

$$\text{div} \mathbf{v} = S_r \dot{\varepsilon}_v - n \dot{S}_r \quad (12)$$

・ダルシー則：

$$\mathbf{v} = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{g}, \quad \mathbf{g} = \text{grad} h \quad (13)$$

ただし、式(7)中のバルク応力の増分形は、サクシオン  $s = p_a - p_w$  だから、式(1)に式(4)を代入することにより、

$$\dot{p}_b = \frac{\dot{S}_{rb}}{1-S_{r0}} s + \frac{S_{rb}}{1-S_{r0}} (\dot{p}_a - \dot{p}_w) \quad (14)$$

と表される。ここで、i) 間隙空気圧は大気圧と等しい、ii) 飽和度はサクシオンのみの関数として与えられる、を仮定できれば、式(14)は、さらに、

$$\dot{p}_b = -\frac{1}{1-S_{r0}} \left( \frac{\partial S_{rb}}{\partial s} s + S_{rb} \right) \dot{p}_w \quad (15)$$

と変形できる。ただし、仮定 i) より  $\dot{p}_a = 0$  を用いた。同様に、メニスカス応力の増分形も式(1)、式(4)および式(6)より、

$$\dot{p}_m = -\frac{1}{1-S_{r0}} \left( \frac{\partial S_{rm}}{\partial s} s + S_{rm} \right) \dot{p}_w \quad (16)$$

となる。式(15)と式(16)の係数、 $S_{r0}$ 、 $S_{rb}$ 、 $S_{rm}$ 、 $\partial S_{rb}/\partial s$  および  $\partial S_{rm}/\partial s$  は、最乾燥水分線および水分特性曲線が与えられれば、式(5)または式(6)より決まる。以上において、 $\mathbf{D}$  は構成剛性テンソル、 $\varepsilon$  はひずみテンソル、 $c$  は係数テンソル、 $\mathbf{u}$  は変位ベクトル、 $\mathbf{v}$  は流速ベクトル、 $n$  は間隙率、 $\dot{\varepsilon}_v$  は体積ひずみ速度 ( $\dot{\varepsilon}_v = \text{tr} \dot{\varepsilon}$ )、 $\mathbf{k}$  は透

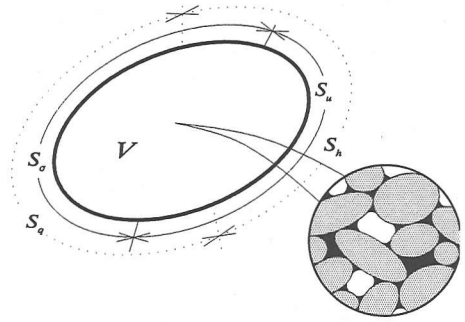


図-1 不飽和土の境界値問題

水係数テンソル、 $\mathbf{g}$  は動水勾配ベクトル、 $h$  は全水頭 ( $h = p_w/\gamma_w + \Omega$ )、 $\Omega$  は位置水頭である。さらに境界条件、

$$\text{変位境界 (Dirichlet 境界)} : \bar{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}} \quad \text{on } S_u \quad (17)$$

$$\text{応力境界 (Neumann 境界)} : \bar{\mathbf{t}} = \sigma^T \cdot \mathbf{n} \quad \text{on } S_t \quad (18)$$

および、

$$\text{水頭境界 (Dirichlet 境界)} : \bar{h} = h \quad \text{on } S_h \quad (19)$$

$$\text{流量境界 (Neumann 境界)} : \bar{q} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \quad \text{on } S_q \quad (20)$$

が課せられる。ここに、 $\mathbf{t}$  は応力速度ベクトル、 $\mathbf{n}$  は境界上に立てた外向き単位法線ベクトル、 $q$  は流量フラックスベクトルであり、境界  $S = S_u + S_t + S_h + S_q$ 、演算  $\cdot$  は内積を表し、頭の  $\bar{\cdot}$  は既知量であることを示している。一方、初期条件が領域  $V$  内に対して、

$$\text{初期応力} : \sigma'_v = \sigma'_{v=0} \quad \text{in } V \quad (21)$$

$$\text{初期水頭} : h_v = h_{v=0} \quad \text{in } V \quad (22)$$

$$\text{初期飽和度} : S_{rv} = S_{rv=0} \quad \text{in } V \quad (23)$$

と与えられているものとする。

### 3. 弱形式に基づく離散化

試験関数として、

$$\forall \delta \mathbf{u} \in \left\{ \delta \dot{\varepsilon} = -\frac{1}{2}(\text{grad} \delta \dot{\mathbf{u}} + \text{grad}^T \delta \dot{\mathbf{u}}), \delta \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad \text{on } S_u \right\}$$

を選ぶと、釣り合い式(8)の弱形式が、

$$\int_S \bar{\mathbf{t}} \cdot \delta \dot{\mathbf{u}} dS + \int_V \sigma' : \delta \dot{\varepsilon} dV = 0 \quad (24)$$

と表される。ただし、応力境界条件式(18)を用いた。式(24)に、分応力の定義式(9)式および(15)式を代入すると、

最終的に、

$$\int_V \dot{\mathbf{G}}' : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} dV + \int_V \frac{1}{1-S_{r0}} \left( \frac{\partial S_{rn}}{\partial s} s + S_{rn} \right) \dot{p}_w \delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v dV \quad (25)$$

$$= - \int_{S_f} \dot{\mathbf{t}} \cdot \delta \mathbf{u} dS$$

と変形される。一方、連続式(12)の弱形式は、流量境界条件式(20)を考慮して、試験関数、

$$\forall \delta \mathbf{h} \in \left\{ \delta \mathbf{g} = \text{grad } \delta h, \delta h = 0 \text{ on } S_h \right\}$$

に対して、

$$\int_V S_r \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v \delta \mathbf{h} dV - \int_V n \dot{S}_r \delta \mathbf{h} dV + \int_V \mathbf{v} \cdot \delta \mathbf{g} dV \quad (26)$$

$$= \int_{S_f} \bar{q} \delta h dS$$

と導かれるから、飽和度はサクシヨンのみの関数で与えられるとすると、 $\dot{S}_r = (\partial S_r / \partial s) \dot{s} = -(\partial S_r / \partial s) \dot{p}_w$  を式(26)に代入して、

$$\int_V S_r \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v \delta \mathbf{h} dV + \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{p}_w \delta \mathbf{h} dV + \int_V \mathbf{v} \cdot \delta \mathbf{g} dV \quad (27)$$

$$= \int_{S_f} \bar{q} \delta h dS$$

を得る。このように、先に示した増分境界値問題は、境界条件式(17)と式(19)の下で、式(25)、式(10)、式(11)および、式(27)、(13)を解く問題に帰着する。

以上を有限要素法を用いて離散化する。以後、表記の便のために、応力、ひずみなどのテンソル表示： $\boldsymbol{\sigma}'$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\mathbf{c}$ 、 $\mathbf{D}$  をそれぞれ成分の対応に注意しながら、 $\{\boldsymbol{\sigma}'\}$ 、 $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ 、 $\{\mathbf{c}\}$ 、 $\{\mathbf{D}\}$  とベクトル ( $\{\}$  で表す) とマトリックス ( $[\ ]$  で表す) で表記することにする。要素内の変位増分  $\{\dot{\mathbf{u}}\}$  および水頭  $h$  が、それぞれ内挿関数マトリックス  $[\mathbf{N}]$  と  $[\mathbf{N}_h]$  を仮定することによって、

$$\{\dot{\mathbf{u}}\} = [\mathbf{N}] \{\dot{\mathbf{u}}^n\}, \quad h = [\mathbf{N}_h] \{h^m\} \quad (28)$$

と表すことができる。ただし、 $\{\dot{\mathbf{u}}^n\}$  と  $\{h^m\}$  は、節点における変位増分と水頭である。また内挿関数マトリックス  $[\mathbf{N}]$  と  $[\mathbf{N}_h]$  は同一である必要はなく、かえって計算の安定性を確保するために、 $[\mathbf{N}_h]$  の次数は、 $[\mathbf{N}]$  のそれよりも少なくとも一次は落とさねばならない<sup>6)7)</sup>。ここではガラーキン法を用い、2つの試験関数  $\delta \mathbf{u}$ 、 $\delta h$  も式(28)で定義された内挿関数で離散化されるものとする。さて、式(28)より、

$$\{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\} = [\mathbf{B}] \{\dot{\mathbf{u}}^n\}, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v = [\mathbf{B}_v] \{\dot{\mathbf{u}}^n\} \quad (29)$$

および、

$$\{\mathbf{g}\} = [\mathbf{B}_h] \{h^m\} \quad (30)$$

が得られるから、式(10)と式(11)を増分釣り合い式の弱形式(25)に代入し、同様に、式(13)を連続式の弱形式(27)に代入し、共に式(28)、(29)、(30)を用いて離散化することにより、最終的に、 $t = t$  から  $t = t + \Delta t$  間の増分に対する連立の要素剛性方程式が得られる。ここでは、全水頭を  $h = (h_{t+\Delta t} - h_t) / \Delta t$  と時間離散化し、内挿関数  $[\mathbf{N}]$  に1次線形関数を、 $[\mathbf{N}_h]$  に定数を適用した(赤井・田村の方法<sup>8)</sup>に等価となる Ohta, Iizuka, Sugie<sup>9)</sup>。得られた連立要素剛性方程式は、

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}] & R_b [\mathbf{K}_v] - R_m \{\mathbf{G}\} \\ S_{r|t} [\mathbf{K}_v] & a n \frac{\partial S_r}{\partial s} \Big|_t + \Delta t \beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta \mathbf{u}^n\} \\ \{\gamma_w h^m\}_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \sum_i \Delta t \beta_i \gamma_w h^m \Big|_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \{\mathbf{F}\} + (R_b [\mathbf{K}_v] - R_m \{\mathbf{G}\}) \gamma_w h^m \Big|_t \\ a n \frac{\partial S_r}{\partial s} \Big|_t \gamma_w h^m \Big|_t \end{Bmatrix} \quad (31)$$

となる。ただし、 $\gamma_w$  は水の単位体積重量、 $n$  は間隙率、 $m_i$  は要素  $M$  に隣接している要素、式(31)中のマトリックスおよび定数項は、

$$[\mathbf{K}] = \int_V [\mathbf{B}] [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV, \quad [\mathbf{K}_v] = \int_V [\mathbf{B}_v] dV,$$

$$\Delta \{\mathbf{F}\} = \Delta t \int_{S_c} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{f}\} dS, \quad \{\mathbf{G}\} = \Delta t \int_V [\mathbf{B}]^T \{\mathbf{c}\} dV,$$

$$R_b = \frac{1}{1-S_{r0}} \left[ \frac{\partial S_{rb}}{\partial s} s + S_{rb} \right]_{t-t},$$

$$R_m = \frac{1}{1-S_{r0}} \left[ \frac{\partial S_{rm}}{\partial s} s + S_{rm} \right]_{t-t}, \quad a = \int_V dV$$

と表される。積分領域の下添え字  $e$  は対象とする領域の1区分(要素)を表している。 $\beta$  と  $\beta_i$  は赤井・田村<sup>8)</sup>による手法に特有な定数項であり、連続式の弱形式(27)の離散式にダルシー則(式(13))と流量境界条件(式(20))を代入して得られる係数である。2次元場の場合、

$$\beta = \sum_T \left( \frac{k_{xx} b_{iy}}{\gamma_w \ell_{ix}} + \frac{k_{yy} b_{ix}}{\gamma_w \ell_{iy}} \right)$$

$$\beta_i = \frac{k_{xx} b_{iy}}{\gamma_w \ell_{ix}} + \frac{k_{yy} b_{ix}}{\gamma_w \ell_{iy}}$$

と表される。なお、式中の記号は図-2を参照されたい。

以上より、式(31)を全要素に対して重ね合わせることで、各時間増分ごとの全体剛性方程式が得られる。これに、変位境界条件式(17)と水頭境界条件式(19)を課すことによって、与えられた境界値問題を解くことができる。

#### 4. 解析に用いた数理モデル

##### (1) 構成モデル

前節では、一般性を失わないように、構成関係を式(10)のように表していた。ここでは、式(10)の具体的表現を与える。

本論文では、軽部ら<sup>3)</sup>の概念にもとづいて定式化された弾塑性構成モデル<sup>10)</sup>を採用する。但し、簡単のため $\alpha$  (メニスカス応力 $p_m$ による圧縮量抑制効果を表現するパラメータ)が0の場合に限って議論を進める。この場合、飽和粘土におけるHenke<sup>18)</sup>の実験データほど、明確に示された実験事実はないが、Matyas and Rdhakrishna<sup>19)</sup>、や軽部ら<sup>20)</sup>の報告を参考にして、塑性体積ひずみは過去の応力履歴に依存せず、現在の応力状態で一意に定まると見なすことにする。

土の体積変化挙動を、等方応力変化とせん断応力変化による成分に分けて考えると、不飽和土の力学挙動を支配する内部応力(メニスカス応力とバルク応力)が変化することによって生じる体積変化は等方応力変化による成分として記述される。従って、不飽和土の体積変化挙動の最も簡単なモデルとして、図-3(a)(b)のモデルを考える。図-3(a)に等方応力による体積変化、図-3(b)にせん断応力による体積変化特性を示す。不飽和土の体積変化特性は、図-3(a)に示すように、メニスカス応力 $p_m$  ( $p_m = 0$ の時、飽和土)の増大に伴う圧縮として表される。等方応力による体積変化には弾性成分を含むので、結局、 $p' = p'_c$ 、 $q = 0$ を基準として、塑性体積ひずみ $\epsilon_v^p$ で表せば、

$$\epsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_c} \left\{ \ln \frac{p'}{p'_c} + \xi(p_m) \right\} + D \frac{q}{p'} \quad (32)$$

となる。式(32)の右辺第1項が等方応力、第2項がせん断応力による成分である。ただし、 $q$ は一般化せん断応力 ( $q = \sqrt{3s_y s_y} / 2$ )、 $D$ はダイレイタンス係数<sup>11)</sup> ( $D = (\lambda - \kappa) / \{M(1 + e_c)\}$ )、 $M$ は限界応力比、 $\lambda$ と $\kappa$ はそれぞれ飽和時の圧縮指数と膨潤指数である。軽部ら<sup>3)</sup>が提案したエネルギー釣合式から降伏関数を誘導する過程にメニスカス力による塑性降伏遅れ<sup>10)</sup>の概念を組み込むことで $\xi(p_m)$ は式(33)のような関数形で与えられる。これによってメニスカス応力の増大に伴う不飽和土の硬化特性が表現される。

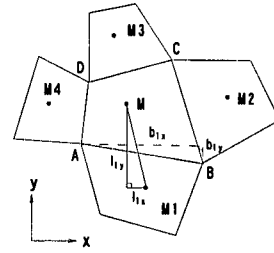


図-2 要素Mを囲む要素

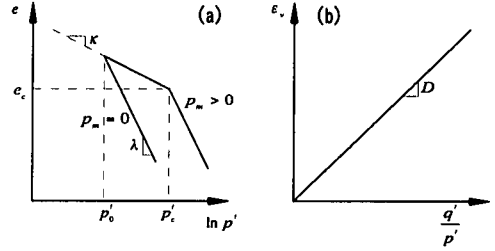


図-3 塑性体積ひずみのコンポーネント

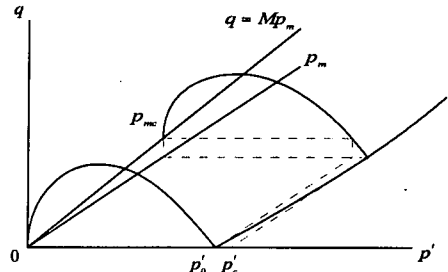


図-4 降伏関数の形状

$$\xi(p_m) = \frac{p_{mc}}{p'_c} - \frac{p_m}{p'} \quad (33)$$

$p_{mc}$ は基準点 $p'_c$ に対応するメニスカス応力である。不飽和状態の硬化履歴は平均応力パラメータ $p'_c$ で表されるが、特に、飽和時( $p_m = 0$ )の硬化履歴パラメータを $p'_0$ とすると、 $p'_c$ 、 $p_{mc}$ との関係は式(32)(33)より

$$p'_0 = p'_c \exp\left(-\frac{p_{mc}}{p'_c}\right)$$

と表されることが分かる。また、この構成モデルを完全な飽和土に適用すると、直ちにCam-clayモデルに帰着することも分かる。以上より、塑性体積ひずみを硬化関数として、降伏関数 $f$ を

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_c} \left\{ \ln \frac{p'}{p'_c} + \left( \frac{p_{mc}}{p'_c} - \frac{p_m}{p'} \right) \right\} + D \frac{q}{p'} - \epsilon_v^p = 0 \quad (34)$$

と定義できる。図-4 に降伏関数の形状を示す。さらに、式(34)に関連流れ則を適用すると、応力-ひずみ関係式(10)の各成分が、

$$\dot{\sigma}' = \mathbf{D}^p : \dot{\epsilon} - \dot{c} \quad (35)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^p &= \mathbf{D}^e - \frac{1}{H} \left[ \left( \mathbf{D}^e : \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right) \otimes \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma'} : \mathbf{D}^e \right) \right], \\ \dot{c} &= \frac{1}{H} \left( \mathbf{D}^e : \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \frac{\partial f}{\partial p_m} \right) \dot{p}_m, \\ H &= \frac{\partial f}{\partial \sigma'} : \mathbf{D}^e : \frac{\partial f}{\partial \sigma'} + \text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma'} \right), \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma'} &= \frac{D}{p'} \left\{ \frac{1}{3} \left( M - \frac{q - Mp_m}{p'} \right) \mathbf{1} + \frac{3s}{2q} \right\} \end{aligned}$$

と求まる。なお、 $\mathbf{1}$ は2階の単位テンソル、 $\otimes$ はテンソル積である。また、 $\mathbf{D}^e$ は弾性剛性テンソルであり、成分を示せば、

$$(\mathbf{D}^e)_{ijkl} = \left( K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} + \delta_{jl})$$

体積弾性係数  $K$  とせん断弾性係数  $G$  は、ポアソン比  $\nu$  を仮定して、

$$K = \frac{1 + e_c}{\kappa} p', \quad G = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)} K$$

と表される。

## (2) 水分特性曲線モデル

水分特性曲線は杉井・宇野<sup>12)</sup>を参考にして、ロジスティック曲線、

$$S_r = \bar{S}_{ra} + \frac{\bar{S}_{rf} - \bar{S}_{ra}}{1 + \exp(A + B \ln s)} \quad (36)$$

で表すことにした。ここに、 $A$ と $B$ は水分特性曲線のS字形状を決めるフィッティングパラメータ、 $\bar{S}_{rf}$ と $\bar{S}_{ra}$ はそれぞれ $s=0$ 、 $\infty$ なる極限における基準飽和度である。まず、実験より水分特性曲線を求める。これより形状パラメータ $A$ と $B$ を定めることができる(この $A$ と $B$ はサクシジョンの増加過程と減少過程で異なる。また、間隙比によっても影響を受けるが、ここでは簡単のためサクシジョン増加過程・吸水過程それぞれで固有の値としている従って、より複雑なサクシジョン履歴の影響を考慮することはできていない)。しかし、水分特性曲線の形状が

同じでも、与えられたサクシジョンと飽和度によって、曲線の位置が異なるため、実験で求めた $\bar{S}_{rf}$ と $\bar{S}_{ra}$ の値をそのまま採用することはできない。本論文では、サクシジョン増加過程と減少過程でこれらの値を次のようにして求めることにした。

### 1) サクシジョン増加過程 ( $\Delta s > 0$ の場合: 排水過程)

サクシジョン $s$ の載荷過程では、初期にどのような不飽和状態 $(s, S_r)$ にあっても、含水比はある一定の値 $w_0$ (残留含水比)に収束する<sup>13)</sup>。つまり、 $s \rightarrow \infty$ の漸近線 $S_{r0}$ (残留飽和度)を次式で求めることができる。

$$S_{r0} = \frac{w_0 G_s}{e_i}$$

ここに、 $e_i$ は初期間隙比、 $G_s$ は土粒子の比重である。間隙比が等しい場合、図-5(a)に示すように、実験から求められた水分特性曲線(図中の破線)に近似曲線を適用して得られるパラメータ $S_{ra}^*$ を用いて、 $\bar{S}_{ra} = S_{r0} = S_{ra}^*$ とおいた。ある不飽和状態の土に対して、いま、不飽和土はある状態 $P(s_{lp}, S_{rp})$ にあると考えると、最終飽和度 $S_{rf}$ は、式(36)の描く曲線が点 $P$ を通るように定めればよく、

$$\bar{S}_{rf} = S_{r0} + (S_{rp} - S_{r0}) \left\{ 1 + \exp(A + B \ln s_{lp}) \right\}$$

より求まる。

### 2) サクシジョン減少過程 ( $\Delta s \leq 0$ の場合: 吸水過程)

実験によれば、サクシジョン減少過程では、サクシジョン増加過程とは異なり、固有の $\bar{S}_{ra} = S_{r0}$ を持たない。また、 $s=0$ のときに示す $\bar{S}_{rf}$ に関しても、不飽和状態 $(s, S_r)$ によって異なる。そこで、図-5(b)に示す様に残留飽和度 $S_{r0}$ を持つ限界吸水曲線なるものを仮定し、次式で $\bar{S}_{ra}$ と $\bar{S}_{rf}$ の相関が成り立つとした。

$$\frac{\bar{S}_{rf} - S_{rf}}{1 - S_{rf}} = \frac{\bar{S}_{ra} - S_{r0}}{1 - S_{r0}} \quad (37)$$

これにより、残留飽和度 $S_{r0}$ と試験から得られる $S_{ra}^*$ 及び $S_{rf}^*$ を上式の $\bar{S}_{ra}$ 、 $\bar{S}_{rf}$ に代入し、限界吸水曲線の $s=0$ における飽和度 $S_{rf}$ を求めた。ある状態 $P(s_{lp}, S_{rp})$ からの曲線は、(36)式に $(s_{lp}, S_{rp})$ と(37)式を代入すれば求まる。

### (3) 最乾燥水分線モデル

最乾燥水分線とは、土の間隙にバルク水が存在せず、メニスカス水のみが存在する極限状態における水分特性曲線であり、軽部らによる理論では、各分応力の分担率の決定に重要な役割を担っている。最乾燥水分線モデルはこれまでいくつか提案されているが<sup>15)、16)</sup>、ここでは、

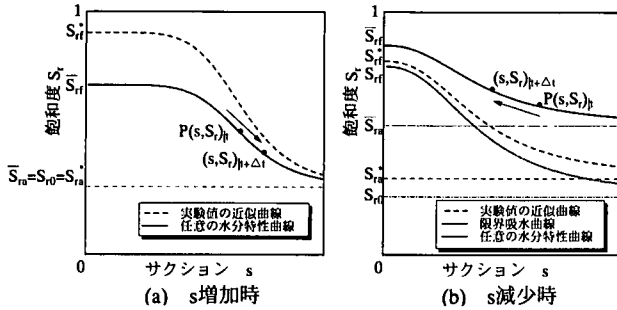


図-5 飽和度の求め方

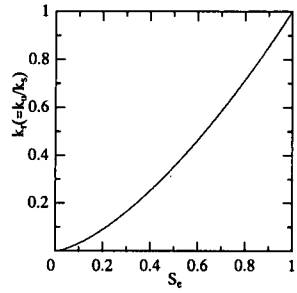


図-6  $k_r \sim S_e$  関係

本田が考案したモデル<sup>16)</sup>を採用する。このモデルは2球粒子間のメニスカス水によって生ずる接点力から導かれ、あるサクシオン $s$ における最乾燥水分線上の飽和度 $S_{e,d}$ が、

$$S_{e,d} = \frac{1 - S_{e,0}}{s} \frac{T}{R} \left[ 2 + \frac{3T}{2Rs} - \sqrt{\left( \frac{3T}{2Rs} \right)^2 + \frac{2T}{Rs}} \right] + S_{e,0} \quad (38)$$

と定まる。ここに、 $T$ は表面張力、 $R$ は $D_{50}$  (50%粒径)の半分である。式(38)はサクシオンの低下とともに $S_{e,d}$ が増加する構造となっており、徐々にメニスカスが膨らんで飽和度が增加する挙動を定性的に表現できる。しかしながら、サクシオンが低域になると隣り合うメニスカス水の合同が生じてバルク水へと変わってゆくため、サクシオン低下に伴うメニスカス水の水分量の増加には限界があり、メニスカス水の合同とともにその量は減少していくものと考えられる。そのためバルク水とメニスカス水の水分量を分離して定量化するという観点において式(38)の適用には限界を含んでいる。そこで、メニスカス水が合同するときのサクシオン値を水侵入値 $s_w$ と考え、

- 1)  $s \geq s_w$  の場合には、式(38)を用いる。
- 2)  $s < s_w$  の場合には、 $s = s_w$  における式(38)の微分係数と一致し、さらに $s = 0$  において $S_{e,d} = S_{e,0}$ となる二次関数、

$$S_{e,d} = (1 - S_{e,0})(A_d s^2 + B_d s) + S_{e,0} \quad (s < s_w) \quad (39)$$

を仮定した。ただし、式(39)中の係数は、

$$A_d = \left( \frac{1}{s_w} \right)^4 \left( \frac{T}{R} \right)^2 \left\{ -3 \left( k - \sqrt{k} - \frac{3}{4} \right) + 2s_w \frac{R}{T} \left( 1 - \frac{1}{2\sqrt{k}} \right) \right\}$$

$$B_d = \left( \frac{1}{s_w} \right)^3 \left( \frac{T}{R} \right)^2 \left\{ 4 \left( k - \sqrt{k} - \frac{3}{4} \right) - 2s_w \frac{R}{T} \left( 1 - \frac{1}{2\sqrt{k}} \right) \right\}$$

$$k = 2s_w \frac{R}{T} + \frac{9}{4}$$

である。

#### (4) 不飽和土の透水係数モデル

土が不飽和状態になると、その透水性は著しく低下し、しかも、粒径、間隙比、土の構造、飽和度等の影響を受けると考えられる。ここでは簡単のため、不飽和土の透水係数の決定に、飽和度による影響のみを考慮したMualem<sup>17)</sup>の透水モデルを用いることにした。飽和時の透水係数 $k_s$ と不飽和時の透水係数 $k_u$ の比である相対透水係数 $k_r$ と有効飽和度 $S_e$ との間に、

$$k_r = S_e^{1/2} \left( \frac{\int_0^{S_e} dS_e / s}{\int_0^1 dS_e / s} \right)^2, \quad k_r = k_u / k_s \quad (40)$$

が成り立つとしている。ここでは、水分特性曲線モデルとして式(36)を用いるため、時刻 $t$ における $S_e$ は、

$$S_e = \frac{S_e - \bar{S}_{e,0}}{1 - \bar{S}_{e,0}} = \frac{1}{1 + \exp(A + B \ln s)} \quad (41)$$

と表される。しかし、式(40)における積分を容易にするために、ここでは、杉井・宇野<sup>12)</sup>にならって、式(41)を、

$$S_e = \frac{1}{\{1 + \exp(a' + b' \ln s)\}^m} \quad (42)$$

と近似して用いることにした。ここに、 $m = 1 - 1/b'$  ( $0 < m < 1$ )。また、 $m$ と $a'$ は、 $S_e$ が0.5となる点と帰関数： $v' = a' + b' \ln s = 0$ となる点を式(35)に代入することによって得られる関係式、

$$(2^m - 1)^{1/b'} (2^{1/m} - 1)^{m-1} = 0$$

$$a' = b' A' / B' + \ln(2^{1/m} - 1)$$

を解いて求める。式(42)を式(40)に代入して整理すると、

$$k_r = S_e^{1/2} \left\{ 1 - (1 - S_e^{1/m}) \right\}^m \quad (43)$$

を得る。図-6に $k_r \sim S_e$ 関係の一例を示す。

表-1 入力パラメーター (一様変形場)

$\lambda$	$\kappa$	$M$	$\nu$	$G_s$	$w_0$	$s_w$ (kPa)	$k_s$ (m/day)	$\alpha$
0.0459	0.0093	1.333	0.3	2.7	0.079	122.5	0.01	0.0
排水 ( $\Delta s > 0$ )			吸水 ( $\Delta s < 0$ )				最乾燥水分線	
$A^*$	$B^*$	$S_{r0}^*$	$A^*$	$B^*$	$S_{r0}^*$	$S_{r0}^*$	$R$ (mm)	$T$ (N/m)
-38.2	6.61	0.28	-12.54	2.451	0.315	0.799	0.0035	0.075

表-2 初期状態の一覧 (等方載荷・除荷)

	$e_0$	$S_{r1}$	$p$ (kPa)	$p_b$ (kPa)	$p_m$ (kPa)	$s$ (kPa)
等方載荷	0.87	0.47	294.0	58.2	29.4	294.0
排水せん断						
$s$ 載荷	1.00	1.00	98.0	0.0	0.0	0.0
$s$ 除荷	0.89	0.365	392.0	30.3	0.3	392.0

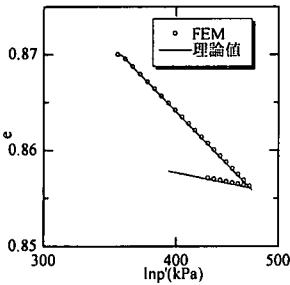
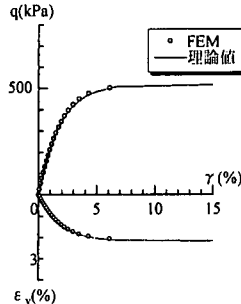
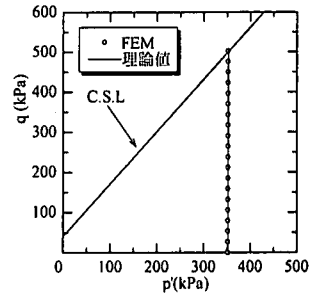


図-7 等方載荷時の挙動



(a)  $q, \epsilon_v \sim \gamma$



(b)  $q \sim p'$

図-8 排水せん断時の挙動

## 5. 簡単な例題

解析に必要なパラメータの決定方法など、さらなる検討を深めねばならない事例も残されているが、現場などの複雑な境界条件の問題を解くことができるようになった。まずここでは、プログラムの検証も兼ねて、理論解が求まる領域内均一変形問題を解いてみる。入力パラメータの一覧を表-1に示す。

### (1) 軸対称問題

#### a) 等方載荷・除荷

サクシオン一定のものとの等方載荷および除荷を計算した。図-7に計算結果が理論線と比較されている。なお、理論線は式(34)の降伏関数を関連流れ則に適用して定式化されるひずみ増分計算式(文献<sup>10)</sup>の式(3.13))を用いて、増分繰り返し法で計算している。不飽和が強まるほど土は初期降伏しにくくなることが知られているが、構成モデルでは、メニスカス応力  $p_m$  の増大に伴う降伏曲面の拡大として表現される。ただし、計算で仮定した初期状態量は、表-2のようである。

#### b) 排水せん断およびサクシオン載荷/除荷

サクシオン  $s$  および  $p'$  一定条件における排水せん断の計算結果を図-8(a), (b)に示す。ただし、せん断ひず

み  $\gamma$  は  $\gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} e_y e_y$  である ( $e_y = \epsilon_y - \frac{1}{3} \epsilon_v \delta_{ij}$ ,  $e_y$  は偏差ひずみ)。一方、 $p$  一定条件の下でサクシオンを変化させた結果が、図-9(サクシオンを載荷)、図-10(サクシオンを除荷)である。それぞれ  $p_m$  と  $p'$  の関係、 $S_r$  と  $s$  の関係、 $e$  と  $s$  の関係として示されている。サクシオンを増加/減少させると、メニスカス応力  $p_m$  の増加/減少に伴い降伏曲面が拡大し(図-9(a)/図-10(a))体積減少を示すが、ある点から弾性除荷挙動に転じる様子がわかる(図-9(c)/図-10(c))。

### (2) 平面ひずみ問題

平面ひずみ条件のもとで、排水軸圧縮せん断および等体積直接せん断を計算した。表-3に計算に用いた初期状態を示す。なお、応力状態は初期に降伏関数上にある。図-11が排水軸圧縮せん断、図-12が等体積直接せん断の結果である。実線で示された理論解との比較も示されている。理論解は先述と同様に増分形を用いた繰り返し計算によって計算しているが、解の誘導においては、平面ひずみ中間主応力  $\sigma'_x$  を次式により近似した。

$$\sigma'_x = \frac{1}{2}(\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy}) \quad (44)$$



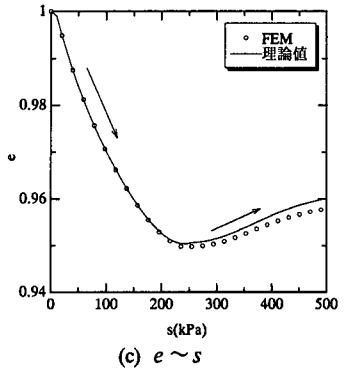
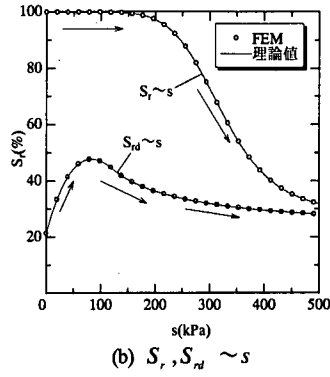
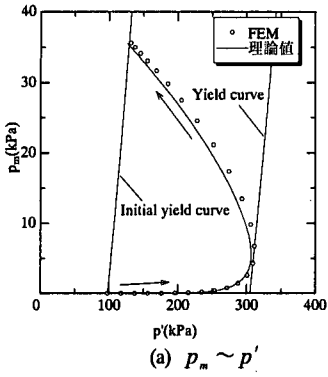


図-9 サクシヨソン載荷時の挙動

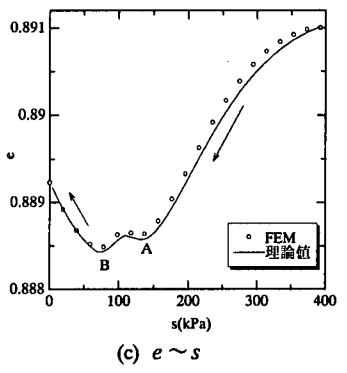
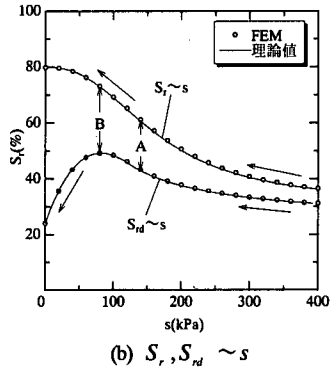
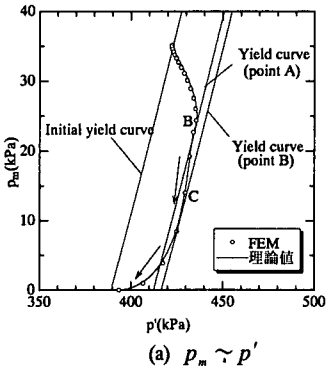


図-10 サクシヨソン除荷時の挙動

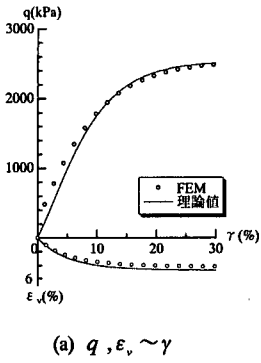


図-11 平面ひずみ条件排水せん断

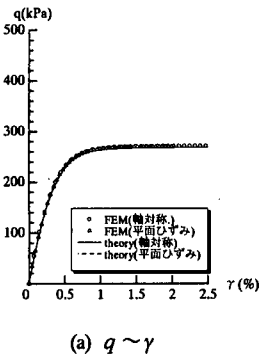
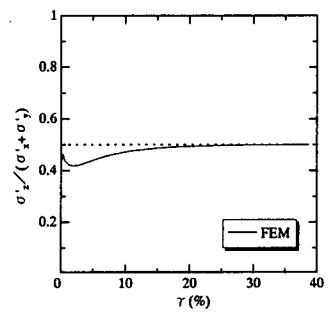
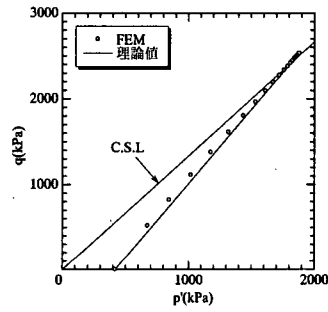
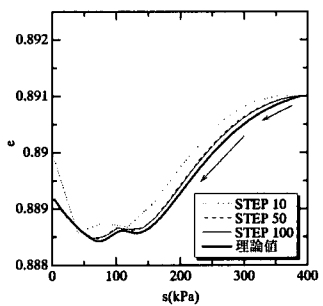
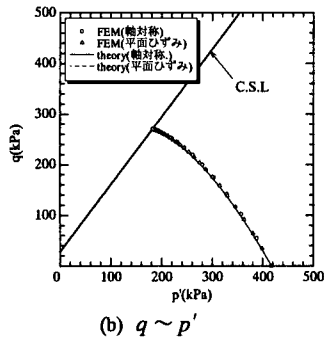


図-12 等体積せん断時の挙動



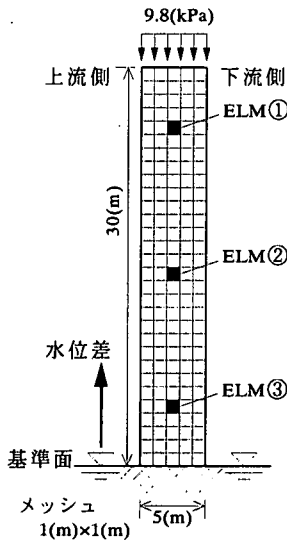


図-15 仮想堤体図

表-3 初期状態の一覧 (平面ひずみせん断)

$e_0$	$S_{H1}$	$P$	$p_b$	$p_m$	$s$
1.00	0.60	294.0	123.3	21.3	294.0

応力の単位は (kPa)

表-4 入力パラメーター (仮想堤体)

$\lambda$	$\kappa$	$M$	$\nu$	$G_s$	$w_0$	$s_w$ (kPa)	$k_s$ (m/day)	$\alpha$
0.1	0.01	1.3	0.3	2.7	0.08	122.5	0.01	0.0
排水 ( $\Delta s > 0$ )			吸水 ( $\Delta s < 0$ )				最乾燥水分線	
$A'$	$B'$	$S'_{r0}$	$A'$	$B'$	$S'_{r0}$	$S'_{r70}$	$R$ (mm)	$T$ (N/m)
-25.0	8.0	0.28	-7.0	2.5	0.3	1.0	0.0035	0.075

表-5 シミュレーションのケース

シリーズ	ケース	上流側の水位	初期応力状態 (全要素)
A	A1-E	図-17(a)	弾性
	A1-EP		弾塑性
	A2-E	図-17(b)	弾性
	A2-EP		弾塑性
B	B1	図-17(c)	弾塑性
	B2	図-17(d)	弾塑性

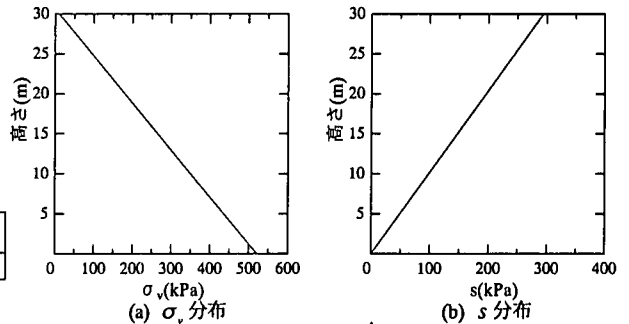


図-16 初期の  $\sigma_v$ ,  $s$  鉛直分布

排水軸圧縮せん断を用いて、式(44)を検討したのが図-13である。図中の破線が式(44)、実線が有限要素法による計算結果(厳密に  $d\epsilon_{xx} = 0$  を満足)である。式(35)で表される弾塑性構成式から、弾性成分の寄与を無視して式(44)が導かれるが、その影響は十分に小さいことがわかる。

### (3) 解の安定性

本論文で提案する有限要素解析手法では区分線形近似を繰り返す前進型増分法が用いられている。実際の問題に適用する場合には、増分の大きさに十分に注意を払わねばならない。ここでは、増分量の設定の目安を得るために、弾塑性から弾性へと状態が変化するサクシオン除荷の問題 (S.1(2)) を取り上げ、検討した。サクシオンを400から0kPaに除荷するとき、除荷重の分割数を10, 50, 100の3通りを計算した。図-14に結果を示す。当然、分割を細かくするほど理論値に近づくが、図-14の例題の場合、分割数が50を越えると、大きな差は生じないようである。なお、先に示した計算例では、分割数を100としている。

### (4) 初期値・境界値問題—仮想堤体の解析

初期値・境界値問題の例題として、図-15に示す平面

ひずみ仮想堤体を考え、片側面の水位を変化させたときの堤体内の応力・ひずみ変化を調べる。完全に仮想構造物を対象としている。境界条件が異なるが、ロックフィルダム内のコア部を意識している。仮想堤体の上下端面での変形は拘束され、両側面も水平方向に変形できない。水理境界条件として、仮想堤体の上下端面で水の出入りを許していない。計算に用いた材料定数は表-4の通りである。仮想堤体は初期に不飽和状態にあり(初期飽和度40%)、図-16に示すように、(a)初期鉛直応力分布  $\sigma_v$  と (b)初期サクシオン分布  $s$  にあるものと仮定する。上流側の水位を変化させるが、急速に上昇(または降下)させる場合(10m/day)と緩速な場合(0.01m/day)の2通りを考える。さらに、単調の水位を上昇させる場合(Aシリーズ)と、水位上昇と水位降下を2回繰り返す場合(Bシリーズ)とを考える。すなわち、図-17(a)~(d)に示す4通りの方法で、上流側の水位を変化させた。急速に上昇(または降下)させる場合(10m/day)と緩速な場合(0.01m/day)の2通りを考える。さらに、単調の水位を上昇させる場合(Aシリーズ)と、水位上昇と水位降下を2回繰り返す場合(Bシリーズ)とを考える。また仮想堤体が、初期に弾性状態(過圧密状態)にある場合、および弾塑性状態(正規圧密状態)にある場合を考える。初期に過圧密状態にある場合は、実際には、どの

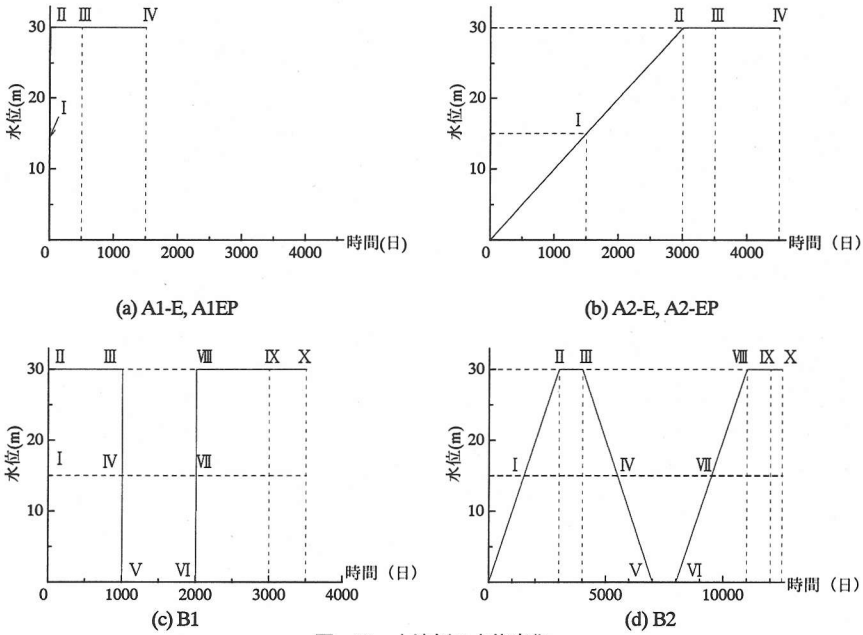


図-17 上流側の水位変化

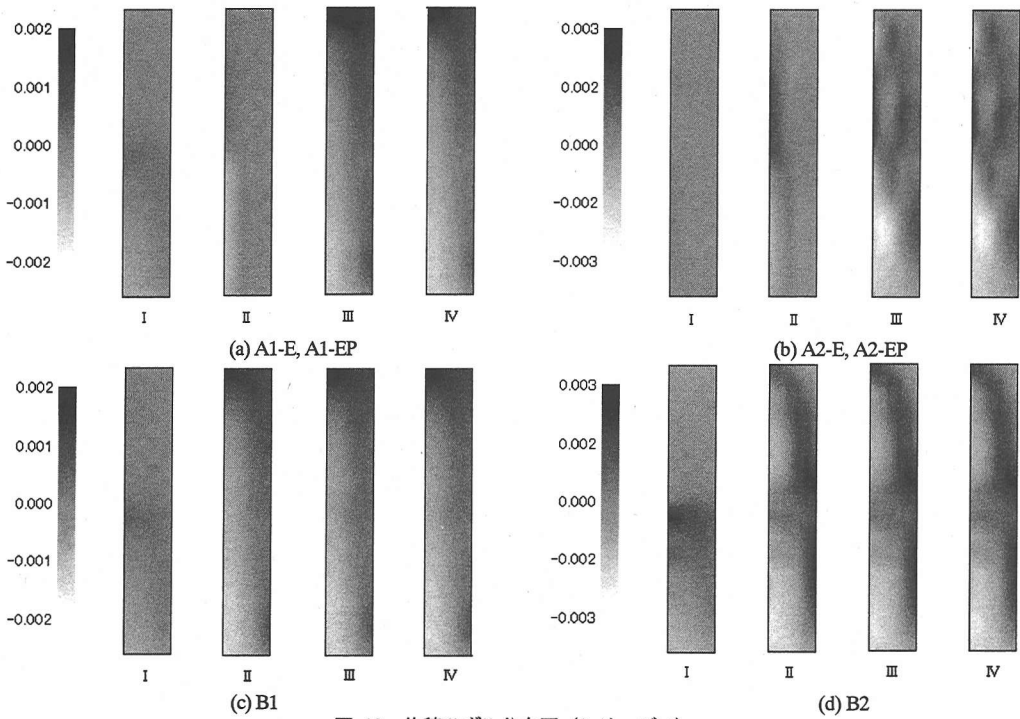


図-18 体積ひずみ分布図 (シリーズA)

程度に過圧密状態にあるのか、設定するのが難しい。ここでの仮想的な例題では、2種類の極端な場合を考えることにした。初期に弾性状態にある場合は、先行鉛直全応力 $\sigma_{vc}$ を一様に521.4kPaとし、初期に弾塑性状態にある場合は、先行鉛直全応力が図-16(a)に等しいとおいた。

なお、初期には等方応力状態にある。計算ケースをまとめると表-5となる。

以上のような計算で得られた体積ひずみ分布の変化を図-18と図-19に示す。単調に上流側の水位を上昇させたAシリーズの結果を図-18に、水位上昇と水位降下と

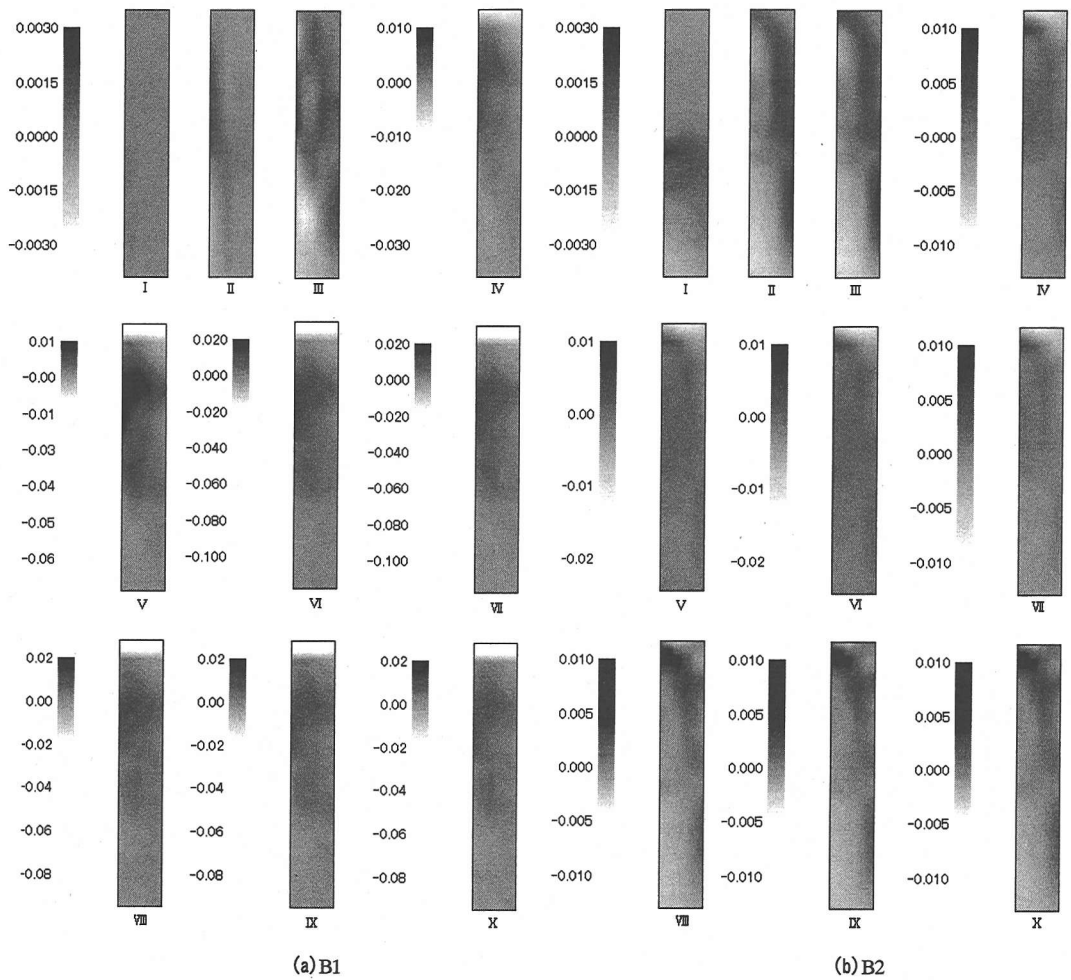


図-19 体積ひずみ分布図(シリーズB)

を繰り返したBシリーズの結果を図-19に示した。

a) 初期状態の違い

図-18(a)と(b), 図-18(c)と(d)ではそれぞれ初期状態が異なる。初期に弾性状態にある場合には, 時間の経過に伴い堤体の上部で体積収縮, 下部で体積膨張を示すが(図-18(a)と(c)), 初期から弾塑性状態にあると, 堤体中央部から下流側上端に体積膨張が現れる(図-18(b)と(d))。初期状態の違いによって, 変形分布が異なる。初期状態の把握, すなわち初期応力状態と初期降伏曲面の設定が極めて重要であることが理解される。

b) 水位の与え方による影響

初期に弾塑性状態にある場合は, 境界条件の時間的変化の影響を受けやすいと考えられるが, 上流側の水位上昇の速度を著しく変化させても, 堤体内の体積ひずみ分布に顕著な違いは現れなかった(図-18(b)と(d))。ところが, 上流側の水位上昇と水位降下を繰り返してみると, その速度の違いによって, 堤体内の体積変化分布に大き

な違いが現れる(図-19)。特に, 水位上昇と降下をゆっくりと繰り返すと, 堤体上部に強い体積膨張が局所化し残留する結果となる(図-19(b))。この上流側の水位上昇と降下を繰り返した計算ケース(表-5のB1とB2)について, 堤体内部の応力変化を比較したのが図-20である。図-15に示す3つの代表位置における要素の応力変化が調べられている。この3つの要素(ELM①, ELM②, ELM③)における平均応力 $p'$ とメニスカス応力 $p_m$ の関係, 平均応力 $p'$ とせん断応力 $q$ の関係, サクション $s$ と飽和度 $S_r$ 関係が, 初期降伏曲面(図中の太い実線)と共に, 図-20に示されている。なお図中のローマ数字IからVIIIは, 図-17(c), (d)に示される時間位置を表している。本解析で用いている弾塑性構成モデルでは, メニスカス応力 $p_m$ の変化によって不飽和土の力学特性が特徴付けられる。水位の上昇/降下の速度の違いによって, メニスカス応力の変化とそれに伴う弾性/弾塑性の負荷/除荷挙動に差が現れる(図-20(a), (d), (g))。急激に水位

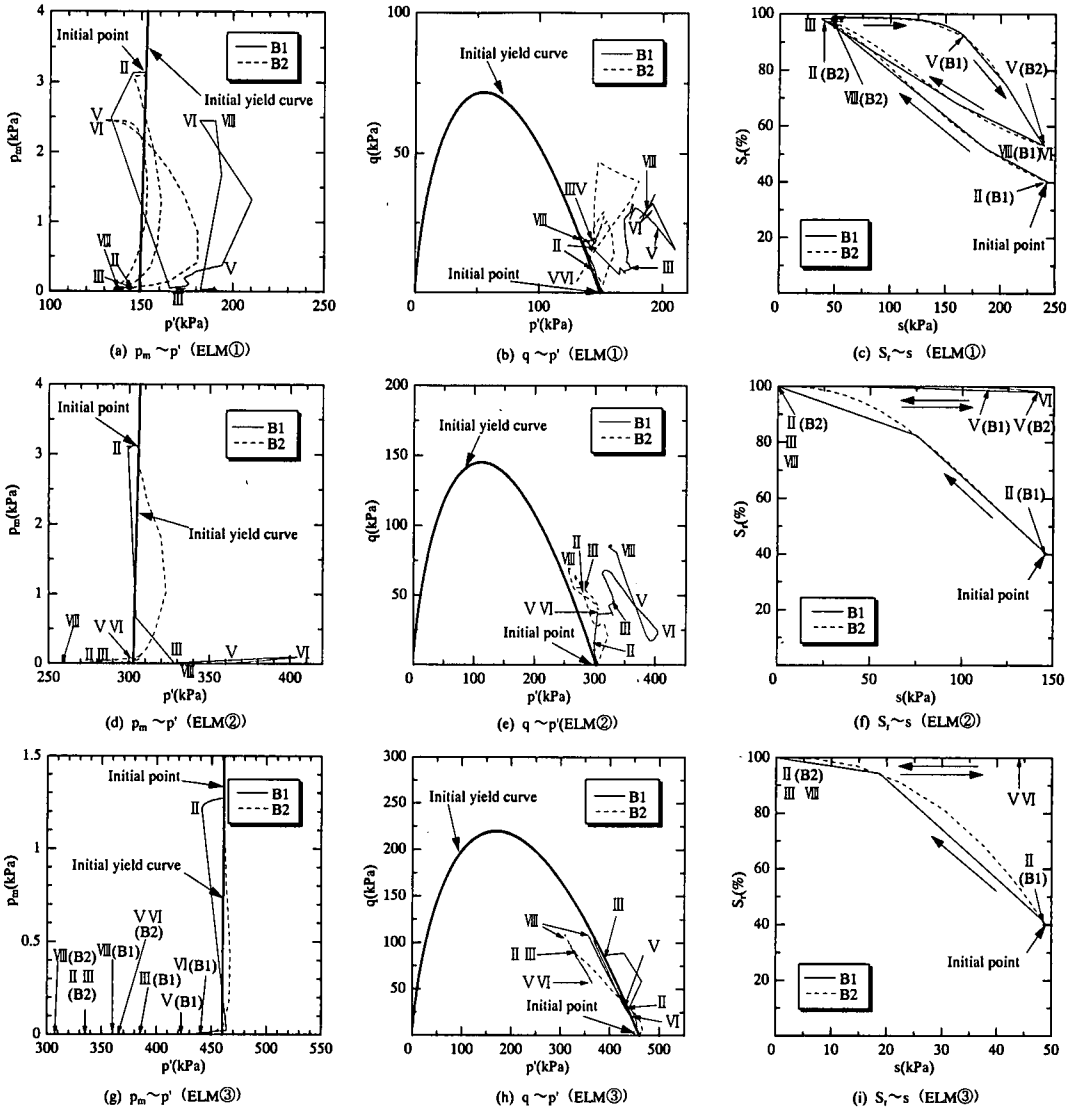


図-20 応力経路および  $S_r \sim s$  関係

を上昇/降下させた方が (B1), 水位が一定に保たれた間 (II→III, V→VI) でも, メニスカス応力および平均応力が大きく変化する。さらに堤体上部の要素ほど顕著である。せん断応力と平均応力の変化 ( $p'$  と  $q$  関係) も同様であり, 水位変化の速度の違いによって応力経路が大きく異なる。しかも堤体内部では, 複雑に負荷/除荷を経験することがわかる (図-20 (b), (e), (h))。この違いが堤体内の体積膨張の発現と残留の違いとして現れている。また, 水位の上昇に伴って飽和するのは堤体下部の要素に限られていて, 堤体上部の要素は, 水位変化に伴って飽和度が相当に変化する (図-20 (c), (f), (i))。以上は架空のしかも単純化された特殊な例題を解いた結果であるが, 実際のロックフィルダムのコア部においても, 上流側の水位変動によって, 図-19 に見られるよう

な体積膨張の局所化と残留が現れるのであれば, 徐々に周辺の間隙水を吸い込んで, いずれは強度の著しく低い弱面を形成することが予想される。この結果は工学的な問題提起として重要であろう。

## 6. おわりに

本論文では, 不飽和土の応力・変形問題に対する初期値・境界値問題を定式化し, それを解くための有限要素定式化を示した。さらに簡単な例題 (非定常不均質問題) を取り上げ, 得られた解を考察した。軽部らによる分応力の定義に基づいて定式化されているが, 土の構造骨格に作用するサクシオン応力をバルク応力とメニスカス応力とに分離して考えることにより, サクシオン履歴に起

因する間隙水分布の違いを応力状態の違いとして記述できる点に特徴がある。従って、複雑なサクシオン履歴も、間隙水分布の違いに伴う水分特性曲線上のヒステリシス曲線群が与えられれば、構成モデルを特定せずに考慮することができるなど汎用性に富むものとなっている。ここでは、不飽和土に対する簡便な弾塑性構成モデルを採用しているが、より精緻な構成モデルが考案されても、ここで示した理論的枠組みを大きく修正することなく、容易に組み込むことが可能であろう。ただし、間隙水分布と水分特性曲線との関係は、現在、研究の途上にあつて、十分に数学的に組み立てられるまでには至っていないようである。本論文でも、水分特性曲線モデルの組み込みには課題を残している。しかし、本論文によって、不飽和状態におかれている土構造物を対象とした挙動予測が、まがりなりにも可能となった。今後、実際の不飽和土構造物への適用を試み、解析手法としての完成度の向上をはかってゆきたい。

#### 参考文献

- 1) Alonso, E. E. , Gens, A. and Josa, A. : A constitutive model for partly saturated soils, *Geotechnique*, Vol.40, No.3, pp.405-430, 1990.
- 2) Kohgo, Y. , Nakano, M. and Miyazaki, T. : Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils, *Soils and Foundations*, Vol.33, No.4, pp.49-63, 1993.12.
- 3) 軽部大蔵, 加藤正司, 浜田耕一, 本田道識 : 不飽和土の間隙水の状態と土塊の力学挙動の関係について, *土木学会論文集*, No.535/III-34, pp.83-92, 1996.
- 4) Alonso, E. E. , Batlle, F. , Gens, A. and Lloret, A. : Consolidation analysis of partially saturated soils - Application to earthdam construction, *Numerical Method in Geomechanics*, Vol.2, pp.1303-1308, 1988.
- 5) Kohgo, Y. : A consolidation analysis method for unsaturated soils coupled with an elastoplastic model, *Unsaturated Soils*, Vol.2, pp.1085-1093, 1995.
- 6) 荒井克彦, 渡辺知幸, 田行啓一 : 多次元圧密度数値解析手法の比較, *土質工学会論文報告集*, Vol.23, No.3, pp.189-195, 1983.
- 7) Sandhu, R. S., Lui, H. and Singh, K. J. : Numerical performance of some finite element schemes for analysis of seepage in porous elastic media, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.1, pp.177-194, 1977.
- 8) 赤井浩一, 田村武 : 多次元圧密度の数値解析, *土木学会論文報告集*, 第269号, pp.95-104, 1978.
- 9) Ohta, H., Iizuka, A., Omote, Y. and Sugie, S. : 3-D analysis of soil/water coupling problems using elasto-viscoplastic constitutive relationship, *Proc. of International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Cairns, Vol.2, pp.1191-1196, 1991.
- 10) 本田道識, 飯塚敦, 河井克之, 軽部大蔵 : 不飽和土の応力～ひずみ関係式, *土木学会論文集*, No.659/III-52, pp.153-164, 2000.
- 11) 柴田徹 : 粘土のダイレタンシーについて, *京都大学防災研究所年報*, 第6号, pp.128-134, 1963.
- 12) 杉井俊夫, 宇野尚雄 : 新しい水分特性曲線のモデル化について, *土木学会第50回年次学術講演会講演概要集*, pp.130-131, 1995.
- 13) 嘉戸善胤, 芦田渉, 西田博文, 加藤正司 : 不飽和土の水分特性曲線に与える間隙状態の影響, 第32回地盤工学研究発表会発表講演集, pp.1967-1968, 1997.
- 14) 芦田渉, 河井克之, 嘉戸善胤, 軽部大蔵 : 不飽和土の水分特性曲線とその定量化, 第31回地盤工学研究発表会発表講演集, pp.2071-2072, 1996.
- 15) Karube, D. , Kato, S. , Honda, M. and Kawai, K. : A constitutive model for unsaturated soil evaluating effects of soil moisture distribution, *Unsaturated Soils*, Vol.1, pp.485-490, 1998.
- 16) 本田道識, 軽部大蔵, 加藤正司, 芦田渉 : 不飽和土の挙動に及ぼすサクシオン応力の影響, *神戸大学大学院自然科学研究科紀要*, 16-B, pp.35-43, 1998.
- 17) Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research* 12, No.3, pp.513-522, 1976.
- 18) Henkel, D. J. : The relationships between the effective stresses and water content in saturated clays, *Geotechnique*, Vol.13, pp.41-54, 1960.
- 19) Matyas, E. L. and Radhakrishna, H. S. : Volume change characteristics of partially saturated soils, *Geotechnique*, Vol.18, pp.432-448, 1968.
- 20) 軽部大蔵, 勝山潤一, 西海健二, 丹羽尚人 : 不飽和土の三軸圧縮状態における降伏関数, *土木学会論文集*, No.406/III-11, pp.205-212, 1989.

(1999.9.14 受付)

## SOIL/WATER COUPLED ANALYSIS CONSIDERING UNSATURATED PORE WATER DISTRIBUTION

Atsushi IIZUKA, Michinori HONDA, Hirofumi NISHIDA, Katsuyuki KAWAI and Daizo KARUBE

This paper presents a soil/water coupled formulation for unsaturated soil mass as an initial-boundary value problem, in which the constitutive equation for unsaturated soils proposed by Karube et al. is employed. This model is characterized in terms of bulk stress and meniscus stress. And also the water retention curve plays an important role to specify their inner stress components in the theoretical formulation of constitutive modeling. A soil/water finite element code is examined throughout comparison with some analytical solutions. Finally, in this paper, the F.E. code is applied to an initial-boundary value problem and the stress/deformation developing inside the domain is examined. The importance of considering mechanical characteristics of unsaturated soils is emphasized in the case of analysis of soil structures such as the core of rock fill dam.