

岩盤不連続面のせん断強度特性に及ぼす不連続面形状の影響に関する数値解析的考察

土居正信¹・大塚悟²・茂木竜史³

¹正会員 博(工) 高松工業高等専門学校校助教授 建設環境工学科 (〒761-8058 香川県高松市勅使町 355)

²正会員 工博 長岡技術科学大学助教授 工学部 環境・建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

³学生会員 長岡技術科学大学大学院 工学研究科建設工学専攻 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

岩盤構造物の安定性を適切に評価するためには岩盤に内在する不連続面の力学的特性を把握することが重要である。本論文では岩石間の接触条件を取り込む下界定理に基づく数値解析手法によって、岩盤不連続面のせん断強度特性について検討した。実岩盤では複雑な幾何形状を有する不連続面を単純化し、幾何形状が及ぼす不連続面のせん断強度特性への影響について調べた。本解析手法の妥当性は Patton の実験結果との比較の外、極限解析の上界計算を用いて検証した。不連続面の破壊形態は垂直応力の増加によって凹凸(アスペリティ)に沿うすべり・剝離破壊からアスペリティのせん断を伴う複合破壊へ変化する。破壊形態の推移によって不連続面のせん断強度の非線形性が発現することを数値解析によって明らかにした。

Key Words: rock joint, shear strength, numerical analysis, upper and lower bound theorem

1. はじめに

岩盤構造物内部には節理のように大きな亀裂から微細な亀裂まで、大小さまざまな不連続面が含まれている。岩盤の挙動は岩石自体の力学的特性のみならず、不連続面の力学的特性に大きく影響される。岩盤構造物の安定性を適切に評価するためには不連続面の力学的特性の把握が重要である^{1), 2)}。

1960年代後半から、不連続面のせん断特性を明らかにするために、数多くの実験的研究が行われてきた。Patton³⁾は不連続面の形状を規則的に並んだ歯形モデルに単純化し、実験結果に基づいて垂直応力の増加に対してバイ・リニアなせん断強度モデルを提案した。実岩盤のせん断強度が垂直応力と非線形な関係にあるという実験事実に着目した Jaeger⁴⁾は、Pattonのバイ・リニアなせん断強度モデルを滑らかな曲線で近似する方法を示した。Ladanyi-Archambault⁵⁾は規則的な歯形を有する不連続面のピーク・ダイレイション角とせん断強度との関係より、せん断強度モデルを提案した。楠見ら⁶⁾は、Ladanyi-Archambaultモデルが歯形の形状効果を考慮していない点を指摘し、Ladanyi-Archambaultモデル中のダイレイション変化率に関する項を修正することを提議している。実岩盤の不連続面を用いた多数の実験結果より、不連続面の粗さ(ラフ

ネス)を関連付けた経験的なせん断強度モデルは Barton⁷⁾によって提案されている。以上のせん断強度モデルは基本的に不連続面のせん断強度が垂直応力に依存して非線形性を示すメカニズムを次のような破壊形態の変化によると捉えている。すなわち、低垂直応力域では不連続面に沿うすべり破壊、高垂直応力域では不連続面を形成する凹凸(以後、アスペリティと呼ぶ)のせん断破壊、中程度の垂直応力域では不連続面に沿うすべりとアスペリティの一部がせん断される複合破壊、である。

本論文は岩盤不連続面のせん断強度特性が破壊モードの変化に起因することを数値解析を用いて表現し、不連続面のアスペリティ形状によるせん断強度発現のメカニズムを明らかにすることを目的とする。解析手法は Ohtsuka⁸⁾, Ohtsuka and Doi^{9), 10)}による不連続面を内包する岩盤の下界定理に基づいた安定解析の他、可容な破壊モードを仮定する上界計算を実施する。Pattonやその他の既往の実験的研究では一般に、不連続面のアスペリティを巨視的な視点によってデフォルメし、不連続面の凹凸をアスペリティ形状(特にアスペリティ傾斜角)と接触面でのすべり摩擦角にモデル化する。しかし、実際の不連続面におけるアスペリティは巨視的な視点による1次の形状の他に2次以上の高次の形状が重ね合わさって構成されている。2次以

上の高次の形状に対して、すべり摩擦角を導入して単純にそれらの影響をモデル化するのはアスペリティの力学的性質を十分に反映しているとは言えない。本論文では、はじめに岩盤不連続面の接触条件を取り入れた下界定理による解析手法の概要を示し、Pattonのせん断強度モデルの数値シミュレーションを行う。Pattonの実験並びに上界計算との解の比較・検討を行うと共に上界計算による破壊モードを用いて規則的な歯形アスペリティのせん断強度の発現メカニズムについて考察する。次に、不連続面のアスペリティに関して、1次の形状の他に2次の形状を導入することによって、既存のせん断強度モデルにおける摩擦角（ダレイション角及びすべり摩擦角）の発現メカニズムについて考察する。

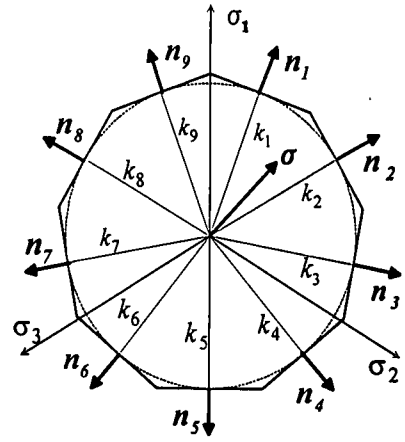


図-1 降伏関数の区分線形近似

2. 解析手法の概要

(1) 下界定理と線形計画法^{(11), (12)}

シェイクダウン解析の下界定理は、「時間とともに変化する一連の荷重に対して構造物内のいたるところで次式の降伏条件

$$f(\sigma^e(t) + \bar{\sigma}^r) < 0 \quad (1)$$

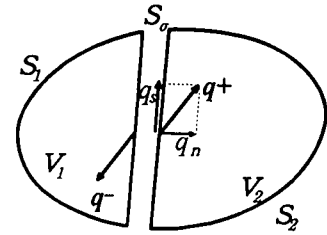
を満足する任意の定数である残留応力 $\bar{\sigma}^r$ が見いだされる場合に、構造物はこの荷重に対して最終的に弾性挙動に至り、塑性変形はある有限な値に収束して構造物は安定である（シェイクダウン）」ことを保証する。ここに、 $f(\sigma^e(t) + \bar{\sigma}^r)$ は降伏関数、 $\sigma^e(t)$ は荷重によって発生する弾性応力、残留応力 $\bar{\sigma}^r$ は外力 $\mathbf{0}$ と釣り合う自己平衡応力である。なお、対象とする荷重が静的な一方単調増加荷重の場合には、シェイクダウン解析は極限解析に一致する。

下界定理は一般に、荷重係数に関する最大化問題に帰着する。外荷重 $\rho \mathbf{F}$ が作用する岩盤の安定問題は、 \mathbf{F} の大きさを示す荷重係数 ρ の最大値を求める次の線形計画問題となる。

$$s = \max \left\{ \rho \left| \begin{array}{l} \mathbf{N}^T (\rho \sigma^e + \bar{\sigma}^r + \sigma_0) \leq \mathbf{K} \\ \mathbf{B}^T \sigma^e = \mathbf{F} \\ \mathbf{B}^T \bar{\sigma}^r = \mathbf{0} \end{array} \right. \right\} \quad (2)$$

式(2)の第1式は図-1に示すように、降伏関数を区分線形化した制約条件式群を表す。 \mathbf{N} は区分線形降伏関数の外向き単位法線ベクトル \mathbf{n}_i の集合マトリクス、 \mathbf{K} は各区分線形降伏関数に関するせん断応力の

図-2 不連続面の接触応力



大きさを示す k_i の集合ベクトルである。式中の σ_0 は構造物内の初期応力である。第2式及び第3式は、それぞれ弾性応力及び残留応力に関する力のつり合い式である。ただし、 \mathbf{B} は有限要素離散化した力のつり合い式を構成する応力ベクトルと外力ベクトルを関係づけるマトリクスである。

(2) 不連続面の接触条件を考慮した下界計算^{(8), (9), (10)}

岩盤不連続面における接触応力 \mathbf{q} を図-2のように不連続面上の垂直応力 q_n 及びせん断応力 q_s の2成分によって表す。 q_n に引張抵抗を考慮する場合には粘着力 c_n を用いる。せん断応力に関する接触条件はCoulombモデルによって定義する。Coulombモデルのパラメータには粘着力 c_s 及びすべり摩擦角 ϕ_μ を用いる。これらの接触条件をまとめて表示すると次式になる。

$$\begin{bmatrix} 1 & \tan \phi_\mu \\ -1 & \tan \phi_\mu \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_s \\ q_n \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} c_s \\ c_s \\ c_n \end{Bmatrix} \leq \mathbf{0} \quad (3)$$

不連続面での接触応力 \mathbf{q} を評価するために、Goodman

ら¹³⁾によって提案されたジョイント要素を導入すると、不連続面での接触応力 q を変数とする力のつり合い式が得られる。

式(3)の接触条件はジョイント要素に関する降伏関数と解釈される。岩盤内の応力と不連続面の接触応力をまとめて表記すると、不連続面を含む岩盤に対する安定問題は式(2)と同様に、次のように定式化される。

$$s = \max \left\{ \begin{array}{l} \rho \left\{ \begin{array}{l} \bar{N}^T \left(\rho \left\{ \begin{array}{l} \sigma^e \\ q^e \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}^r \\ \bar{q}^r \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \\ q_o \end{array} \right\} \right) \leq \bar{K} \\ \bar{B}^T \left\{ \begin{array}{l} \sigma^e \\ q^e \end{array} \right\} = F \\ \bar{B}^T \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}^r \\ \bar{q}^r \end{array} \right\} = 0. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (4)$$

ここに、 q^e 、 \bar{q}^r 及び q_o は、それぞれ不連続面での接触応力に関する弾性応力、残留応力及び初期応力である。式(4)によれば、岩盤内での応力再配分はもとより、不連続面でのすべりや剥離によって、接触条件式(3)を破る弾性接触応力が生じる場合には、残留接触応力 \bar{q}^r が発生し、接触応力 q の再配分がなされる。不連続面でのすべりや剥離はジョイント要素の塑性変形として捉えられ、不連続面を含む岩盤の安定性は連続体理論に基づいて評価される。不連続面を有する岩盤の典型的な破壊形態である、1)不連続面に沿うすべり・剥離破壊、2)岩石自体のせん断破壊、3)両者を含む複合破壊、は本解析によって統一的に取り扱われる。

ジョイント要素は垂直及びせん断方向の2本のバネで構成される。変形解析ではこれらのバネ剛性の値によって予測値が大きく左右されるが、本研究では不連続面での接触力を力のつり合いを勘案して陽に表現するためにジョイント要素を導入しており、バネ剛性の値は極限荷重にほとんど影響しない。本論文ではジョイント要素を剛完全塑性体にモデル化している。

3. 不連続面を含む岩盤の平面ひずみ圧縮試験の数値解析

岩盤不連続面の強度特性に関する実験的研究の基礎となっているのは Patton によって示された垂直応力依存性のパイ・リニアなせん断強度モデルである。ここでは、本解析手法によって Patton の実験をシミュレートすることを試みる。

不連続面のせん断強度特性のように、2つの物体が

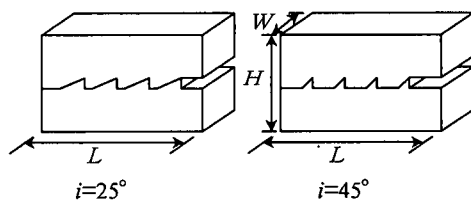


図-3 アスペリティの形状 (Patton³⁾ (1966))

接触することによって発揮される強度を評価することは連続体理論に基づく解析手法では不得手とする問題である。本提案解析手法ではこのような接触問題に関して、不連続面上にジョイント要素を配置することによって簡単な連続体の問題に置き換えているが、その結果が問題の本質を損なわずに適切に評価できるか否かを検討する。特に、Patton の実験のように歯形状の不連続面を有する接触問題では、1)すべりや剥離を伴う破壊、2)材料自体のせん断破壊、3) 1)及び 2)を含む複合破壊、が生じる。これら3つの破壊形態を本提案解析手法によって評価できることを検証する。

さらに、Patton の実験を数値シミュレーションすることにより、簡略化された条件下での不連続面のせん断強度特性を明らかにする。Patton の実験では、用いた材料や試験方法に起因する影響が結果に反映されていることが考えられる。一方、数値シミュレーションでは理想的な材料に対する理想化された条件下での数値実験を行うことができる。その結果、凹凸形状に起因する不連続面のせん断破壊並びに強度発現機構を鮮明にすることが可能となる。

(1) Patton のせん断強度モデル³⁾

図-3は Patton が一面せん断試験に用いた供試体を模式的に示している。供試体は石膏に砂あるいは粘土をある割合で混入した人工材料である。すべての供試体は長さ(L)約7.5cm、高さ(H)約5.1cm、奥行き(W)約4.5cm、アスペリティの高さは約0.51cmである。Patton はアスペリティ傾斜角*i*及びアスペリティの個数*N*を数種類変化させ、不連続面のせん断強度に及ぼす影響について検討している。

図-4は*N* = 4として、*i*を25°、35°、45°と変化させた場合の垂直応力 σ_n と最大(ピーク)せん断強度 τ_p の関係を示している。ただし、*i* = 0°はアスペリティがない平坦な不連続面の場合に対応している。低い σ_n のもとでの破壊包絡線のこう配は、 $\tan(i + \phi_u)$ であり、アスペリティ面に沿ったすべり破壊を生じる。高い σ_n の領域では*i*によらず破壊包絡線のこう配はアスペリティがない平坦な不連続面のすべり摩擦角

ϕ_μ とほぼ等しくなり、アスペリティ部分のせん断破壊へと移行する。アスペリティ面に沿うすべり破壊からアスペリティのせん断破壊へ移行する σ_n の遷移領域は非常に小さく、 i に応じてこのような遷移領域が異なる。すなわち、 i が大きくなるほど小さい σ_n でアスペリティのせん断破壊へと破壊形態が移行し、そのときの τ_p は小さい。また、遷移領域以降では i が小さい方が τ_p は大きくなり、不連続面のせん断強度の逆転現象が生じている。

一方、図-5は $i=45^\circ$ に対して、 N を2, 4と変化させたときの σ_n と τ_p の関係を示している。ただし、 $N=0$ は平坦な不連続面の場合に対応している。低い σ_n のもとでの破壊包絡線のこう配は、 N にかかわらず $\tan(45^\circ + \phi_\mu)$ であり、アスペリティ面に沿ったすべり破壊が現れている。高い σ_n の領域では図-4の場合と同様に、 N とは無関係に破壊包絡線のこう配は平坦な不連続面の ϕ_μ とほぼ等しくなり、アスペリティ部分のせん断破壊へと破壊形態が変化する。アスペリティ面に沿うすべり破壊からアスペリティのせん断破壊への遷移領域は N が多くなるほど、 σ_n 及び τ_p は大きくなるが、その遷移領域は非常に小さい。

Patton は破壊包絡線が垂直応力に依存して非線形な曲線になることを認めているが、破壊包絡線の全体的な傾向はパイ・リニアなせん断強度特性で示すことができると述べている。遷移領域以降の破壊包絡線の傾斜角については、不連続面の形状によらず平坦な不連続面のすべり摩擦角 ϕ_μ にほぼ等しい結果を得ている。

(2) 平面ひずみ圧縮試験の数値シミュレーション

岩盤不連続面のせん断強度は一般に、Patton に代表されるように、一面せん断試験機を用いた実験により評価される。一面せん断試験機ではせん断箱内に岩盤を固定した後、せん断するために、材料特性の異なるせん断箱と岩盤間の境界条件や相互作用を解析的に再現するのはそれほど容易ではない。本論文では、Jaeger が三軸試験機を用いて不連続面のせん断強度特性を研究しているのを参考にして、解析条件が比較的単純な平面ひずみ圧縮試験をシミュレーションする。

図-6は平面ひずみ圧縮試験の模式図である。アスペリティの個数は $N=1$ の場合を示している。まず、等方拘束応力 σ_c を作用させ、供試体内に初期応力を与える。次に、軸差応力 σ_d を作用させ、本解析手法により σ_d の極限值を算定する。 θ はアスペリティを含む不連続面の水平面からの平均傾斜角、 i は θ 面とアスペリティがなす角であり、これをアスペリティ傾斜角と定義する。側圧 σ_c と軸心力 ($\sigma_c + \sigma_d$) から θ 面に作用する垂直応力 σ_n と最大せん断強度 τ_p を求める。以後、

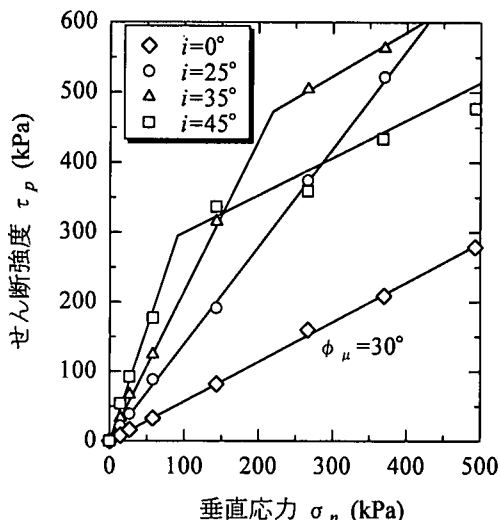


図-4 アスペリティ傾斜角の影響 (Patton³⁾ (1966)

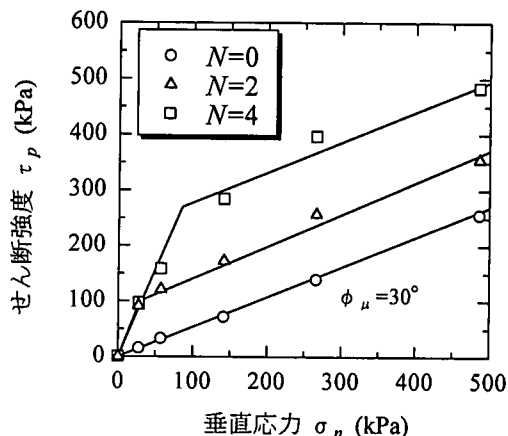


図-5 アスペリティ個数の影響 (Patton³⁾ (1966)

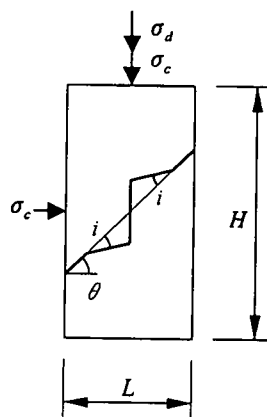


図-6 不連続面を含む岩盤の平面ひずみ圧縮試験模式図

不連続面を含むせん断強度特性について σ_n と τ_p の関係より検討する。岩石は粘着力が c 、せん断抵抗角が ϕ である Coulomb の破壊基準に従うとして、解析では Drucker-Prager モデルを用いる。不連続面の巨視的な方向である θ は岩石材料の定数を勘案して、 $\theta = \pi/4 + \phi/2$ となるように設定し、岩石の破壊面の方向と θ 面を一致させた。すなわち、不連続面でのすべりや剥離がまったく生じない場合には、 θ 面に沿った岩石のせん断破壊形態をとる。

本解析で用いた解析定数を表-1に示す。なお、解析モデルのサイズは横 (L) 12cm、縦 (H) 24cm で全解析を通して一定とする。また、2.(2)節で略述したように、バネ剛性 k_s 及び k_n を表-1に示すような十分大きい値に設定すると解析結果にほとんど影響しないことは既に確認している。その詳細は Ohtsuka and Doi¹⁰⁾ において述べているので、本論文では省略する。不連続面に設定するバネ剛性を大きくすると不連続面における力の伝達は剛完全塑性に近い挙動となる。このような場合には不連続面でのすべりや剥離といった挙動はジョイント要素の塑性変形として表現され、本手法による解析結果として得られる。逆にバネ剛性を小さい値に設定してしまうと不連続面でのすべりや剥離の影響を弾性解析に見込むことになり、不連続面におけるジョイント要素の変形によって不要な応力配分が生じ、物理的意味が不明快な解が得られることになる。本解析手法で不連続面にジョイント要素を導入したのは、不連続面でのすべりや剥離を変形量として物理的に表すことを目的としたものではなく、不連続面での接触応力を陽に表現するためであることをここで改めて付記しておく。図-7に典型的な有限要素メッシュ ($\theta = 45^\circ$, $i = 15^\circ$, $N = 4$) を参考のために示す。また、本節で行うパラメトリックな事例解析の条件を表-2にまとめて示す。

a) アスペリティ傾斜角の影響

アスペリティ傾斜角が不連続面のせん断強度に及ぼす影響を case 1~4 の事例から検討する。図-8は、case 1, 2 についての解析結果を示している。破壊包絡線の初期こう配はそれぞれのアスペリティ傾斜角 i の $\tan(i)$ と一致している。高い σ_n における破壊包絡線のこう配はほぼ 0° であり、せん断強度は σ_n によらない。岩石のせん断抵抗角は $\phi = 0^\circ$ であることから、高い σ_n では不連続面のアスペリティに沿うすべり破壊からアスペリティ面を構成する岩石の破壊へと移行することがわかる。アスペリティ面に沿うすべり破壊からアスペリティのすべりとせん断の複合破壊へ移行する遷移領域に関しては case 1, 2 ともに比較的明瞭であり、破壊包絡線はほぼバイ・リニアに得られた。遷移

表-1 解析定数

岩盤	E	5000.0 MPa
	ν	0.2
	c	5.0 MPa
	ϕ	$0, 30^\circ$
不連続面	k_n and k_s	10^{14} kPa/m
	c_n and c_s	1.0 kPa
	ϕ_μ	variable

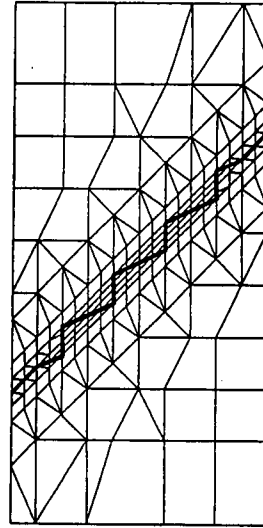


図-7 代表的な有限要素メッシュ

表-2 解析パラメータ

	ϕ ($^\circ$) θ ($^\circ$)	i ($^\circ$)	N	Ra	ϕ_μ ($^\circ$)
case1	0 45	15	4	0.833	0
case2	0 45	30	4	0.417	0
case3	30 60	30	4	0.423	10
case4	30 60	45	4	0.333	10
case5	0 45	30	2	0.209	0
case6	0 45	30	4	0.417	0
case7	30 60	30	2	0.212	20
case8	30 60	30	4	0.423	20

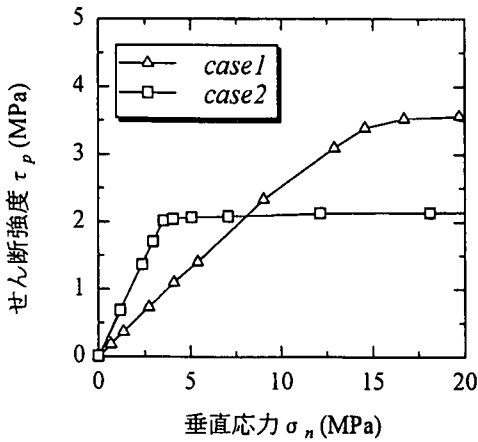


図-8 アスぺリティ傾斜角の影響
(本解析手法による結果: $\phi = 0^\circ, \phi_\mu = 0^\circ$)

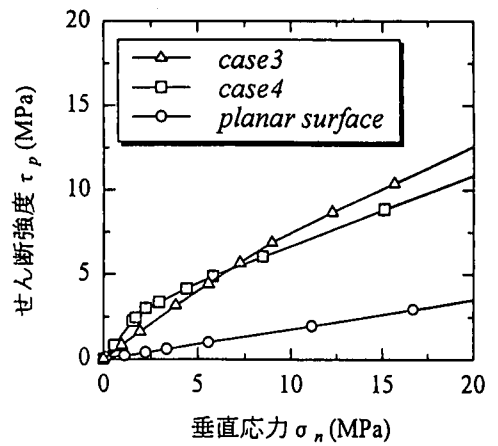


図-9 アスぺリティ傾斜角の影響
(本解析手法による結果: $\phi = 30^\circ, \phi_\mu = 10^\circ$)

領域に対応する σ_n 及び τ_p は case 1 の方が case 2 よりも大きい。これは Patton の実験供試体と同様に、アスぺリティの高さを傾斜角によらず一定に設定したことによる。すなわち、不連続面全体の長さを水平面に投影した長さ L に対するアスぺリティ部分のみを水平面に投影した長さ L_a の割合 (有効面積比 $R_0 = L_a/L$: 図-6 参照) が case 2 より case 1 の方が大きいことによる。すべり摩擦角 $\phi_\mu = 0^\circ$ の条件からアスぺリティ間のすべりにはせん断抵抗力は働かない。表-2 に各ケースの R_0 を示すが、高い垂直応力でのせん断強度 τ_p は case 1 が 4.18MPa, case 2 が 2.15MPa となり、概略、岩石自体のせん断強度 c の R_0 倍であり、上記の考察を裏付けている。

case 3, 4 に対する解析結果を図-9 に示す。破壊包絡線の初期こう配は、アスぺリティ傾斜角 i とアスぺリティ間のすべり摩擦角 ϕ_μ の和の $\tan(i + \phi_\mu)$ となり、Patton のせん断強度モデルと一致する。高い σ_n での破壊包絡線のこう配は、どちらの場合も約 23° であり、アスぺリティ面に沿うすべり破壊とアスぺリティのせん断破壊が複合する破壊形態を表している。すべり破壊から複合破壊形態への遷移領域はわずかであり、ほぼバイ・リニアな破壊包絡線となる。また、遷移領域以降の case 3, 4 のせん断強度の逆転現象は case 1, 2 の場合 (図-8) と同様にアスぺリティの有効面積比の差異によると考えられる。図中にはアスぺリティのない平坦な不連続面に対する解析結果も描き加えている。解析から得られた平坦な不連続面の破壊包絡線は不連続面に導入したすべり摩擦角 ϕ_μ による摩擦則にしたがうことを示している。

b) アスぺリティの個数の影響

アスぺリティの個数の影響を示す Patton の実験結

果 (図-5) について本解析手法により検討する。図-10 は case 5, 6 (case 6 は case 2 と同条件) の解析結果を示す。アスぺリティ個数 N の不連続面のせん断強度 τ_p への影響は σ_n の増加と共に現れる。初期こう配は同じであるが、 N が多いほど case 1, 2 の場合と同様に τ_p が大きくなる。有効面積比 R_0 に注目すると、 R_0 が大きいほど τ_p も大きく、それぞれ岩石自体のせん断強度の R_0 倍の τ_p となった。図-11 に case 7, 8 についての解析結果を示す。岩石にせん断抵抗角 ϕ がある場合においても図-10 と同様に N によらず初期こう配はアスぺリティ傾斜角と等しく、アスぺリティ面に沿ったすべり破壊が生じていることを示している。ただし、岩石のせん断抵抗角のために高い垂直応力においてもせん断強度が垂直応力に対して増加する摩擦特性を示している。各ケースにてせん断強度増加のこう配が若干異なるのは用いた定数の外、有効面積比 R_0 の影響と考えられる。

以上のように、本解析結果は不連続面のせん断強度へのアスぺリティ傾斜角及び個数の影響を指摘した Patton の実験結果 (図-4, 5) の傾向とほぼ一致した。すなわち、本解析手法によって、Patton が実験に用いたような規則的に並んだアスぺリティを有する不連続面のせん断強度特性は垂直応力に依存したほぼバイ・リニアな破壊包絡線となることが数値解析的に確認できた。不連続面のせん断強度は垂直応力が小さい場合に歯形の噛み合わせに沿ったすべり破壊によって見掛けの強度定数が決まる。この場合、アスぺリティを形成する岩石部分のせん断破壊は生じないので岩石自体の強度は不連続面の強度定数には全く影響しない。したがって、垂直応力に対してバイ・リニアとな

る不連続面のせん断強度は低い垂直応力のもとでは原点を通る直線で表され、不連続面の見掛けの強度定数はせん断抵抗角のみで粘着力成分はない。一方、垂直応力が大きくなると、せん断応力の増加に伴うアスペリティのせん断破壊が生じるため、岩石自体のせん断強度並びに有効面積比に応じたせん断抵抗が発揮されるようになり、不連続面全体としての見掛けのせん断抵抗角や粘着力が得られることになる。不連続面のせん断強度定数はアスペリティの微細構造のせん断破壊形態を考慮せずに巨視的な観点から垂直応力とせん断抵抗力の関係を表すものであるが、実際のせん断抵抗力は上述のように微細な凹凸構造を有するアスペリティのせん断破壊形態（すべり破壊形態も含む）に依存することから、不連続面のせん断強度定数は破壊形態の結果として定まるものであると言える。

4. 上界計算による平面ひずみ圧縮試験の考察

構造物の崩壊荷重は極限解析の上・下界定理によって限定される。ここでは、破壊モードを仮定する上界計算によって岩盤不連続面のせん断強度を算出し、下界定理に基づく解析結果との比較・検討を通して不連続面のせん断強度発現機構について考察する。

(1) 可容変位速度場の設定とせん断強度

図-6は不連続面を含む岩盤（アスペリティ個数 $N=1$ ）の平面ひずみ圧縮試験の模式図である。不連続面は角度 θ に設定されており、アスペリティ傾斜角は i である。この構造体に対して可容な破壊モードについて検討する。

供試体が岩石のせん断破壊をともなわずに不連続面に沿ってすべり破壊を生じる場合には供試体の上部が角度 $(\theta-i)$ で斜め下方へ変位する（図-12(a)）。極限解析の上界定理では可容速度場を設定することから、供試体上部は鉛直下方及び水平方向にそれぞれ \dot{v} 及び \dot{u} の速度を有する。各速度間には不連続面の幾何形状から $\dot{v} = \dot{u} \cdot \tan(\theta-i)$ の関係が成立する。不連続面ではすべり抵抗 $\hat{\tau}$ が働く。この場合に上界計算では外力仕事率と内部エネルギー消散率を等置することによって次式(5)を得る。ただし、岩石部分は剛体と仮定した。また、すべりを伴わず、不連続面が剥離する場合にはすべり抵抗 $\hat{\tau}$ は働かないと仮定する。

$$L(\sigma_c + \sigma_d)\dot{v} - L \tan \theta \cdot \sigma_c \dot{u} = \frac{L_a}{\cos^2(\theta-i)} \hat{\tau} \dot{u} \quad (5)$$

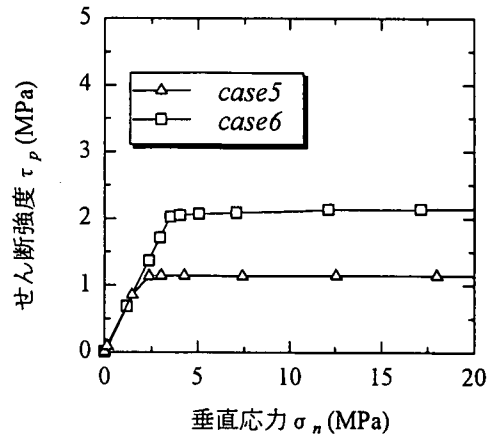


図-10 アスペリティ個数の影響
(本解析手法による結果: $\phi=0^\circ, \phi_\mu=0^\circ$)

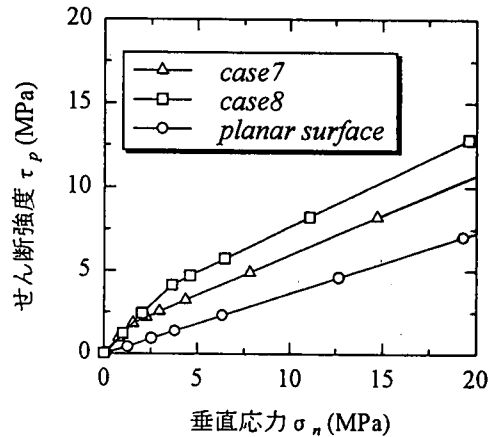


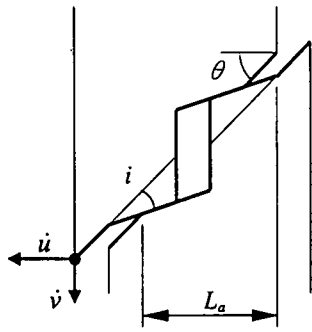
図-11 アスペリティ個数の影響
(本解析手法による結果: $\phi=30^\circ, \phi_\mu=20^\circ$)

ここに、 L は供試体の幅、 L_a は水平方向で測ったアスペリティの実質長さである。不連続面でのすべり抵抗力を $\hat{\tau}=0$ と仮定すると、上式(5)は、

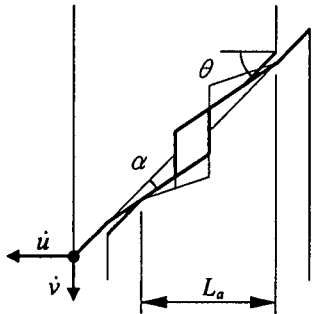
$$\sigma_d = \frac{\tan \theta - \tan(\theta-i)}{\tan(\theta-i)} \sigma_c \quad (6)$$

となる。式(6)より、角度 θ だけ傾斜した巨視的な不連続面上のせん断応力 τ_p と垂直応力 σ_n との比は $\tau_p/\sigma_n = \tan(i)$ と得られ、不連続面のせん断強度は見掛け上アスペリティ傾斜角 i による摩擦則にしたがう。

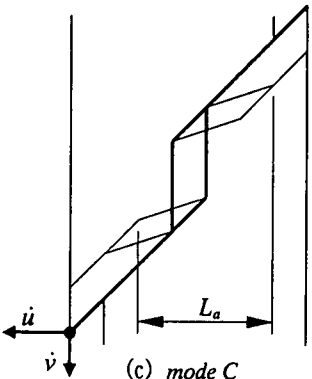
次に、図-12(b)に示すようにアスペリティを構成する岩石の一部がせん断破壊して、供試体の上部が角度 $(\theta-\alpha)$ で斜め下方へ変位するとする。この場合にア



(a) mode A



(b) mode B



(c) mode C

図-12 可容速度場の設定 (上界計算)
((a) mode A, (b) mode B, (c) mode C)

スぺリティ面に沿うすべりや剥離は生ぜず、アスぺリティの一部が傾斜角 α でせん断破壊するモードをとるものと仮定している。この時の鉛直及び水平速度は $\dot{v} = \dot{u} \cdot \tan(\theta - \alpha)$ の関係が成立する。岩石のせん断強度を $\hat{\tau}$ とすると、上界計算は式(5)と同形の次式となる。

$$L(\sigma_c + \sigma_d)\dot{v} - L \tan \theta \cdot \sigma_c \dot{u} = \frac{L_a}{\cos^2(\theta - \alpha)} \hat{\tau} \dot{u} \quad (7)$$

σ_c を与えて上式(7)を σ_d の最小化問題として解くと

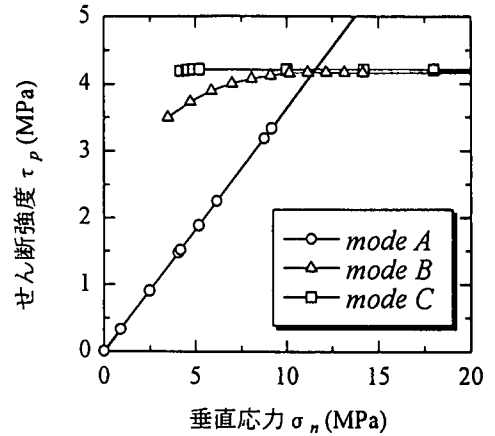


図-13 上界計算による図-12の解析結果

$\partial \sigma_d / \partial \alpha = 0$ から σ_d を求めることができる。図-12(c)に示す破壊モードも生じ得るが、上界計算式は式(7)と同様の式となる。上界計算では可能な破壊モードの中から σ_d の最小化を図ることが重要である。

(2) 平面ひずみ圧縮試験の考察

平面ひずみ圧縮試験の上界計算結果を図-13に示す。岩石のせん断抵抗角は $\phi = 0^\circ$ 、アスぺリティ個数 $N = 1$ 、設置角度 $\theta = 45^\circ$ 、 $i = 20^\circ$ とした。ここでは仮定した破壊モードに応じて垂直応力による不連続面のせん断強度の変化を図示している。図-12(a)に示す不連続面に沿って破壊するモードを mode A、図-12(b)のようにアスぺリティが破壊するモードを mode B、図-12(c)を mode C と定義する。図では mode A によるせん断強度は垂直応力に線形に増加するのに対して、mode B, C は非線形である。これは mode B の破壊形態の場合に、せん断に伴うダイレイションの度合いはアスぺリティの破壊形態を表す傾斜角 α に依存している。ダイレイションが大きいと同じ垂直応力に対して一般に大きいせん断強度を与えることから傾斜角は垂直応力の増加に対してより小さい角度が破壊形態として選択される。アスぺリティの一部がせん断されるような傾斜角 α (図-12(b)参照)の変化によって、せん断強度は垂直応力に対して非線形となる。しかし、上界定理に基づいて可容な破壊モードの中からせん断強度の最小化を行なうと、mode A に対するせん断抵抗が小さいため mode B, C の非線形挙動は実際現象に現れず、結果として不連続面のせん断強度は垂直応力に対してパイ・リニアになる。この挙動は図-14に示す下界定理に基づく有限要素解析の結果に一致しており、Pattonの実験にて非線形挙動が見られない理由が明らかとなった。

5. 不連続面のせん断強度発現に関する数値解析的検討

岩盤に存在する不連続面のアスペリティは岩盤の生成ならびに荷重履歴を反映した複雑な形状を有する。実岩盤不連続面形状の定量的表示を目指した多くの研究が現在までに行われているが、本論文は非常に複雑な形状を単純なアスペリティにデフォルメした形状に起因する不連続面の強度の発現メカニズムについて数値解析的に検討する。

(1) 不連続面のせん断変形特性を考慮した強度式

Barton⁶⁾ は実際の岩盤から切り出した供試体を用いて不連続面のせん断強度を調べ、次式のせん断強度モデルを提案した。

$$\tau_p = \sigma_n \cdot \tan \left[JRC \cdot \log_{10} \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) + \phi_b \right] \quad (8)$$

ここに、 σ_n 、 τ_p は不連続面の垂直応力ならびに最大せん断強度、 JRC は不連続面の粗さ (ラフネス) を表す指標、 JCS は岩石の一軸圧縮強度である。角 ϕ_b は不連続面の基本摩擦角 (すべり摩擦角) である。Barton は JRC の変化に伴うせん断中のピーク・ダイレイション角 ϕ_d と (JCS / σ_n) の関係を片対数紙上に最小二乗近似を行ない、せん断強度モデルに常用対数式を導入した。式(8)が不連続面の強度の垂直応力に対する非線形性を表現するのは常用対数による。Barton の JRC は図-15 に示すように、0 (滑らか) から 20 (粗い) まで変化するが、この指標の決定に際しては観察者の主観が大きく影響し、客観性が乏しいと言われている。

式(8)はその誘導過程からわかるように、不連続面のせん断強度がダイレイション角 ϕ_d と基本摩擦角 ϕ_b の和による ($\phi_d + \phi_b$) によって定められることを仮定している。ダイレイション角 ϕ_d は垂直応力とともに変化することから ($\phi_d + \phi_b$) も変化して、せん断強度が垂直応力に対して非線形性を示す。Patton は式(8)におけるダイレイション角 ϕ_d に代わって、アスペリティ傾斜角 i を用いて ($i + \phi_b$) によってせん断強度を記述したのに対して、Barton は複雑な不連続面の傾斜角を直接取り入れるのではなく、アスペリティ情報を JRC に変換して不連続面の変形特性を取り入れたせん断強度式を作成している。ダイレイション角 ϕ_d は垂直応力の変化にともなって最終的に消失すると、不連続面のせん断強度はアスペリティのラフネスによらず不連続面の基本摩擦角 ϕ_b によって記述される。

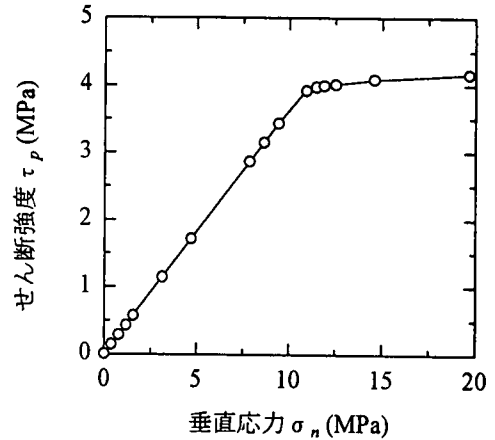


図-14 本解析手法 (下界定理) による図-12 の解析結果

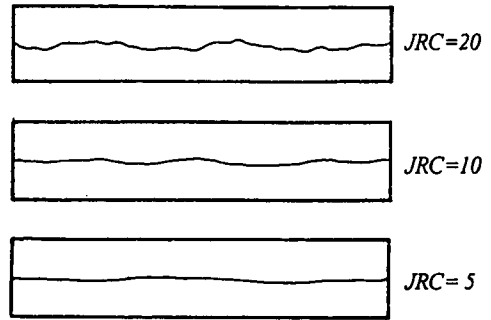


図-15 Barton のラフネス JRC (Barton⁷⁾ (1972))

(2) 不連続面の幾何的性質によるせん断強度の発現

Patton モデルにおいてはアスペリティ傾斜角がダイレイション角に等しいことに着目すると、Barton による不連続面のダイレイション角 ϕ_d は Patton モデルにおけるアスペリティ傾斜角 i と解釈できる。しかし、Patton モデルでは前章までに考察したように、アスペリティのせん断破壊によるアスペリティ傾斜角の変化を取り入れてもせん断強度の垂直応力に依存した滑らかな非線形性を表現することができず、Barton 式における垂直応力とともに変化するダイレイション角を Patton モデルによって説明することはできない。本論文では Patton が用いた歯形状のアスペリティを実際の不連続面のアスペリティ形状に関する 1 次的形状と定義して、実際にはアスペリティ形状に 2 次、3 次の高次な形状が存在することに着目してアスペリティの幾何的性質と不連続面のせん断強度との関係について検討する。

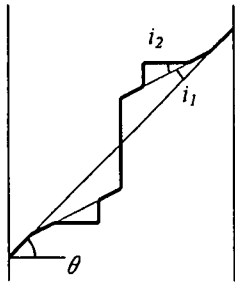


図-16 2次のアスペリティを含む不連続面の模式図

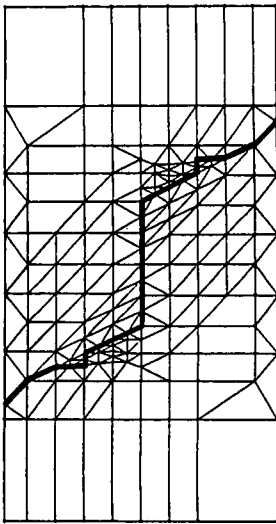


図-17 2次のアスペリティを含む不連続面の有限要素メッシュ

図-16 は図-15 の複雑な不連続面を単純化したモデルである。アスペリティの1次的形状の他に、2次的形状を取り込んでいる。ここでは1次及び2次の形状におけるアスペリティ傾斜角を各々 $i_1 = 20^\circ$ 、 $i_2 = 20^\circ$ と設定した。簡単のために岩石の強度定数は $\phi = 0^\circ$ として、不連続面は傾斜角 $\theta = 45^\circ$ に設定した。また岩石同士の接触によるすべり摩擦係数は $\phi_\mu = 0^\circ$ として、2次の形状を含むアスペリティの噛み合わせのみによるせん断強度への影響を調べる。図-17には本解析手法を適用した有限要素メッシュ図を示す。垂直応力の変化に対して得られる不連続面のせん断強度を図-18に示す。同図中には2次を含まない1次のアスペリティだけの場合についての結果も図示している。初期こう配は $\tan 40^\circ = \tan(i_1 + i_2)$ であり、Pattonモデルに一致する。 σ_n が増加すると、こう配が $\tan 20^\circ = \tan(i_1)$ へと変化し、2次のアスペリティの

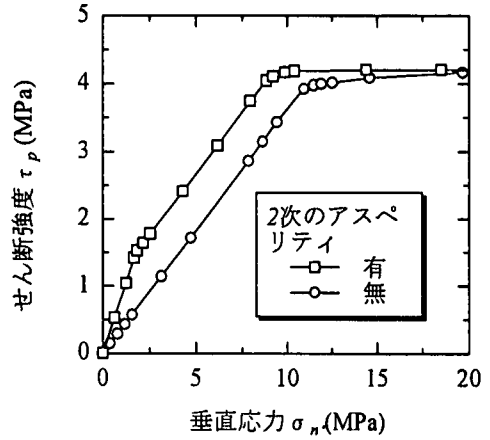


図-18 不連続面のせん断強度への2次のアスペリティ有無の影響 (本解析手法)

効果がなくなる。すなわち、この垂直応力下では2次のアスペリティ基部がせん断され、1次のアスペリティ面に沿ったすべり破壊が生じることを示している。さらに σ_n が増加すると、こう配はほぼ0となり、1次のアスペリティのせん断破壊が生じる。2次のアスペリティがない場合 (Pattonモデル) の解析結果はバイ・リニアな破壊包絡線となるが、2次のアスペリティを有する場合にはトリ・リニアな破壊包絡線へと変化する。高い σ_n では両者ともほぼ一致し、ともにアスペリティの影響は消失する。ここで用いたアスペリティの幾何形状は非常に簡単なものであるが、アスペリティ形状に高次な性質を取り込むことによって不連続面のせん断強度の垂直応力に対する非線形性が表現できた。

図-16のモデルに対して上界計算を行って、下界計算の精度を確かめると同時に破壊モードの変化を検討する。図-19に示す破壊モードを仮定して上界計算を実施した。図-20に解析結果を示す。図ではせん断強度の最小化から得られる破壊包絡線は下界計算で得られた図-18にほぼ一致しており、両手法の解析結果が妥当であることがわかる。破壊モードの変化から、a) 垂直応力の小さい初期においては2次のアスペリティ形状に起因するすべり破壊 (mode A)、垂直応力の増加によって、b) 2次のアスペリティ基部のせん断破壊をともなった1次のアスペリティ面に沿うすべり破壊 (mode B)、c) 1次のアスペリティのせん断破壊 (mode C)、のように垂直応力によって不連続面の破壊形態が変化している。mode Bの破壊形態にて図中のプロットが見掛けの粘着力を有する直線で表されるのは2次のアスペリティ基部のせん断破壊が生じることによる。見掛けの粘着力の大きさは2次のアスペリティの有効面積比に依存する。mode Cの破壊形態にて不連続面の

せん断強度が岩石強度に等しくならない理由も1次のアスペリティの有効面積比によって同様に説明できる。

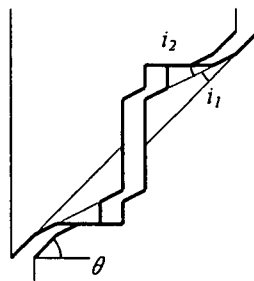
Barton の提案したダイレイション角 ϕ_d は垂直応力に対して非線形性を示すが、このダイレイション角 ϕ_d の変化は複雑な形状を有するアスペリティの破壊機構の変化に起因することが示された。本論文では未だ Barton によるせん断強度式の構造を成す一軸圧縮強度 JCS の役割について具体的な知見を得るに至っていない。不連続面の粗さを表す指標である JRC の客観的評価なども今後の課題である。

6. 結論

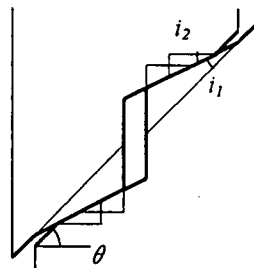
岩盤の不連続面における凹凸の幾何的性質がせん断強度に及ぼす影響について、極限解析の上・下界定理に基づく数値解析を用いて考察した。

以下に本研究で得られた結論について列記する。

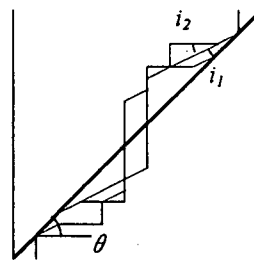
- (1) 不連続面における岩盤の接触条件を線形制約条件として取り入れた下界計算を用いて、不連続面における岩盤間のすべりや剥離を考慮した不連続面のせん断強度の解析を行った。用いた解析手法は連続体理論に基づく有限要素解析であるが、不連続面特有の破壊形態である、1) 不連続面に沿うすべりや剥離による破壊、2) 岩石のせん断破壊、3) 不連続面に沿うすべりや剥離と岩石のせん断破壊を伴う複合破壊、について合理的な解が得られた。
- (2) 不連続面のせん断強度は過去の実験的研究により、低垂直応力では不連続面のアスペリティ傾斜角とすべり摩擦角の和による摩擦角によって表現できることが知られている。本研究では Patton による実験を下界定理に基づく有限要素解析を用いてシミュレートした。解析結果は Patton による実験結果を良く表現しており、上記の知見が成立することを数値解析的に明らかにした。極限解析の上界定理に基づく検討も併せて行ったところ、下界計算と同様の結果が得られた。
- (3) 不連続面のアスペリティを規則的な歯形状に作成した人工材料による Patton の実験によると、不連続面のせん断強度は垂直応力の増加に対してパイ・リニアな関係を示す。上・下界計算による数値シミュレーションはこの挙動を良く表現している。上界計算に基づく破壊モードの検討から、不連続面の破壊形態が低垂直応力における不連続面に沿うすべり・剥離破壊から



(a) mode A



(b) mode B



(c) mode C

図-19 2次のアスペリティを含む不連続面の可能な破壊モード(上界計算)

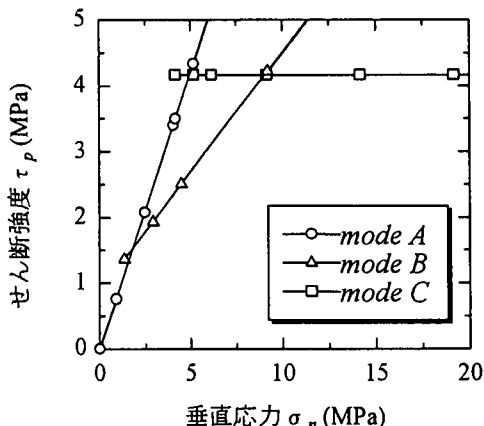


図-20 不連続面のせん断強度への2次のアスペリティ有無の影響(上界計算)

高垂直応力におけるアスペリティのせん断破壊に移行することを明らかにした。高垂直応力における不連続面のせん断強度はアスペリティ基部の長さの占める不連続面全体の長さに対する割合(有効面積比)によって決まる。

- (4) Barton の実験によると、実際の不連続面のせん断強度は垂直応力に対して滑らかな非線形性を示す。Patton の実験のような規則形状のアスペリティの場合には不連続面のせん断強度はバイ・リニアな特性を示して実際の現象を表現できない。本研究ではPatton が用いた歯形状のアスペリティを実際の不連続面のアスペリティ形状に関する1次の形状と定義して、実際にはアスペリティ形状に2次、3次の高次の形状が存在することに着目してアスペリティの幾何的性質と不連続面のせん断強度の関係について数値解析を用いて検討した。その結果、高次のアスペリティの幾何形状を取り入れると不連続面のせん断強度は垂直応力に対して非線形な挙動を示すことを明らかにした。上界計算により破壊モードの変化を調べると、垂直応力の増加に伴って高次の形状のアスペリティからせん断が起こり、より低次の形状のアスペリティに支配される破壊形態で破壊する。Barton の垂直応力変化によるダイレイション変化はアスペリティの破壊形態の連続的变化によって説明される。

謝辞：本論文をまとめるにあたり長岡技術科学大学服部賢学長、同大学鳥居邦夫副学長、高松工業高等専門学校平川忠男校長には多大なるご支援をいただいた。また、長岡技術科学大学修士課程修了者である恵美博明氏(現長崎県)、原祐治氏(現島根県)、ならびに現在同大学大学院在学中の松岡真也、三船尚樹、吉田宏一の諸君には計算・図表の作成などご協力をいただいた。ここに記して感謝の意を表する。

参考文献

- 1) R. E. グッドマン(赤井浩一, 川本眺万, 大西有三 共訳)：不連続性岩盤の地質工学, 森北出版(株), 1978.
- 2) 土木学会編：岩盤斜面の安定解析と計測, 土木学会, pp.131-166. 1966
- 3) Patton, F.D. : Multiple modes of shear failure in rock, *Proc. 1st Cong. ISRM.*, Lisbon, pp.509-513. 1966.
- 4) Jaeger, J.C. : Friction of rocks and the stability of rock slopes, *Geotechnique*, Rankine Lecture, Vol.21. 1971.
- 5) Ladanyi, B. and Archambault, G. : Simulation of shear behaviour of a jointed rock mass, *Proc. of 11th Symp. Rock Mech.*, AIME, pp.105-125. 1970.
- 6) 楠見晴重, 寺岡克己, 谷口敬一郎：規則的な不連続面のせん断時のダイレイタンシー特性, 土木学会論文集, No.499/III-28, pp.13-21, 1994.
- 7) Barton, N.R. : A model study of rock joint deformation, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol.9, pp579-602. 1972.
- 8) Ohtsuka, S. : Effect of microstructure on crack shear strength in rock, *Proc. of Int. Symp. on Deformation and Progressive Failure in Geomechanics*, pp75-80, 1997.
- 9) Ohtsuka, S. and Doi, M. : Stability analysis of jointed rock slope, *Proc. of 3rd Int. Conf. on Mech. of Jointed Rock and Faulted Rock*, pp.523-528, 1998.
- 10) Ohtsuka, S. and Doi, M. : Bearing capacity analysis of rock mass taking account of contact interaction along discontinuous lines, *Soils and Foundations*, Vol.39, No.6, pp.91-101, 1999.
- 11) Koiter, W.T. : General theorems for elastic plastic solids, *Progress of Solid Mechanics*. Chap.6, Vol.2, North Holland Press, 1960.
- 12) Maier, G. : Shakedown theory in perfect elastoplasticity with associated and nonassociated flow-laws, a finite element linear programming approach, *Meccanica*, Vol.4, No.3, pp.1-11, 1969.
- 13) Goodman, R.E., Taylor, R.L. and Brekke, T. : A model for the mechanics of jointed rocks, *Proc. of ASCE*, 94, SM3, pp.637-659, 1968.

(1999. 8. 9 受付)

EFFECT OF ASPERITY SHAPE ON SHEAR STRENGTH CHARACTERISTICS OF ROCK JOINT

Masanobu DOI, Satoru OHTSUKA and Ryushi MOTEGI

This paper employed the numerical procedure based on the lower bound theorem by introducing the contact condition along rock joint to clarify the mechanical property of joint strength. By simplifying the complicated real geometry of rock joint, the effect of triangle shape asperity on joint strength was investigated. The applicability of employed method was examined in comparison with both the experiments by Patton and the upper bound solutions by limit analysis. The failure mechanism of rock joint was shown to change with the increasing normal stress from the sliding failure along the asperity to the mixed failure of sliding along the asperity and shearing of asperity. It was found that the non-linearity in joint shear strength for normal stress was caused by the change in failure mechanism of rock joint.