

パイルド・ラフト基礎が設置された地盤の水～土連成弾塑性変形解析

山田英司¹・高稲敏浩²・水野和憲³・大野雅幸⁴・野田利弘⁵

¹ 正会員 工博 名古屋大学大学院助手 工学研究科地圏環境工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

² 正会員 工博 (株) 浅沼組 技術研究所 (〒569-0034 大阪府高槻市大塚町 3-24-1)

³ 学生会員 工修 名古屋大学大学院生 工学研究科地圏環境工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

⁴ 正会員 工修 (株) 日建設計 中瀬土質研究所 (〒211-0955 川崎市幸区南加瀬 4-11-1)

⁵ 正会員 工博 名古屋大学大学院助教授 工学研究科地圏環境工学専攻 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

直接基礎に摩擦杭を併用したパイルド・ラフト基礎の沈下挙動に関する解析法は、その多くが地盤を基礎構造物に外力を及ぼすものと捉え、基礎構造物自身を解くものである。本論文では、土骨格の変位場に制約条件を設定してパイルド・ラフト基礎の働きを表現し、水～土連成場で地盤に関する力のつり合い式を解く。これによりパイルド・ラフト基礎が設置された弾塑性地盤の圧密沈下特性と荷重伝達機構を調べ、以下の点が明らかになった。① 上載荷重を杭先端以深の地盤の深部に伝達することで沈下量を低減できる。② 地盤の透水係数によらず沈下量を低減できる。③ 偏荷重による不同沈下量の低減には有効であるが、杭先端が傾斜した基礎部付近まで達するような場合は、不同沈下量の低減に効果がない場合がある。

Key Words : *Cam-clay model, constraint condition, finite element method, piled raft, settlement, soil-water coupled system*

1. はじめに

建物・橋台などの建築・土木構造物を建設する場合、地盤にはこれを支えるための基礎が作られる。この基礎は、① べた基礎やフーチング基礎に代表される「直接基礎」と、② 支持杭や摩擦杭などの杭を用いる「杭基礎」および、③ 「ケーソン基礎」に大別される¹⁾。近年では、べた基礎に摩擦杭を併用した「パイルド・ラフト基礎」が、地盤の支持力が直接基礎だけで十分得られても大沈下あるいは不同沈下が想定される場合に、これらを低減する目的で用いられるようになってきた。しかし、我が国における現行の設計指針などでは異種基礎併用が原則として禁止されていて²⁾、摩擦杭とべた基礎の支持力を加算できない。このため、初めにべた基礎として設計し、その後沈下抑制のために摩擦杭を併用しているのが現状である。これは直接基礎—杭—地盤間の相互作用の関係が十分に把握されていないことに主な原因があると考えられるが、経済性や施工性を追求する合理的な設計を行う上で、これらの把握が必要不可欠になっている。

このような観点から、様々なパイルド・ラフト基礎の変形(沈下)挙動の解析法が開発されてきている。例え

ば、① 簡易計算法 (Poulos and Davis³⁾, Randolph⁴⁾ など)、② 地盤あるいは杭をばねとして直接基礎—杭—地盤間の相互作用を考慮した計算法 (Poulos⁵⁾ など) および、③ 地盤を連続体として有限要素法を用いた解法 (Hooper⁶⁾, 土屋ら⁷⁾ など) である。この中で、① と②の解析手法では、地盤を基礎構造物に外力を及ぼすものと捉えて、弾性ばねで理想化し、基礎にどのような力がかかり、どのように変形するかを構造力学を適用して計算する。つまり、基礎構造物自体の挙動を解くものである。しかし、基礎に働く力は、地盤と合わせて解いて初めて分かるものである。一方、③の解析手法では、地盤を線形等方弾性体として連続体近似し、有限要素法を用いて地盤と杭とべた基礎を同時に解くものの、地盤の圧密などを考慮しているのはわずかに土屋ら⁷⁾のみである。

しかし、実際の土材料は弾塑性体であるため、上載荷重の大きさ・形や載荷速度あるいは地盤の透水性に応じて、土が異なる応力履歴を受け、この結果地盤の変形が異なる。したがって、地盤条件を考慮した合理的な設計・解析を行うためには、地盤を弾塑性体とする水～土連成場での解析が必要になってくるものと考えられる。

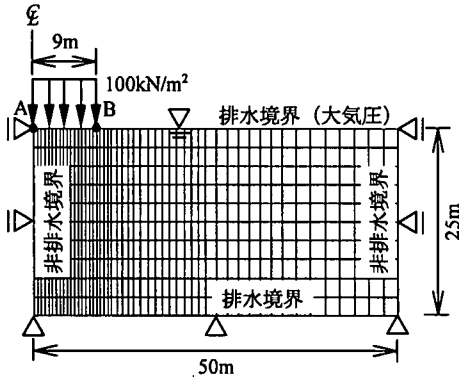


図-1 有限要素メッシュと境界条件

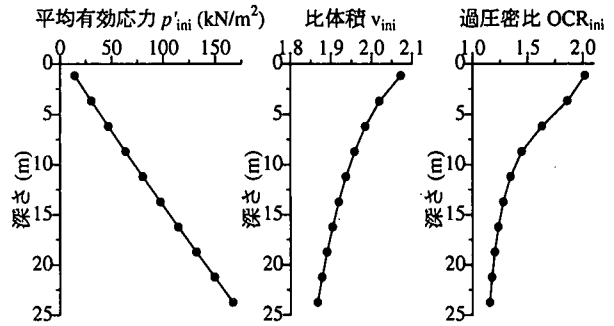


図-2 地盤の初期状態

表-1 地盤の材料定数

圧縮指数 λ	0.108
膨潤指数 κ	0.025
限界状態定数 M	1.55
$p' = 98.1 \text{ kN/m}^2$ における比体積 N	1.95
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 k (m/sec)	3.7×10^{-8}
土の密度 ρ_s (kN/m ³)	25.5
正規圧密土化指数 ν_2	10.0

そこで、本論文では、特に飽和地盤が水～土 2 相系の弾塑性材料であることに着目し、地盤を基礎構造物に外力を与えるものとして問題を解くのではなく、地盤の挙動を解く観点から、パイルド・ラフト基礎を有する地盤における沈下量あるいは不同沈下量の低減効果と荷重の伝達機構を明らかにすることが目的である。本論文では、例として若干過圧密な地盤を想定して、地盤の透水係数の違いが沈下量に及ぼす影響を調べるとともに、偏荷重が作用する場合および基礎部が傾斜した地盤の場合に生じる不同沈下について調べる。

パイルド・ラフト基礎による沈下あるいは不同沈下の低減量や基礎に働く力は、杭の配置やべた基礎の厚さ、曲げ剛性などの基礎条件によって影響を受け⁹⁾、計算結果は変動することに留意が必要である。本論文の目的はパイルド・ラフト基礎による沈下量低減効果とその荷重伝達機構を明らかにすることなので、有限要素法を用いて行った本計算では、パイルド・ラフト基礎は地盤に比べて極めて剛性が高く、また地盤と基礎の間には相対変位は生じないとして、地盤の変形を拘束するものとする。このとき地盤挙動に考慮を払うことを強調するため、杭とべた基礎が地盤と接する位置に土骨格の速度場に「距離不変」「角度不変」の制約条件を与えることによって、杭とべた基礎の役割を簡単

に表現している^{9),10)}。また、詳細な三次元計算ではなく、簡単のため、平面ひずみ条件を仮定して計算を行う。このため、「杭」は板状になるが、「杭」を挟んで隣り合う要素間には、間隙水の移動が許される。

2. パイルド・ラフト基礎の沈下量低減効果と荷重伝達機構

基礎に等分布荷重が作用する場合を想定して、パイルド・ラフト基礎の沈下量低減に対する有効性と荷重伝達機構を明らかにするために、1) パイルド・ラフト基礎、2) 他の基礎形式、が設置された地盤の圧密沈下挙動を水～土連成有限変形解析によって調べる。なお、本論文では若干過圧密な地盤を仮定しているが、過圧密粘土の挙動を表現するために、土の構成式に下負荷面^{11),12)}カムクレイモデル¹³⁾を用いた。

(1) 計算方法

a) 地盤の初期条件

有限要素計算に用いたメッシュおよび境界条件を図-1に示す。地盤の上下端面は排水境界とした。地表面と水位面は一致するように上端面の水圧は常にゼロと設定し、下端面の水圧は初期静水圧分だけ常にかかるように設定した。また、地盤の側面は非排水境界とした。

地盤の弾塑性パラメータには表-1に示す値を用いた。若干過圧密な地盤の応力、比体積や過圧密比 (OCR) 等の初期状態は、野田ら¹⁴⁾に従い自重と弾塑性パラメータから求める K_0 値 ($K_0=0.75$) を有する地盤の地表面に 30 kN/m^2 の等分布荷重を一次元載荷した後に、同じ大きさの荷重を除去する計算によって決定する。このとき、地盤の応力、比体積および、OCR は、図-2に示すように土被り圧に応じて深さ方向に分布している。

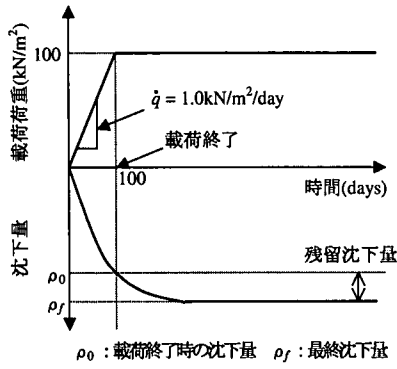


図-3 載荷履歴と沈下量～時間関係

b) 上載荷重の載荷方法

図-3 に示すように、基礎に作用する等分布荷重は図-1 中 AB の部分 (幅 9m) に載荷速度 $\dot{q} = 1\text{kN/m}^2/\text{day}$ で合計 100kN/m^2 まで載荷する。なお、載荷終了時の沈下量 ρ_0 、最終沈下量 ρ_f および、残留沈下量 $\rho_f - \rho_0$ は図-3 に示すように定義する。

c) 計算に用いた基礎形式および基礎のモデル化

計算に用いた基礎形式は、図-4 に示す①「基礎なし」(荷重のみ)、②「べた基礎のみ」、③「摩擦杭のみ」(杭長 10m) および、④「パイルド・ラフト基礎」(10m 摩擦杭 3 本付きべた基礎) の 4 種類である。本論文ではパイルド・ラフト基礎のべた基礎と摩擦杭は剛結合されているものを対象とする。また③「摩擦杭のみ」は④「パイルド・ラフト基礎」との比較のため、杭間に制約を設けない単純な条件を仮定した。これは、本論文の主旨がパイルド・ラフト基礎の機構を明らかにする点にあるため、摩擦杭のみの場合の杭頭条件は、必ずしも現実とは一致していない。

べた基礎や摩擦杭などの基礎は地盤に比べて剛性が高く、ほとんど変形しないと考えられる。また、地盤と基礎の間には相対変位は生じないものとする。このため、基礎は地盤の変形を拘束して一体化して動くように働き、拘束する反力(束縛力)として基礎には部材力が発生する。本論文では 4 節点アイソパラメトリック要素を用いた有限要素離散化により土骨格の変形を計算し、間隙水圧は Christian¹⁵⁾・田村¹⁶⁾の方法を用いて各要素中心の 1 点で代表させて計算するが、基礎の役割は土骨格の変形に制約条件を課すことによりモデル化する。すなわち、図-5 に示すようにべた基礎や摩擦杭は、その設置位置における有限要素節点 2 点間の距離が変わらない条件(距離不変条件)と 3 点間の角度が変わらない条件(角度不変条件)によって、土骨格の変形を拘束するものとして表す。図中黒丸間は、距離不変条件、半円は角度不変条件を示している。パイルド・ラフト基礎の杭とべた基礎の結合部分は図-5

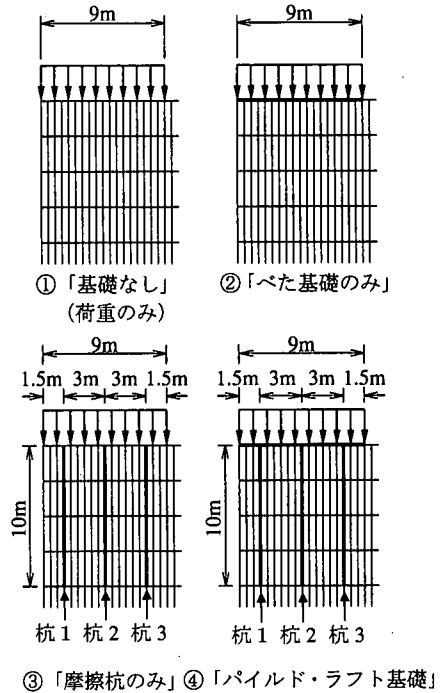


図-4 計算に用いた基礎形式(半断面)

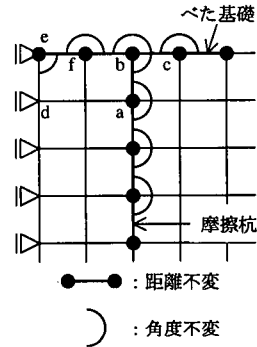


図-5 基礎のモデル化

中の $\angle abc$ の部分に示すように「角度不変条件」を用いて剛結合を表した。

条件によっては地盤と基礎の間ですべりが発生する場合もあるが、本論文では基礎に特殊な要素を入れることなく、土骨格の変形に制約条件を課すことで基礎の役割を簡単に表現することを優先して、このような基礎のモデル化を行った。このため、土骨格に関する力のつり合い式を解くと同時に基礎に発生する束縛力(部材力)を求めることができる(付録1)。「距離不変条件」および「角度不変条件」の Lagrange 未定乗数を用いて、束縛力としてそれぞれ軸力および曲げモーメントが計算される。なお図-1 に示す地盤の半断面を想定した計算では、基礎中央部の点 A において図-5 の $\angle def$ の角

表-2 各基礎形式の沈下量の比較

基礎形式	載荷終了時の	最終沈下量	残留沈下量
	沈下量 ρ_0 (m)	ρ_f (m)	$\rho_f - \rho_0$ (m)
① 「基礎なし」	0.746	1.047	0.301
② 「べた基礎」	0.640	0.900	0.260
③ 「摩擦杭のみ」	0.547	0.710	0.163
④ 「パイルド・ラフト基礎」	0.283	0.401	0.118

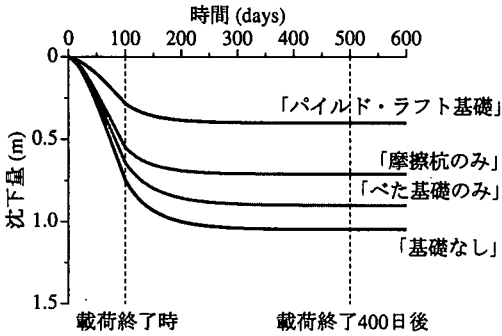


図-6 沈下量～時間関係

度が保たれるように「角度不変条件」を用いているので、点 A における曲げモーメントを求めることができる。

また、基礎の部分は基礎碎石を敷くことを考慮して地表面と同様に間隙水圧が常にゼロとなる排水境界としている。計算は平面ひずみ条件で行っているが、杭をばさんで隣合う要素間は水の移動ができるものとして処理している。

(2) 沈下量低減効果

a) 基礎形式による沈下量の比較

4 種類の基礎形式について、図-1 の点 A (基礎中央部) で測定した沈下量が時間の経過に伴って変化する様子を図-6 に示す。図よりどの基礎形式も載荷終了時から 400 日経過した時点では沈下量が一定となり、圧密沈下は終了していることが分かる。

各基礎形式について載荷終了時の沈下量 ρ_0 、最終沈下量 ρ_f および残留沈下量 $\rho_f - \rho_0$ を表-2 に示す。本論文で与えた計算条件の下では、「パイルド・ラフト基礎」の最終沈下量は、「基礎なし」の場合の 5 分の 2、「べた基礎のみ」あるいは「摩擦杭のみ」の場合と比べても 2 分の 1 程度まで低減している。また、「パイルド・ラフト基礎」の残留沈下量は、「基礎なし」の場合に比べると 3 分の 1 程度、「べた基礎のみ」あるいは「摩擦杭のみ」の場合と比べても 2 分の 1 程度まで低減している。パイルド・ラフト基礎は、べた基礎や摩擦杭などの他の基礎形式と比べ、最終沈下量および残留沈下量

の低減に有効であることが分かる。

b) 荷重の伝達機構

基礎に作用する上載荷重は基礎を介して地盤へ伝達される¹⁷⁾が、基礎形式によって地盤への荷重の伝達機構は異なる。荷重の載荷による地盤内平均有効応力の変化を調べると、基礎に作用している荷重が地盤内のどの部分に伝達されているかが分かる。ここでは、図-4 に示した基礎形式の中で、「べた基礎のみ」、「摩擦杭のみ」および、「パイルド・ラフト基礎」の 3 種類の基礎について地盤内の平均有効応力増分を比較して、パイルド・ラフト基礎の荷重の伝達機構を明らかにする。

図-7、図-8 および、図-9 に各基礎形式における載荷開始時から (1) 載荷終了時、(2) 載荷終了 400 日後 (圧密終了時)、までの平均有効応力増分の地盤内分布図を示す。分布図で色が濃い部分は平均有効応力増分が大きいことを示している。各基礎形式について荷重伝達の様子は以下の通りである。

- 1) 「べた基礎のみ」の場合、基礎直下の地盤浅部で応力が増加している。つまり、べた基礎は上載荷重を地盤浅部に分散させる。
- 2) 「摩擦杭のみ」の場合、表面荷重下の地表面付近の杭間地盤だけでなく杭先端部でも応力が増加している。すなわち摩擦杭は荷重を杭先端付近の地盤深部に伝達することができる。
- 3) 「パイルド・ラフト基礎」の場合は杭先端以深の地盤深部で応力増分が大きくなっている。パイルド・ラフト基礎は、べた基礎と摩擦杭が機能的に作用することで荷重を杭先端以深の地盤深部に一次的に伝達して分散させることが分かる。

図-10、図-11 および、図-12 に各基礎形式における載荷開始時から (1) 載荷終了時、(2) 載荷終了 400 日後 (圧密終了時)、までの比体積変化の分布図を示す。図中の色が濃い部分は比体積が小さくなり、圧縮している部分である。各基礎形式毎に平均有効応力増分と比体積変化を比較すると、平均有効応力が増加している部分と比体積が減少し圧縮している部分はほぼ一致していることが分かる。

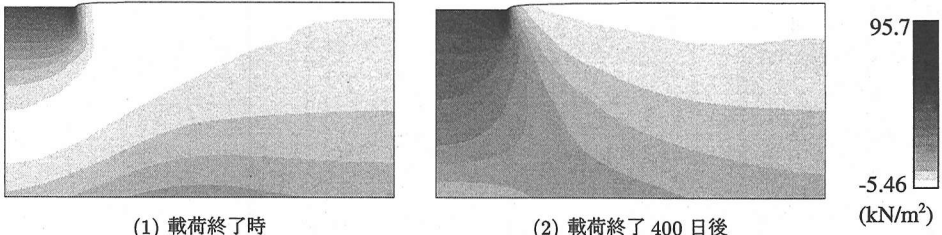


図-7 平均有効応力増分の地盤内分布図 (「べた基礎のみ」)

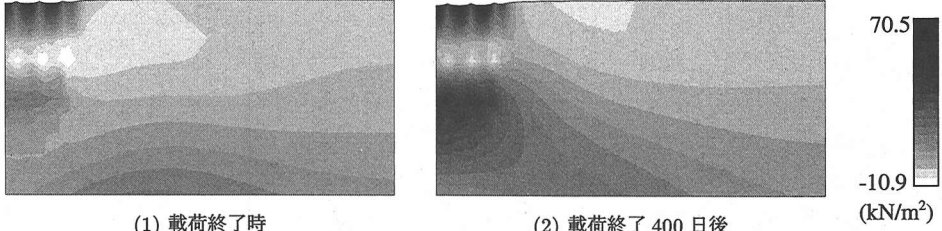


図-8 平均有効応力増分の地盤内分布図 (「摩擦杭のみ」)

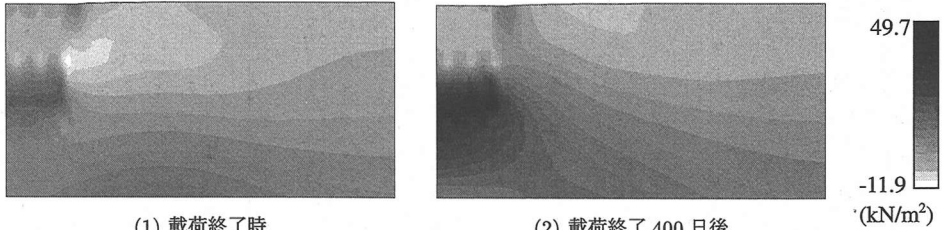


図-9 平均有効応力増分の地盤内分布図 (「パイルド・ラフト基礎」)

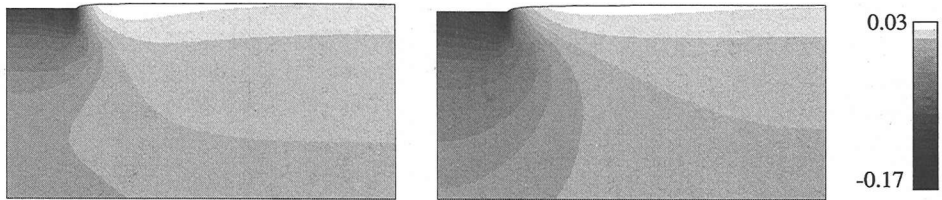


図-10 比体積変化分布図 (「べた基礎のみ」)

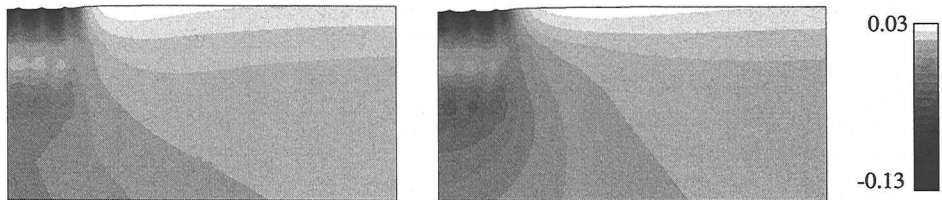


図-11 比体積変化分布図 (「摩擦杭のみ」)

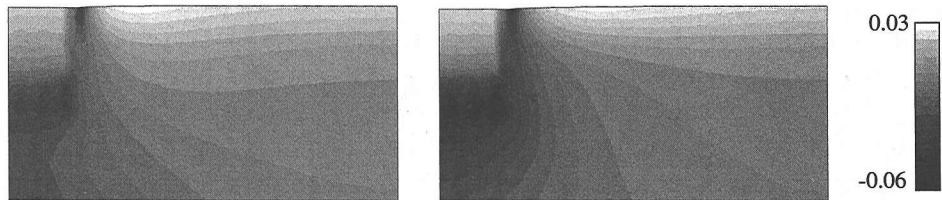


図-12 比体積変化分布図 (「パイルド・ラフト基礎」)

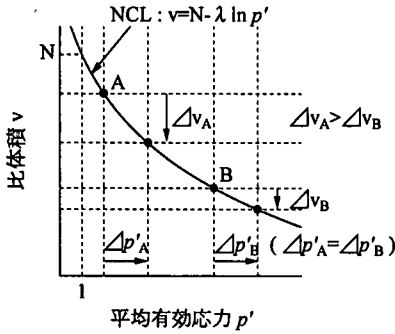


図-13 荷重増分に対する比体積の変化

ここで、平均有効応力増分と比体積変化について図-13の概念図を用いて考察する。簡単のために地盤が正規圧密状態にあると考え、比体積 v と平均有効応力 p' の関係は $v = N - \lambda \ln p'$ ($N: p' = 1$ における比体積, λ : 圧縮指数) である。荷重開始時における地盤内の初期平均有効応力は、図-2 に示すように深さ方向に分布していて、平均有効応力は地盤浅部では小さく、地盤深部では大きい。地盤浅部 (A) と地盤深部 (B) において、同じ平均有効応力の増分 ($\Delta p'_A = \Delta p'_B$) であれば、平均有効応力 p' の大きい地盤深部 (B) において比体積 v の変化は小さくなる。

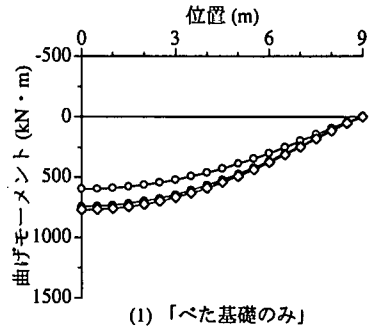
以上のことから、パイルド・ラフト基礎は、杭間地盤を圧縮させることなく上載荷重を一次的に地盤深部に伝達して分散させるために、沈下量が低減できることが分かる。

c) 基礎に発生する部材力

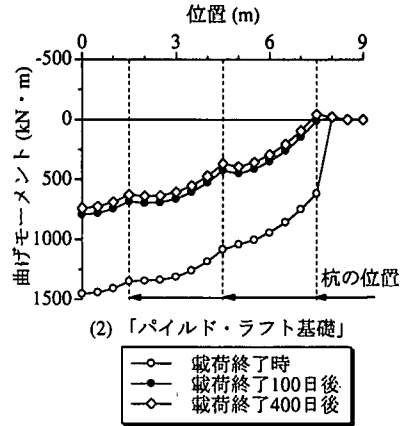
基礎に発生する部材力の時間の経過に伴う変化を調べる。図-14 に「べた基礎のみ」、「パイルド・ラフト基礎」のべた基礎部分に発生する曲げモーメント分布を示す。「べた基礎のみ」の場合、荷重が終了してからはほとんど曲げモーメント分布に変化は生じない。「パイルド・ラフト基礎」の場合、荷重終了時に「べた基礎のみ」の場合よりも2倍程度大きな曲げモーメントが発生している。時間の経過とともに曲げモーメントは減少し、荷重終了400日後に「べた基礎のみ」の場合とほぼ同じ曲げモーメントになっている。

図-15 に「摩擦杭のみ」、「パイルド・ラフト基礎」の杭に発生する曲げモーメント分布を示す。「パイルド・ラフト基礎」の杭に発生する曲げモーメントは、「摩擦杭のみ」の場合に比べて大きく、荷重終了時に最大の曲げモーメントが杭に作用して、その後次第に小さくなっている。

荷重の荷重によって荷重部分の端部では、地盤が側方へ変形しようとする。「パイルド・ラフト基礎」のべ



(1) 「べた基礎のみ」



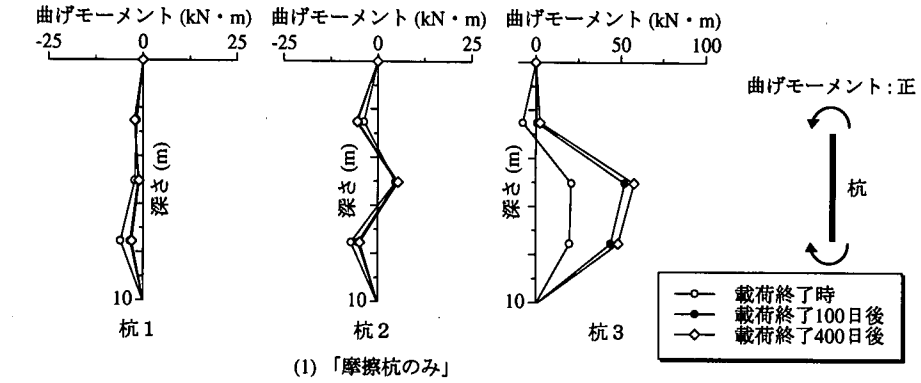
(2) 「パイルド・ラフト基礎」

図-14 べた基礎部分に発生する曲げモーメントの分布図

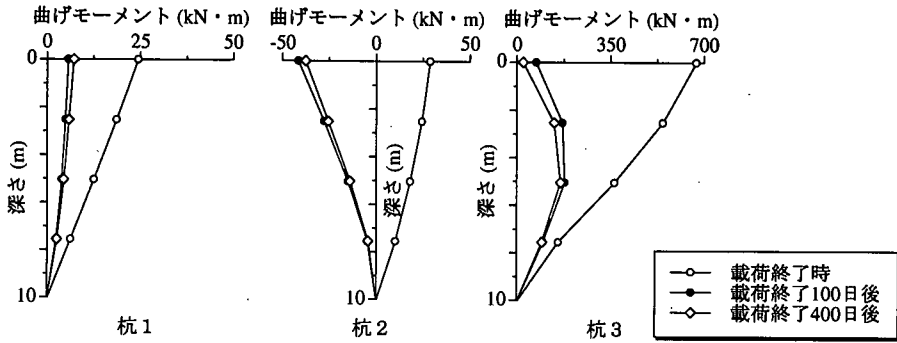
た基礎と摩擦杭は剛結されているので、べた基礎と摩擦杭が一体となって地盤の変形を束縛し、その反力として摩擦杭 (特に外側の杭3) とべた基礎に大きな力が作用していると考えられる。

「べた基礎のみ」あるいは「摩擦杭のみ」の場合、残留沈下量は大きい、荷重終了時から時間が経過しても基礎に作用する曲げモーメントに大きな変化はない。一方、「パイルド・ラフト基礎」の場合、残留沈下量は小さい、荷重終了後に基礎に作用する曲げモーメントは大きく変わっている。

図-16 は「摩擦杭のみ」、「パイルド・ラフト基礎」の杭に発生する軸力分布 (圧縮力: 正) である。摩擦杭の軸力は、杭と周辺地盤との間の摩擦によって地盤の変形を束縛する反力として発生している。「摩擦杭のみ」の場合、杭の位置に関係なく、ほぼ同じような軸力が発生している。「パイルド・ラフト基礎」の場合、外側の杭3の軸力は内側の杭1,2より大きくなっている。また「摩擦杭のみ」の場合と異なり、地表面付近の部分で軸力は最大となっている。この差異は、「パイルド・ラフト基礎」のべた基礎と摩擦杭が一体となって地盤の変形を拘束しているために生じると考えられる。

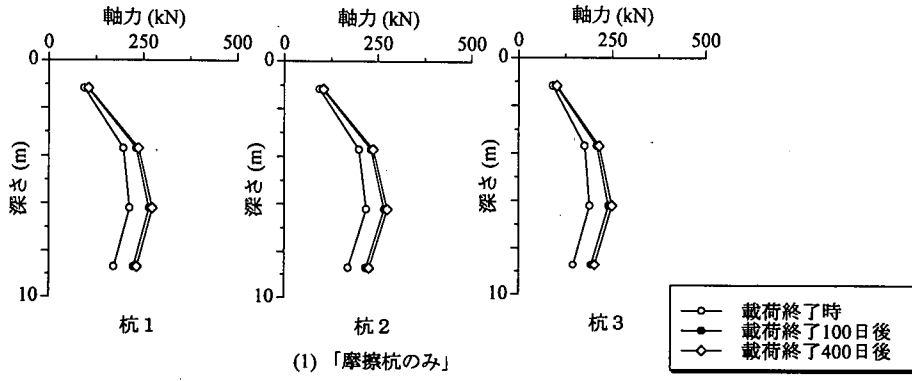


(1) 「摩擦杭のみ」

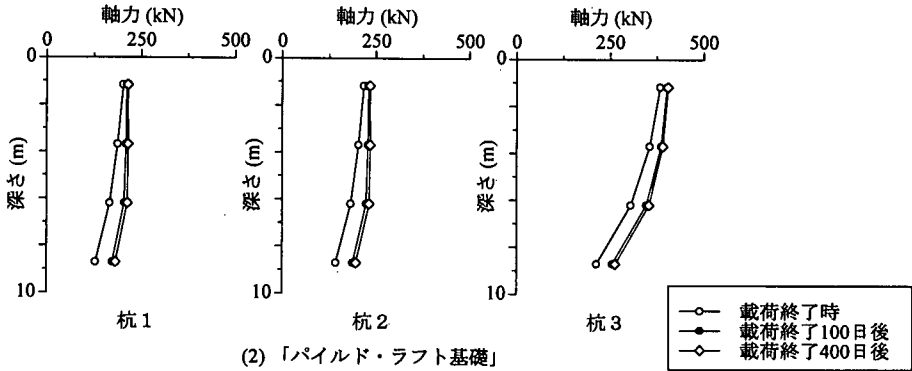


(2) 「パイルド・ラフト基礎」

図-15 杭に発生する曲げモーメントの分布図

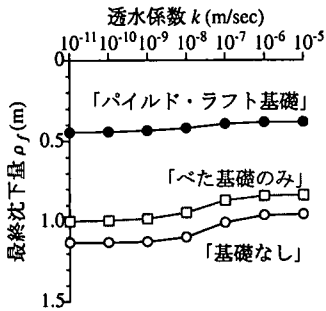


(1) 「摩擦杭のみ」

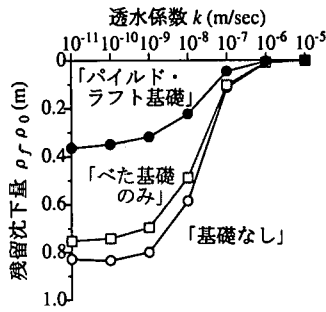


(2) 「パイルド・ラフト基礎」

図-16 杭に発生する軸力の分布図



(1) 最終沈下量～透水係数関係



(2) 残留沈下量～透水係数関係

図-17 沈下量と透水係数の関係

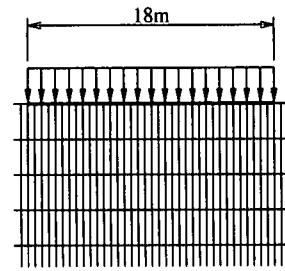
(3) 透水係数の違いが沈下量に及ぼす影響

飽和した弾塑性地盤に荷重が載荷される場合、荷重経路が同じでも、載荷速度、地盤の透水係数や地盤境界における排水条件によって、過剰間隙水圧の発生・消散の度合いが異なり、結果として有効応力経路が変化するので地盤の変形は異なってくる。ここでは、地盤の透水係数の違いがパイルド・ラフト基礎の沈下挙動に及ぼす影響について調べる。

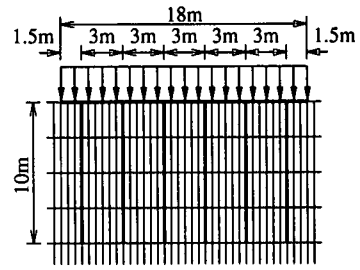
地盤の透水係数を $10^{-11} \sim 10^{-5} \text{ m/sec}$ の範囲で異なる値を用いて、これまでと同様な計算を行った。このときの沈下量と透水係数の関係を図-17に示す。

図-17(1)は最終沈下量～透水係数関係である。「基礎なし」、「べた基礎のみ」の場合、透水係数が 10^{-9} m/sec 以下と 10^{-6} m/sec 以上のレンジでは透水係数によらず最終沈下量が一定で、その間のレンジでは透水係数によって最終沈下量が増加している。一方、「パイルド・ラフト基礎」の場合、透水係数に影響されず最終沈下量はほぼ一定で、本論文で与えた計算条件の下では他の基礎形式の2分の1程度に低減し、最終沈下量の低減に対して有効であることが分かる。

図-17(2)は残留沈下量～透水係数関係である。いずれの基礎形式でも透水係数が 10^{-6} m/sec 以上の範囲では残留沈下はほとんど生じないが、それ以下の透水係数では残留沈下を生じ、水～土連成の効果が現れている。しかし、「パイルド・ラフト基礎」は他の基礎形式



①「べた基礎のみ」



②「パイルド・ラフト基礎」

図-18 計算に用いた基礎形式(全断面)

に比べ透水係数の違いによる影響を受けにくく、本論文で与えた計算条件の下では2分の1程度まで低減し、残留沈下量の低減に対しても有効であることが分かる。

「基礎なし」や「べた基礎のみ」の場合、弾塑性地盤の透水係数の違いによって最終沈下量および残留沈下量が増加する。しかし、同じ弾塑性地盤でも「パイルド・ラフト基礎」は、地盤の透水係数の違いによらず、最終沈下量および残留沈下量を他の基礎形式より低減できる基礎形式である。

3. パイルド・ラフト基礎の不同沈下量低減効果

パイルド・ラフト基礎が用いられる理由の一つには不同沈下量の低減効果が挙げられる。不同沈下の発生要因として、ここでは、

- (1) 偏荷重が基礎に作用する場合
- (2) 地盤の基盤部が傾斜している場合

を想定する。図-18に示す①「べた基礎のみ」、②「パイルド・ラフト基礎」(杭長10m、杭間隔3m)の2種類の基礎形式について、それらが設置された地盤の圧密沈下挙動を比較して、パイルド・ラフト基礎の不同沈下量の低減効果を調べる。

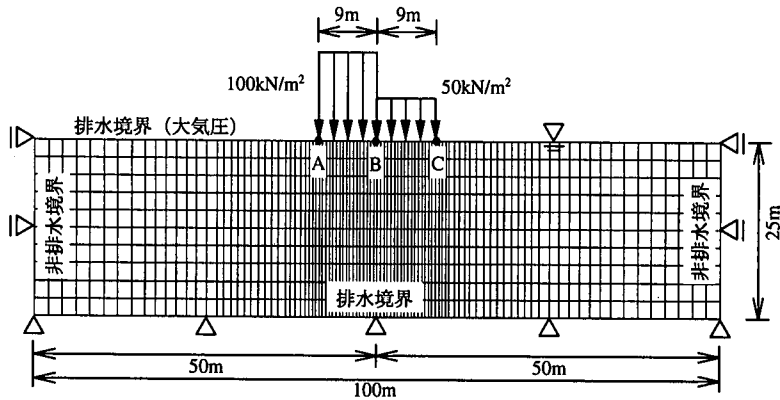


図-19 有限要素メッシュと境界条件

(1) 偏荷重が基礎に作用する場合

a) 計算条件

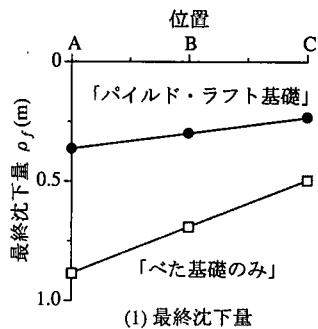
計算に用いた有限要素メッシュおよび境界条件を図-19に示す。荷重は中央18m部分に作用するが、左側9mは荷重速度 $\dot{q} = 1.0 \text{ kN/m}^2/\text{day}$ 、右側9mに荷重速度 $\dot{q} = 0.5 \text{ kN/m}^2/\text{day}$ で100日間荷重する。

b) 不同沈下量低減効果

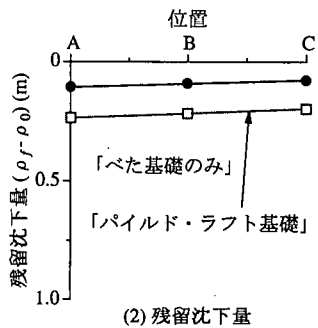
図-19中の点A,B,Cにおける最終沈下量と残留沈下量を図-20に示す。偏荷重が作用する場合でも、荷重条件の違いによらず基礎の役割を簡単に制約条件で表した本論文の計算条件では、「パイルド・ラフト基礎」が「べた基礎のみ」に比べ最終沈下量および残留沈下量を2分の1程度に低減できる。

点Aと点Cにおける沈下量をそれぞれ ρ_A, ρ_C として、その差 $\rho_A - \rho_C$ を不同沈下量と定義する。不同沈下量は図-21のように荷重開始からの時間の経過に伴って変化する。偏荷重が作用する場合、本論文の計算条件では「パイルド・ラフト基礎」が「べた基礎のみ」に比べて4分の1程度まで不同沈下量を低減する効果がある。

図-22に荷重開始時から荷重終了400日後までの比体積変化の分布図を示す。「べた基礎のみ」の場合、上載荷重は地盤浅部に分散されるが、小荷重が作用する右側より大荷重が作用する左側の基礎下部において、比体積が小さくなるので不同沈下が発生する。一方、「パイルド・ラフト基礎」の場合、地盤浅部に比べて比体積変化の小さい地盤深部へ一次元的に上載荷重が伝達されるため、左右の比体積の差異が小さくなって不同沈下量は低減されると考えられる。



(1) 最終沈下量



(2) 残留沈下量

図-20 最終沈下量と残留沈下量

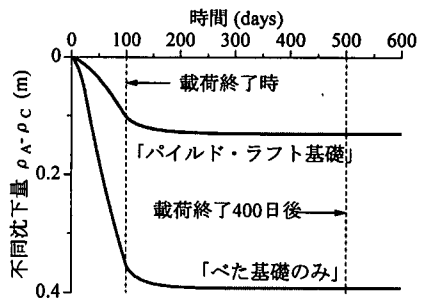
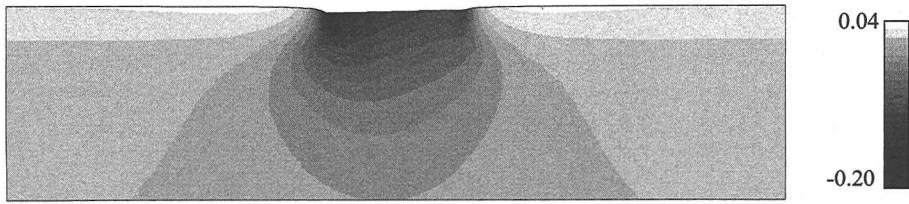
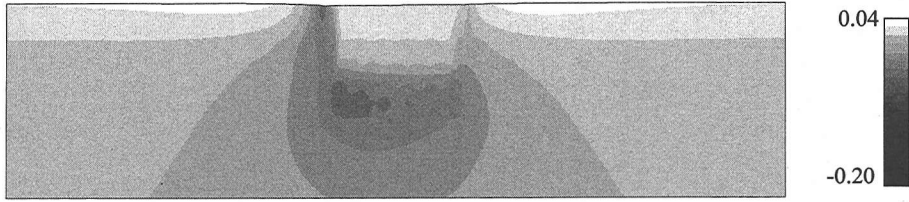


図-21 不同沈下量～時間関係



(1) 「べた基礎のみ」



(2) 「パイルド・ラフト基礎」

図-22 比体積変化分布図（載荷終了400日後）

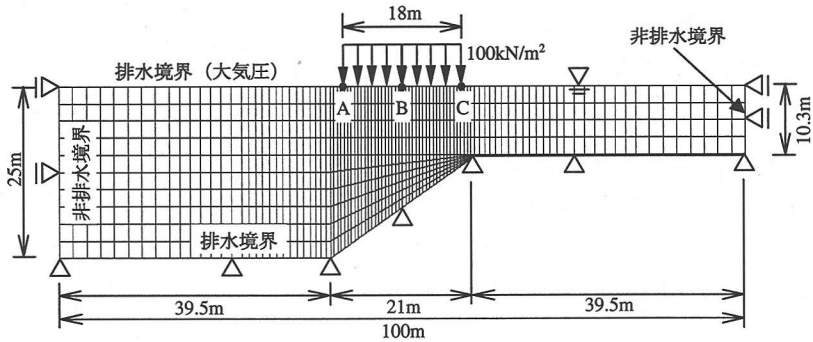


図-23 有限要素メッシュと境界条件

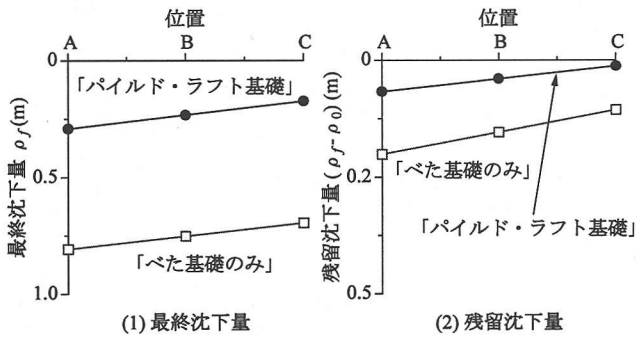


図-24 最終沈下量と残留沈下量

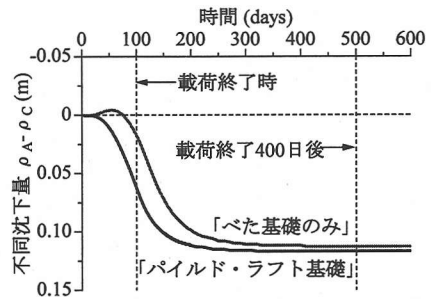


図-25 不同沈下量～時間関係

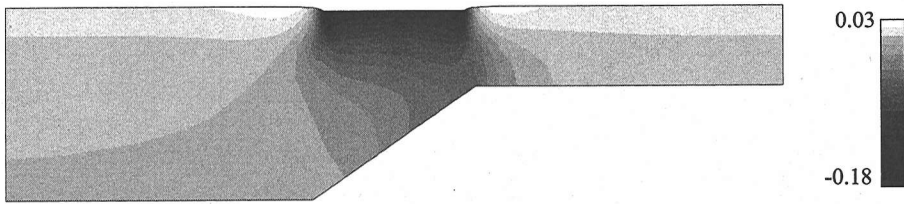
(2) 地盤の基盤部が傾斜している場合

a) 計算条件

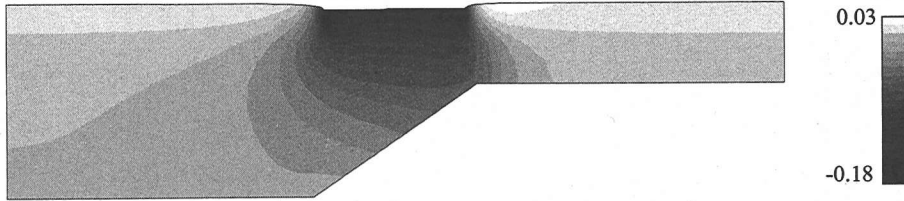
基盤部の傾斜により不同沈下が生じる場合を想定して、図-23に示す有限要素メッシュおよび境界条件を用いて計算を行った。基盤の傾斜角度は約35°である。中央18m部分に載荷速度 $\dot{q}=1.0\text{kN/m}^2/\text{day}$ で100日間載荷する。

b) 不同沈下量の比較

図-23中の点A,B,Cにおける最終沈下量と残留沈下量を図-24に示す。「パイルド・ラフト基礎」は、基盤部が傾斜している場合でも最終沈下量と残留沈下量を低減できる。図-25は、不同沈下量 $(\rho_A - \rho_C)$ が時間の経過に伴って変化する様子を示しているが、パイルド・ラフト基礎の不同沈下量はべた基礎の場合よりも

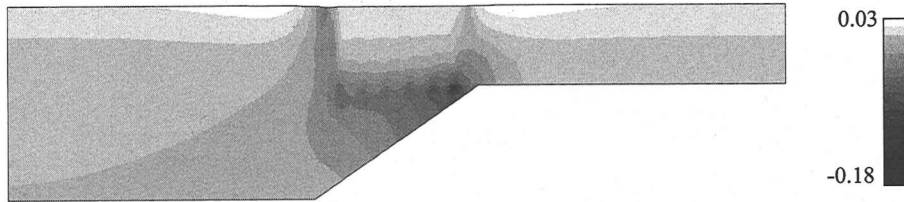


(1) 載荷終了時

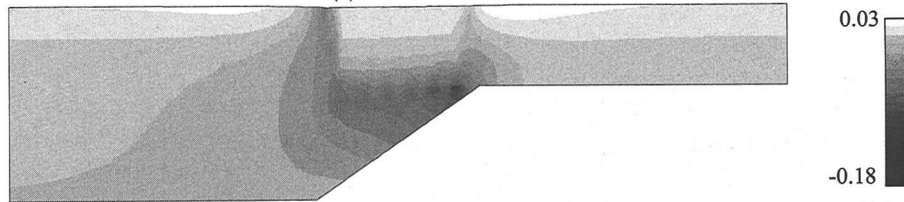


(2) 載荷終了 400 日後

図-26 比体積変化分布図 (「べた基礎のみ」)



(1) 載荷終了時



(2) 載荷終了 400 日後

図-27 比体積変化分布図 (「パイル・ラフト基礎」)

若干大きくなっている。また「べた基礎のみ」の場合、載荷中に地盤の層厚が薄い右側に一旦傾き、その後左側へ傾いている。

図-26、図-27 は、それぞれ「べた基礎のみ」、「パイル・ラフト基礎」についての載荷開始時から (1) 載荷終了時、(2) 載荷終了 400 日後、までの比体積変化の分布図である。「べた基礎のみ」の場合 (図-26)、荷重が地盤浅部で広く分散されて、載荷終了時には右側で比体積が小さくなっているのが、載荷終了 400 日後では左側にも比体積が小さくなっている領域が広がっていく。載荷中に一旦地盤の層厚が薄い右側に一旦傾き、その後左側へ傾くのは、このためと考えられる。「パイル・ラフト基礎」の場合 (図-27)、杭間の地盤を圧縮することなく荷重を一次的に地盤深部へ伝達するため、基盤部が傾斜している場合、杭先端以深の地盤厚

さの差と境界条件がパイル・ラフト基礎の不同沈下量に直接反映されるといえる。このような基礎形式による地盤への荷重伝達機構の違いが不同沈下量の差に現れている。

弾性地盤の変形は、上載荷重が同じでも地盤の形・大きさなどの境界条件の影響を受ける。一方、弾塑性地盤ではある程度以上地盤を大きく取っておけば、変形は地盤の形・大きさに依存しない。このため弾塑性地盤上に設置されたパイル・ラフト基礎は、杭先端から基盤部まで十分な距離がある場合には、最終沈下量、残留沈下量、不同沈下量のいずれも低減できる基礎形式である。しかし、基盤が傾斜していて、杭先端が傾斜した基盤部付近まで達するような境界条件の地盤では、不同沈下量の低減に有効でない場合があることが分かる。

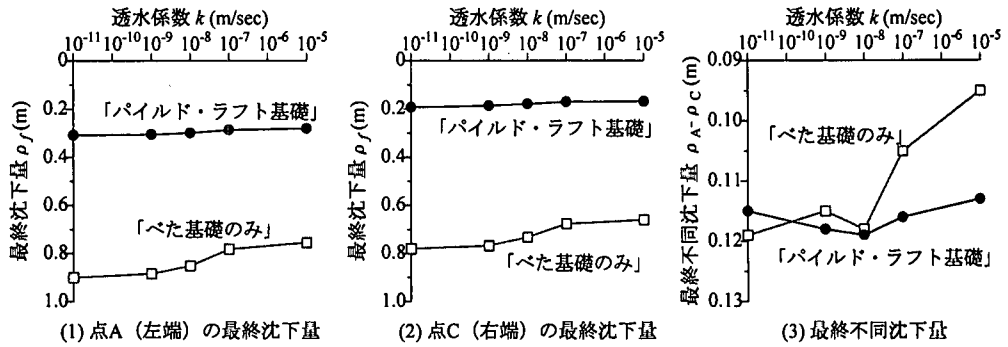


図-28 沈下量と透水係数の関係 (傾斜地盤)

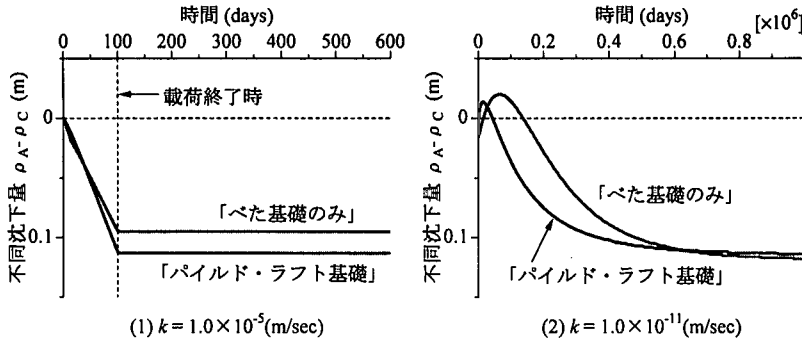


図-29 不同沈下量～時間関係 (透水係数の影響)

c) 透水係数の違いが不同沈下量に及ぼす影響

図-28 は最終沈下量および最終不同沈下量と透水係数の関係を示す。この場合も「パイルド・ラフト基礎」は透水係数に関係なく最終沈下量，不同沈下量はほぼ一定である。図-29 は，透水係数が(1)極めて大きい場合 (10^{-5} m/sec)，(2)極めて小さい場合 (10^{-11} m/sec) について，不同沈下量が時間の経過に伴って変化する様子を示す。図-25 と図-29 より，本論文で示した境界条件では地盤の透水係数によっては基礎部の傾斜とは逆に基礎が傾くこともある。

4. まとめ

本論文では有限変形理論に基づく水～土連成の弾塑性変形解析を用いて，1) パイルド・ラフト基礎，2) 他の基礎形式，が設置された地盤の圧密沈下挙動を比較した。なお本論文では，基礎は土骨格の変形を拘束するものと考え，線形制約条件を土骨格の変形場に導入することによって基礎の役割を表現した。以下に明らかになった点を示す。

等分布荷重が作用する場合，本論文で与えた計算条件下ではパイルド・ラフト基礎は他の基礎形式に比べ，

最終沈下量では5分の2～2分の1程度，残留沈下量で3分の1～2分の1程度まで低減できることが分かった。パイルド・ラフト基礎では杭間地盤を圧縮させることなく杭先端以深の地盤に上載荷重をほぼ一次的に伝達するため，沈下量を大幅に低減できることを明らかにした。

水～土連成場では，上載荷重の載荷速度が一定の場合でも，地盤の透水性の違いによって土の応力履歴が変化する。そこで地盤の透水係数を変化させて沈下挙動を調べた。べた基礎のみや基礎なしの場合は，弾塑性地盤の透水係数の違いによって最終沈下量および残留沈下量は変化する。しかし，本論文で与えた計算条件下においてパイルド・ラフト基礎が設置された場合は，最終沈下量および残留沈下量は地盤の透水係数によらずほぼ同じで，他の基礎形式の場合の2分の1程度に低減できることが分かった。

次に，パイルド・ラフト基礎の不同沈下抑止効果を調べた。水平地盤において偏荷重が基礎に作用する場合，荷重条件によらず基礎の役割を制約条件で表した本論文の計算条件では，パイルド・ラフト基礎の不同沈下量はべた基礎のみの場合に比べて4分の1程度に低減される。しかし，パイルド・ラフト基礎の杭先端が傾斜した基礎部付近まで達するような境界条件の地

盤では、べた基礎のみの場合よりもかえって最終不同沈下量が大きくなる場合があることが分かった。

謝辞：本論文をまとめるにあたり、適切なご意見、ご助言を賜りました名古屋大学大学院工学研究科教授、浅岡頭先生に深く感謝いたします。

付記：本研究の一部は、文部省科学研究費補助金（基盤研究(B)(2) 課題番号 09555150 研究代表者：浅岡頭）の助成を得て行った。

付録 1 変位速度場に制約条件を導入した水～土連成解析

(1) 力のつり合い式

飽和土の任意の領域 v に対して、自重（物体力）を考慮した速度型の力のつり合い式を次式で表す¹⁸⁾。

$$\begin{aligned} & \left(\int_v \operatorname{div} T \, dv \right) + \left(\int_v \rho b \, dv \right) \\ & = \int_v \operatorname{div} \dot{S}_t \, dv + \rho_w \left(\int_v \operatorname{tr} D \, dv \right) b = 0 \quad (\text{A1-1}) \end{aligned}$$

公称応力速度テンソル \dot{S}_t は Yatomi et al.¹⁹⁾ の表記法に従い、次式で定義される。

$$\dot{S}_t = \dot{T} + (\operatorname{tr} D)T - TL^T \quad (\text{A1-2})$$

また、式 (A1-1), (A1-2) で、

- $\rho = n\rho_w + (1-n)\rho_s$: 土の密度
- $n = e/(1+e)$: 間隙率
- e : 間隙比
- ρ_w : 水の密度（均質で時間に対して一定）
- $\rho_s = G_s\rho_w$: 土骨格の密度（均質で時間に対して一定）
- G_s : 土骨格の比重
- b : 重力作用方向に重力加速度の大きさ g を持つベクトル
- T : Cauchy (全) 応力（引張を正）
- L : 土骨格の速度勾配テンソル
(式 (A1-6))
- D : 土骨格のストレッチングテンソル (L の対称成分)

である。また上式中の上付き記号「 \cdot 」は物質時間微分を、記号 T は転置作用素を表す。

(2) 有効応力

全応力を次式のように、有効応力と間隙水圧に分ける。

$$T = T' - uI \quad (\text{A1-3})$$

ここに、 T' は有効応力テンソル（引張を正）、 u は間隙水圧（圧縮を正）、 I は等方テンソルである。

(3) 土骨格の構成式

土骨格の構成式は有効応力速度 \dot{T}' と土骨格のストレッチング D を用いて速度型の D に関する線形則で与える。

$$\dot{T}' = \mathcal{L}[D] \quad (\text{A1-4})$$

ここで、 \dot{T}' は次式に示す Green-Naghdi の有効応力速度²⁰⁾ である。

$$\dot{T}' = \dot{T}' + T'\Omega - \Omega T', \quad \Omega = \dot{R}R^T \quad (\text{A1-5})$$

なお、 R は回転テンソルである。

(4) 適合条件式

ここでは、速度勾配テンソル L の定義を示す。

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{A1-6})$$

ここに、 v は土骨格の変位速度ベクトル、 x は位置ベクトルである。

(5) 水～土連成式

式 (A1-3) により場の未知数が増えるが、次の二式を連立させてこれを補う。

a) 水～土骨格 2 相系の連続条件式

毎時の土骨格の圧縮、膨張量は毎時の土骨格に出入する水の量に等しいとして次式を得る。

$$\left(\int_v dv \right) = \int_v \operatorname{tr} D \, dv = - \int_a v' \cdot n \, da \quad (\text{A1-7})$$

ここに、 v' は平均的な水の流速ベクトルで、 n は境界 da ($a = \partial v$) に立てた外向き法線ベクトルである。

b) ダルシー則

平均的な水の流速ベクトル v' は次式に示すダルシー則に従う。

$$v' = -k \frac{\partial h}{\partial x} = -k \frac{\partial}{\partial x} \left(z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \quad (\text{A1-8})$$

ここに k は透水係数、 h は全水頭、 z は位置水頭、 u/γ_w は圧力水頭、 $\gamma_w (= \rho_w g)$ は水の単位体積重量である。

(6) 境界条件

対象とする物体の境界 ($\Gamma = \partial v$) に対して、2 種類の境界条件が与えられる。

$$\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_t = \Gamma_{q'} + \Gamma_h \quad (\text{A1-9})$$

ここに、 Γ_v は土骨格の変位速度境界、 Γ_t は土骨格の表面力境界、 $\Gamma_{q'}$ は間隙水の流量境界、 Γ_h は水頭に関する境界である。

一般に表面力ベクトル t が与えられたとき、 Γ_t での

境界条件は次式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{s}_t da &= (t da) \\ &= \dot{t} da + \{(\text{tr } D) - n \cdot Dn\} t da \\ &= \dot{S}_t n da \quad \text{on } \Gamma_t \end{aligned} \quad (\text{A1-10})$$

ここに、 \dot{s}_t は公称表面力速度である。

一定の载荷速度 \dot{q} で荷重が作用する部分の境界条件は次のように処理した。現配置での表面力ベクトルを t とすると、Nanson の式より次式を得る。

$$t da = T n da = J T F^{-T} n da = \Pi N dA \quad (\text{A1-11})$$

ここで、

F : 変形勾配テンソル

$J = \det F$

N : 基準配置において境界 dA に立てた単位外向き法線ベクトル

n : 現配置において境界 da に立てた単位外向き法線ベクトル

Π : 第 1 Piola-Kirchhoff 応力テンソル

である。表面力境界 Γ_t での公称表面力速度 \dot{s}_t は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{s}_t da &= (t da) = (\Pi N dA) = \dot{\Pi} N dA \\ &= (\dot{q} I) N dA \quad \text{on } \Gamma_t \end{aligned} \quad (\text{A1-12})$$

ここで、 $\dot{\Pi} = \dot{q} I$ ($\dot{q} = \text{一定}$) として与えた。

また、間隙水の流量境界 $\Gamma_{q'}$ において間隙水の流量 q' は次式で表される。

$$q' = v' \cdot n = -k \frac{\partial h}{\partial x} \cdot n \quad \text{on } \Gamma_{q'} \quad (\text{A1-13})$$

(7) 力のつり合い式の弱形式

式 (A1-1) の第 2 式の局所形を弱形式化した後、有効応力 (式 (A1-3)) と客観性のある応力速度 (式 (A1-5)) を用いると、力のつり合い式の弱形式は次式で表される。

$$\begin{aligned} & \int_v \left\{ T' \cdot \delta D + (\text{tr } D) T \cdot \delta D - T L^T \cdot \delta L \right. \\ & \quad \left. - \rho_w (\text{tr } D) b \cdot \delta v \right\} dv - \int_v \dot{u} (\text{tr } \delta D) dv \\ &= \int_a \dot{s}_t \cdot \delta v da - \int_v (\Omega T' - T' \Omega) \cdot \delta D dv \end{aligned} \quad (\text{A1-14})$$

ここに、 $\delta v, \delta L$ および δD はそれぞれ、仮想的な変位速度、適合条件式を満足する仮想的な速度勾配テンソルおよび仮想的なストレッチングテンソルである。また、 \dot{u} は間隙水圧速度である。

(8) 解くべき連立一次方程式

力のつり合い式の弱形式 (A1-14) に有限要素法を適用すると、次式が得られる。

$$\{\delta v^N\}^T [K\{v^N\} - L^T\{\dot{u}\} - \{f^N\}] = 0 \quad (\text{A1-15})$$

ここに、

$\{v^N\}$: 節点変位速度ベクトル

$\{\delta v^N\}$: 適合条件式を満足する任意のベクトル

K : 土骨格の接線剛性マトリックス

L : 速度場から体積変化速度場に変換するマトリックス

$\{f^N\}$: 節点外力速度ベクトル

ここで、変位速度場に次式で表わされる線形制約条件があると仮定する。

$$C\{v^N\} = \{\alpha\} \quad (\text{A1-16})$$

$\{\alpha\}$ は課せられた制約条件により異なる。式 (A1-16) のみで、 $\{v^N\}$ を決定できないので、 C マトリックスは行の数が列の数より少ない長方形のマトリックスである。このとき、 $\{\delta v^N\}$ は任意ではなく次式を満たす必要がある。

$$C\{\delta v^N\} = \{0\} \quad (\text{A1-17})$$

そこで、Lagrange 未定乗数法を用いると、力のつり合い式に関するものは次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K\{v^N\} - L^T\{\dot{u}\} - \{f^N\} + C^T\{\mu\} &= \{0\} \\ C\{v^N\} &= \{\alpha\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1-18})$$

ここに、 μ は速度の次元を有する Lagrange 未定乗数である。

本論文の有限要素計算では、間隙水圧を各要素中心で代表させる Christian¹⁵⁾・田村¹⁶⁾ の方法を用いたので、水～土連成式は次式のようになる。

$$L\{v^N\} = \sum_{i=1}^4 \alpha_i (h_i - h) \quad (\text{A1-19})$$

水～土連成式 (連続式) を考慮して差分法と θ -法を用いると、水～土連成初期値境界値問題は、与えられた初期条件、境界条件のもとで逐次、

- ① 各節点での変位増分 $\{\Delta u^N\} = \{v^N\} \Delta t$
- ② 各要素の間隙水圧 $\{u\}|_{t+\Delta t}$
- ③ Lagrange 未定乗数の増分 $\{\Delta \mu\} = \{\mu\} \Delta t$

を同時に求める連立一次方程式 (A1-20) になる。

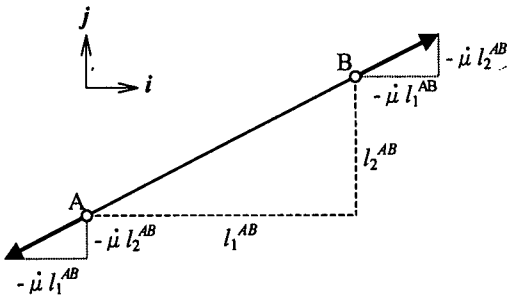


図 A1-1 距離不変条件で働く力

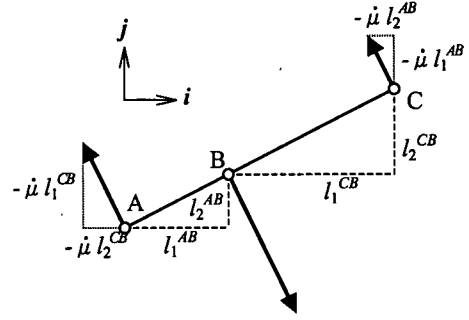


図 A1-2 角度不変条件で働く力

$$\begin{bmatrix} K & -L^T & C^T \\ -L & \theta H & 0 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta u^N\} \\ \{u\}_{t+\Delta t} \\ \{\Delta \mu\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta f\} \\ \{\Delta f_z\} \\ \{\alpha\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} L^T \{u\}_t \\ (1-\theta)H\{u\}_t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (A1-20)$$

ここに、 $\{\Delta f\} = \{f^N\} \Delta t$ である。また、 $\{\Delta f_z\}$ は位置水頭 z に関する項、 H は式 (A1-19) の係数 α_i に Δt を乗じて書き改めたものである。

(9) Lagrange 未定乗数の物理的解釈

変位速度場に制約条件が課された水～土連成問題は、連立一次方程式 (A1-20) を解くことで変位増分、間隙水圧、そして Lagrange 未定乗数の増分が求められる。 $-C^T \{\Delta \mu\}$ は既知の節点外力増分 $\{\Delta f\}$ に重ね合わされるべき付加的な節点外力、すなわち制約条件を満足させるための束縛力が作用していることになる。本論文で用いた平面ひずみ条件の場合、Lagrange 未定乗数の物理的解釈は以下ようになる。ただし、水～土連成計算では Lagrange 未定乗数 $\dot{\mu}$ が速度の次元を有している。

a) 距離不変条件の場合

2点 A, B 点に「距離不変」の条件を課すと、図 A1-1 に示すように「距離不変」にするための力が働く。点 A, B の現配置における位置ベクトルを x^A, x^B とすると、

$$x^A - x^B = l^{AB} = l_1^{AB} i + l_2^{AB} j \quad (A1-21)$$

ここに、 i, j は基底ベクトルである。ベクトル $(x^A - x^B)$ の方向が変わらないとして、

$$\left\| \int_0^t \dot{\mu} (x^A - x^B) dt \right\| = \int_0^t \dot{\mu} \sqrt{(l_1^{AB})^2 + (l_2^{AB})^2} dt \quad (A1-22)$$

が時刻 $t=0 \sim t$ までに部材に作用する軸力を表す。

b) 角度不変条件の場合

簡単のため、図 A1-2 に示すように3点 A, B, C 点がなす角 $\angle ABC = 180^\circ$ の場合を考える。 $\angle ABC$ が k を法線ベクトルに持つ面内で「角度不変」条件が課される

とき、点 A, B, C の現配置における位置ベクトルを x^A, x^B, x^C とすると、式 (A1-21) と同様に、

$$x^C - x^B = l^{CB} = l_1^{CB} i + l_2^{CB} j \quad (A1-23)$$

であるから、

$$\begin{aligned} & \left\| \int_0^t \dot{\mu} (x^A - x^B) \times \{ (x^C - x^B) \times k \} dt \right\| \\ &= \int_0^t \dot{\mu} \sqrt{(l_1^{AB})^2 + (l_2^{AB})^2} \cdot \sqrt{(l_1^{CB})^2 + (l_2^{CB})^2} dt \end{aligned} \quad (A1-24)$$

が回転の効果などを考慮して時刻 $t=0 \sim t$ までに点 B に作用する曲げモーメントを表す。ここに平面ひずみ条件では、

$$k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (A1-25)$$

としている。

参考文献

- 1) 土質工学会：構造物基礎の設計計算演習書，1982。
- 2) 日本建築学会：建築基礎構造設計基準・同解説，1952。
- 3) Poulos, H.G. and Davis, E.H. : Pile foundation analysis and design, John Wiley and Sons, 1980。
- 4) Randolph, M.F. : Design of piled raft foundations, Proc. of the Int. Symp. on Recent Developments in Laboratory and Field Tests and Analysis of Geotechnical Problems, Bangkok, pp.525-523, 1983。
- 5) Poulos, H.G. : An approximate numerical analysis of pile-raft interaction, Int. Jnl. Num. Anal. Meths. In Geomechs., 18, pp.73-92, 1994。
- 6) Hooper, J.A. : Observations on the behaviour of piled-raft foundation on London clay, Proc. Instn. Civil Engrs., 55(2), pp.77-90, 1973。
- 7) 土屋勉, 大塚和夫, 小幡守 : 軟弱地盤における建築構造物の即時沈下および圧密沈下の三次元有限要素法解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No.361, pp.123-131, 1986。
- 8) Randolph, M.F. : Design methods for pile group and piled rafts, Proc. 19th Int. Conf. on SMFE, New Delhi, Vol.5, pp.61-82, 1994。

- 9) Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K. : Displacement/Traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soil, *Soils and Foundations*, Vol.38, No.4, pp.173-181, 1998.
- 10) 浅岡顕, 高稲敏浩 : 各種構造物の実例にみる地盤改良工法の選定と設計—地盤改良と土質力学 (その1), *土と基礎*, vol.47, No.1, Ser.No.492, pp.45-50, 1999.
- 11) Hashiguchi, K. and Ueno, M. : Elasto-plastic constitutive laws of granular materials, Constitutive equations of soils, *Proc. Spec. Session 9 of 9th Int. ICSMFE*, Murayama, S. and Schofield, A.N.(eds.), Tokyo, JSSMFE, pp.73-82, 1977.
- 12) Hashiguchi, K. : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. Plasticity*, Vol.9, pp.217-245, 1989.
- 13) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. : Soil-water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.13-28, 1997.
- 14) 野田利弘, 高稲敏浩, 浅岡顕 : 水～土連成計算による土留めに作用する力の時間依存性挙動の解析, *土木学会論文集*, No.617/III-46, pp.125-138, 1999.
- 15) Christian, J.T. : Undrained stress distribution by numerical method, *Proceeding of ASCE*, Vol.94, SM6, pp.1333-1345, 1968.
- 16) 赤井浩一, 田村武 : 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, *土木学会論文集*, 第269号, pp.95-104, 1978.
- 17) 平山英喜 : 杭基礎の沈下・変形の機構と解析法, 「杭基礎に関する最近の動向」講習会テキスト, 地盤工学会関西支部, 1996.
- 18) Asaoka, A., Noda, T. and Fernando, G.S.K. : Effect of changes in geometry on the linear elastic consolidation deformation, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.29-40, 1997.
- 19) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I. : General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 20) Green, A.E. and Naghdi, P.M. : A general theory of an elastic-plastic continuum, *Arch. Ratl. Mech. Anal.*, Vol.18, pp.251-281, 1965.

(1999.7.5 受付)

SOIL-WATER COUPLED ELASTO-PLASTIC DEFORMATION ANALYSIS OF THE GROUND WITH PILED RAFT

Eiji YAMADA, Toshihiro TAKAINE, Kazunori MIZUNO, Masayuki OHNO and
Toshihiro NODA

In this research the deformation characteristics and load transfer behavior of a piled raft in the elasto-plastic ground are studied using soil-water coupled deformation analysis. The plane strain piled raft is simulated introducing some linear constraint conditions over the velocity field. The piled raft reduces the final settlement significantly. This reduction is due to the load transfer through shear by piles into deeper soil layers which disperses the induced stresses compared with only the raft. The settlement of a piled raft is not affected by the permeability of ground. Further, the piled raft induces homogeneous settlement even with eccentric loading, however, this is not effective for a ground with an inclined bed rock.