

FDSを用いた洪水流の数値モデル

アキレス クマール ジャ¹・秋山 壽一郎²・浦 勝³・重枝 未玲⁴

¹正会員 博士(工学) 九州工業大学助手 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 北九州市戸畠区仙水町1-1)

²正会員 Ph.D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (同上)

³正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (同上)

⁴学生員 工修 九州工業大学大学院 工学研究科博士後期課程 (同上)

本研究は、高精度氾濫シミュレーションモデルの基礎数値モデルとして自由表面流れに固有な河床勾配や摩擦勾配を考慮した流束差分離法(FDS)に基く1次精度モデル(Roe・Harten and Hymenモデル)、2次精度モデル(Lax-Wendroff・Roe・Sewebyモデル)および両モデルを包括した洪水流モデルを新たに提案したものである。既存の実験データや数値実験に基きRoe・Harten and HymenモデルとLax-Wendroff・Roe・Sewebyモデルの収束性、対称性および適用限界についてそれぞれの基本性能を明らかにした上で、信頼性が高いと認められる既存の2次元ダム破壊流れに関する実験結果を用いて本洪水流モデルの予測精度や適用限界などについて定量的に検討を加えた。

Key Words : flood flow, dam break flow, FDS, 2D unsteady model, numerical simulation

1. 序論

ここ数年、わが国をはじめとして世界各地において洪水氾濫による水害が頻発している。最近の異常気象を考えると、今後、集中豪雨などによる大規模な洪水災害が発生する危険性は決して否定できない。特に、わが国では多くの都市部が氾濫の危険性が高い沖積平野に集中しており、そこでの壊滅的な洪水氾濫の発生は決して許されない状況にある。ところが、近年、都市部への人口と資産の集中が益々高まっており、洪水氾濫によるダメージポテンシャルはむしろ増大しているのが実情である。

洪水被害を軽減するためには、堤防等の治水施設の整備と質の向上を図るとともに遊水地あるいは調整池などの流域対策や氾濫流の制御対策などのハード面での対策を講じることが重要である。しかし、そのような対策には自ずと限界があり、洪水氾濫に対する防御範囲は不十分な状態に止まっているのが実状である。そこで、ハード面での対策に加え、これまで以上に信頼性のある水害ハザードマップや効果的な避難体制などのソフト面での危機管理対策を強化することが、かけがえのない人命や貴重な資産の損失を最小限に止めるために必要とされている。そのような危機管理対策の策定に不可欠な手段が

氾濫シミュレーションモデルである。有効な避難計画を立案する上で、氾濫流の到達時間を正確に予測できることが最も重要なことから、氾濫シミュレーションモデルには必然的に高い予測精度が要求される。

氾濫シミュレーションモデルは、通常、浅水流方程式を適切な方法で離散化した平面2次元洪水流モデル（以下、これを洪水流モデルと略称し、氾濫シミュレーションモデルと区別する）に氾濫流に固有な諸条件（道路網や水路網などの社会基盤施設あるいはビル等の建築物などの人工構造物、田畠や森並びに丘陵や窪地などの自然地形など）を取り扱うための様々な工夫を加えることで形作られている。従って、信頼性の高い氾濫シミュレーションモデルを構築するためには、洪水流モデルそのものが高い精度を有していることが強く望まれる。そのためには、基礎方程式である浅水流方程式が双曲型の偏微分方程式であることを踏まえた解法とともに、方程式が保存形でその離散化も保存性であることが要求される。また当然のことながら、洪水流モデルの定量的な検証も不可欠であり、その性能を明らかにするためには、数値計算を実行することが難しい条件、例えばドライベット上のダム破壊流れの理論解や精度の良い実験データに対して行うことが要求される。このような観点から既存の氾濫シミュレーションモデル^{1), 2), 3), 4)}

を見てみると、いずれも氾濫流に固有な諸問題については多くの注意が払われてはいるものの、そのベースとなる洪水流モデルそのものについては必ずしも十分な努力が払われていないようである。

一方、ここ10数年、数値流体力学(CFD)の分野ではオイラー方程式を高解像度で解くことができる様々な高解像度風上解法が開発されている⁹⁾。浅水流方程式もオイラー方程式と同様に双曲型の偏微分方程式であり、双曲型の偏微分方程式の特性を踏まえたこれらの解法を用いることにより、洪水波の複雑な伝ばん方向が適正に評価されるとともに質量と運動量の保存性が保証された洪水流モデルが得られると考えられる。例えば、市街地における氾濫流では建築物まわりで発生する跳水が氾濫現象に大きな影響を与えることが報告されているが²⁾、解法の基本的性能から判断して、高解像度風上解法に基づく洪水流モデルはそのような複雑な流況を再現することができると考えられる。

高解像度風上解法に基づく洪水流モデルとしては、Alcrudo and Garcia-Navarro⁶⁾、Mingham and Causon⁷⁾、Louaked and Hanich⁸⁾などのものがある。しかし、これらのいずれのモデルについても定性的なサンプル問題に対してその性能が検証されているに過ぎず、定量的な予測精度については全く不明である。この定量性という観点から、最近、Fraccarollo and Toro⁹⁾は高解像度風上解法に基づく洪水流モデルを新たに提案するとともに、ドライベッド上の2次元ダム破壊流れの実験を行い、その予測精度について定量的な比較検討を試みている。Fraccarollo and Toro⁹⁾の研究は高解像度風上解法に基づく洪水流モデルを定量的なレベルにまで高める試みとして高く評価できるが、計算結果に明らかな数値振動が見られるなど、数値モデルとして必ずしも適正なものとはなっていないようである。しかし、Fraccarollo and Toro⁹⁾の研究はドライベッド上の2次元ダム破壊流れに関する水深と流速を複数の測点で計測した初めての研究であり、2次元ダム破壊流れの理論解が存在しない以上、その実験データは貴重かつ有益である。

本研究は、以上のような事実を踏まえ、高解像度風上解法に基づく洪水流モデルを構築することを目的とする。まず、高解像度風上解法の一つである流束差分離法(FDS)に基き、線形の1次元方程式に対して提案されたLax-Wendroff⁵⁾、Roe¹⁰⁾、Harten & Hymen¹¹⁾、Sewby¹²⁾のコンセプトや計算手法を用い、浅水流方程式に固有の河床勾配と摩擦勾配を考慮した1次精度モデルであるRoe・Harten and Hymen (RHH)モデルおよび2次精度モデルであるLax-Wendroff・Roe・Sewby (LWRS)モデルを新たに提案する。次に、既存の実験データや数値実験に基き、RHHモデルとLWRSモデルの収束性、対称性およびダム破壊流れへの適用限界について検討を加え、両モ

デルの基本性能を明らかにした上で、RHHモデルとLWRSモデルの長所を踏まえた洪水流モデルを提案する。最後に、Fraccarollo and Toro⁹⁾によって得られたドライベッド上の2次元ダム破壊流れに関する実験結果に本洪水流モデルを適用し、予測精度と適用限界などについて検討を加え、その有用性について定量的に検証する。なお、本論文中のRHHモデルとLWRSモデルの基本は参考文献¹³⁾で示した数値モデルと同じであるが、(1)FDSにおける摩擦勾配および河床勾配の取扱い方法について検討を加えていること、(2)数値実験および実験値との比較を通じて、摩擦勾配および河床勾配について定量的な検討を加えていること、(3)RHHモデルとLWRSモデルの基本性能についてより詳細な検討を加えていること、(4)ダム破壊流れに対するRHHモデルとLWRSモデルの長・短所を定量的に明らかにした上で、両者を包含した洪水流モデルを提案していること、(5)単なるサンプル問題ではなく、Fraccarollo & Toroの2次元ダム破壊流れの実験データ(流速、水深)について定量的な検証を加えていること、などの点において、本研究はこれまでの研究を更に発展させたものとなっている。

2. 数値モデル

(1) 支配方程式

支配方程式は、式(1)の2次元浅水流方程式である。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S}_{1x} + \mathbf{S}_{2x} + \mathbf{S}_{1y} + \mathbf{S}_{2y} = 0 \quad (1)$$

ここに、 \mathbf{U} は未知変数ベクトル、 \mathbf{E} と \mathbf{F} は流束ベクトル、 \mathbf{S}_1 と \mathbf{S}_2 は発生・消滅項を含むベクトルであり、それぞれ式(2)、(3)、(4)、(5)および(6)で与えられる。

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} h \\ uh \\ vh \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} uh \\ u^2 h + 0.5 g h^2 \\ uvh \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} vh \\ uvh \\ v^2 h + 0.5 g h^2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{S}_{1x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -ghS_{0x} \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{S}_{1y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -ghS_{0y} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{S}_{2x} = \begin{pmatrix} 0 \\ ghS_{fx} \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{S}_{2y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ghS_{fy} \end{pmatrix} \quad (6)$$

ここに, h は水深, u と v はそれぞれ x と y 方向の水深平均流速, g は重力加速度, S_{ox} と S_{oy} はそれぞれ x と y 方向の河床勾配, および S_{fx} と S_{fy} はそれぞれ x と y 方向の摩擦勾配である. 流束ベクトル \mathbf{E} と \mathbf{F} は各々のヤコビ行列 \mathbf{A} と \mathbf{B} を通して未知変数ベクトル \mathbf{U} と次のような関係がある.

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}; \quad \mathbf{F} = \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} \quad (7)$$

支配方程式は双曲型の偏微分方程式なので \mathbf{A} と \mathbf{B} は独立な固有ベクトルを持つ. ヤコビ行列 \mathbf{A} と \mathbf{B} は次のように対角化できる.

$$\mathbf{A} = e \mathbf{D}_x e^{-1}; \quad \mathbf{B} = f \mathbf{D}_y f^{-1} \quad (8)$$

ここに, e と f , e^{-1} と f^{-1} はそれぞれ \mathbf{A} と \mathbf{B} の右固有行列, 左固有行列であり, それぞれ次のように与えられる.

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ u+c & 0 & u-c \\ v & c & v \end{pmatrix}; \quad e^{-1} = \frac{1}{2c} \begin{pmatrix} -(u-c) & 1 & 0 \\ -2v & 0 & 2 \\ (u+c) & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ u & u & c \\ v+c & v-c & 0 \end{pmatrix}; \quad f^{-1} = \frac{1}{2c} \begin{pmatrix} -(v-c) & 0 & 1 \\ (v+c) & 0 & -1 \\ -2u & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

ここに, $c = (gh)^{1/2}$ は波速である. \mathbf{D}_x と \mathbf{D}_y は \mathbf{A} と \mathbf{B} の固有値を成分とする対角行列で, \mathbf{A} と \mathbf{B} の固有値 λ と ω はそれぞれ次式のように与えられる.

$$\lambda_{1,3} = u \pm c; \quad \lambda_2 = u \quad (11)$$

$$\omega_{1,2} = v \pm c; \quad \omega_3 = v \quad (12)$$

(2) オペレータ分割法

ここではリーマン問題を解く手段としてRoeの近似リーマン解法, つまり流束差分離法(FDS)を用いる. Roeの近似リーマン解法は1次元問題については理論的に証明されているが, 2次元問題についてはそのような証明がなされているわけではない. そこで, Roeの近似リーマン解法を精度良く効率的に2次元問題に適用するための手段として, ここではオペレータ分割法を用いる. このオペレータ分割法は一般に2次元問題を x と y 方向の1次元問題に分割して処理する方法であり, これによって

2次元問題を1次元の近似リーマン解法として取り扱うことができる. 2次元問題を直接解くことと1次元問題に分割して解くことは一般に一致しないが, 数値計算においては離散化における打ち切り誤差のため, 両者の違いは計算精度の範囲内に収まり, 特に問題は生じない(藤井, 第6章, pp.142)⁹. ここでは, 計算効率を考慮して次のような簡単なオペレータ分割法を用いる. なお, この分割法と一般的な分割法を用いた計算結果には大きな違いは認められなかった.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{S}_{1x} + \mathbf{S}_{2x} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S}_{1y} + \mathbf{S}_{2y} = 0 \quad (14)$$

式(13), (14)より, x と y 方向の($t+1$)時刻の \mathbf{U} が式(15), (16)のように得られ, 結局($t+1$)時刻の \mathbf{U} は式(17)で与えられる.

$$\mathbf{U}_x^{t+1} = \mathbf{U}_{i,j}^t - \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{S}_{1x} + \mathbf{S}_{2x} \right) \quad (15)$$

$$\mathbf{U}_y^{t+1} = \mathbf{U}_{i,j}^t - \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S}_{1y} + \mathbf{S}_{2y} \right) \quad (16)$$

$$\mathbf{U}_{i,j}^{t+1} = 0.5(\mathbf{U}_x^{t+1} + \mathbf{U}_y^{t+1}) - \mathbf{U}_{i,j}^t \quad (17)$$

ここに, i と j および t はそれぞれ空間および時間に関する添え字である. 式(13)と(14)は同様に取り扱うことができるるので, 以下では x 方向の取り扱い方についてのみ述べる.

(3) 近似ヤコビアン

1次元流れに対するRoeの平均と呼ばれる近似リーマン解法は線形分解によるもので, 平均の値は左右の状態の非線形関数として定義される. Roeの平均は式(7)で与えられる流束ベクトルの保存性を保証するものである. Roeの平均に従うと, 速度と波速の平均値は次のようになる.

$$\tilde{u} = \frac{h_R^{1/2} u_R + h_L^{1/2} u_L}{h_R^{1/2} + h_L^{1/2}}; \quad \tilde{v} = \frac{h_R^{1/2} v_R + h_L^{1/2} v_L}{h_R^{1/2} + h_L^{1/2}} \quad (18)$$

$$\tilde{c} = \sqrt{0.5g(h_R + h_L)} \quad (19)$$

ここに, 添え字 L と R は与えられた方向における左右の状態を表わし, \sim はRoeの平均値を用いていることを表わす. また, 近似ヤコビアンは次の諸量を満足する.

$$\Delta \mathbf{U} = \tilde{e} \tilde{\alpha} \quad (20)$$

$$\Delta E = \tilde{A} \Delta U = \tilde{e} \tilde{D}_x \tilde{\alpha} \quad (21)$$

式(21)より、各波の強さを表わす α が次のように得られる。

$$\tilde{\alpha} = \tilde{e}^{-1} \Delta U = \begin{pmatrix} \Delta h/2 + (\Delta(uh) - \tilde{u} \Delta h)/2\tilde{c} \\ (\Delta(vh) - \tilde{v} \Delta h)/c \\ \Delta h/2 - (\Delta(uh) - \tilde{u} \Delta h)/2\tilde{c} \end{pmatrix} \quad (22)$$

ここに、 Δ は次式で定義されるオペレータである。

$$\Delta(\bullet) = (\bullet)_R - (\bullet)_L \quad (23)$$

(4) FDSスキーム

式(14)に対するFDSスキームは次のようにになる。

$$U_{i,j}^{t+1} = U_{i,j}^t - \gamma [N_{i+1/2,j} - N_{i-1/2,j}] \quad (24)$$

ここに、 $\gamma = \Delta t / \Delta x$ であり、 Δt と Δx はそれぞれ時間と空間に関する刻み幅である。以下では、特別に言及しない限り、全ての変数は時刻 t のものとする。 N は数値流束と呼ばれるもので、式(24)のRoeの数値流束を用いることによって、1次精度のスキームを得られる。また、Roeの数値流束は次のようにも表示できる。

$$N_{i+1/2,j}^{Roe} = \frac{1}{2} (E_{i+1,j} + E_{i,j}) - \frac{1}{2} (\tilde{e} |\tilde{D}_x| \tilde{\alpha})_{i+1/2,j} \quad (25)$$

先に定義した近似ヤコビアンは膨張衝撃波やダム破壊流れでは物理的に意味のない解を与える。いわゆるエントロピー条件を満足しないことは良く知られた事実である。そこで、この点を修正するために式(25)中の固有値 D_x の絶対値を次式で定義される関数 Q_z で置き換える¹¹⁾。

$$Q_z = |D_x| ; \text{ if } |D_x| > \delta \\ = \delta ; \text{ otherwise} \quad (26)$$

ここで、 δ は小さな正の値である。この δ 値は経験的あるいは次式に基き決定することができる。

$$\delta_{i+1/2} = \max [0, \lambda(U_{i,j}, U_{i+1,j}) - \lambda(U_{i,j}), \lambda(U_{i+1,j}) - \lambda(U_{i,j}, U_{i+1,j})] \quad (27)$$

ここに、 $\lambda(U_{i,j}, U_{i+1,j})$ はRoeの平均で評価した各諸量を用いて求めた固有値であり、 $\lambda(U_{i,j})$ は格子点 i, j での固有値である。以上のようにして得られた1次精度スキームをRoe・Harten and HymenモデルあるいはRHHモデルと略称する。

式(24)においてLax-Wendroffの数値流束を用いることによって、2次精度のスキームが得られる。近似ヤコビ

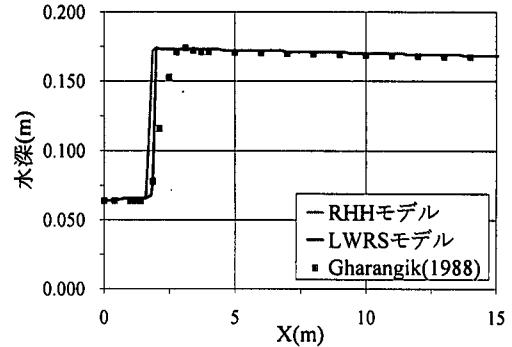


図-1 矩型開水路における定常跳水

アンを用いると、Lax-Wendroffの数値流束は次のように表示できる。

$$N_{i+1/2,j}^{LW} = \frac{1}{2} (E_{i+1,j} + E_{i,j}) - \frac{\gamma}{2} (\tilde{e} \tilde{D}_x^2 \tilde{\alpha})_{i+1/2,j} \quad (28)$$

式(24)は1次精度の数値流束に2次のオーダー項を附加した形で表わすことができ、この2次のオーダー項を適切な流束制限関数で制限することによって、スキームをTVD化することができる。従って、Lax-Wendroffスキームに対するTVD数値流束は次のようになる。

$$N_{i+1/2,j}^{LW} = \frac{1}{2} (E_{i+1,j} + E_{i,j}) - \frac{1}{2} (\tilde{e} |\tilde{D}_x| \tilde{\alpha})_{i+1/2,j} \\ + \frac{1}{2} (\varphi \tilde{e} |\tilde{D}_x| - \gamma \tilde{D}_x^2 \tilde{\alpha})_{i+1/2,j} \quad (29)$$

ここに、 φ は流束制限関数であり、次式のVan Albadaの制限関数¹⁴⁾を用いる。

$$\varphi = \frac{r + r^2}{1 + r^2} \quad (30)$$

r は次式で与えられる。

$$r_{i+1/2,j} = \frac{\alpha_{i+1/2,j} - \text{sign}(\tilde{\lambda}_{i+1/2,j})}{\alpha_{i+1/2,j}} \quad (31)$$

以上のようにして得られた2次精度スキームをLax-Wendroff・Roe・SewebyモデルあるいはLWRSモデルと略称する。

(5) 発生項・消滅項の取り扱い方法

FDSのフレームワークにおいて、消滅項である S_{2x} はマニング公式で簡単に処理できる。しかし、発生項 S_{1x} は独立変数 x に関する微分項であるので、流束ベクトル項 E と同様に風上化する必要がある。そこで、 S_{1x} を次のように表示する。

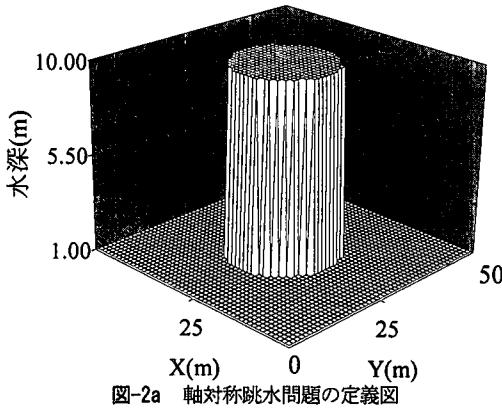


図-2a 軸対称跳水問題の定義図

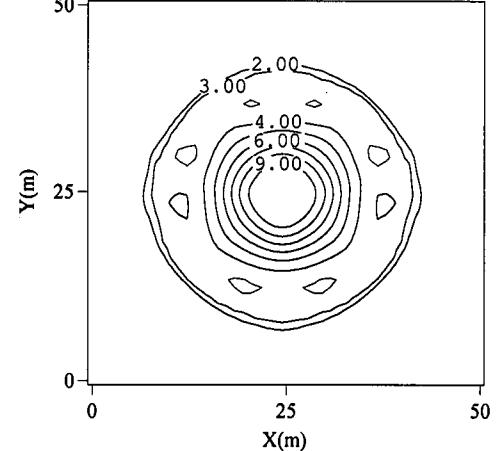
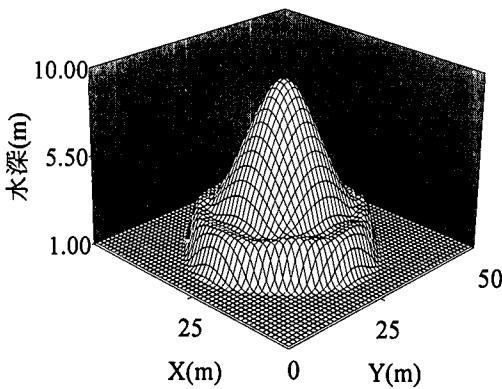
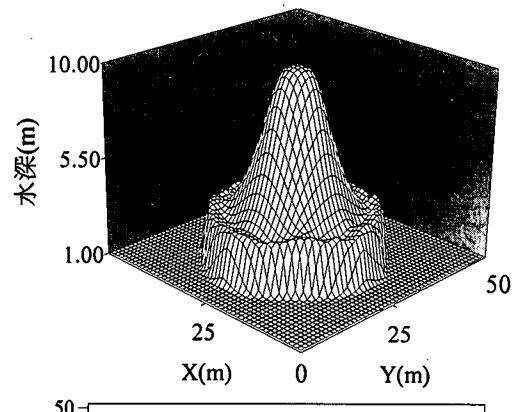


図-2c 軸対称跳水の水深コンター図(LWRSモデル)

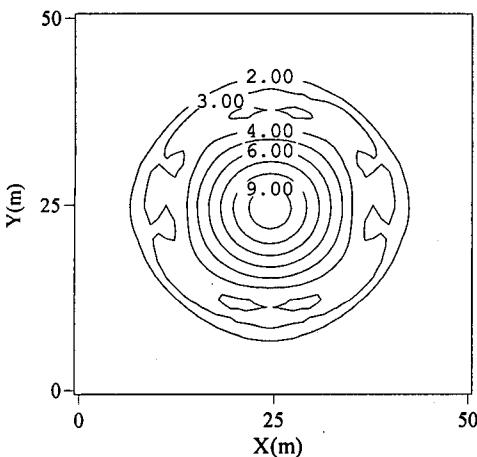


図-2b 軸対称跳水の水深コンター図(RHHモデル)

$$S_{1x} = \frac{(\tilde{e} \tilde{D}_x \tilde{\beta})}{\Delta x} \quad (32)$$

これより、発生項に対応する各波の強さを表わす $\tilde{\beta}$ は次のようになる。

$$\tilde{\beta} = \frac{g \tilde{h} \Delta Z_b}{2 \tilde{c}} \begin{pmatrix} 1/(\tilde{u} + \tilde{c}) \\ 0 \\ -1/(\tilde{u} - \tilde{c}) \end{pmatrix} \quad (33)$$

ここに、 Z_b はある基準面からの河床高さであり、 Δ は式(23)で定義されたオペレータである。

従って、河床勾配がある流れでは次のような項を数値流束に加える必要がある。

$$S_{1i+1/2,j} = -\frac{1}{2} (\tilde{e} |\tilde{D}_x| \tilde{\beta})_{i+1/2,j} + \frac{1}{2} (\tilde{e} \tilde{D}_x \tilde{\beta})_{i+1/2,j} \quad (34)$$

3. RHHモデルとLWRSモデルの基本性能の検討

以下では、RHHモデルとLWRSモデルの基本性能について検討を加える。なお、全てのケースにおいてクーラン数 ($C_r = \max(c + \sqrt{u^2 + v^2}) \Delta t / \min(\Delta x, \Delta y)$) を0.95として計算を行っている。また、両モデルの散逸的、分散的な誤差が極めて小さいことは既に確認されている¹³⁾。

(1) 収束性に関する検討

Gharangik¹⁵⁾によって得られた水平面上の1次元定常跳水に関する実験結果に基き、本2次元モデルの収束性について検討を加える。用いられた水路は粗度係数 n が0.008~0.011の範囲の水平矩型水路で、その長さと幅は

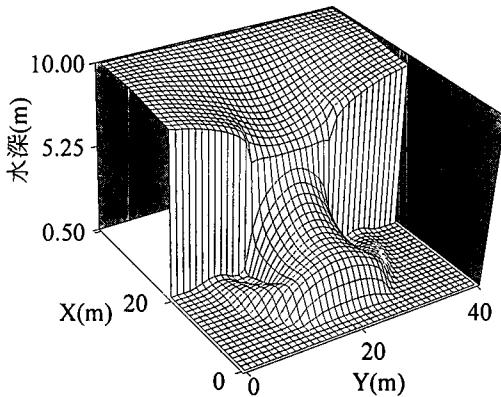


図-3a 部分ダム破壊流れ(RHHモデル)

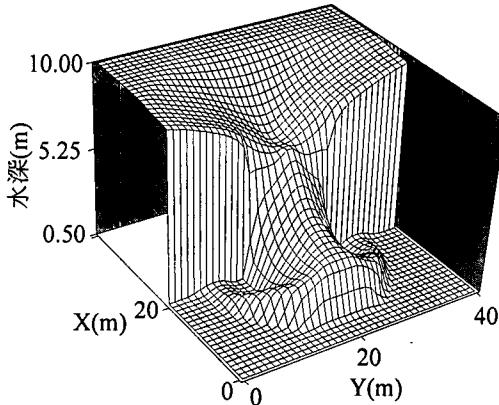


図-3b 部分ダム破壊流れ(LWRMモデル)

それぞれ13.9mと0.45mである。流量は $0.053\text{m}^3/\text{s}$ であり、上・下流における水深と流速はそれぞれ0.064m, 0.17mと1.82m/s, 0.69m/sである。計算で用いた格子間隔は $0.05\text{m} \times 0.05\text{m}$ で、境界条件としては上流端で水深と流速を与え、下流端では仮想的な水位流量曲線を与えた。その結果、粗度係数 $n=0.008$ のときに最善の結果が得られた。計算結果と実験値との比較を図-1に示す。当然のことながら実験値では若干の拡散が見られるが、跳水の発生位置と高さがほぼ正確に再現されており、RHHモデルとLWRMモデルのいずれも収束性が良いことがわかる。また、消滅項である S_2 がマニング公式で良好に表わせることも同時に確認できる。さらに、跳水の発生位置については、LWRMモデルの方が若干優れていることが確認できる。

(2) 対称性に関する検討

ある任意の軸について対称な現象に対して2次元数値モデルを適用した場合、用いられた計算スキームによつては軸対称とはならず片寄りが生じる場合がある。このような非対称な結果を生じるような計算スキームは、洪水

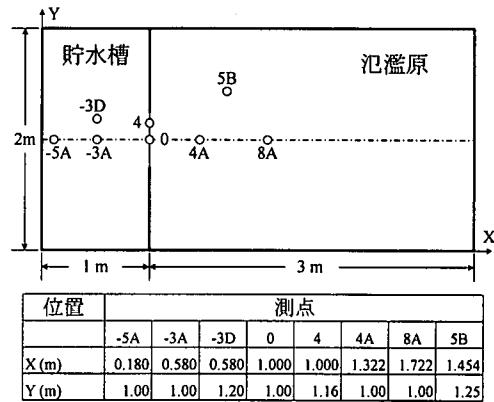


図-4 部分ダム破壊流れの実験水路と側点⁹⁾

波の広がりについて誤った結果を与えることになるので好ましいものではない。そこで、計算結果の対称性をチェックするための有効なサンプル問題として、Mingham and Causon⁷⁾ やAlcrudo and Garcia-Navarro⁸⁾などで検討されているような軸対称跳水の問題がある。軸対称跳水についての理論解や実験結果が存在するわけではないので、跳水の広がりや高さについて定量的に検証することはできないが、その対称性については確実に検証することができる。

初期条件は図-2aに示す通りである。貯水槽の初期水深 h_0 は10mであり、その外部の水深は1mに保たれている。これからも明らかのように直交座標では初期値を軸対称に与えることはできない。このため、図-2bと2cで示す計算開始後 $t = 0.69$ 秒における水深センター図はRHHモデルとLWRMモデルのいずれにおいても厳密には軸対称とはなっていない。しかし、与えられた初期条件に対しては正しい対称性を保っており、本数値モデルの計算結果が対称性を保証するものであることがわかる。また、RHHモデルの方が数値拡散がやや大きいことも認められる。なお、計算格子は $1\text{m} \times 1\text{m}$ であり、粗度係数は $n=0$ としている。

(3) ダム破壊流れへの適用性と適用限界に関する検討

洪水氾濫は水の無いドライベッド状態に近いところへ洪水が広がっていくことが大きな特徴である。従って、そのような状況における数値モデルの基本性能について明らかにしておくことは極めて重要である。そこで、氾濫流としての基本的性質を有するダム破壊流れを例に取り上げ両数値モデルの適用性と適用限界について数値実験に基づき検討する。

200m × 200mの摩擦のない平面の中央で貯水槽と氾濫原に分けられた計算領域のダム中央部分の幅70mにわたって破壊部が設けられた瞬間ダム破壊流れについて検討する。貯水槽内部の初期水深 h_0 は10mであり、氾濫原

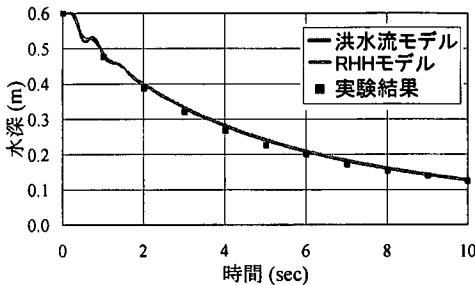


図-5a 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点-5A)

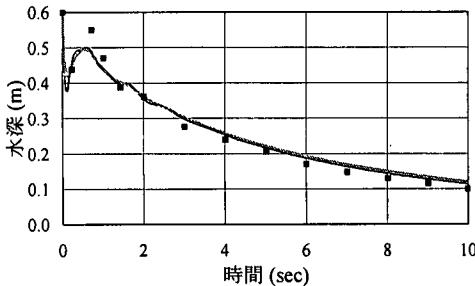


図-5b 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点0)

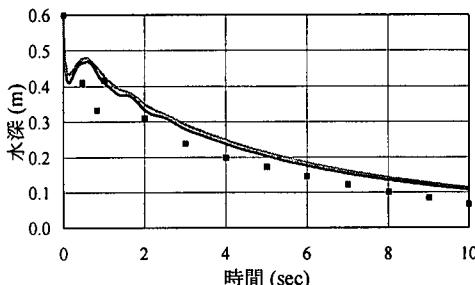


図-5c 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点4)

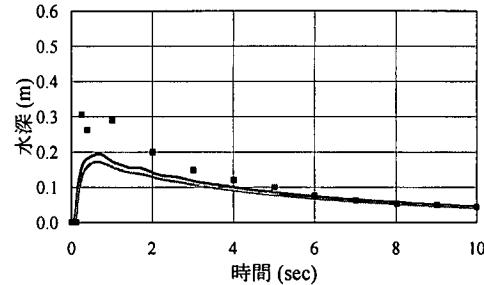


図-5d 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点4A)

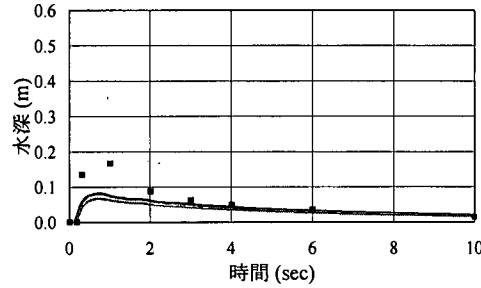


図-5e 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点5B)

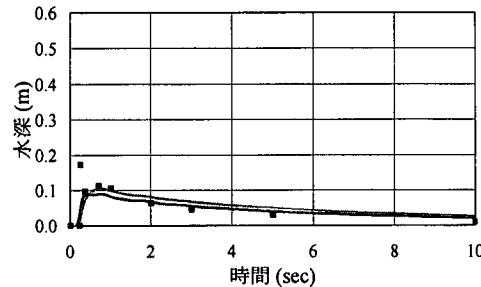


図-5f 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点8A)

の初期水深 h_i は水深比 h_i/h_r が系統的に変化するように与えた。一例として、 $h_i/h_r=0.05$ におけるダム破壊後 $t = 7.0$ 秒でのRHHモデルとLWRSモデルの計算結果を図-3a, bにそれぞれ示す。これより、RHHモデルの計算結果には数値振動が認められず、現象を良く再現しているが、よりシャープな計算結果を有するLWRSモデルの方が解像度が優れていることがわかる。

次に適用限界であるが、RHHモデルでは氾濫原の初期水深をどのように小さくしても計算可能であったが、LWRSモデルでは水深比 h_i/h_r が0.005より小さな場合では計算不能であった。これより、LWRSモデルの計算可能な水深比の下限値は $h_i/h_r=0.005$ であると考えられる。なお、これらの適用限界は1次元ダム破壊流れの結果¹⁶⁾と一致している。また、いずれのモデルにおいても h_i/h_r が小さくなるにつれて横断方向の広がりよりも主流方向の

広がりの方がより大きくなることもわかった。

4. ダム破壊流れに関する実験値との比較検討

2次元部分ダム破壊流れに関するFraccarollo and Toro⁹⁾の実験データを用い、本洪水流モデルの予測精度と適用性について総合的に検証する。実験で用いられた貯水槽(長さ1m、幅2m)と氾濫原(長さ3m、幅2m)および測点は図-4に示す通りであり、測点の名称はFraccarollo and Toro⁹⁾が用いたものを踏襲している。なお、ダムの中央部分の幅0.4mにわたってダム破壊部が設けられている。実験は、水平河床あるいはx方向に7%の勾配を有する河床で行われており、貯水槽の初期水深は水平河床の場合0.6m、7%河床勾配の場合は0.64mに設定されている。一方、氾濫原は水のないドライベッド状態である。従つ

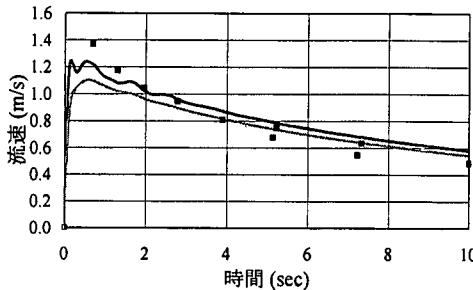


図-6a 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(X方向の流速・測点0)

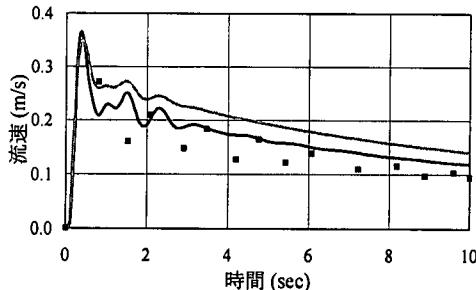


図-6b 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(X方向の流速・測点-3D)

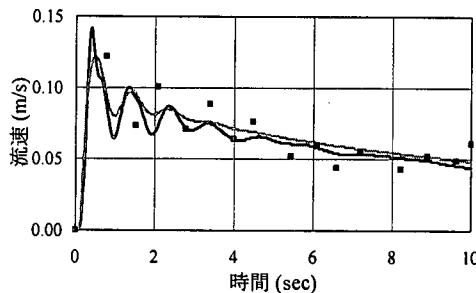


図-6c 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(Y方向の流速・測点-3D)

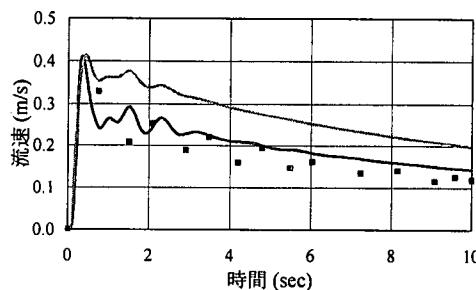


図-6d 河床勾配=0の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(X方向の流速・測点-3A)

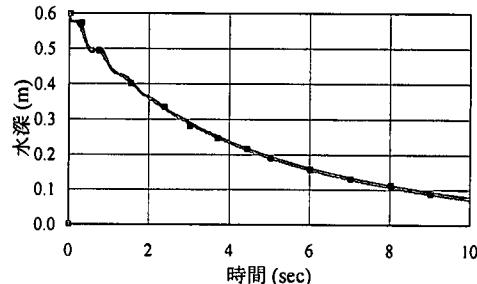


図-7a 河床勾配=7%の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点-5A)

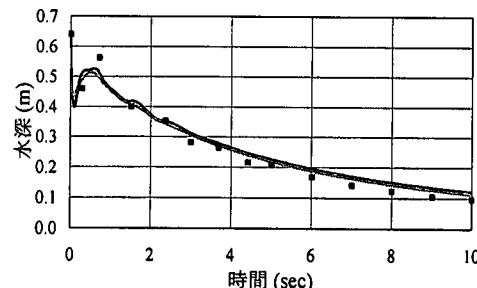


図-7b 河床勾配=7%の実験結果⁹⁾と計算結果の比較(水深・測点0)

照されたい。なお、ここで比較検討では、ダム破壊部の水深は波高計によるもの、それ以外の水深は圧力計によるものを用いている。また、流速は水深方向に測定された点計測データを水深平均したものである。

一般にドライベッド上を進行する洪水流を特別な処理なしに解くことはできない¹⁷⁾。本研究で提案された数値モデルもこの点に関する限り例外ではない。しかし、モデルの適用限界で述べたように水深比 h/h_r によってポテンシャルエネルギーが変化するため、 h/h_r が小さくなるにつれて横断方向の広がりよりも主流方向の広がりの方がより大きくなるという傾向がある。従って、ドライベッド状態にできる限り近づけた条件、つまり、できる限り小さな水深で計算可能であることが、ひいては洪水流の到達時間をより正確に予測する上での重要な要素になる。そこで、計算精度を2次精度に保ちつつドライベッド状態にできる限り近づけるために、上述したモデルの適用限界に関する検討結果に基き、RHHモデルとLWRSモデルの長所を取り入れた混合タイプの洪水流モデルをここに提案する。ここで言う洪水流モデルとは、ドライベッド状態の氾濫原のように水深比 h/h_r が0.005よりも小さい場合の初期水深を極めて小さな値(例えば、 $h_r=0.00001\text{m}$)とし、この水深から0.003mまではRHHモデルで計算し、それ以上ではLWRSモデルで計算を続行するものである。このような処置は、式(25)のRoeの数値流束と式(29)のLax-Wendroffの数値流束を比較すれば明らかのように、Lax-Wendroffの数値流束の2次項=0あるいは≠0とすることにより、RHHモデルあるいはLWRSモデルを自由に選択することができるところから初めて可能となる。

て、水深は圧力計で求められているが、一部の測点では波高計による計測も行われている。流速測定は貯水槽の部分についてのみ、電磁流速計を用いて行われている。実験の詳細についてはFraccarollo and Toro⁹⁾の原論文を参

以下の計算では計算格子は $\Delta x = \Delta y = 0.1m$ としている。なお、粗度係数はFraccarollo and Toro⁹の論文中に示されていないため $n=0$ としている。また、 h_c 以下の水深では流速を0としている。図-5、6および7において、プロットは実験値、濃い実線は洪水流モデル、薄い実線はRHHモデルの計算結果を示す。図-5と6はそれぞれ河床勾配がないときの水深と流速に関する実験値と計算値の比較結果である。いずれの測点においても流速と水深の全体的な傾向が良好に再現されているが、特に図-5から次のようなことがわかる。(1) RHHモデルと洪水流モデルとの結果には著しい差異は認められないが、後者の方が予測精度が高い。(2)測点4Aや5Bでは洪水到達時とその直後の値では計算値と実験値に違いが認められ、ダム破壊部に近い方が差異が大きく、かつ差異が生じる経過時間が長くなる。(3)測点4では実験値と計算値との間に経過時間とは無関係の一貫した差異が認められる。(4)Fraccarollo and Toro⁹の数値モデルのような数値振動は全く見られない。一方、図-6からは次のようなことがわかる。(1)RHHモデルと洪水流モデルとの結果には若干の差異が認められ、後者の方が予測精度が高い。(2)Fraccarollo and Toro⁹の数値モデルのような数値振動は全く見られない。計算結果と実験結果との間に差異が生じる理由としては、ダム破壊部周辺や洪水波の最先端部付近では曲率や鉛直方向の加速度の影響が大きく浅水流方程式そのものの有する限界があること、氾濫原水深を極めて小さくしてもドライベッド状態とは異なることなどが考えられる。

図-7は河床勾配が7%の場合の水深に関する実験値と計算値の比較結果である。測点-5Aでは計算値と実験値はほぼ完全に一致している。このことより、発生項である河床勾配がFDSのフレームワークの中で適正に評価されていることが確認できる。しかし、ダム破壊部である測点0では河床勾配がない場合の測点4と同様の理由により、経過時間とは無関係の一貫した若干の差異が認められる。

最後に底面粗度の影響について検討を加える。底面粗度が2次元ダム破壊流れに対して与える影響について調べた実験結果は、今のところ実在しない。そこで、上述したFraccarollo and Toro⁹の実験結果との比較で用いたものと同じ条件下で、マニングの粗度係数 n を0.0から0.08まで0.02刻みで系統的に変化させた数値実験に基づき、ダム破壊部の中心線に沿った計算開始後0.7sの水面形状について検討を加えたものが図-8である。なお、この比較では摩擦勾配の影響のみを調べるために、氾濫原は水平としている。図-8から明らかのように、 n が大きくなるとフロント速度は減少し、その高さは増加する傾向が認められ、定性的ではあるものの n の変化に対し妥当な反応を示していることがわかる。

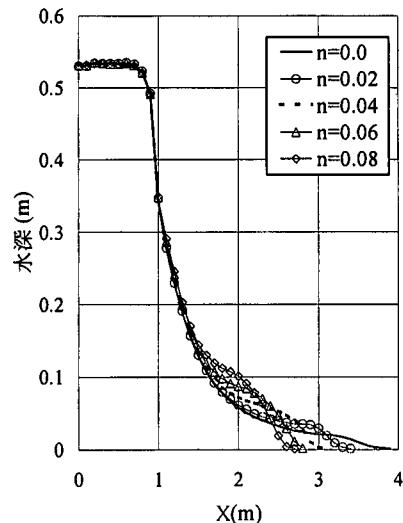


図-8 摩擦勾配の影響

なお、良く知られているように、フロントの水深が極めて小さくなると摩擦勾配が極めて大きくなるため、計算不能となる。当然のことながら n 値が大きくなるほどこの傾向は強い。このような数値計算上の問題は水深がある限界値 h_c よりも小さい場合に摩擦勾配の計算を無視することで処理することができる。因に、数値実験より図-8の $n=0.08$ に対しては $h_c=0.002m$ となる。

5. 結論

本研究では高精度氾濫シミュレーションの基礎となる洪水流モデルとして、自由表面流れに固有の河床勾配と摩擦勾配を考慮したFDSに基く1次精度のRHHモデル、2次精度のLWRSモデルおよび両者を包括した混合タイプの洪水流モデルを新たに提案した。まず、既存の実験データや数値実験に基きRHHモデルとLWRSモデルの収束性、対称性およびダム破壊流れに対する適用限界について検討を加えモデルの基本性能を明らかにした。その上で、RHHモデルと洪水流モデルを数値計算が極めて厳しいとされる瞬間ダム破壊流れに適用し、既存の実験結果との定量的な比較検討を行った。その結果、以下のような結論が得られた。(1)ダム破壊流れに関する検討結果に基づくと、LWRSモデルよりもRHHモデルの方が適用限界の制限が緩いが予測精度も低い。従って、計算の初期段階ではRHHモデルを用いその後はLWRSモデルを用いる本洪水流モデルは両者の長所を取り入れたモデルである。(2)本洪水流モデルは、ドライベッド上のダム破壊流れを良好に再現できる。ただし、曲率や鉛直方向の加速度の影響が大きいダム破壊部周辺や洪水波の最先端部付近では基礎方程式である浅水流方程式そのもの

が有する限界のため正しい結果を与えることはできない。(3)本洪水流モデルは、河床勾配と摩擦勾配を適正に評価できる。(4)以上より、本洪水流モデルは高精度氾濫シミュレーションモデルの基礎モデルとして十分な性能を有していると考えられる。

今後は、本モデルに氾濫流に固有の諸問題を考慮することによって、高精度氾濫シミュレーションモデルの構築を目指す予定である。

謝辞：本研究は、文部省科学技術研究費補助金、基盤研究(B)(2)(代表:秋山壽一郎、課題番号11450190)の援助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 岩佐義郎、井上和也、水鳥雅文：氾濫水の水理の数値解析法、京都大学防災研究所年報、第23号B-2, pp.305-317, 1980.
- 2) 高橋保、中川一：市街地における洪水氾濫水の挙動に関する研究、京都大学防災研究所、第26号B-2, pp.245-259, 1983.
- 3) 末次忠司、栗城稔：改良した氾濫モデルによる氾濫流の再現と防災への応用に関する研究、土木学会論文集、No.593/II-43, pp.41-50, 1998.
- 4) 福岡捷二、川島幹男、横山洋、水口雅教：密集市街地の氾濫シミュレーションモデルの開発と洪水被害軽減対策の研究、土木学会論文集、No.600/II-44, pp.23-36, 1998.
- 5) 例えば、藤井孝蔵：流体力学の数値計算法、東京大学出版会、pp.234, 1994.
- 6) Alcrudo, F. and Garcia-Navarro, P.: A high-resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow-water equations, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, Vol. 16, pp.489-505, 1993.
- 7) Mingham, C.G. and Causon, D.M.: High-resolution finite-volume method for shallow water flows, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.124, No.6, pp.605-614, 1998.
- 8) Louaked, M. and Hanich, L.: TVD scheme for the shallow water equations, *J. Hyd. Res.*, Vol.36, No.3, pp.363-378, 1998
- 9) Fraccarollo, L. and Toro, E.F.: Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems, *J. Hyd. Res.*, Vol.33, No.6, pp.843-864, 1995.
- 10) Roe, P. L.: Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes, *J. Computational Phys.*, Vol. 43, pp.357-372, 1981.
- 11) Harten, A. and Hyman, J.M.: Self-adjusting grid method for one-dimensional hyperbolic conservation laws, *Journal of Computational Physics*, Vol.50, pp.235-269, 1983.
- 12) Sweby, P. K.: High Resolution Schemes using Flux Limiters for Hyperbolic Conservation Laws, *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 21, pp.995-1101, 1984.
- 13) Jha, A. K., Akiyama, J. and Ura, M.: Higher Order FDS Scheme for Rapidly Varied 2-D Flow Simulations, *Annual J. of Hydr. Engrg.*, Vol.43, pp.503-508, 1998.
- 14) Yee, H. C.: A class of high-resolution explicit and implicit shock-capturing methods, Rep., *NASA-TM-101088*, Ames Res. Ctr, Calif, 1989.
- 15) Gharangik, A. M.: Numerical simulation of hydraulic jump, *MS. thesis*, Washington State University, Wash. U.S.A., 1988.
- 16) Jha, A. K., Akiyama J., and Ura, M.: First and second-order flux difference splitting schemes for dam-break problem, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.121, No.12, pp.877-884, 1995.
- 17) Zhao, D. H., Shen, H. W., Tabios III, G. Q., Lai, J. S. and Tan, W. Y.: Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basins, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.120, No.7, pp.863-883, 1994.

(1999. 1. 28 受付)

NUMERICAL MODEL BASED ON FDS FOR 2D FLOOD FLOWS

Akhilesh Kumar JHA, Juichiro AKIYAMA, Masaru URA and Mirei SHIGEEDA

Numerical models based on Flux Difference Splitting(FDS) with the Roe numerical flux and with the Lax-Wendroff numerical flux for 2D flood flows are developed. From verification against existing experimental data for hydraulic jump and through numerical experiments on such typical sample problems as a circular jump and dam-break flow, it is found that the latter is superior to the former in accuracy, whereas the former to the latter in limitation for applicability in severe condition. Based on these findings, a flood model, that takes the advantage of these two models, is proposed and verified against existing experimental data of 2D flood wave due to partial dam-break on dry bed.