

地下構造推定に用いる2点間および3点間 空間自己相関法に関する理論的検討

紺野克昭

正会員 工博 芝浦工業大学講師 土木工学科 (〒108-8548 東京都港区芝浦 3-9-14)

微動のアレイ観測記録から表面波の位相速度を求める方法のひとつとして空間自己相関法がある。一般に、この方法を適用するためには、センサーを円の中心とこの円周上に等間隔に設置したアレイ観測を行う必要がある。本論文では、この円形アレイ観測における空間自己相関法の原理をセンサー間のコヒーレンスを用いて説明し、センサーの個数と位相速度の推定誤差の関係を明らかにしている。また、実測がより簡単な2点および3点アレイ観測の記録を空間自己相関法へ適用した場合の位相速度の推定誤差を検討している。その結果、3点アレイ観測でも比較的精度よく位相速度を求めることができることを理論的に示している。また、2点アレイ観測に関して、新たに位相速度を推定する手順を提案している。

Key Words: microtremor, array observation, spatial auto-correlation method, Rayleigh wave, phase velocity

1. はじめに

地震前の被害想定や地震後の被害要因分析を行うために、地盤特性を精度よく推定することが要求される。地盤特性は地盤のS波速度構造から解析的に求めることができる¹⁾。地盤のS波速度構造を推定する方法には、微動のアレイ観測に基づく方法、人工地震、PS検層、反射法などがある。中でも、微動のアレイ観測に基づく方法は、コスト面で他の方法より有利である。この方法は、微動に含まれている表面波の位相速度を推定し、この観測位相速度を説明するS波速度構造を求めるという方法(逆解析)である²⁾。表面波にはラブ波とレイリー波があり、両者とも微動からそれぞれの位相速度の抽出が試みられている^{3), 4)}。ラブ波の位相速度を求める場合、微動の水平動からレイリー波の水平成分の影響を分離・除去する必要がある。実際には、この分離・除去は容易ではないため、微動からラブ波の位相速度を精度よく抽出することは一般に困難である。一方、微動の上下動には主にレイリー波の上下成分が卓越しているため、その位相速度の抽出は比較的容易である。また、波長35~40mのレイリー波の位相速度は、表層30mの地盤の平均S波速度(V_{s30})とほぼ等しいという関係があることが指摘されている⁵⁾。この V_{s30} と地震波の増幅倍率とはよい相関がある

ことが報告されている⁶⁾。このように、レイリー波の位相速度は、地下構造の逆解析だけでなく、増幅倍率の簡便な推定にも利用することができるため、微動からレイリー波の位相速度を推定することは非常に有用なことである。

微動記録からレイリー波の位相速度を推定する方法として、空間自己相関(SPAC)法⁷⁾と周波数-波数(F-K)法^{8), 9)}などがある。周波数-波数法は基本的にセンサーを自由に配置することができるが、センサーの数は8個以上が望ましいとされている¹⁰⁾。一方、空間自己相関法は円周上とこの円の中心にセンサーを設置する必要があるが、比較的少ないセンサーでも適用できる¹⁰⁾。このように両者には一長一短があるが、一般には、推定精度がよいとされる周波数-波数法の方が多用されている¹¹⁾。しかし、空間自己相関法は、観測や位相速度の推定理論も簡単であるので、より広く利用されることが望まれる。そこで、本論文では、センサー間のコヒーレンスを用いて空間自己相関法の原理の説明を行い、この原理を基に位相速度の推定精度について検討している。

一般に行われているセンサーを4個用いた3角形アレイ観測でも観測場所の確保は、困難である場合が多い。そこで、センサー数が2個あるいは3個で行ったアレイ観測の微動記録を空間自己相関法に適用することを考えた。このような少数のセンサーを

用いたアレイ観測では、観測場所の確保が容易になることの他に観測する際の作業人員や作業労力の低減も期待される。Morikawa et al.¹²⁾もこのような観点から、2個のセンサーを用いたアレイ観測により位相速度を求める 2 sites spatial auto-correlation (2sSPAC)法を提案している。この方法はセンサー間の方向を変えたアレイ観測を数回繰り返して行うことにより、複数のセンサーを用いたアレイ観測と同様の結果を得ようとするものである。ただし、以下、本論文において検討する2個のセンサーを用いたアレイ観測では、1回のみのアレイ観測としていることに注意する必要がある。なお、2個および3個のセンサーを用いたアレイ観測の微動記録に対して空間自己相関法を適用した場合、特にこれらを2点間空間自己相関法および3点間空間自己相関法と呼ぶことにする。これらの2点あるいは3点アレイ観測であれば、道路の歩道部分を利用して行うことができ、観測場所の確保は非常に容易となる。地域防災やサイスマック・マイクロゾーネーションを考えた場合、地盤特性の推定方法には、推定精度の他に、推定地点の間隔を短くできることや適用の容易さも要求される。2点や3点アレイ観測では、その位相速度の推定精度や信頼性は低下すると考えられるが、上述の空間的に高密度な推定や簡便性は満足することができる。したがって、この場合、2点あるいは3点アレイ観測において、どの程度の推定誤差が存在するかを事前に認知しておくことが重要となる。本論文では、2点間および3点間空間自己相関法から求まる位相速度の推定誤差について明確にすることも試みている。さらに、アレイ観測の最小構成である2点アレイ観測において、位相速度を求める推定手順を新たに提案している。

2. 空間自己相関(SPAC)法について

ここでは、空間自己相関法から位相速度が推定される原理をセンサー間のコヒーレンスを用いて説明する。次に、センサーの個数と位相速度の推定誤差について議論する。

(1) 空間自己相関法の原理

空間自己相関法はいくつかの仮定に基づいている。まず、観測現場付近の地下構造を水平成層と仮定する。また、微動の上下動成分には基本モードレイリー波が卓越していると仮定する。これらの仮定が成り立つ場合、波数 k は周波数 ω の一価関数

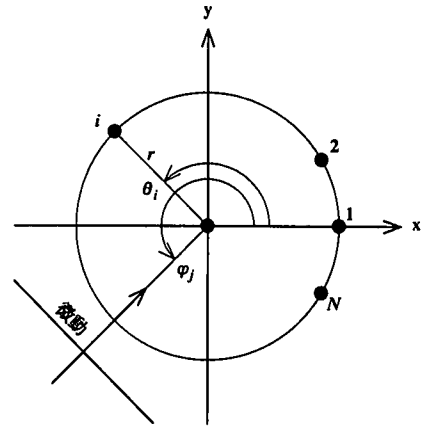


図-1 アレイ観測と微動の到来方向 (●印はセンサー)

$k = k(\omega)$ と見なせる。次に、これら微動の振動源は定常的であり、観測場への到来波は四方八方からの平面波と見なせると仮定する。以上の場合、微動は空間・時間的に定常となり、微動記録のスペクトル解析により2点間の定常的なコヒーレンスが得られる。

はじめに、図-1に示すように半径 r の円周上に N 個とこの円の中心に1個の計 $N+1$ 個の上下成分のセンサーを微動の観測現場に設置する。円の中心を原点とし、各センサーの位置を位置ベクトル \bar{x}_i で表す。微動が上記で仮定したように空間・時間的に定常であれば、周波数 ω における原点とセンサー i とのコヒーレンス $coh_i(r, \omega)$ は、次のように表される¹³⁾。

$$coh_i(r, \omega) = \frac{\sum_{j=1}^M P_j(\omega) \exp\{\sqrt{-1} \bar{k}_j(\omega) \cdot \bar{x}_i\}}{\sum_{j=1}^M P_j(\omega)} \quad (1)$$

ここで、 $P_j(\omega)$ 、 $\bar{k}_j(\omega)$ はそれぞれ微動のパワースペクトル振幅、波数ベクトルであり、 M は微動の到来方向の個数である。波数ベクトルは、極座標を用いて $\bar{k}_j(\omega) = (k \cos \varphi_j(\omega), k \sin \varphi_j(\omega))$ と表せる。ここで、 $\varphi_j(\omega)$ は微動の到来方向を示しており、図-1の x 軸から半時計回りを正の向きとする。また、センサー i の位置ベクトルも極座標を用いて $\bar{x}_i = (r \cos \theta_i, r \sin \theta_i)$ で表せる。ここで、波数ベクトルと位置ベクトルについて極座標を用いると式(1)は次のようになる。

$$\begin{aligned} & coh_i(r, \omega) \\ &= \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \exp\{\sqrt{-1}kr \cos(\theta_i - \varphi_j(\omega))\} / \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \quad (2) \end{aligned}$$

したがって、図-1のアレイ観測では、 N 個のコヒーレンスが求まり、これらの平均値 $\overline{coh}(r, \omega)$ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} & \overline{coh}(r, \omega) \\ &= \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^M P_j(\omega) \exp\{\sqrt{-1}kr \cos(\theta_i - \varphi_j(\omega))\} / \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \right] / N \\ &= \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \left[\sum_{i=1}^N \exp\{\sqrt{-1}kr \cos(\theta_i - \varphi_j(\omega))\} / N \right] / \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、 $\overline{coh}(r, \omega)$ の実部、虚部を書き出すと、

$$\begin{aligned} & \text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)] \\ &= \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \left[\sum_{i=1}^N \cos\{kr \cos(\theta_i - \varphi_j(\omega))\} / N \right] / \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Im}[\overline{coh}(r, \omega)] \\ &= \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \left[\sum_{i=1}^N \sin\{kr \cos(\theta_i - \varphi_j(\omega))\} / N \right] / \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \quad (5) \end{aligned}$$

となる。なお、空間自己相関法では $\overline{coh}(r, \omega)$ の虚部は使われていないが、微動が等方的であれば式(5)から分かるように $\text{Im}[\overline{coh}(r, \omega)]$ は 0 となる。したがって、 $\text{Im}[\overline{coh}(r, \omega)]$ は微動の等方性を判定する指標となる可能性があることを指摘しておく。なお、等方的とは、到来方向 $\varphi_j(\omega)$ が区間 $[0, 2\pi]$ で一様に分布し、パワースペクトル振幅 $P_j(\omega)$ が到来方向に依らずにほぼ一定であることと定義する。

次に、引数を kr とした第 1 種 0 次のベッセル関数 $J_0(kr)$ を級数表示したものを示す。

$$J_0(kr) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \cos(kr \cos \theta_i) / N \quad (6)$$

ただし、 θ_i は区間 $[0, 2\pi]$ で一様分布しているとする。これは、センサーを無限に設置することに対応する。この場合、式(4)の[]内は $J_0(kr)$ となりパワースペクトル振幅の方位分布に依らず $\text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)] = J_0(kr)$

となる。したがって、 $\text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)]$ をアレイ微動観測記録から求め、次にベッセル関数の逆演算から引数 kr を求め、最後に位相速度 $c(\omega)$ が $c(\omega) = \omega/k$ より求まる。これが、空間自己相関法の原理である。実際は、 N が比較的小さい場合でも、 $\text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)] \approx J_0(kr)$ となることを次節で示す。更に、このときの位相速度の推定誤差について検討する。なお、本論文では、以下、簡単化のため $\text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)]$ を単にコヒーレンスと呼ぶこともある。

(2) 空間自己相関法の位相速度の推定誤差

はじめに、式(4)の[]内を次式のように置く。

$$\sum_{i=1}^N \cos\{kr \cos(\theta_i - \varphi_j)\} / N = J_0(kr) + \varepsilon_N(kr, \varphi_j) \quad (7)$$

ここで、 $\varepsilon_N(kr, \varphi_j)$ はセンサーの配置、波数 k 、微動の到来方向 φ_j により決まる関数で、

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \varepsilon_N(kr, \varphi_j) = 0 \quad (8)$$

である。次に、式(7)を式(4)に代入して整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)] \\ &= J_0(kr) + \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \varepsilon_N(kr, \varphi_j) / \sum_{j=1}^M P_j(\omega) \quad (9) \end{aligned}$$

$P_j(\omega) \geq 0$ であるので、式(9)より、 $\text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)]$ のとり得る範囲は、微動の到来方向やパワースペクトル振幅に関わらず次の通りである。

$$\begin{aligned} & J_0(kr) + \min[\varepsilon_N(kr, \varphi)] \leq \text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)] \\ & \leq J_0(kr) + \max[\varepsilon_N(kr, \varphi)] \quad (10) \end{aligned}$$

ここで、 $\min[\varepsilon_N(kr, \varphi)]$ 、 $\max[\varepsilon_N(kr, \varphi)]$ は、 $0 \leq \varphi < 2\pi$ における $\varepsilon_N(kr, \varphi)$ の最小値、最大値である。したがって、式(7)、(10)から次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & \min \left[\sum_{i=1}^N \cos\{kr \cos(\theta_i - \varphi)\} / N \right] \leq \text{Re}[\overline{coh}(r, \omega)] \\ & \leq \max \left[\sum_{i=1}^N \cos\{kr \cos(\theta_i - \varphi)\} / N \right] \quad (11) \end{aligned}$$

式(11)は周波数が ω 、波数が k の空間・時間的に定

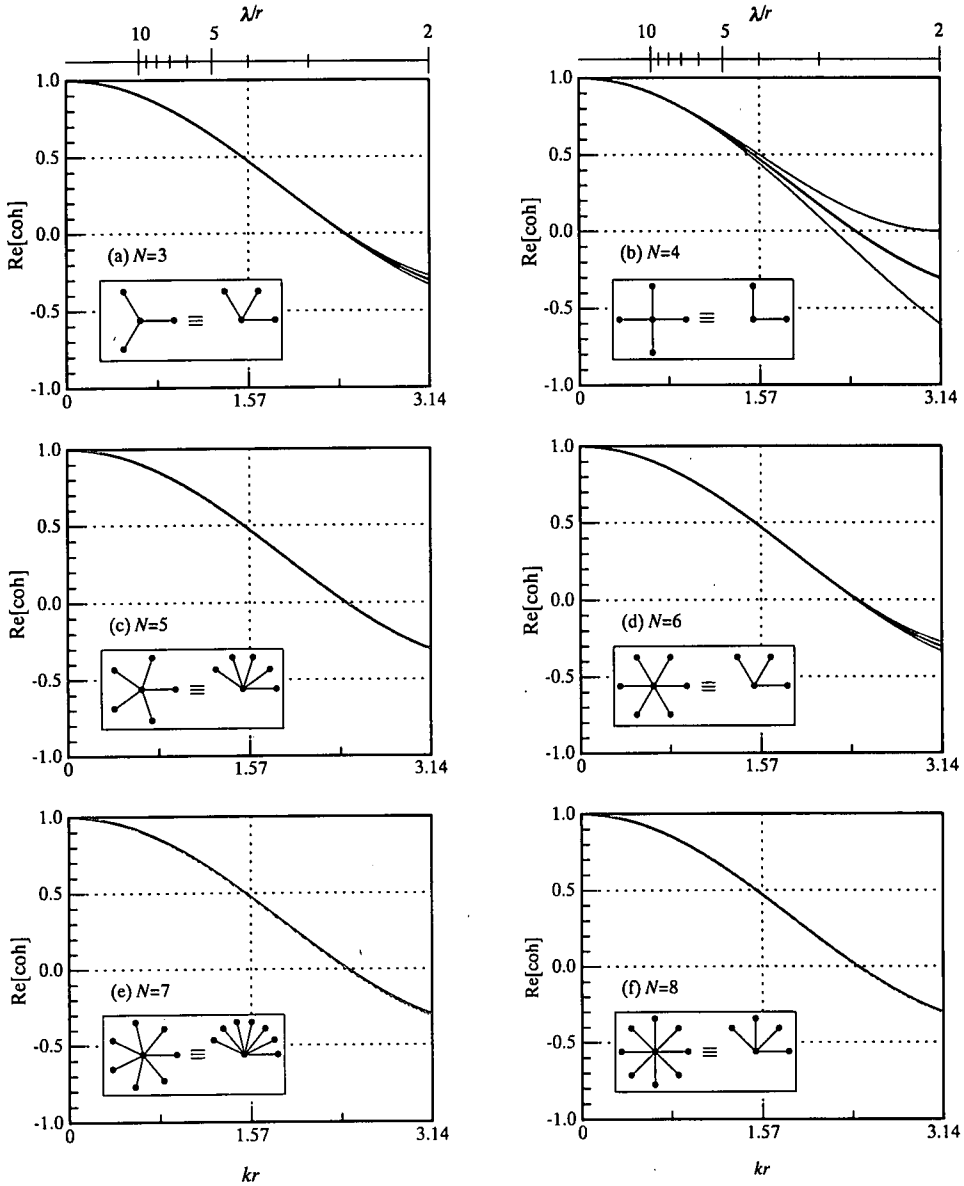


図-2 $N=3\sim 8$ のときの $\overline{\text{Re[coh]}}$ の変動幅およびセンサーを円周上に等間隔に設置したアレイ観測（左側）とこれと等価なアレイ観測（右側）

常な波動場において合計 $N+1$ 個のセンサーで円形アレイ観測を行った場合、コヒーレンス $\overline{\text{Re[coh]}(r, \omega)}$ は式(11)の変動幅を持って算出されることを示している。以下では $N=3\sim 8$ のときの位相速度の推定誤差について考える。ただし、センサーは円周上に等間隔に置くものとする。

図-2(a)~(f)に $N=3\sim 8$ のときの変動幅の上限と下限を表す $\min \left[\sum_{i=1}^N \cos\{kr \cos(\theta_i - \varphi)\} / N \right] \sim kr$ 曲線（細

線）、 $\max \left[\sum_{i=1}^N \cos\{kr \cos(\theta_i - \varphi)\} / N \right] \sim kr$ 曲線（細線）と $J_0(kr) \sim kr$ 曲線（太線）を示す。なお、アレイ直径 $2r$ より短い波長については、空間エイリアシングが発生する¹⁴⁾ので、 kr が区間 $[0, \pi]$ についてのみ考えている。空間自己相関法の実測面からの適用範囲は、おおよそ $2 \leq \lambda/r \leq 10$ であることが報告¹⁴⁾されている。そこで、適用範囲を併せて考えやすいように、図の上に波長とアレイ半径の比 λ/r の目盛も表示してある。図-2を見ると $N=4$ で最も変動幅が大き

いことが分かる。例えば、 $kr = \pi/6$ では、微動の到来方向やパワースペクトル振幅に関わらず、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)] = J_0(kr)$ となるのに対し、 $kr = 2\pi/3$ では $0.090 \leq \text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)] \leq 0.25$ となり、 kr が大きくなるにつれて変動幅が大きくなり、分解能が悪くなっていることが分かる。一方、 $N=5, 7, 8$ では3本の線は一致しており、変動幅は見られないことが分かる。また、 $N=3$ と $N=6$ とでそれぞれ同じ変動幅を持つことが分かる。また、 N が奇数の方が変動幅は小さい傾向にあることが分かる。以下、これらの理由について考える。

センサー数 N が偶数で、かつ、センサーを円周上に等間隔に設置した場合 ($\theta_i = \frac{2\pi}{N}(i-1), i=1 \sim N$),

$$\begin{aligned} \theta_{i+N/2} &= \theta_i + \pi \\ (i &= 1 \sim N/2) \end{aligned} \quad (12)$$

となるので、式(2)から分かるようにコヒーレンスには、以下の関係が成り立つ。

$$\text{coh}_i(r, \omega) = \text{coh}_{i+N/2}^*(r, \omega) \quad (13)$$

ただし、 $\text{coh}_{i+N/2}^*(r, \omega)$ は $\text{coh}_{i+N/2}(r, \omega)$ の複素共役である。したがって、空間自己相関法ではコヒーレンスの実部しか使わないので、 N が偶数の場合は $N/2$ 個のセンサーを半円の円周上に等間隔に設置した場合 ($\theta_i = \frac{2\pi}{N}(i-1), i=1 \sim N/2$)と同じ変動幅を持つことになる。一方、同様の考えから N が奇数の場合は半円の円周上に N 個のセンサーを等間隔に設置した場合 ($\theta_i = \frac{\pi}{N}(i-1), i=1 \sim N$)と同じ変動幅を持つことになる。図-2(a)~(f)の中には、以上の考えに基づいた等価なアレイ形状(右側)が示してある。これより、 $N=3$ と $N=6$ は等価なアレイ観測であり、このことから同じ変動幅を持つことが分かる。また、 N が偶数の場合、実質的なセンサー数は半減してしまうことが分かる。したがって、 N は奇数の方が効率が高いと言える。

以上より、必ずしもセンサー数が多いほど推定精度が上がるとは言えないことが分かる。また、微動が空間・時間的に定常であれば、その到来方向、パワーに依らず、センサー数 $N=5, 7, 8$ で正確に位相速

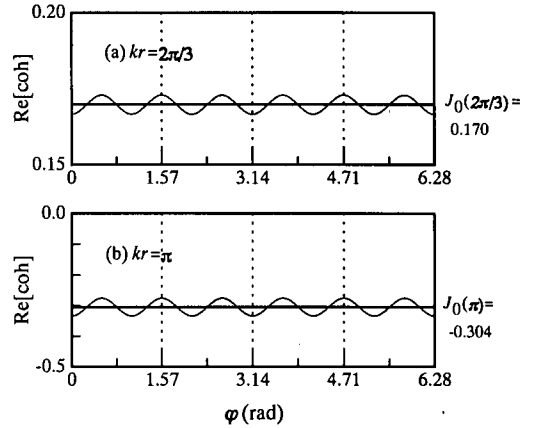


図-3 $N=3$ のときの $J_0(kr) + \varepsilon_N(kr, \varphi)$ と φ の関係

度が求められることが分かる。しかし、もともと空間自己相関法はセンサー数が少ないときに用いられる方法であり、 $N=5$ を望めない場合も多いと思われる。一般には $N=3$ が通常用いられているようであるが、図-2(a)から分かるように $N=3$ でも比較的精度よく位相速度が求められることが予想できる。そこで、以下では、 $N=3$ のときの位相速度の推定誤差について検討する。

位相速度の推定誤差がどのようにして発生するかを考えるため $N=3$ ($\theta_1 = 0, \theta_2 = 2\pi/3, \theta_3 = 4\pi/3$)のときの $kr = 2\pi/3, \pi$ における $J_0(kr) + \varepsilon_N(kr, \varphi)$ と φ の関係を図-3に示す。式(9)からも分かるように、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ は、 φ 方向から到来する微動のパワースペクトル振幅と $J_0(kr) + \varepsilon_N(kr, \varphi)$ を乗じた値の総和をパワースペクトル振幅の総和で除した値である。したがって、微動が等方的に到来している場合、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ は図-3に示した各曲線の平均値となり、ベッセル関数の値と等しくなることが分かる。しかし、実際の微動が等方的である保証はなく、ある程度、到来方向に偏りがあると考えられる。つまり、図-3は偏りがあるときの $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ を表している。

次に、図-2(a)と同様の図を、範囲を変えて図-4に示す。例えば、ある観測現場において $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)] = -0.2$ が得られたとする。空間自己相関法では、 $J_0(kr) = -0.2$ とする kr ($< \pi$)を求め、位相速度 c^{SPAC} を求める。これらを式で表現すると次のようになる。

$$c^{SPAC} = \frac{\omega r}{J_0^{-1}(\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)])} \quad (14)$$

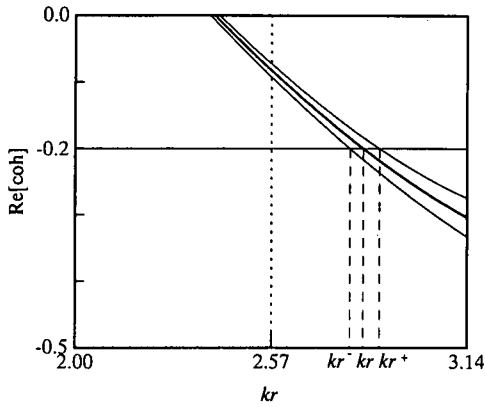


図-4 $N=3$ のときの位相速度の推定誤差について

しかし、上述の通り、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ は式(11)の変動幅をもって算出される。つまり、図中の区間 $[kr^-, kr^+]$ での波動場においても、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)] = -0.2$ が得られる。したがって、空間自己相関法では、式(14)より位相速度を求めているが、実際には、位相速度は区間 $[c^-, c^+]$ の不確定幅を持つ。ここで、 c^-, c^+ は、

$$c^- = \frac{\omega r}{kr^+} \quad (15a)$$

$$c^+ = \frac{\omega r}{kr^-} \quad (15b)$$

である。ここで、空間自己相関法から得られる位相速度 c^{SPAC} と位相速度の不確定幅の関係を見るため、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ と c^-/c^{SPAC} 、 c^+/c^{SPAC} の関係を図-5 に示す。 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)] = -0.28$ のとき $c^-/c^{SPAC} = 0.97$ 、 $c^+/c^{SPAC} = 1.02$ である。したがって、 $N=3$ での位相速度の推定誤差は理論的には非常に小さいことが分かる。

以上より、微動の到来方向に偏りがある場合でも、 $N=3$ のアレイ観測で比較的精度よく位相速度が求められることが分かる。次章では、同様な議論を $N=1, 2$ の場合に適用し、その適用性について検討する。

3. 2点間および3点間空間自己相関法について

$N=3$ のアレイ観測でも、観測場所を確保することは比較的困難な場合が多い。しかし、2点 ($N=1$) および3点 ($N=2$) のアレイ観測であれば、道路の

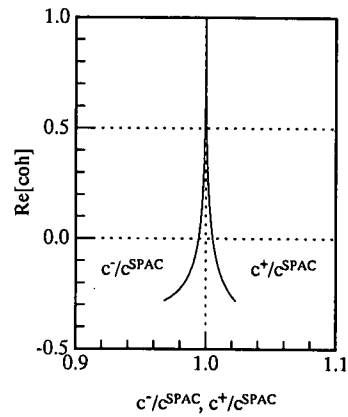


図-5 $N=3$ のときの $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ と c^-/c^{SPAC} 、 c^+/c^{SPAC} の関係

歩道部分を利用することにより、容易にアレイ観測を行うことができる。そこで、2章と同様に $N=1$ および2のときの位相速度の推定誤差を議論し、その適用性について検討する。

(1) 2点間空間自己相関法について

はじめに、 $N=1$ のときの空間自己相関法の位相速度の推定誤差を考える。 $\theta_1 = 0$ とすると式(11)は、次のようになる。

$$\cos(kr) \leq \text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)] \leq 1 \quad (16)$$

$N=1$ の場合、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ の下限値は $\cos(kr)$ であり、上限値は kr に依らず 1 である。式(16)の関係を図-6 に示す。したがって、2点間空間自己相関法による位相速度 c の推定誤差は、

$$c^- = \frac{\omega r}{\pi} \leq c \leq c^+ = \frac{\omega r}{\cos^{-1}(\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)])} \quad (17)$$

となる。ただし、 $kr^+ = \pi$ とした。図-5 と同様に、 $N=1$ での $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ と c^-/c^{SPAC} 、 c^+/c^{SPAC} の関係を図-7 に示す。同図から、 $N=1$ の場合、位相速度の推定誤差が大きいことが分かる。ただし、微動が等方的に到来する場合には、式(4)、(6)から分かるように、空間自己相関法は正確な位相速度を算出する。しかし、微動が等方的に到来している保証はない。そこで、本論文では2点のアレイ微動観測から求める各振動数でのコヒーレンスの最小値 $\min[\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]]$ を $\cos(kr)$ とおき、以下の式から位相速度 c^{mSPAC} を求める方法を提案する。

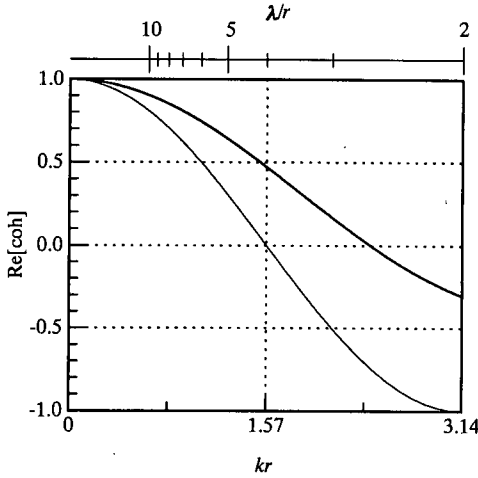


図-6 $N=1$ のときの $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ の変動幅

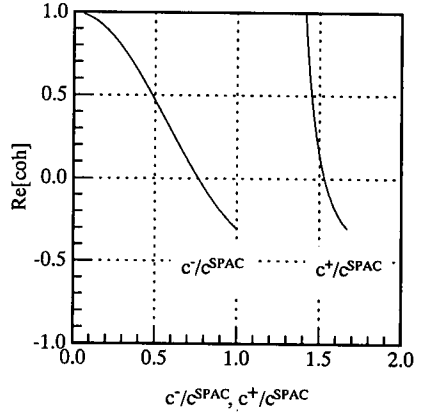


図-7 $N=1$ のときの $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ と c^-/c^{SPAC} , c^+/c^{SPAC} の関係

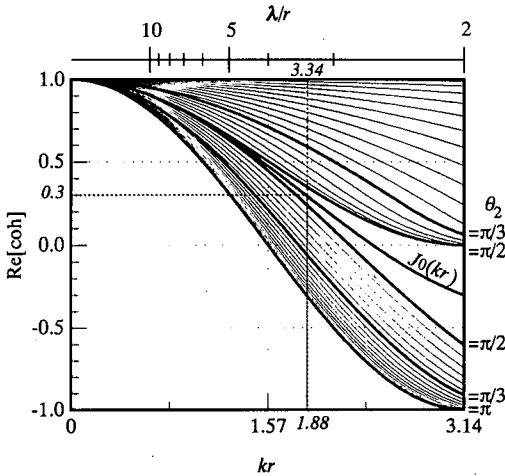


図-8 $N=2$ のときの $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ の変動幅

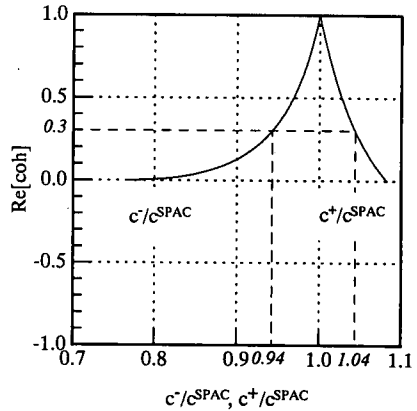


図-9 $N=2$ のときの $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ と c^-/c^{SPAC} , c^+/c^{SPAC} の関係

$$c^{mSPAC} = \omega r / \cos^{-1}(\min[\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)])] \quad (18)$$

この方法は、アレイ微動記録の中に、コヒーレンスが最小となる方向、つまり、式(4)から分かるように2点のセンサーを結ぶ方向から卓越した微動が到来している区間があることを期待している。なお、センサー間の方向がこの到来方向と直行している場合、コヒーレンスはほぼ1となる。仮にL字形の3点アレイ観測が行われていれば $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)] = (\cos(kr) + 1)/2$ となり、図-6からも分かるように、この $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ はベッセル関数 $J_0(kr)$ に近づいている。より多くのセンサーを用い

たアレイ観測でも、同様な仕組みで $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ はベッセル関数 $J_0(kr)$ に近づいている。

本論文で提案した2点間空間自己相関法は前述した2sSPAC法と、使用するセンサーの個数に関しては同じであるが、本提案方法では2点間のアレイ観測は一回のみであることに注意する必要がある。なお、微動が空間・時間的に定常であれば、2sSPAC法でのアレイ観測の繰り返し回数 N は円周上に N 個のセンサーを配置した同時アレイ観測と $\text{Re}[\overline{\text{coh}}(r, \omega)]$ を求めることに関して同等である。

以上、2点間空間自己相関法は、観測の労力が非常に少ないという利点がある反面、現時点では、位

相速度の推定誤差が大きいという欠点もある。また、今回提案した式(18)の方法も、センサー間の方向から卓越した微動が到来することを仮定している。今後は、微動の等方性を判定する手法や微動の到来方向を推定する方法を開発することによって、2点間空間自己相関法による位相速度の推定精度や信頼性を向上させる必要がある。

(2) 3点間空間自己相関法について

ここでは、道路のT字路や十字路を利用したL字形のアレイ観測を想定する。したがって、2つのセンサーを中心のセンサーと直交するように設置する。 $N=2$ ($\theta_1=0, \theta_2=\pi/2$) のときの式(11)から求まる $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ の変動幅を図-8に示す。なお、同図には $\theta_1=0$ とし、 θ_2 を0から π まで $\pi/36$ ($=5^\circ$) 刻みで変えたときのそれぞれの変動幅も上書きしてある。同図より、センサー間が直交 ($\theta_2=\pi/2$) しているときに変動幅が最も小さくなっていることが分かる。しかし、 $\theta_2=\pi/3$ の場合は円周上のセンサー間の距離がアレイ半径と等しくなるため、円周上のセンサー間のコヒーレンスも利用することができる。この場合、正三角形のアレイ観測は、図-2(a)に示してあるアレイ観測と等価になり、図-8に示してある変動幅は、図-2(a)に示してある $N=3$ のときの変動幅へと改善される。したがって、3個のセンサーを用いたアレイ観測においては、精度の面では正三角形のアレイ観測が最も理想的であると言える。しかし、特に街中で正三角形のアレイ観測場所を確保することは困難である場合が多い。したがって、以下では最も実施しやすいと考えられるL字形のアレイ観測について考える。

図-7と同様に、 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ と c^-/c^{SPAC} 、 c^+/c^{SPAC} の関係を図-9に示す。図-9から $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]=0.3$ のときで、約 $\pm 5\%$ の幅で位相速度の推定誤差があることが分かる。また、図-8から $\lambda/r \approx 3.4$ で $J_0(kr)=0.3$ となるので、アレイ半径の3.4倍以上の波長をもつレイリー波の位相速度では、約 $\pm 5\%$ 以内の誤差で位相速度の推定可能である。L字形アレイ観測は、道路のT字路や十字路を利用して、容易に行うことができるので、3点間空間自己相関法の実用面での妥当性が検証されれば、この利用価値は大きいと考えられる。

以上、3点間空間自己相関法では、その適用する波長範囲に注意すれば、比較的精度良く位相速度を推定することが可能と言える。

4. 結論

本論文では、微動に含まれるレイリー波から位相速度を推定する方法である空間自己相関法の理論的説明をセンサー間のコヒーレンスを用いて行っている。また、この説明を基に、アレイ観測のセンサーの配置によって決まる空間自己相関法の誤差を理論的に明らかにしている。また、地域防災やサイスミック・ゾーネーションへの応用を念頭に、2点および3点アレイ観測の空間自己相関法への適用性についても検討を行っている。本研究で得られた結論を列挙すると以下の通りである。

- 1) 空間自己相関法から求まる位相速度の推定誤差は、必ずしもセンサー数が多ければ小さくなるとは限らない。例えば、 $N=4$ よりも $N=3$ のアレイ観測の方が位相速度の推定誤差は小さい。
- 2) 微動の到来方向に偏りがあっても、 $N=3$ のアレイ観測において比較的高い精度で位相速度が推定できる。
- 3) 2点のアレイ観測記録 ($N=1$) を用いた2点間空間自己相関法の場合、位相速度の推定誤差は大きい。そこで、2点間のコヒーレンスの実部 $\text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ が $\cos(kr) \leq \text{Re}[\overline{\text{coh}}]$ の関係にあることを利用した位相速度の推定方法を式(18)のように提案した。ただし、この方法はセンサーを結ぶ方向から卓越した微動が到来しているという仮定の基に適用されていることに注意する必要がある。
- 4) L字形のアレイ観測で得られた記録 ($N=2$) を用いた3点間空間自己相関法の場合、アレイ半径の3.4倍以上の波長をもつレイリー波の位相速度は、約 $\pm 5\%$ 以内の誤差で位相速度の推定が可能である。

今後は、実測から得られる微動のアレイ観測記録を2点間および3点間空間自己相関法に適用し、実用面での検証を行う予定である。

参考文献

- 1) 日本建築学会：Earthquake motion and ground conditions, 丸善, 596pp., 1993.
- 2) Horike, M.: Inversion of phase velocity of long-period microtremors to the S-wave-velocity structure down to the basement in urbanized areas, J. Phys. Earth., 33, 59-96, 1985.
- 3) 松島健, 岡田広: 微動探査法(2)—長周期微動に含まれるラブ波を識別する試み—, 物理探査学会第82回学術講演論文集, pp.5-8, 1990.

- 4) 時松孝次, 新井洋, 酒井潤也: 短周期微動に含まれる表面波の性質と地盤構造の関係, 日本建築学会構造系論文集, No.472, pp.47-55, 1995.
- 5) 紺野克昭, 片岡俊一: レイリー波の位相速度から地盤の平均 S 波速度を直接推定する方法の提案, 土木学会論文集, No. 647/ I -51, pp. 415-427, 2000.
- 6) 翠川三郎, 松岡昌志, 作川孝一: 1987 年千葉県東方沖地震の最大加速度・最大速度にみられる地盤特性の評価, 日本建築学会構造系論文集, No.442, pp.71-78, 1992.
- 7) Aki, K. : Space and time spectra of stationary stochastic wave, with special reference to microtremors, Bulletin, Earthquake Research Institute, Vol.35, pp.415-456, 1957.
- 8) Capon, J. : High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, Proceedings, IEEE, 57(8), pp.1408-1418, 1969.
- 9) Lacoss, R.T., Kelly, E.J., and Toksoz, M.N. : Estimation of seismic noise structure using arrays, Geophysics, Vol.34, No.1, pp.21-38, 1969.
- 10) 松岡達郎, 梅沢夏実, 巻島秀男: 地下構造推定のための空間自己相関法の適用性に関する検討, 物理探査, Vol.49, No.1, pp.26-41, 1996.
- 11) 岡田広, 松島健, 日高英治: 長周期微動に含まれる表面波の位相速度推定法について—空間自己相関法と周波数-波数法の比較—, 北海道大学地球物理学研究報告, No.49, pp.53-62, 1987.
- 12) Morikawa, H., Sawada, S., Toki, K., Akamatsu, J., Nakajima, D., and Miyakoshi, K. : Estimation of Phase Velocities from Microseisms Observed at Two Sites, Earthquake Geotechnical Engineering, A.A.Balkema, pp.119-124, 1999.
- 13) 堀家正則: 微動の位相速度及び伝達関数の推定, 地震 2, 第 33 巻, pp.425-442, 1980.
- 14) 宮腰研: 微動探査による表面波位相速度推定の基礎的研究, 北海道大学学位論文, 1995.

(1999. 10. 22 受付)

THEORETICAL STUDY ON THE SPATIAL AUTO-CORRELATION METHOD FOR ESTIMATION OF UNDERGROUND STRUCTURE USING MICROTREMOR

Katsuaki KONNO

There is the spatial auto-correlation method (SPACM) for estimation of the phase velocity of surface wave using the array observation of microtremors. It needs to install the seismometers on the circle and at the center. In this paper, a relation between the number of the seismometers and an error in the estimation is made clear. Furthermore, the theoretical applicability of SPACM using two or three seismometers is investigated. As a result, it is found that we can estimate the phase velocity of surface waves having wavelength of more than 3.4 times of the array's radius when three seismometers are arranged at vertices of a right triangle. However, when SPACM are applied to array observation using two seismometers, there is a possibility that the estimation includes a large error. Therefore, a new procedure is proposed to improve the estimation.