

底面からの浮力溶出によって傾斜面上に発生するブルームの実験と解析

道奥康治¹・松下研一²・高橋俊之³

¹正会員 工博 神戸大学助教授 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

²正会員 修(工) (株)大阪ガス (〒541-0046 大阪市中央区平野町 4-1-2)

³正会員 修(工) (株)復建調査設計 (〒732-0052 広島市東区光町 2-10-11)

富栄養化した湖沼・貯水池においては、底泥から各種の物質が嫌氣的に溶出し、比重の大きな高濃度層が底泥堆積層上に形成される。底面が傾斜している場合にはブルームによって、高濃度の栄養塩や有機物が水域の深部へ輸送され集積する。本研究では、このような「溶出ブルーム」を実験モデルによって再現し、流速・浮力の分布、流程方向の発達特性が検討された。また、流れの自己相似性を仮定して溶出ブルームの理論解を得た。理論に基づいて実験値を規準化した結果、流速・浮力分布の相似性が確認されるとともに、ブルームの流程方向の発達過程が理論的に説明された。これより、嫌氣的溶出によって発生するブルームの水質輸送量の評価が可能となった。

Key Words: *inclined plume, self-similarity, conductive boundary layer, reduction of bed materials, density current, buoyancy flux from bed*

1. 序論

(1) 研究の背景と目的

水域が富栄養化すると、有機物の沈降・分解によって溶存酸素が減少する。底層水が極度に貧酸素化した環境では、堆積した底泥から栄養塩や金属など各種の物質が嫌氣的に溶出する。溶出成分は水中の塩分や水の比重を増加させる。

図-1のように湖盆の傾斜面に堆積した底泥から比重の大きな塩分が溶出すると、底面に沿うブルームが発生し、栄養塩など水質成分を深部へ輸送する。この密度流は底面に沿った非常に薄い境界層流で、その輸送量を現地で直接検出することは非常に困難である。

一方、著者らが水質観測を実施している富栄養貯水池では、非常に高濃度の底層水が冬季にも循環せず、しかも中層水より高温の逆転水温成層が形成されていることが確認された¹⁾。底層に熱源はなく、鉛直一次的な熱・水質輸送だけではこの特異な熱塩成層の形成を説明することはできない。そこで、著者らは底泥からの塩分溶出によって発達するブルーム(本論では以後「溶出ブルーム」と称する)を図-1のように仮定して熱塩循環機構を考察した。こ

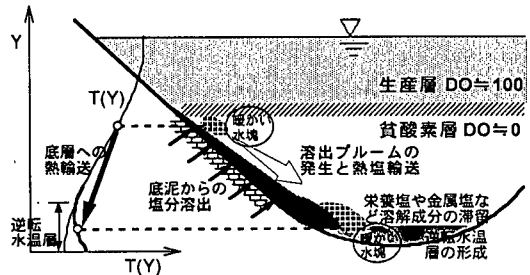


図-1 富栄養貯水池の湖盆に沿って発生する傾斜ブルームと熱塩循環

のモデルによれば、①暖かい浅水部から底層への熱塩輸送によって高濃度で暖かい底層が形成される、②[塩分の鉛直一次的な溶出]と[溶出ブルームによる深水部への水質移流]の相乗効果によって、塩分が底層内で高濃度に集積し冬季にも大循環が生じないほど安定になる、など一連の熱塩現象を説明することができる。

熱・物質の底層への集積は貯水池の富栄養化現象に支配的な役割を果たしており、上記のような熱塩循環による水質輸送を定量的に評価することが水質予測においては重要である。本研究は、溶出ブルームの水力特性を明らかにし、水質輸送量を評価することを目的とする。

(2) 研究手法

前述のように、貯水池において溶出ブルームを抽出することは非常に困難である。本研究では、システムを単純化して、一様な浮力フラックスが傾斜底面に供給されて発生する二次元溶出ブルームを対象として実験と理論解析を実施する。実験装置の規模と解析の簡便性を考慮して、定常な層流ブルームを対象とする。貯水池では底質と水質の変化に応じて溶出ブルームが発生するので、流れの非定常性が重要になるとは考えられない。また、乱流である可能性があるが、渦動拡散係数の取り扱いなどによって層流の知見を応用できるので、層流ブルームの議論は現象の本質を損ねるものではない。

底面から一様に濃度を供給することは実験技術的に困難であるため、一定の熱フラックス供給によって発生するサーマル・ブルームを対象とする。濃度差を用いた温度差密度流の再現、逆に温度差による濃度差密度流の再現は、密度流研究でごく一般的に用いられる手法である。拡散係数の違い、すなわちプラントル数にさえ留意すれば、底面フラックスによるサーマル・ブルームと溶出ブルームとの力学的相似性は保証される。本論においては、浮力要因を濃度あるいは熱と特定することなく解析が展開される。したがって、解析結果は、「濃度-浮力」間の換算係数や「温度-浮力」間の熱膨脹係数、そしてプラントル数を考慮することによって溶出ブルームにもサーマル・ブルームにも適用できる。

2. 既往の研究

傾斜面上のブルームやサーマルについては、貯水池への濁水流入、汽水湖への海水侵入、大陸棚斜面を進行する海洋フロント、山岳斜面の冷気流、火砕流、雪崩など様々な自然現象に関連して研究がなされてきた。それぞれに流質・流体は異なっても、相対浮力によって駆動される密度流として解析される点が共通である。Hopfinger²⁾や Akiyama³⁾らは、既往の研究を総括的に紹介している。

傾斜ブルームの発達や進行特性を論じた Ellison と Turner の先駆的研究⁴⁾はしばしば参照される。傾斜ブルームは境界層流と同様に流れの自己相似性を有すると考えられ、積分モデルあるいは自己相似モデルにより解析される(例えば、文献5),6),7)など)。これまでの傾斜ブルームの研究ではいずれも質量供給により発生するブルームが対象であった。また、多くの研究では、密度フロントの伝播特性にも重点が置かれている(例えば、8),9),10)など)。

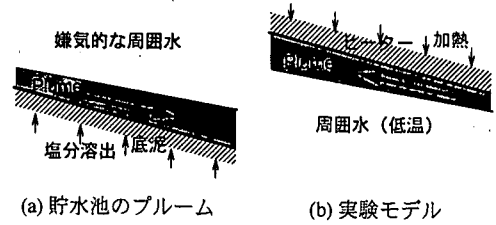


図-2 貯水池のブルームと実験モデルの関係

しかし、ここで対象とする溶出ブルームは質量供給をとまわらない点で、これまでのブルームと異なる。むしろ、熱交換器まわりに発生する加熱平板上の境界層流と類似している。成書(例えば、文献11),12)では、加熱板が水平ならびに鉛直に設置された場合について相似理論に基づく熱流解析が紹介されている。しかし、熱交換器を対象にしているので壁面温度が既知条件として与えられており、ここで取り扱う流れとは対応しない。Sparrow¹³⁾らは、任意の角度に傾斜した加熱面上に発達する境界層流について相似解析を行っているが、ここで問題としているような浮力で駆動される自然対流ではない。

3. 実験方法

(1) 対象とする密度流系と実験モデル

図-2(a)の溶出ブルームを対象とする。ここで、傾斜面からの浮力溶出や計測の容易性を考慮して、図-2(b)の実験モデルのように、濃度の代わりに温度浮力を用いたブルーム系を考える。すなわち、斜面の下側から熱フラックスが供給され、ブルームが傾斜面に沿って発生し上昇する。この場合、浮力の作用方向は上下逆であるが、図-2(a)とは力学的に相似である。

実験モデルにおける座標系は、図-3のように流程方向を x 座標、斜面と直角方向を z 座標とする。また、ヒーター表面 ($z=0$) を「底面」と称する。

(2) 実験装置と方法

実験装置を図-3に示す。縦 1.5m × 横 1.0m × 高さ 1.1m の側面ガラス張り水槽の中に、幅 15cm × 側壁高さ 5cm × 長さ 80cm の長方形断面チャンネルを所定の傾斜角度 θ で取り付ける。チャンネルの底板には、アルミ板で被覆されたラバー・ヒーターが装着されている。傾斜面を遡上するブルームはチャンネル下流端から水槽内へベント・オーバーし拡散する。水槽容量が十分大きくその水温上昇は小さいため、溶出ブルームは定常に維持される。

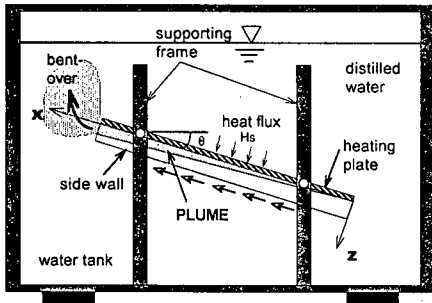


図-3 実験装置

ヒーターに一定電力を供給して、一様な熱フラックスのもとで溶出ブルームが発生する。水温・流速分布は流程方向の6断面($x=5, 10, 15, 20, 40, 60\text{cm}$)で測定される。電力を供給して5~10分程度経過後、水温・流速分布から流れの定常性を確認した上で、計測を開始する。水温は熱電対によって1回あたり1断面20点(0.1cm間隔)で計測され、センサー・グリッドを流程方向に移動しながら6断面で計測を繰り返す。流速は水素気泡法により6断面同時に計測される。中立トレーサー粒子を用いた画像計測の方が高い精度を期待できるが、水槽内の流動を厳密に静止させた上でトレーサー粒子を水槽全体に長時間浮遊させることが非常に困難であること、最大20°C程度の温度差を有する密度流において粒子を中立に分布させることが困難なこと、などの理由により水素気泡法を採用した。

傾斜面から供給される熱フラックス H_s の評価方法としては、次の二通りが考えられる。

①水温・流速分布からの算定

6断面で計測された水温分布 $u(z)$ 、流速分布 $T(z)$ を次の熱保存式に代入し算定する。

$$H_s = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} u(z)T(z)dz \quad (1)$$

②壁面での水温勾配からの算定

壁面近傍での熱フラックスの定義にもとづき水温分布から次式のように算定する。

$$H_s = -\kappa_T (\partial T / \partial z) \quad \text{at } z=0 \quad (2)$$

式(1)から算定される H_s の妥当性は、Case-9,11,14,16(表-1参照)について補遺-I, 図-A1のように検証されている。しかし、流速分布の計測精度が必ずしも十分ではないので、式(1)だけから H_s を評価することにはやや問題がある。さらに、式(1)を適用するためには複数断面での流速・水温分布が必要であるが、全てのケースに対してこれを実施するこ

表-1 実験条件

数字は Case No. を示す。

θ (°)	2.86	5.71	14.0	18.4	30.0	45.0	60.0	76.0
H_s (cm°C/s)	2.86	5.71	14.0	18.4	30.0	45.0	60.0	76.0
0.0053	1	3	5	7	9	14	19	21
0.010					10	15		
0.018	2	4	6	8	14	16	20	22
0.040					12	17		
0.079					13	18		

とは困難である。一方、式(2)では一断面での水温分布から H_s を算定できるが、水温計測が0.1cm間隔であるため水温勾配の算定に誤差をとめないやすい。

本研究では、以下のような方法を採用する。

まず、ヒーターを投入した小さな水槽の昇温率から、ヒーター全体(ヒーターの表裏両面)の熱供給量と電圧との関係をあらかじめ求める。この関係式に係数を乗じて、式(1),(2)から得られる電圧 V と H_s との相関関係をほぼ満足するように、補遺-Iの図-A2のように換算式を求める。この式を用いて電圧 V から熱フラックス H_s (ヒーター表面だけから供給される熱量)を算定する。

図-4や図-14の水温分布からわかるように、壁面近傍の水温勾配は式(2)の関係を概ね満足しているため、式(1)に基づく H_s と式(2)から算定される H_s とがほぼ一致することが確認される。

(3) 実験条件

支配物理量は、壁面からの熱フラックス H_s cm°C/sec と壁面の傾斜角度 θ ° である。本研究では、表-1の条件のもとに実験を行った。熱フラックスに関しては $H_s=0.0053, 0.018$ cm°C/sec を、傾斜角度に関しては $\theta=30,45$ ° をそれぞれ基準条件とし、同表中のように22ケースの実験を実施した。

流程方向6断面での計測が行われたのは、前述のCase-9,11,14,16である。その他のケースでは、 $x=60\text{cm}$ の一断面のみで計測がなされた。

4. 水温・流速分布の計測結果

(1) 水温分布

図-4に水温分布の一例を示す。同図(a)から、流程距離 x にともない水温が上昇してブルームが発達し、(b)から熱フラックス H_s が大きいほどより高温になることが示される。一方、大きな傾斜角度 θ ほどブルームが加速されて、流程方向の熱移流が促進されるため、水温は減少することが(c)からわかる。

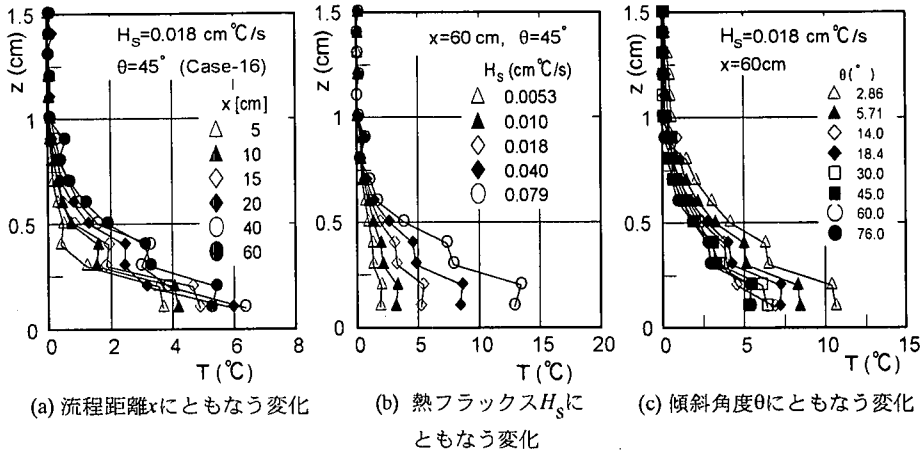


図-4 水温分布の計測例

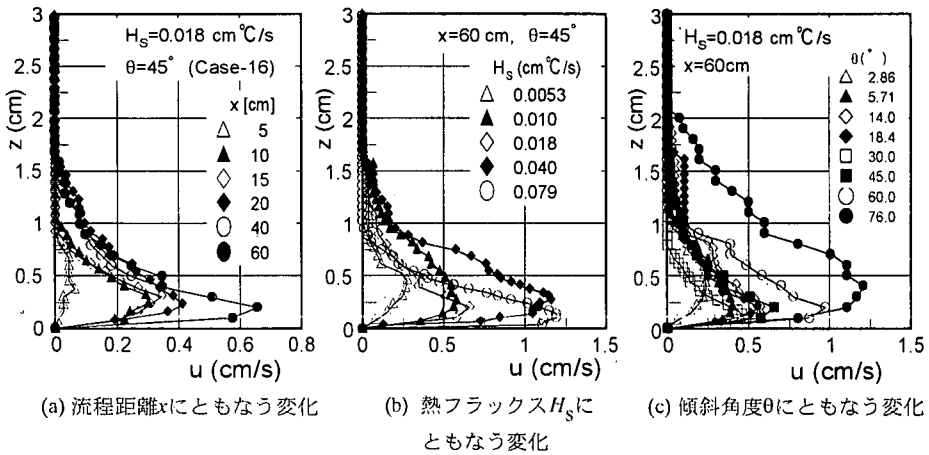


図-5 流速分布の計測例

(2) 流速分布

図-5 に流速分布を示す。水素気泡法を用いたためにデータがばらついてはいるが、流程方向に加速され、熱フラックス H_s ならびに傾斜角度 θ が大きいほど加速されることがわかる。流速とブルーム層厚のオーダーはそれぞれ $o(1\text{cm/s})$, $o(1\text{cm})$ で、レイノルズ数が 100 程度の層流であることも確認される。

(3) 溶出ブルームの発達特性

図-6 のように各断面の水温分布において、底面と周囲水の温度差 $(T_b - T_e)$ の q 倍、すなわち $q(T_b - T_e)$ の水温を呈する高さ z をブルームの層厚 δ と定義する。幾種類かの q に対して δ の x 方向変化を図-7 に示す。 q にもない δ はその大きさを変えるだけであり、いずれの場合も後述の理論から導出される $\delta \propto x^{1/5}$ の関係を満足している。すなわち、水温分布がほぼ相似であるので、 q を多少変化させても δ が層厚を代表する

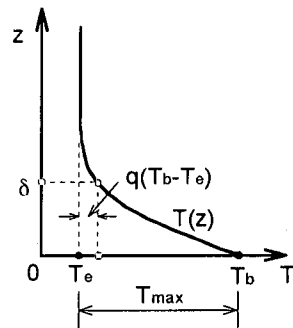


図-6 ブルーム層厚 δ の定義

スケールであることに変わりはない。しかし、本実験においては、 $(T_b - T_e)$ の最小値が 2°C のオーダー、熱電対の測定精度が 0.05°C のオーダーであることを考慮し、いずれの場合にも水温分布形から δ を正確に定義できる程度の値として $q=0.1$ を採用する。Case-9,11,14,16 における δ と x の関係を図-8 に示す。小さ

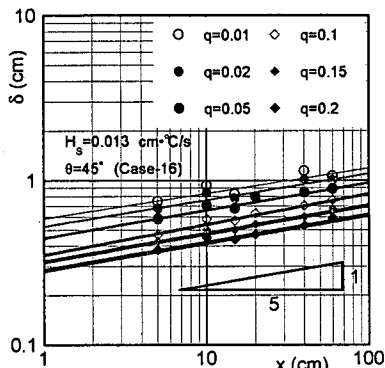


図-7 q を変化させた場合のブルーム層厚 δ の x 方向変化 (Case-16, 曲線は $1/5$ 乗則への回帰式)

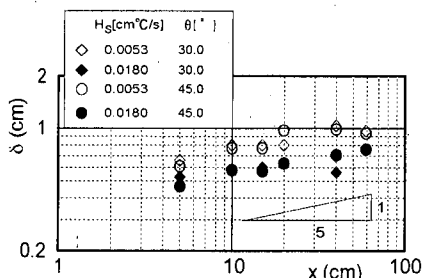


図-8 ブルーム層厚 δ の x 方向変化

な熱フラックス H_s ほどブルームはより厚くなる。

各断面における最大流速 U_{max} と最大水温偏差 $T_{max}(=T_b-T_e)$ の x 方向変化はそれぞれ図-9,10 のようである。後述の理論に基づく $U_{max} \sim x^{3/5}$ と $T_{max} \sim x^{1/5}$ のべき乗則をほぼ満足している。両図から、 H_s が大きいほどブルームの加速と水温上昇が大きいことがわかる。

図-8, 9, 10 の4ケースの範囲では、ブルームの発達におよぼす傾斜角度 θ の影響が明確ではない。この点は後述の理論によって明らかになる。

5. 理論解析

(1) 基礎方程式と境界条件

溶出ブルームの水利特性を議論するためには、支配パラメーターを導出し、理論的背景のもとづいて実験値を規準化しなければならない。ここでは、図-11 の二次元座標系において、傾斜面から一様な濃度フラックス F_c が供給される場合に発生するブルームを解析する。

非圧縮性の定常層流を考える。連続方程式、静水圧近似と境界層近似 (例えば Schlichting¹²⁾ を参照) を施した運動方程式、濃度保存式は次のようである。

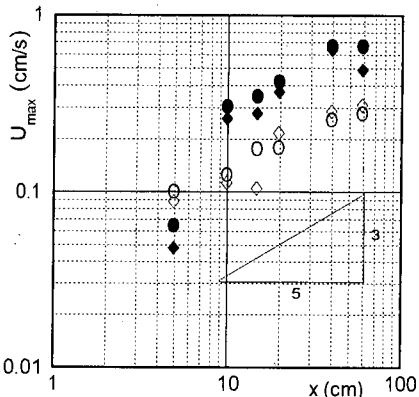


図-9 最大流速 U_{max} の x 方向変化 (Case-9,11, 14,16, 凡例は図-8 と同じ, $3/5$ 勾配は理論値)

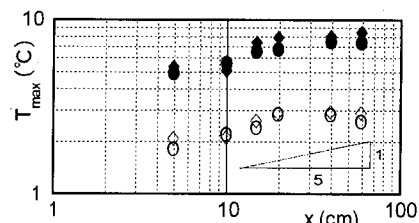


図-10 最大水温偏差 T_{max} の x 方向変化 (Case-9,11, 14,16, 凡例は図-8 と同じ, $1/5$ 勾配は理論値)

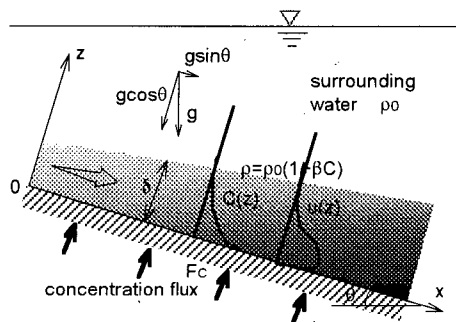


図-11 理論解析における座標系

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (4)$$

$$0 = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (5)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \kappa_c \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (6)$$

ここで、 (u, w) は x, z 方向の流速、 C : 物質濃度 (塩分や熱)、 g : 重力加速度、 θ : 傾斜角度、 p : 圧力、 ν : 動粘性係数、 κ_c : 拡散係数、 ρ : 密度である。 ρ は C と

$$\rho = \rho_0(1 + \beta C) \quad (7)$$

の関係がある。βは密度換算係数である。

式(4), (5)から p を消去して x 方向運動方程式は次のようになる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\beta C g \sin \theta}{[G1]} \quad (8)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \int_z^{\infty} \beta C g \cos \theta dz + v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad [G2]$$

式(3),(8),(6)を次の境界条件のもとに解く。

- 底面($z=0$)において:

$$u = 0 \quad (9)$$

$$w = 0 \quad (10)$$

$$F_C = -\kappa_C \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} u C dz \quad (11)$$

- 上方($z=\infty$)において:

$$u = 0 \quad (12)$$

$$C = 0 \quad (13)$$

(2) 相似解析

式(3)から $(u, w) = (\partial\psi/\partial z, -\partial\psi/\partial x)$ を満足する流れ

関数 ψ が定義される。福嶋の解析⁷⁾と同様に、変数 η を用いて未知数(ψ, C)を次の相似関数であらわす。

$$\eta = axz^l \quad (14)$$

$$\psi = bx^m F(\eta) \quad (15)$$

$$C = ex^n G(\eta) \quad (16)$$

ここで、 $F(\eta)$ と $G(\eta)$ は η の無次元関数、 (a, b, e, l, m, n) は係数である。式(14),(15),(16)を式(8),(6)ならびに式(11)の境界条件に代入すれば、次式を得る。

$$a^2 b^2 x^{2m-2l-1} \left\{ (m-l)F'^2 - mFF'' \right\} = \frac{e\beta g \sin \theta x^n G}{[G1]} \quad (17)$$

$$\frac{-(n+l) \frac{e}{a} \beta g \cos \theta x^{n+l-1} \int_{\eta}^{\infty} G d\eta + a^3 b v x^{m-3l} F'''}{[G2]}$$

$$abex^{m+n-l-1} (nF'G - mFG') = a^2 e \kappa_C x^{n-2l} G'' \quad (18)$$

$$F_C = -ae\kappa_C x^{n-l} G'(0) \quad (19)$$

$$= be(m+n)x^{m+n-1} \int_0^{\infty} F'G d\eta$$

x に依存しない F, G の相似解が存在するためには、

式(17),(18),(19)の各辺において x のべき乗が等しくなければならない。すなわち次のようである。

$$2m-2l-1 = n = n+l-1 = m-3l \quad (20)$$

$$m+n-l-1 = n-2l \quad (21)$$

$$0 = n-l = m+n-1 \quad (22)$$

上式を満足する (l, m, n) の組はない。そこで、式(17)における重力第1項[G1]、第2項[G2]のいずれか一つを無視する近似を考える。この時、べき数は次のようになる。

[G1]のみを考慮した場合[式(20)の第3式を無視]:

$$l = 1/5, m = 4/5, n = 1/5 \quad (23)$$

[G2]のみを考慮した場合[式(20)の第2式を無視]:

$$l = 1/3, m = 2/3, n = 1/3 \quad (24)$$

[G1]は、重力の斜面方向成分による運動量発生項であり、これを無視すると流れは生じない。[G2]は開水路流の水面勾配に相当するブルーム内部の浮力勾配であり、負の駆動力である。Mahrt¹⁴⁾が示すように、傾斜密度流においては[G1]≫[G2]の条件がほぼ満足される。補遺-IIで述べるように、第1項[G1]のみを考慮して解析することで結果的に不都合はなく、以降ではこの近似を用いる。本実験における[G1]と[G2]のオーダーについては補遺-IIで考察する。

結局、式(23)の係数を式(17),(18),(19)に代入すれば次式を得る。

$$\frac{3}{5}F'^2 - \frac{4}{5}FF'' - \frac{e\beta g \sin \theta}{a^2 b^2} G - \frac{a}{b} v F''' = 0 \quad (25)$$

$$\frac{1}{5}F'G - \frac{4}{5}FG' - \frac{a}{b} \kappa_C G'' = 0 \quad (26)$$

$$F_C = -ae\kappa_C G'(0) = be \int_0^{\infty} F'G d\eta = beI \quad (27)$$

ここで、 $I = \int_0^{\infty} F'G d\eta$ とおいている。今、

$$(a/b)\kappa_C = 1, (e\beta g \sin \theta)/(a^2 b^2) = 1, F_C = beI,$$

を満足するように a, b, e を次のように定義すれば、

$$a = \left(I^{-1} \kappa_C^{-3} \beta g F_C \sin \theta \right)^{1/5}, b = \left(I^{-1} \kappa_C^2 \beta g F_C \sin \theta \right)^{1/5}$$

$$e = F_C I^{-1} \left(I^{-1} \kappa_C^2 \beta g F_C \sin \theta \right)^{-1/5}$$

式(25),(26)は次のように簡単になる。

$$\frac{3}{5}F'^2 - \frac{4}{5}FF'' - G - \text{Pr} F''' = 0 \quad (28)$$

$$\frac{1}{5}F'G - \frac{4}{5}FG' - G'' = 0 \quad (29)$$

ここで、 $Pr = \nu/\kappa_c$ は Prandtl 数である。

式(9)-(13)の境界条件は次のように書き直される。

$$\left. \begin{aligned} F(0) = F'(0) = 0, \quad G'(0) = -I \\ F(\infty) = 0, \quad G(\infty) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

この時、式(14),(15),(16)の相似解は次のように表わされる。

$$\eta = (I^{-1}\kappa_c^{-3}\beta g F_c \sin \theta)^{1/5} z x^{-1/5} \quad (31)$$

$$\psi = (I^{-1}\kappa_c^2\beta g F_c \sin \theta)^{1/5} x^{4/5} F(\eta) \quad (32)$$

$$C = F_c I^{-1} (I^{-1}\kappa_c^2\beta g F_c \sin \theta)^{-1/5} x^{1/5} G(\eta) \quad (33)$$

(3) 方程式系の規準化

図-11 の溶出ブルーム系においては、明らかに $(\beta g \sin \theta, F_c, \kappa_c, \nu)$ が支配物理量である。これらを用いて、長さ、速度、濃度の代表量 (L_0, U_0, C_0) が

$$Pe = U_0 L_0 / \kappa_c = 1.0, \quad U_0 C_0 = F_c / I \quad (34)$$

を満足するように、代表水理量を

$$L_0 = I^{1/4} \kappa_c^{3/4} (\beta g F_c \sin \theta)^{-1/4} \quad (35)$$

$$U_0 = I^{-1/4} (\kappa_c \beta g F_c \sin \theta)^{1/4} \quad (36)$$

$$C_0 = I^{-3/4} F_c (\kappa_c \beta g F_c \sin \theta)^{-1/4} \quad (37)$$

と定義する。これによって式(31)~(33)の相似解は以下のように簡潔に表示される。

$$\eta = \tilde{z} \tilde{x}^{-1/5} \quad (38)$$

$$\tilde{u} = U_0^{-1} u = U_0^{-1} (\partial \psi / \partial z) = \tilde{x}^{3/5} F'(\eta) \quad (39)$$

$$\tilde{C} = C_0^{-1} C = \tilde{x}^{1/5} G(\eta) \quad (40)$$

ここで、 $\tilde{x} = x/L_0$, $\tilde{z} = z/L_0$ である。

以上の解析に含まれる I は、式(27)からもわかるように底面濃度フラックスをあらわす無次元定数であり、その値は定まっていない。 I が変化すると式(30)の境界条件に応じて相似解が変化する。これに対応して式(35)~(37)の代表スケールが変化し、流速、濃度の実験値の無次元量 (\tilde{u}, \tilde{C}) も変わる。結果的には、

どのような I の値に対しても理論値と実測値との相対的な位置関係は変化しない。すなわち、 I を任意に定めても解の普遍性は失われない。ここでは、 $I=1$

とおく。式(35)~(37)の代表スケールは

$$L_0 = \kappa_c^{3/4} (\beta g F_c \sin \theta)^{-1/4} \quad (41)$$

$$U_0 = (\kappa_c \beta g F_c \sin \theta)^{1/4} \quad (42)$$

$$C_0 = F_c (\kappa_c \beta g F_c \sin \theta)^{-1/4} \quad (43)$$

となる。境界条件として、式(30)のかわりに次式が用いられる。

$$\left. \begin{aligned} F(0) = F'(0) = 0, \quad G'(0) = -1 \\ F'(\infty) = 0, \quad G(\infty) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

(4) 相似解

式(44)の境界条件を満足する式(28),(29)の解は準線形化法¹⁵⁾を用いた逐次近似により得られる。図-12

に、濃度の相似解 $G(\eta) = \tilde{C} \tilde{x}^{-1/5}$ と、流速の相似解

$$F'(\eta) = \tilde{u} \tilde{x}^{-3/5} \text{ を示す。}$$

水温による熱密度流では、 $Pr \approx 6$ である。この場合、濃度分布と流速分布に関して以下のような特性量が得られる(同図参照)。

[ブルーム層厚]

$$\eta_s \equiv G^{-1}(qG_s) = G^{-1}(0.1 \times 2.4) = 3.2 \quad (45)$$

[最大流速の無次元値]

$$F'_s = F'(\eta_U) = 0.39 \quad (46)$$

[底面での最大濃度の無次元値]

$$G_s = G(0) = 2.4 \quad (47)$$

6. 実験値との比較

(1) 代表量の再定義

実験と理論を比較するため物理量を $(T \Leftrightarrow C, \alpha \Leftrightarrow \beta, H_s \Leftrightarrow F_c, \kappa_r \Leftrightarrow \kappa_c)$ のように相互換算する。ここで、 α は熱膨張係数、 κ_r は熱拡散係数である。これによって実験モデルにおける温度浮力が濃度浮力を読み替えられる。

濃度と速度の相似解 [式(38)~(40)] を実験値と比較した例を図-13に示す。白抜き記号は実験値、曲線は理論値である。濃度(水温)に関して実験値は理論値より過大で、流速に関しては過小な値を示している。相似解を変化させるパラメータは Prandtl 数以外にないので、本来は実験値が理論曲線に適合しなければならない。しかし、他の全ての実験ケースに

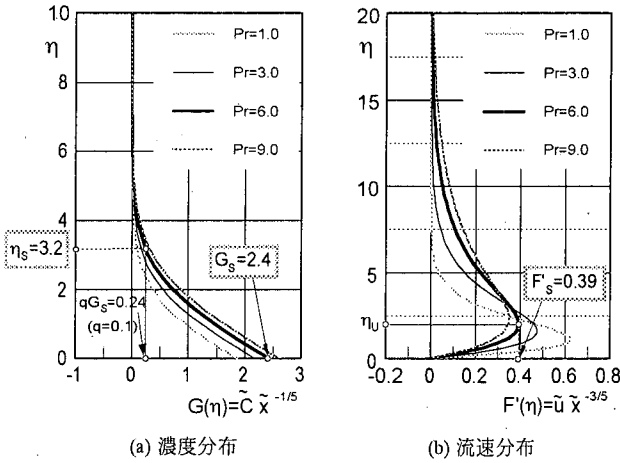
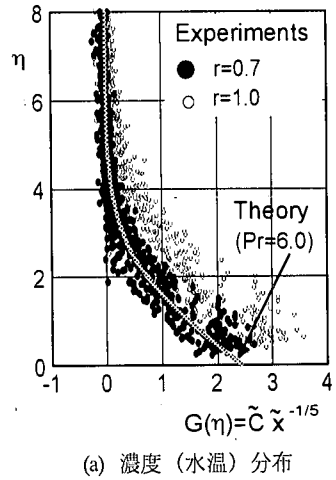
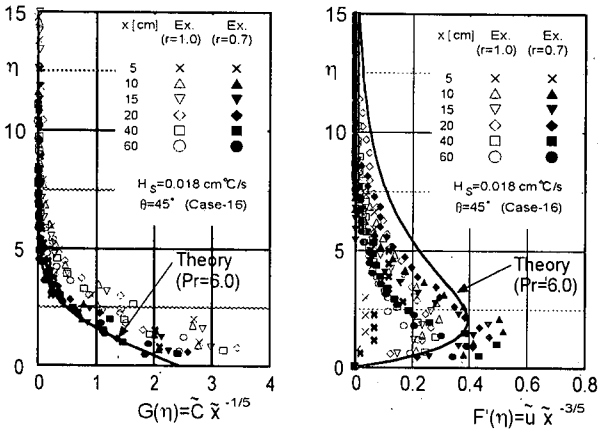


図-12 濃度分布と流速分布の相似解と Pr=6.0 の場合の特性量



(a) 濃度 (水温) 分布



(b) 流速の相似分布 (Case-16)

図-13 濃度 (水温) 分布, 流速分布の相似関数表示の例 (Case-16)
[白抜き記号は代表量を修正しない場合(r=1.0), 黒塗り記号は修正した場合(r=0.7)]

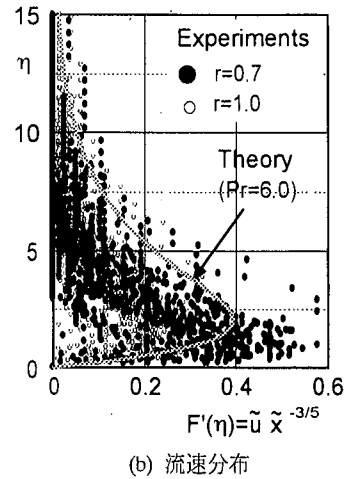


図-14 濃度 (水温) 分布, 流速分布の相似関数表示: 理論値 (曲線) と実験値 [白抜き記号は r=1.0, 黒塗り記号は r=0.7] との比較 (全ケース, 全断面)

おいても, 全く同様の傾向で理論値との偏差が見られた。

理論値と一致しない原因として, ①運動方程式(8)で重力第2項[G2]を無視したこと, ②ブルーム発達 of 仮想原点がプレートヒーターの上流端 $x=0$ に厳密に一致していないことが考えられる。まず, 本実験条件に対しては①の近似がほぼ妥当であることが補遺-IIに検証されている。仮にその影響があるとしても, 傾斜角 θ が小さく無次元距離 \tilde{x} が小さいほど「実験-理論」間の差が大きくなるはずであるのに, 両者の偏差は \tilde{x} や θ とは無関係であり, ①が原因とは考えられない。次に, 仮想原点を大きく移動させても, 理論値との適合性はほとんど改善されなかったことから, ②も本質的な原因とは考えられない。その他,

実験値と理論解析に対して種々の検証を試みたが, 原因を見出すことができなかった。

一方, 実験値がほぼ相似な関数形に整理されていることは, 理論に基づく無次元化が合理的であることを示唆している。そこで, 式(41)~(43)の代表スケールを再定義して, 実験から得られた分布形や流程方向の発達特性を理論と合致させることを試みる。ここでは, 式(34)の関係が保持されるような次の代表スケール(L_r, U_r, C_r)を新たに定義する。

$$L_r = r^{-1} \kappa_c^{3/4} (\beta g F_c \sin \theta)^{-1/4} \quad (48)$$

$$U_r = r (\kappa_c \beta g F_c \sin \theta)^{1/4} \quad (49)$$

表-2 ブルーム特性量と支配因子の関係

(「+」は正の相関, 「-」負の相関をあらわす)

特性量	層厚	流速	濃度 (温度)
支配因子	δ	U_{max}	$C_{max} (T_{max})$
傾斜角度 θ	.	+	.
濃度 (温度) フラックス F_c (or H_s)	.	+	+

$$C_r = r^{-1} F_c (\kappa_c \beta g F_c \sin \theta)^{-1/4} \quad (50)$$

式(48)~(50)は浮力係数 β に一定の比率を乗ずることと同等である(ここでは、 β に対応する熱膨張係数として $\alpha=10^{-4}(1/^{\circ}\text{C})$ を採用している)。この時、図-13中の黒塗り記号で示すように、 $r=0.7$ によって実験値と理論値との適合度は向上する。1より小さな r は、熱浮力が、実際よりも低いことに相当する。

前述のように、本来は $r=1.0$ によって理論との整合を見るべきであり、係数 r の変化により適合性が向上することは本質的な解決ではない。浮力駆動力を低減させる実験的要因、一定の浮力係数 β で代表させることの問題など、理論と一致しない原因を今後検討しなければならない。ここでは、 $r=0.7, 1.0$ の二通りについて結果を並示しながら、ブルームの自己相似性について考察を進める。

ところで、 $r=0.7$ の時、水温分布は理論と概ね一致するのに対し、流速は理論よりも扁平な分布を呈している。これは、水素気泡の浮上によってタイムラインがはずんで流速分布がやせる一すなわち ζ の負の方向に流速分布形が扁平化するためである。何らかの方法で浮上の影響を補正すれば理論との適合性が向上すると期待できる。

(2) 水温、流速の相似分布形

全実験ケースについて各断面で計測された水温・流速と理論値を図-14に比較する。ここで、白抜き記号は $r=1.0$ の場合に、黒塗り記号は $r=0.7$ の場合の実験値にそれぞれ対応する。図-13と同じく、 $r=1.0$ を用いた規準化では、水温の実験値が理論よりも過大に評価され、流速の実験値は理論より過小に評価されている。

$r=0.7$ の場合に限定すれば、水温分布は相似解と良く適合している。流速は相似分布形に帰着する傾向が認められ、水温に比べてデータがばらついており、流動層厚さは理論値より小さくあらわれている。ばらつきの原因は、熱フラックスや傾斜角度が小さい条件で実流速が小さいために生ずる水素気泡法の計測誤差である。流動層厚が小さくなる原因は、図-13において言及したように気泡浮上による流速分布の扁平化である。

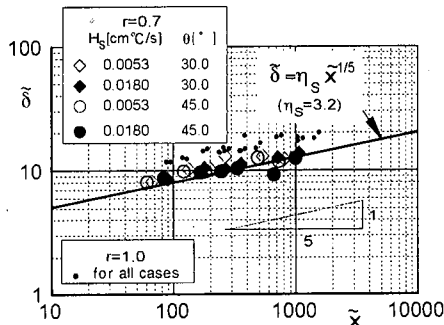


図-15 無次元層厚 δ の \tilde{x} 方向変化

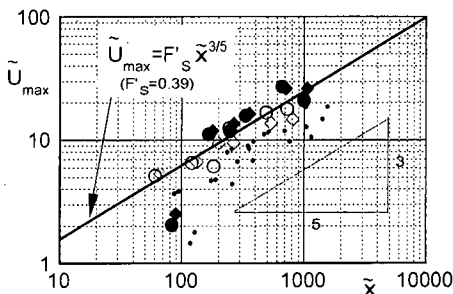


図-16 無次元最大流速 \tilde{U}_{max} の \tilde{x} 方向変化
(凡例は図-15に同じ)

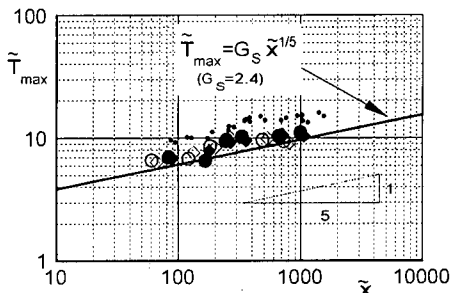


図-17 無次元最大水温 \tilde{T}_{max} の \tilde{x} 方向変化
(凡例は図-15に同じ)

(3) ブルーム特性量の流程方向変化

図-6の定義より、層厚 δ は $\eta_s (=3.2)$ に対する z に等しい。その他、最大流速 U_{max} と底面における最大濃度 C_{max} (または最大温度 T_{max})についても上記のように理論値が得られた。これら特性諸量の x 方向変化は式(45)-(47)から、以下のように得られる(いずれも無次元表示)。

[ブルーム層厚: δ]

$$\tilde{\delta} = \delta / L_0 = \eta_s \tilde{x}^{1/5} = 3.2 \tilde{x}^{1/5} \quad (54)$$

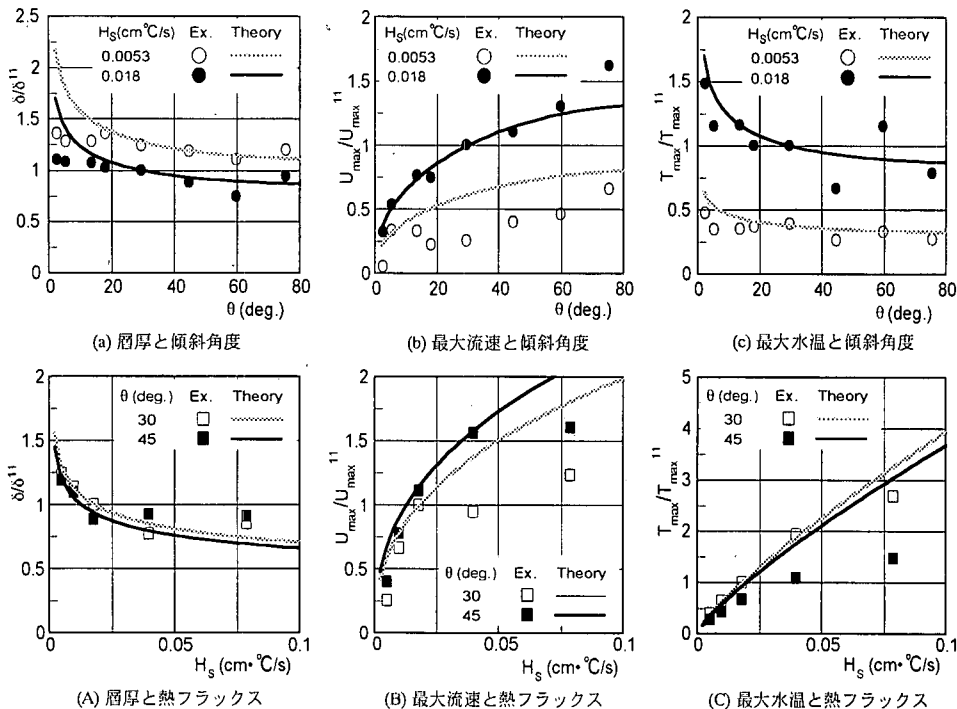


図-18 プルームの特性諸量($\delta, U_{\max}, T_{\max}$)と支配因子(θ, H_s)との相関関係

[最大流速: U_{\max}]

$$\tilde{U}_{\max} = U_{\max} / U_0 = F_s^{1/5} \tilde{x}^{3/5} = 0.39 \tilde{x}^{3/5} \quad (55)$$

[最大濃度 (水温) : $C_{\max}(T_{\max})$]

$$\tilde{C}_{\max} = C_{\max} / C_0 = G_s \tilde{x}^{1/5} = 2.4 \tilde{x}^{1/5} \quad (56)$$

図-8~10 に示す実験値を基準化し、式(54)-(56)と比較すれば図-15~17 のようになる。いずれの実験値も H_s, θ とは無関係に式(54)-(56)とよく一致する。図-16 の \tilde{x} の小さな領域において二つの流速が過小であるのは、補遺-II で述べた重力項の近似に起因している可能性がある。

(4) 傾斜角度 θ , 浮力フラックス H_s の影響

Case-11 のプルーム特性量を基準として、任意の実験ケースにおける諸量との比 ($\delta/\delta^{11}, T_{\max}/T_{\max}^{11}, U_{\max}/U_{\max}^{11}$) を考える。これら諸量と傾斜角度 θ , 熱フラックス H_s との相関関係を図-18 に示す。ここで、上付き添え字の“11”は Case-11 ($\theta=30^\circ, H_s=0.018 \text{ cm}^2\text{C/s}$) の諸量を意味する。いずれも $x=60\text{cm}$ 断面における諸量を採用している。図中の曲線は式(54)-(56) から誘導される次の理論解である。

$$\frac{\delta}{\delta^{11}} = \left(\frac{H_s^{11} \sin \theta^{11}}{H_s \sin \theta} \right)^{1/5} \quad (57)$$

$$\frac{U_{\max}}{U_{\max}^{11}} = \left(\frac{H_s \sin \theta}{H_s^{11} \sin \theta^{11}} \right)^{2/5} \quad (58)$$

$$\frac{T_{\max}}{T_{\max}^{11}} = \left(\frac{H_s}{H_s^{11}} \right)^{4/5} \left(\frac{\sin \theta^{11}}{\sin \theta} \right)^{1/5} \quad (59)$$

結局、プルーム特性量と支配因子(θ, H_s)の関係は次のようにまとめられる。

7. 結論

底泥から嫌氣的溶出が生ずると、傾斜した貯水池底面に沿ってプルームを発生し栄養塩や溶解性有機物・金属塩など様々な物質を輸送すると考えられる。このような「溶出プルーム」の水質輸送特性を明らかにするために実験と理論解析を実施した。本論で得られた知見は以下のようである。

- ・ 一定で一様な浮力フラックスが傾斜面に供給されて発生する溶出プルームを熱密度流系の実験モデルによって再現した。
- ・ 流れの自己相似性を仮定して溶出プルームの理論解析を行い、濃度・流速の解を得た。また、濃度・流速分布の自己相似性が実験値との比較から確認された。
- ・ プルームの層厚と濃度 (水温) は流程方向距離 x の 1/5 乗に、流速は 3/5 乗に比例して増加する。こ

これらのべき乗則は流れの自己相似性を仮定した理論解と一致する。

浮力フラックスが大きいほど濃度（水温）と流速はともに増加する。一方、傾斜角度が大きいほど流速は増加するが、濃度（水温）は減少する。これら支配因子とブルーム特性との関連性についても本理論によって合理的に説明された。

本研究によって、溶出ブルームが一般のブルームと同様に流れの自己相似性を有し、理論的に解析できることが確認された。底泥からの物質溶出やその流れを計測することは非常に困難であるため、栄養塩など各種水質成分の輸送量を理論的に算出できることは好都合である。

解析においては浮力要因を特定していないので、本解析はサーマル・ブルームに対しても溶出ブルームに対しても適用される。浮力係数 β を熱膨張係数 α に読み替えたように、貯水池底から溶出する塩分固有の β を求めれば、塩分を浮力に換算できる。溶出ブルームの流速・濃度は底面での塩分フラックスと河床勾配の関数として相似解から算定される。溶出試験によって底泥の塩分フラックスを抑えれば、溶出ブルームによる流量・水質輸送量が算定される。一方、現場においては、溶出フラックスが定かでなく底泥の塩分濃度が唯一の情報になる場合もある。境界条件としてフラックスの代わりに底面での物質濃度が与えられた場合にも、同様の解析を行い相似解を得ることが可能である。すなわち、底面での既知濃度の境界条件に対しても同様の相似解析が可能である。この時、底面濃度と河床勾配から流速・濃度・溶出フラックスが算出される。

いずれの場合にも、溶出ブルームの物質輸送量が相似解から算出されるので、深層の富栄養化に対する熱塩循環の貢献度を定量的に評価できる。本解析を貯水池へ適用するために必要な情報は、河床勾配を算出するための湖盆地形、塩分溶出を誘発する底泥の堆積分布、底泥の塩分濃度あるいは物質交換係数、貯水池毎の固有塩分に対する物性定数〔浮力係数 β 、拡散係数〕などである。

本論で検討した現象は貯水池で発生する溶出ブルームと力学的に相似と考えている。しかし、貯水池塩分の物性が熱や海水塩分と極端に異なる場合には、力学以外の要因で実現象と相似ではないことも想定される。前述のように相似則の直接検証はほとんど不可能であるが、溶出ブルームによる熱塩収支を観測データと比較することによって相似解析の妥当性を確認し、実際現象との相似性を間接的に検証する

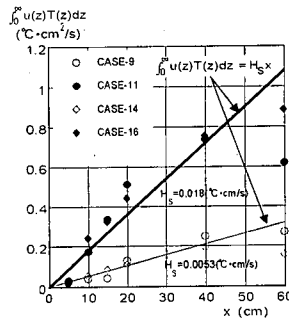


図-A1 式(1)の検証

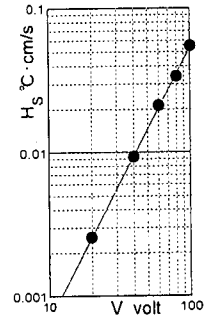


図-A2 電圧 V と Hₛ

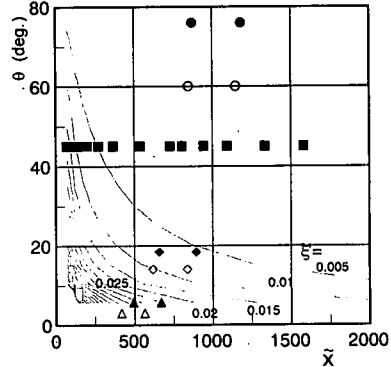


図-A3 重力項の比 ξ' の大きさと (θ, \bar{x}) の関係

(曲線は ξ' の等値線、シンボルは本実験条件)

必要がある。

謝辞: 理論解析にあたり長岡技術科学大学福岡祐介教授から有益な助言を頂いた。本研究は平成10年度文部省科学研究費補助金(基盤研究(C)(2), 課題番号: 10650505, 研究代表者: 道奥康治)の研究助成のもとに行われた。以上、記して謝意を表する。

補遺- I : 熱供給量に関する検証

x方向の6断面で流速・水温分布を計測した4つのケースについて、式(1)を変形した次式との比較を図-A1に示す。実験値は次式をほぼ満足している。

$$\int_0^x u(z)T(z)dz = H_s \cdot x \quad (A1)$$

図-A2には、電圧(V)とヒーター表面から供給される熱フラックス H_s (°Ccm/sec)の関係を示す。

補遺- II : 重力項の近似について

式(8)における重力第1項[G1]と第2項[G2]の大きさの比 ξ は以下のものである。

$$\xi = [G2]/[G1] = \cot \theta \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_z^{\infty} C dz \right) / C \quad (A2)$$

二つの重力項を満足する相似解は存在しないが、結果的には[G1]だけを考慮した相似解は広い範囲で実験値を支持している。そこで、 ξ を概算するために濃度 C の近似解、(47)式を式(A2)に代入して、 ξ を次のように評価する。

$$\xi = \frac{2}{5} \cot \theta \tilde{x}^{-4/5} \frac{\int_{\eta}^{\infty} G(\eta) d\eta}{G(\eta)} \quad (A3)$$

式(A3)の η の関数部分 $\{\int_{\eta}^{\infty} G(\eta) d\eta\} / G(\eta)$ は 1 のオーダーであるので、[G2]/[G1]比は次の ξ によって近似的に評価される。

$$\xi' = \frac{2}{5} \cot \theta \tilde{x}^{-4/5} \quad (A4)$$

図-A3 は (θ, \tilde{x}) 平面における ξ' の等置線と本実験条件(シンボル)を示す。ごく微少な傾斜角度、 $\theta=2.86, 5.71^\circ$ の場合と一部条件の $x=5\text{cm}$ の断面を除いて ξ' は非常に小さい。これより、重力第 2 項[G2]は第 1 項[G1]に比べて無視できる程度に微小であると考えてよい。

参考文献

- 1) 道奥康治, 神田徹, 伊藤達平, 西川孝晴, 石川勝久, 東野誠: 底部に逆転水温層を有する部分循環貯水池の水質構成に関する研究, 土木学会論文集, No.572/II-40, pp.33-48, 1997.
- 2) Hopfinger, E.J.: Snow avalanche motion and related phenomena, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15, pp.47-76, 1983.

- 3) Akiyama, J.: 3.3 Inclined plume and thermal, *Research and Practice of Hydraulic Engineering in Japan, J. Hydro-science and Hydraulic Engin.*, SI-1, pp.84-98, 1993.
- 4) Ellison, T.H. and Turner, J.S.: Turbulent entrainment in stratified flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.6, pp.423-448, 1959.
- 5) Parker, G., Fukushima, Y. and Pantin, H.M.: Self-accelerating turbidity currents, *J. Fluid Mech.*, Vol.171, pp.145-181, 1986.
- 6) 椿東一郎, 小松利光: 傾斜 Plume の流れと連行現象, 第 23 回水理講演会論文集, pp.415-422, 1979.
- 7) 福嶋祐介: 乱流モデルによる傾斜壁面密度噴流の解析, 土木学会論文集, 第 399 号/II-10, pp.65-74, 1988.
- 8) Britter, R.E. and Linden, P.F.: The motion of the front of a gravity current travelling down an incline, *J. Fluid Mech.*, Vol.99, pp.531-543, 1980.
- 9) 福岡捷二, 水村和正, 加納敏行: 密度流先端部の流動特性に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第 274 号, pp.41-55, 1978.
- 10) 秋山壽一郎, 浦勝, 斉藤俊一郎, 富岡直人: 傾斜重力密度流の連行係数に関する統一考察, ながれ, 16, pp.149-161, 1997.
- 11) Knudsen, J.G. and Katz, D.L.: *Fluid Dynamics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, pp.473-493, 1958.
- 12) Schlichting, H.: *Boundary-Layer Theory*, 6th Ed., McGraw-Hill, pp.253-310, 1968.
- 13) Sparrow, E.M., Eichhorn, R. and Gregg, J.L.: Combined forced and free convection in a boundary layer flow, *Physics Fluids*, Vol.2, No.3, pp.319-328, 1959.
- 14) Mahrt, L.: Momentum balance of gravity flows, *J. Atmos. Sci.*, Vol.39, pp.2701-2711, 1982.
- 15) 日野幹雄: 境界値問題の解法, 朝倉書店, 210P., 1981.

(1999. 5. 7 受付)

AN EXPERIMENT AND AN ANALYSIS ON INCLINED PLUME GENERATED BY SALINITY FLUX SUPPLIED FROM A SLOPING BED

Kohji MICHIOKU, Ken-ichi MATSUSHITA and Toshiyuki TAKAHASHI

In anaerobic layers of eutrophic lakes and reservoirs, various components of salinity are released from the bed, which produces heavy water mass right above the bed. When the bed is sloping, a plume motion is generated and the heavy water runs down to a deeper region of the lake. The plume transports high amount of dissolved materials to the lake's bottom, which might bring serious contamination of the bottom water with nutrients and ionic matters. The present study is to fundamentally investigate hydrodynamics of this type of plume. In an experimental model, measurements were made with respect to velocity and buoyancy profiles. Flow development along the streamwise direction is examined. Assuming the flow fields having self-similarity profiles of velocity and buoyancy, a theoretical model was developed to analyze the plume's dynamics. The present theory could be applied to estimate how much the plume-oriented transportation is responsible for lake's bottom water contamination.