

3次元数値流体解析における軸方向長さの検討 —断面辺長比4の矩形断面の場合—

平野廣和¹・渡邊茂²・丸岡晃³・佐野健一⁴

¹正会員 工博 中央大学教授 総合政策学部 (〒192-0393 東京都八王子市東中野 742-1)

²正会員 工修 三井造船(株) 鉄構建設事業本部技術部 (〒196-0012 東京都昭島市つつじヶ丘 1-1-50)

³正会員 工博 八戸工業高等専門学校助手 建設環境工学科 (〒039-1192 青森県八戸市田面木字上野平 16-1)

⁴工修 三井造船(株) 鉄構建設事業本部技術部 (〒196-0012 東京都昭島市つつじヶ丘 1-1-50)

数値流体解析の分野において、軸方向変動を考慮した3次元解析の必要性が論じられている。しかし、軸方向の長さならびに分割数に関しては、研究者の今までの解析実績に委ねられてきた。このようなことから、本論では、一つの試みとして断面辺長比4の矩形断面を選び、軸方向の分割幅を固定し、分割数をパラメータとする解析を実施した。これにより、軸方向長さの違いによる空気力、軸方向変動流を比較し、軸方向の境界に周期境界条件を用いる際の必要な軸方向長さの検討を行った。その結果、断面辺長比4の矩形断面の3次元解析を行う場合の軸方向長さに関する一つの指針を得ることができたので、ここでその結果を報告する。

Key Words : *three-dimensional simulations, spanwise length, rectangular cylinder, aerodynamic forces*

1. はじめに

近年の急速な計算機性能の向上に伴い数値流体力学(CFD)が大きな進歩をとげ、風工学の分野でも着実に成果を挙げている。最近の数値流体解析と従来の数値流体解析との大きな相違点は、ある程度の規模の3次元解析が行えるようになってきたことである。従来は、矩形断面まわりなどの流れを解析する場合、通常2次元解析が中心に試みられてきた。この理由は、計算機性能の物理的な制約は勿論であるが、比較すべき風洞試験が、2次元風洞実験であったことによる。一般的に2次元風洞実験は、軸方向(スパン方向)に一樣な断面を持つ2次元模型を用い、模型の両端に端板等を取り付けることにより模型の2次元性ならびに風洞気流の2次元性をできる限り保って行われている。よって、比較すべき実験が2次元性を確保されていることから、解析も2次元解析で問題ないと判断されていた。

しかし、時間平均的に見れば2次元性を保っている流れ場も、ある瞬間、瞬間においては、流れの3次元性である軸方向変動流が存在していることが流れの可視化実験^{1),2)}等により確認されている。この3次元方向に時々刻々変化する流れ場を、従来型の2次元解析で再現しようとする、実際の現象を十分表現できないことが報告^{3),4),5),6)}されている。しかしながら、2次元解析は簡易にかつ手軽に行えることから、実務向きであるのであえてこの2次元解析で軸方向の変動を取り込むことが検討されている。代表的な手法としては、

RANS(Reynolds Averaged Navier-Stokes) モデルにより軸方向(スパン方向)のエネルギー散逸を取り込む方法^{7),8)}が検討されている。一方、軸方向変動流をモデル化によらず直接扱う方法として3次元解析がある。計算量は膨大になるものの現象をより忠実に表現できる可能性を持っている。3次元解析では、直接シミュレーション手法^{3),5)}やLES(Large Eddy Simulation)手法⁹⁾による解析等が行われている。しかし、この3次元解析においても、計算機の記憶容量や演算速度の物理的な制約から、風洞実験の様に十分なアスペクト比を取ることが難しい。そのため、この制約の中で軸方向長さや分割数を決め、さらに、軸方向の境界には周期境界条件を適用している。

このようなことから、軸方向の長さならびに分割数に関しては研究者の今までの解析実績の判断に委ねられることが多い。例えば3次元解析の必要性が論じられ始めた頃は、軸方向長さは物体の代表長程度でかつ分割数も10分割程度で十分とされたこともあった。しかし、各種の計算が行われるに至り、これでは不十分であることが示されている。著者らが再付着型断面 $B/D=4.0$ (ここでは B は矩形断面の流れ方向の辺長、 D は矩形断面の流れと直角方向の辺長とする。)の矩形断面の計算⁵⁾を行った際に、軸方向長さ $1.6D$ 、軸方向分割32と軸方向長さ $3.2D$ 、軸方向分割64で両者に大きな差が生じないことが判っている。ただし、ここでの軸方向長さや分割数は、計算機の物理的な制約で決定しており、文献⁵⁾ではどこまで必要か否かの確たる判断基準を示す

には至らなかった。色々な解析手法で各種の計算が行われている現状でも、軸方向長さ、軸方向分割数に関して系統立った指針と判断基準が示されていないのが現状である。

よって、本論文では、著者らの解析実績⁵⁾がある再付着型である $B/D=4.0$ の矩形断面を選択し、軸方向の分割幅、レイノルズ数、平面方向の分割を固定し、軸方向長さのみをパラメータとして有限要素法による3次元直接シミュレーションを行った。これにより、軸方向長さの違いによる表面圧力、空気力の時刻歴および軸方向変動流を比較し、軸方向の境界に周期境界条件を用いる際の必要な軸方向長さを検討するものである。

2. 解析手法

(1) 基礎方程式

流れ場を非圧縮粘性流れと仮定すると、基礎方程式は、非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と連続の方程式により記述される。これらの式を無次元化することによって、以下の運動方程式と連続式で表現することができる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p - \nu \nabla^2 \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{u} 、 p は流速と圧力、 \mathbf{f} は外力項、 ν は $1/Re$ 、 Re はレイノルズ数をそれぞれ表す。また、 Ω は境界 Γ で囲まれた解析領域で、境界 Γ は Γ_1 と Γ_2 に分けられ、以下の境界条件が規定される。なお、ここで Γ_1 は、流速が与えられる境界、 Γ_2 は表面力が規定される境界、 $\hat{\mathbf{i}}$ は既知量、 \mathbf{I} は単位テンソル、 \mathbf{n} は境界 Γ の外向き法線ベクトルである。

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (3)$$

$$\{-p\mathbf{I} + \nu \nabla \mathbf{u}\} \cdot \mathbf{n} = \hat{\mathbf{t}} \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (4)$$

(2) 時間方向の離散化

運動方程式 (1) に2次精度となる Crank-Nicolson 法を適用し、式 (5) が得られる。さらに式 (2) を完全陰的に表すと式 (6) が得られる。

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}} + \nabla p^{n+\frac{1}{2}} - \nu \nabla^2 \mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}} = (\mathbf{u}^n + \mathbf{u}^{n+1})/2$ であり、移流項の非線形項は移流速度を既知流速 \mathbf{u}^n により近似する。本解析では、分離型解法¹⁰⁾を適用し、圧力 Poisson 方程式を導くことによって、流速と圧力を分離して解く手法を採用する。まず、運動方程式 (5) の発散をとり、連続式

(6) を代入することによって以下のような圧力 Poisson 方程式が得られる。

$$\Delta t \Delta p^{n+1} = \nabla \cdot \mathbf{u}^n$$

$$-\Delta t \nabla \cdot \{\mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}} - \nu \nabla^2 \mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{f}\} \quad \text{in } \Omega \quad (7)$$

分離型解法では上式から圧力を求めるが、陰的解法の場合には右辺項に未知流速 $\mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}}$ が含まれることから、運動方程式 (5) と圧力 Poisson 方程式 (7) を連立して解く形となる。そこで、本研究では流速場と圧力場を完全に分離するために、圧力 Poisson 方程式 (7) の未知流速 $\mathbf{u}^{n+\frac{1}{2}}$ のみを既知流速 \mathbf{u}^n により近似する。

$$\Delta t \Delta p^{n+1} = \nabla \cdot \mathbf{u}^n - \Delta t \nabla \cdot \{\mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n - \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n - \mathbf{f}\} \quad \text{in } \Omega \quad (8)$$

(3) 空間方向の離散化

式 (8) の圧力 Poisson 方程式の重み付き残差方程式の導出は、通常の Galerkin 法を用いる。また、補間関数に関して、流速と圧力の重み関数と試行関数の同次補間である四角形双1次要素の Q1Q1 要素を用いる。

次に、運動方程式 (5) の重み付き残差方程式は、重み関数と試行関数に異なった補間関数を用いる Petrov-Galerkin 法の考え方にに基づき導くことが可能な IBTD (Improved Balancing Tensor Diffusivity) 法¹⁰⁾を用いる。なお、詳細な式の導出過程に関しては文献^{5), 10)}を参照して頂きたい。

3. 断面のモデル化

本論では、再付着型断面である断面辺長比 $B/D=4.0$ の矩形断面に関して検討を行う。解析条件は、著者らの解析実績⁵⁾に基づき、次の通りとした。

- レイノルズ数は、著者らの解析実績⁵⁾との比較を目的とすることから、全て $Re=3,000$ とする。
- 軸方向の分割幅は、 $0.05D$ の一定とする。
- 軸方向の分割数をパラメータとする。具体的には軸方向へ、2, 4, 8, 16, 32, 64 分割を行う。これにより軸方向長さは、 $0.1D, 0.2D, 0.4D, 0.8D, 1.6D, 3.2D$ である。
- 主流方向平面 ($x-y$ 平面) に関しては、全て同一の分割とする。このときの物体からの法線方向最小メッシュ幅は、 $0.00105D$ である。
- 主流方向平面での解析領域は、物体中心から風上側 $10D$ 、物体中心から風下側 $30D$ 、流れと鉛直方向に $20D$ とする。ここでの閉塞率は5%とする。各々の軸方向長さに対する解析条件を表-1に示す。境界条件は、物体中心から風上側 $10D$ における平面から一様な流れを与える。さらに矩形断面まわりでは no-slip 条件、流れに対し上下の境界面では slip 条件としている。また、軸方向の境界平面では、周期境界条件を与えている。

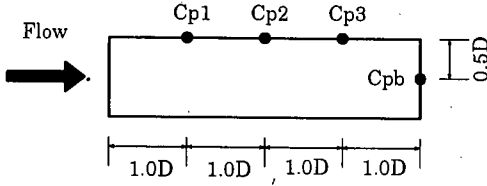


図-1 圧力係数参照位置

表-1 解析条件

| | | | | | | |
|--------|------------------|------|------|------|------|------|
| 軸方向長さ | 0.1D | 0.2D | 0.4D | 0.8D | 1.6D | 3.2D |
| 軸方向分割数 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |
| 軸方向分割長 | 0.05D | | | | | |
| 総節点数 | 94,410~2,045,550 | | | | | |
| 総要素数 | 62,288~1,993,216 | | | | | |
| 最小要素間隔 | 0.00105D | | | | | |
| レイノルズ数 | 3,000 | | | | | |

4. 解析結果と考察

(1) 表面圧力分布

軸方向長さの違いにより、矩形断面まわりの圧力係数 C_p および背圧係数 C_{pb} がどの程度の差を生じるかを、岡島ら¹¹⁾の風洞実験結果と比較しながら検討を行う。

図-1に圧力係数 (C_{p1} , C_{p2} , C_{p3} , C_{pb}) の参照点位置を示す。図-2に、時間平均圧力係数と軸方向長さの関係を示す。(A)は C_{p1} 、(B)は C_{p2} 、(C)は C_{p3} 、(D)は C_{pb} を表し、これら4点は岡島ら¹¹⁾の風洞実験と同一の位置であり、図中の点線は実験値を示す。

図-2の結果より、4点の計測位置ともに若干の差はあるものの、軸方向長さが0.8Dを越えた付近から、実験結果にほぼ等しくなる傾向が得られている。特に、再付着点より前方ではその傾向が顕著に現れている。しかし、再付着点近傍である C_{p3} および背圧である C_{pb} に関しては、0.8Dと1.6D以上とは傾向が異なっている。 C_{p3} では、0.8Dが実験値に最も近い値を示しているのに対して、1.6D以上では実験値より絶対値が大きくなり、1.6Dと3.2Dではほぼ同じ値を示している。 C_{pb} では0.8Dが実験値よりも絶対値が若干大きく、1.6D以上では若干小さい値を示している。ここでも、1.6Dと3.2Dではほぼ同じ値を示している。

以上より、再付着点より前方であれば、0.8D以上の軸方向長さがあれば、実験値ならびに3.2Dの解析結果とほぼ一致することがわかる。しかし、再付着点近傍より後方点での解析結果に関しては、0.8Dでは不十分であり、1.6D以上軸方向長さが必要なことがわかる。

図-3に軸方向長さ0.2D、0.8D、3.2Dにおける時間平均ならびに変動表面圧力分布(標準偏差)をそれぞれ示す。著者らの論文⁵⁾で、既に軸方向長さ3.2Dに関しては既存の風洞実験結果と比較を行い、ほぼ同様な結果が得られることを示しているため、ここでは、軸方

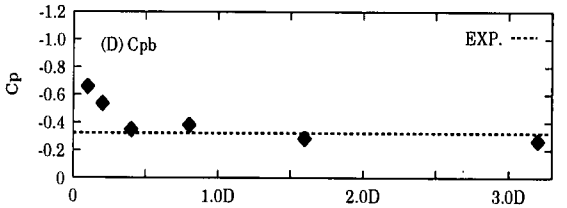
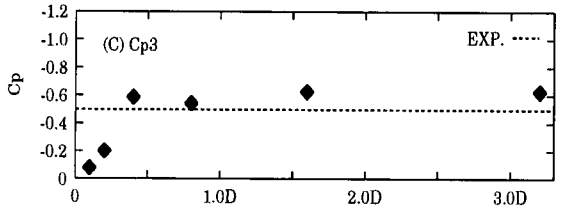
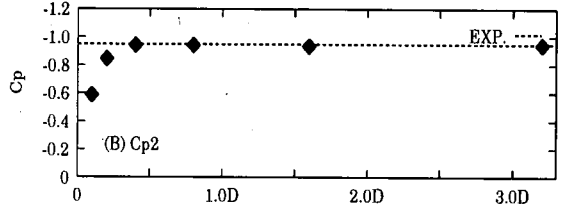
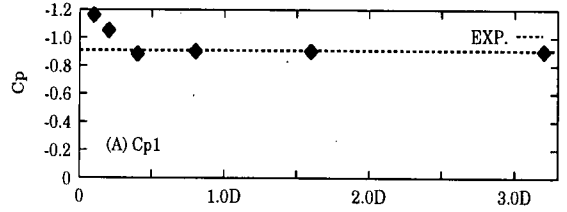


図-2 時間平均圧力係数と軸方向長さの関係

向長さ3.2Dに対して0.2Dと0.8Dを比較することにより、軸方向長さに関して検討を行うこととする。

図-3の軸方向長さ0.2Dと3.2Dとを比較すると、明らかに圧力の分布形状が異なっている。文献⁵⁾で示した2次元解析ほどではないが、0.2Dの場合、物体中心より風上から負圧の減少が始まり、風上側縁端で剥離した流れが、かなり前方で再付着を起こしていると考えられる。また、死水領域内にある背面の平均圧力も2次元解析と同様に勾配を持ち、さらに、変動表面圧力分布に関しても、かなり大きな値となっている。これは、風上側縁端で形成された強い渦が物体表面上を移動し、背面にも影響を与えているからだと考えられる。

一方、0.8Dの場合は、矩形断面の上下面側では平均表面圧力分布ならびに変動表面圧力分布ともに3.2Dとほぼ同様な分布形状を示している。しかし、背圧に関しては、0.8Dの方が圧力の絶対値が大きく、さらに変動も同じく大きくなる傾向を示している。よって、図-2

の背圧である C_{pb} が、 $1.6D$ 以上では -0.32 であるのに対して $0.8D$ が -0.4 を示したと考えられる。これにより、軸方向長さ $0.8D$ では、空気力の過大又は過小評価を生じさせる可能性が高いことを示している。

(2) 空気力の時刻歴

図-4に軸方向長さが $0.4D$ 、 $0.8D$ 、 $1.6D$ 、 $3.2D$ での空気力係数の時刻歴を示す。前縁からの周期的な渦放出が起因している揚力係数 (C_l) およびモーメント係数 (C_m) の卓越周波数成分は、 $0.8D$ 以上ではどれもほぼ同じ周期になっている。しかし、 $0.4D$ では明らかに空気力の卓越周波成分に低周波成分が乗った時刻歴となっている。さらに、 $0.8D$ 以下の場合には、揚力係数 (C_l) およびモーメント係数 (C_m) の時刻歴の極小値および極大値が零点近傍までしか到達しない波形も現れる結果となっている。また、抗力係数 (C_d) は、 $0.4D$ および $0.8D$ の場合、軸方向長さが短くなるに従い、変動振幅が大きくなる傾向がある。この結果から、軸方向長さが短くなるに従い、周期的に物体背後に回り込む流れが過大評価されていると考えられる。

一方、 $1.6D$ と $3.2D$ を比較すると、 $1.6D$ の抗力係数 (C_d) に若干の振幅の大きさが見られるが、その他はほぼ同様の傾向を示している。

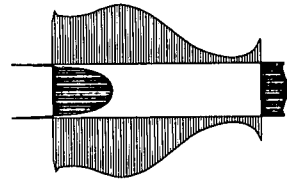
(3) 軸方向の変動流速

図-5に各軸方向長さ毎の物体中心から $2.5D$ 後流側(後縁から $0.5D$) での軸方向流変動量 ($u_{z(rms)}$) を示す。この図より、空気力係数の時刻歴に低周波成分が生じて卓越周波数成分の変動が大きい軸方向長さが $0.4D$ 、 $0.8D$ では、軸方向流変動量が少ないことがわかる。一方、 $1.6D$ と $3.2D$ では両者に大きな差は見られない結果となった。

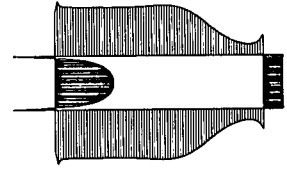
図-6に、軸方向長さ $0.2D$ 、 $3.2D$ の図-5と同一の地点での軸方向変動流の時刻歴を示す。これより、 $0.2D$ では、軸方向変動流を表現できていないことがわかる。これは、軸方向長さが短いことから周期境界条件による影響を強く受けて、本来ならば3次元性を示す流れが強制的に2次元平面内での流れに近くなることによる。よって、軸方向長さが短すぎる場合は、2次元解析とほぼ同じ流れの状態となる。

(4) 流れの可視化

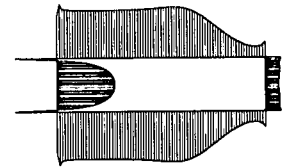
図-7に軸方向長さが $0.8D$ および $3.2D$ の揚力が極小値から極大値に向かう零点での3次元圧力鳥瞰図 ($C_p = -0.12, -0.4, -0.8, -1.2$) を示す。軸方向長さが $0.8D$ でも、周期境界条件による影響を受け、 $3.2D$ で見られる再付着点、背面での流れの3次元性が顕著に現れない結果となっている。



(A) $0.2D$

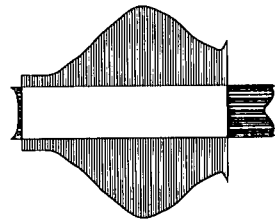


(B) $0.8D$

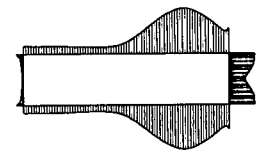


(C) $3.2D$

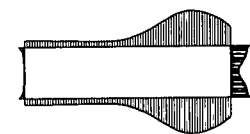
平均表面圧力係数分布図



(D) $0.2D$



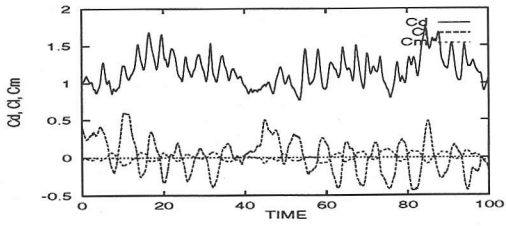
(E) $0.8D$



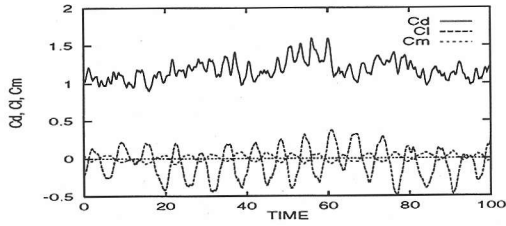
(F) $3.2D$

変動表面圧力分布 (標準偏差)

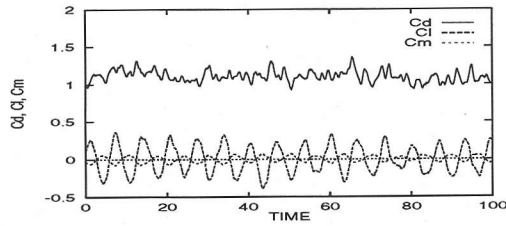
図-3 平均表面圧力分布と変動表面圧力分布 (標準偏差)



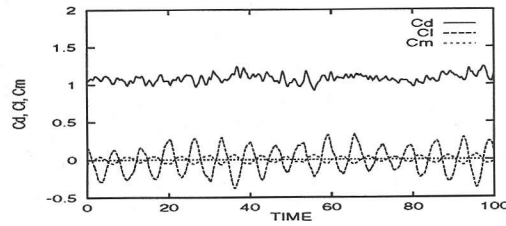
(A) 0.4D



(B) 0.8D



(C) 1.6D



(D) 3.2D

図-4 空気力係数の時刻歴

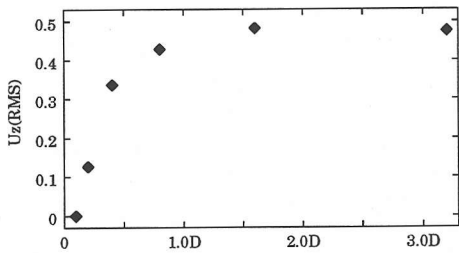
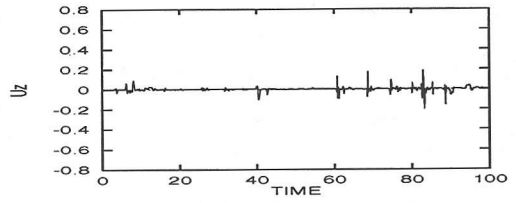
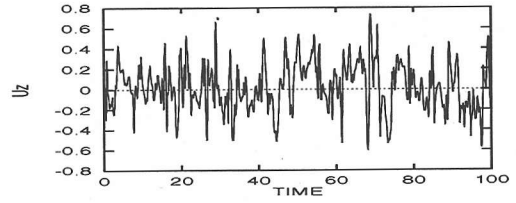


図-5 軸方向流の変動量分布
(物体中心から 2.5D 後流側)



(A) 0.2D



(B) 3.2D

図-6 軸方向変動流速
(物体中心から 2.5D 後流側)

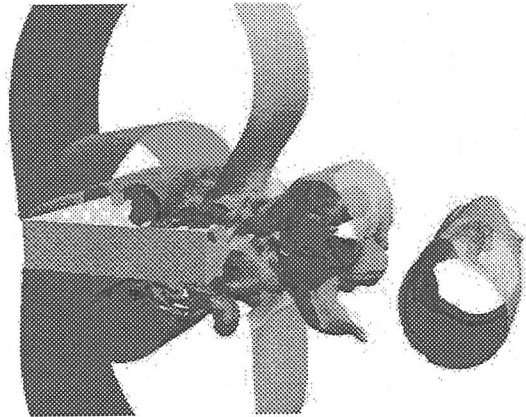
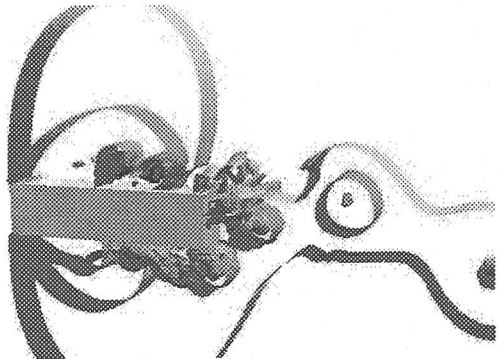


図-7 3次元圧力場
(上: 0.8D, 下: 3.2D)

5. おわりに

再付着型断面である $B/D=4$ の矩形断面において、3次元解析を行う場合に軸方向の境界に周期境界条件を用いた時の軸方向長さに関して、以下の結果と判断基準のための指針を得ることができた。

1. 軸方向長さが $0.2D$ 以下では、軸方向の長さが足りず周期境界条件の影響を大きく受ける。そのため、流れそのものが2次元解析で得られた結果とほぼ同様な結果となる。
2. 軸方向長さが $0.8D$ 以下では、空気力の揚力係数の時刻歴に低周波成分がのることで、揚力係数、モーメント係数の時刻歴波形の極小値および極大値が、零点近傍までしか到達しない波形も現れる。
3. 軸方向長さが $0.8D$ 以下では、再付着点近傍以降、背面付近で圧力の過大又は過小評価を生じている。よって、空気力の定量的な評価ができない。
4. 軸方向長さ $1.6D$ と $3.2D$ では、軸方向変動流、空気力等で両者に大きな差異は見られない。

以上より、3次元解析で軸方向の境界に周期境界を用いる場合の軸方向長さの基準として、軸方向長さ $1.6D$ 、 32 分割以上あれば、軸方向変動流速、空気力に変化が見られないことが確認できた。さらに、 $B/D=4$ の矩形断面まわりの3次元流れを定性的に再現出来ていると考えられる。よって、 $B/D=4$ の矩形断面に関しては、一つの判断基準の指針として、軸方向の長さは、 $1.6D$ 、 32 分割以上が必要である。なお、他の断面を扱う場合には、解析者が本論で示した様な表面圧力や軸方向の変動流速の収束性を確認した上で、軸方向長さ、軸方向分割数を決定することが望まれる。

謝辞： 本研究の一部は、文部省科学技術研究費・基盤研究(C)、鹿島学術振興財団研究助成ならびに中央大学理工学研究所共同研究費の給付を受けた事を付記する。

参考文献

- 1) 大屋裕二, 深町信尊, 渡辺公彦, 杉谷賢一郎: 扁平矩形柱周流における流れの3次元性, 土木学会 51 回年次学術講演会, pp.382-382, 1996.
- 2) 河村進一, 久保喜延, 山口栄輝, 久保敦詩: 円形隅角付き角柱の周辺流れ特性, 第 15 回風工学シンポジウム論文集, pp.281-286, 1998.
- 3) 田村哲郎, 伊藤嘉晃: 3次元流体解析による角柱に発生する種々の空力弾性挙動の再現と精度検討, 日本建築学会構造系論文集, No.497, pp.25-32, 1997.
- 4) 丸岡晃, 太田信二, 平野廣和, 川原睦人: 広範囲な Reynolds 数域での円柱まわりの2次元3次元数値流体解析, 土木学会論文集, Vol.591/1-43, pp.139-150, 1998.
- 5) 平野廣和, 渡邊茂, 丸岡晃, 佐野健一: 断面辺長比4の矩形断面の空力特性に関する2次元・3次元数値流体解析, 土木学会論文集, Vol.598/1-44, pp.401-411, 1998.
- 6) 河村進一, 久保喜延, 山口栄輝: 隅角部に曲率を有する断面周辺流れの2次元数値流体解析, 応用力学論文集, Vol.1, pp.649-654, 1998.
- 7) 加藤真志: 流れ直角方向に振動する角柱の2次元流れ解析による空力特性評価, 日本風工学会誌第70号, pp.15-26, 1997.
- 8) 加藤真志: 修正生産項 $k-\epsilon$ を用いた静止・振動角柱周りの2次元流れ解析, 土木学会論文集, Vol.577/1-41, pp.217-230, 1997.
- 9) 野澤剛二郎, 田村哲郎: 剥離乱流へのLESの適用性-角柱まわりの流れ-, 第14回風工学シンポジウム論文集, pp.239-244, 1996.
- 10) 丸岡晃, 太田真二, 平野廣和, 川原睦人: 同次補間を用いた陰的有限要素法による非圧縮粘性流れの解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.383-394, 1997.
- 11) 岡島厚, 杉谷賢一郎: 長方形断面柱のストローハル数と背圧係数(レイノルズ数の影響), 日本機械学会論文集(B編), Vol.50, No.247, pp.2004-2012, 1984.

(1999. 4. 9 受付)

A STUDY ON SPANWISE LENGTH OF RECTANGULAR CYLINDER FOR THREE DIMENSIONAL FLUID FLOW ANALYSIS

Hirokazu HIRANO, Shigeru WATANABE, Akira MARUOKA and Ken-ichi SAN0

This study has focused on a span-wise length of rectangular cylinder in using periodic boundary condition at span-wise plane. Three-dimensional simulations of the unsteady flows around a rectangular cylinder with a side ratio 4 are carried out fixing the element length of axial direction and changing the number of layer of axial direction elements. In this study, IBTD+FS finite element technique without any turbulence model was introduced. As a result, it is confirmed that numerical result for aerodynamic characteristics of rectangular cylinders were changed with a span-wise length. In order to obtain the well evaluated result as compared with the result of wind tunnel test, namely, some extended span-wise length is required.