

有限次数近似モデルに基づく 橋桁の非定常空気力同定の定式化

岩本政巳¹・藤野陽三²

¹正会員 工博 名古屋工業大学講師 社会開発工学科 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)

²フェロー Ph.D. 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

自由振動法に基づく橋桁の非定常空気力の同定では、振動数の関数である空気力係数の一意性、空気力モデルにおける調和振動仮定の問題があった。本研究では、その係数パラメータが振動数に依存しない一般振動下の空気力モデルである、有限次数近似モデルを基礎とする非定常空気力の同定手法について、その定式化と2種類の評価関数を示すとともに、本手法の適用性を数値シミュレーションにより検討した。

本手法では上記2つの問題が解決されるほか、計算作業上の利点も認められた。また、有限次数近似モデルの係数パラメータについては評価関数によって同定の安定性に差異が見られたものの、モード情報や非定常空気力係数の再現性はいずれも良好であった。

Key Words : identification, unsteady aerodynamic force, bridge deck, finite state approximate formulation

1. はじめに

明石海峡大橋に代表される吊形式橋梁の長大化にともない、その耐風安定性、中でも耐フラッター特性は重要な検討項目となっている。特に近年、明石海峡大橋を越える2500~3000m級の超長大吊形式橋梁の実現に向けて、MONO-DUO形式¹⁾等の新しい構造形式の橋梁が提案されている。複雑な3次元的振動特性を持つこれらの耐風設計において、最も信頼性の高い応答予測手法は3次元弾性模型を用いた全橋風洞試験であるが、かかる費用が膨大であり容易に実施できるものではない。またこの方法は、最適な設計条件を見出すためのパラメトリックスタディにも適していない。そのため、フラッターをはじめとする空力振動の解析的予測の重要性はますます高まっている。

橋梁の解析的空力振動予測に際しては、フラッター解析のみならずガスト応答解析においても、非定常空気力が導入される。我が国でも近年採用されるようになってきた扁平箱桁等では平板翼理論による空気力もしくは用いられるが、詳細な検討を行う場合には2次元模型を用いた風洞実験により非定常

空気力を計測することとなる。その手法は強制振動法と自由振動法に大別できる。

自由振動法に着目すると、非連成、連成の各振動状態での振動実験を個別に行い非定常空気力係数の非連成項、連成項を順次求めていく方法²⁾に代わって、近年ではカルマンフィルタ³⁾等のシステム同定手法により連成時の振動波形から運動方程式の減衰および剛性マトリクスあるいはモード特性を同定し、その結果から非定常空気力係数を求める方法^{4)~7)}が主流となっている。その際、文献⁴⁾で詳しく述べられているように、同定上の問題が2つ存在する。

問題点①：剛性マトリクスのような特性行列の同定においては当然のことながら、振動波形に同定すべき振動モードが含まれている必要がある。しかし連成フラッターが発生するような高風速時には、鉛直たわみモードの空力減衰が非常に大きく加振を行ってもすぐに減衰してしまうため、その情報が自由振動波形から欠落してしまう。つまり、同定に必要な情報量が不足することとなり、理論上解は不定となる。

問題点②：これは得られた特性行列から非定常空気力係数を求める際に発生する。非定常空気力係数

は通常無次元振動数（無次元風速）の関数として定義されており，空力振動時の各モード分枝の固有振動数は一般には異なる．そのため，同一風速で観測される各モード分枝の無次元振動数は一致せず，空気力係数を一意的に定めることができないことになる．

問題点②に関連して著者ら⁵⁾は，空力的連成の比較的小さい低中風速域においては，振幅の小さい連成振動成分を無視することで一意的な同定が可能となることを示したが，適用風速域に限界がある．一方山田ら⁴⁾は，モード分解再構成法（MDR法）によりこの問題を解決している．ただしこの手法は，得られたモード情報を無次元振動数（無次元風速）ごとに再整理する作業に煩雑さが残る．

自由振動法による非定常空気力の同定においては，上記の2点とは別の問題点もある．用いられる非定常空気力が調和振動を前提としていることである．著者ら⁸⁾はすでに，一般振動下の非定常空気力を用いた橋桁のフラッター解析に関する研究を行っており，空気力モデルの定式化により高減衰領域での解析結果に差異が生じることを確認している．自由振動法における観測データは一般減衰振動波形であり，特に高風速域での鉛直たわみモードの減衰はかなり大きい．自由振動法にアクティブ制御を併用し，調和振動に近い自由振動波形を生成させる手法⁹⁾も提案されているが，フラッター解析と同様一般振動状態に対して適用可能な空気力モデルを導入することも有効と考えられる．

その候補としては，一般 Theodorsen 関数に基づく空気力モデル^{8),10)}と有限次数近似モデル^{8),11),12)}が挙げられる．前者は広く用いられている振動数領域での非定常空気力を調和振動から一般減衰振動へと拡張したものであるが，同定問題に用いるには適切ではないと考えられる．空気力係数が振動数と減衰の関数で与えられており，前述の同定の一意性問題（問題点②）をさらに複雑なものとしてしまうためである．一方後者については，その係数パラメータが振動数に依存しないため，同定の一意性問題は発生しないと考えられる．無次元振動数の関数である非定常空気力係数から同モデルの係数パラメータを決定する方法についてはすでに藤野ら^{11),12)}が示している．また Xie⁷⁾は，風洞実験結果より直接係数パラメータを求める CVR（Coupled Vibration Record）法を提案している．ただし CVR 法では，線形最小2乗法に基づく同定手法を用いており，一部の係数パラメータ（式(1)の λ_ℓ ）を既知と見なしているように見受けられる．

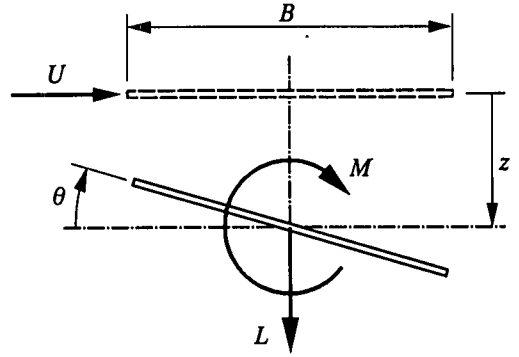


図-1 変位と空気力の定義

そこで本研究では，有限次数近似モデルを基礎とする非定常空気力の同定手法について，CVR法の考え方を踏襲しつつ厳密な定式化を行うとともに，文献⁷⁾では触れられていない一般振動下の非定常空気力に関する議論もふまえて，その適用方法を再整理する．また，本手法の適用性を数値シミュレーションにより検討する．なお本論文では，図-1に基づく表記で統一することとし，非定常空気力の加速度項は無視している．

2. 非定常空気力の同定方法

(1) 非定常空気力および運動方程式

非定常空気力の有限次数近似モデルは，本来無限次数系で表される振動体周辺の気流状態および非定常空気力を，有限次数系で近似したモデルである．補助変数を導入することにより，同モデルは振動数に依存しない風速表示形式での非定常空気力の定式化を可能とする．

風速 U の気流中で桁幅 B の橋桁が鉛直たわみ，ねじれの2自由度で任意振動 (z, θ) をしているとき，橋桁に作用する非定常揚力 L 及び空力モーメント M は，有限次数近似モデルにより次式で表せる．

$$\begin{cases} L/\frac{1}{2}\rho U^2 B \\ M/\frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \end{cases} = A_0 \begin{Bmatrix} z \\ \theta \end{Bmatrix} + \frac{B}{U} A_1 \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \sum_{\ell=1}^{n_\ell} \begin{Bmatrix} x_{2\ell-1} \\ x_{2\ell} \end{Bmatrix}$$

$$\frac{B}{U} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{2\ell-1} \\ \dot{x}_{2\ell} \end{Bmatrix} = -\lambda_\ell \begin{Bmatrix} x_{2\ell-1} \\ x_{2\ell} \end{Bmatrix} + A_{\ell+1} \begin{Bmatrix} z \\ \theta \end{Bmatrix}, \quad \ell = 1, \dots, n_\ell \quad (1a,b)$$

ここに， ρ は空気密度である．また， x_m

($m=1, \dots, 2n_t$) は補助変数, n_t は近似モデルの次数である. n_t を増やすことにより近似の精度は向上するが, 自由度が増大する. A_0, A_1, A_{t+1} および λ_t ($\ell=1, \dots, n_t$) は近似モデルにおける非定常空気力マトリクスおよびパラメータである. これらは断面形状のみに依存する定数パラメータである.

ここで, 次式の一般減衰振動を仮定する.

$$q = q_0 e^{st} \quad (2a)$$

$$q = \begin{Bmatrix} z/B \\ \theta \end{Bmatrix}, \quad s = -\xi\omega + i\omega\sqrt{1-\xi^2} \quad (2b,c)$$

ここに, q_0 は複素振幅の初期値, t は時刻, s はラプラス変換パラメータ, ω は円振動数, ξ は減衰定数, i は虚数単位である. 式(2)を式(1)に代入すると, 振動数表示形式の有限次数近似モデルを得る.

$$\begin{Bmatrix} L/\frac{1}{2}\rho U^2 B \\ M/\frac{1}{2}\rho U^2 B^2 \end{Bmatrix} = \left(A_0 + \bar{s}A_1 + \sum_{\ell=1}^{n_t} \frac{1}{\lambda_\ell + \bar{s}} A_{t+1} \right) \begin{Bmatrix} z/B \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに, \bar{s} は無次元ラプラス変換パラメータ ($=Bs/U$) である. 式(3)に対応する一般 Theodorsen 関数に基づく非定常空気力を次式に示す.

$$L = -\pi\rho B^3 s^2 \left[(\bar{L}_{zR} + i\bar{L}_{zI}) \frac{z}{B} + (\bar{L}_{\theta R} + i\bar{L}_{\theta I}) \theta \right] \quad (4a)$$

$$M = -\pi\rho B^4 s^2 \left[(\bar{M}_{zR} + i\bar{M}_{zI}) \frac{z}{B} + (\bar{M}_{\theta R} + i\bar{M}_{\theta I}) \theta \right] \quad (4b)$$

ここに, $\bar{L}_{zR}, \bar{L}_{zI}, \bar{L}_{\theta R}, \bar{L}_{\theta I}, \bar{M}_{zR}, \bar{M}_{zI}, \bar{M}_{\theta R}, \bar{M}_{\theta I}$ は非定常空気力係数 (実数) である. これらは無次元ラプラス変換パラメータ \bar{s} の関数として表される.

藤野ら^{11),12)}が提案した有限次数近似モデルの決定手法は, 式(4)の非定常空気力係数に適合するよう, 式(3)の係数パラメータを最小2乗法などのパラメータ推定手法により求めるものである. 通常振動数領域での非定常空気力係数は調和振動を仮定して求められているため, $s = i\omega$, $\bar{s} = iK$ ($K = B\omega/U$: 無次元振動数) とした上でパラメータ推定が行われる.

有限次数近似モデルを用いてフラッター解析やガスト応答解析^{13),14)}を行う場合には, 式(1)に基づい

て運動方程式をたてるのが一般的である.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = \gamma \left(A_0 q + \frac{B}{U} A_1 \dot{q} + \sum_{\ell=1}^{n_t} X_\ell \right) \quad (5a)$$

$$\dot{X}_\ell = \frac{U}{B} (-\lambda_\ell X_\ell + A_{t+1} q), \quad \ell = 1, \dots, n_t \quad (5b)$$

$$M = \begin{bmatrix} mB^2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (5c)$$

$$C = \begin{bmatrix} 2mB^2 \xi_z \omega_z & 0 \\ 0 & 2I \xi_\theta \omega_\theta \end{bmatrix} \quad (5d)$$

$$K = \begin{bmatrix} mB^2 \omega_z^2 & 0 \\ 0 & I \omega_\theta^2 \end{bmatrix} \quad (5e)$$

$$X_\ell = \begin{Bmatrix} x_{2\ell-1} \\ x_{2\ell} \end{Bmatrix}, \quad \gamma = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \quad (5f,g)$$

ここに, m, I は各々橋桁の単位長さ質量および極慣性, ω_z, ω_θ は各々鉛直たわみおよびねじれの固有円振動数, ξ_z, ξ_θ は各々鉛直たわみおよびねじれの構造減衰定数である.

一方, 式(3)を用いて次式のような運動方程式をたてることもできる.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = \gamma \left(A_0 + \bar{s}A_1 + \sum_{\ell=1}^{n_t} \frac{1}{\lambda_\ell + \bar{s}} A_{t+1} \right) q \quad (6)$$

運動方程式の解が式(2)で与えられることより, 式(2)を式(6)に代入して整理すると次式が得られる.

$$F \cdot q_0 = 0 \quad (7a)$$

$$F = (s^2 M + sC + K) \quad (7b)$$

$$-\gamma \left(A_0 + \bar{s}A_1 + \sum_{\ell=1}^{n_t} \frac{1}{\lambda_\ell + \bar{s}} A_{t+1} \right) \quad (7b)$$

(2) 係数パラメータの同定と評価関数

以上の定式化に基づき, 自由振動法による風洞実験結果から有限次数近似モデルの係数パラメータを同定することを考える.

鉛直たわみ, ねじれの2自由度を持つ2次元橋桁模型の気流中における自由振動波形は, 鉛直たわみ, ねじれモードの片方もしくは両方のモード情報を有している. それらのモード情報をさまざまな風速において収集した結果, 風速 U , ラプラス変換パラメータ s (円振動数 ω および減衰定数 ξ), 複素モード

形(複素振幅の初期値) q_0 からなるデータセットが鉛直たわみ, ねじれモード合わせて n 個得られたとする。これらを観測値とした非定常空気力の同定問題は, 未知パラメータである $A_0, A_1, A_{\ell+1}$ および λ_ℓ ($\ell=1, \dots, n_\ell$) を観測値のデータセット群 $U_j, s_j, q_{0,j}$ ($j=1, \dots, n$) から推定する問題と設定できる。未知パラメータ数は $8+5n_\ell$, データセット群が持つモードの情報量は $4n$ であるから, 次式が満たされればパラメータ推定手法により未知パラメータを決定することができる。

$$n \geq 2 + \frac{5}{4}n_\ell \quad (8)$$

パラメータ推定の基準となる評価関数は幾通りか考えられるが, 本研究では次の2つを取り上げる。

n 個のデータセットはいずれも式(7)を満足する。このことから文献 7)と同様に, 次式のような評価関数を考えることができる。

$$J_1 = \sum_{j=1}^n w_j \|F_j \cdot q_{0,j}\|^2 \quad (9)$$

ここに, w は重み係数である。式(9)は未知パラメータに関する陽な関数として与えられるため, 数学的な扱いは比較的簡潔である。同定アルゴリズムによってはヤコビアン関数を与える必要があるものもあるが, 式(9)はそれを陽な形で与えることもできる。ただし, 評価の対象が s と q_0 の混在する非線形関数となるため, 推定誤差の物理的意味が不明瞭で, 重み係数 w の与え方についての指針も立てにくい。

次に, データセット群に対して直接最小2乗法を適用すると, 次式の評価関数が与えられる。

$$J_2 = \sum_{j=1}^n \left(w_{s,j} |s_j - s_{M,j}|^2 + w_{\phi,j} |\phi_j - \phi_{M,j}|^2 \right) \quad (10a)$$

$$\phi = \begin{cases} B\theta_0/z_0 & (\text{鉛直たわみモード}) \\ z_0/B\theta_0 & (\text{ねじれモード}) \end{cases} \quad (10b)$$

ここに, ϕ は複素モード形 q_0 の鉛直たわみ成分とねじれ成分の比, すなわち振幅比と位相差を表す複素パラメータである。また, 添え字の M は仮定した未知パラメータによって得られる推定値(モデル出力)を表す。式(10)を評価関数とした場合, 実験によって得られたモード情報の2乗誤差を最小とすることになるため, 同定の意味は明快である。重み係数 w は

実験より得られた各モード情報の重要度や信頼度に応じて与えればよい。たとえば, 誤差が大きいと考えられるモードデータに対しては小さい重みを加えることにより, 信頼性を考慮した同定が可能となる。観測誤差の共分散行列の逆行列を重みとして用いることで最尤推定値を得ることもできる¹⁵⁾。ただし式(10)を用いる場合, モードパラメータ推定値を式(5)あるいは式(6)の固有値解析によって求めることとなり, 評価関数は陰な形でしか得られない。

1. で述べた同定の一意性問題(問題点②)は, 同定すべき非定常空気力係数が無次元振動数の関数として表現されることに起因していた。しかし, 本手法における未知パラメータである有限次数近似モデルの係数パラメータは, 断面形状のみにより定まるものであり, 振動数, 減衰といった振動状態や風速には依存しない。あるひとつの橋桁断面(模型)を対象とした風洞実験から得られるデータセット群に対しては, 定数パラメータとして扱うことができる。したがって本手法では, 同定の一意性問題は発生しない。また, 有限次数近似モデルは一般振動下の非定常空気力モデルであり, 以上の定式化も一般減衰振動を前提として行っている。したがって, 高風速時の鉛直たわみモードといった減衰の大きい自由振動波形に対しても整合性は保たれる。

(3) 自由振動法への適用手順

本手法は基本的には CVR 法と同一であり, MDR 法とも同様の手順で行う。

まず第1段階として, 自由振動波形からモード特性を抽出する。その手法は任意である。減衰, 剛性マトリクスを同定したのち, 固有値解析によってモード特性を求めてもよいし, 直接同定を行ってもよい。また, 鉛直たわみ, ねじれモードの片方を励起させた1モードのみの情報を持つ波形, 両方のモード情報を持つ波形, いずれを用いてもよい。注意すべき点は, 1. で述べた問題点①を避けること, すなわち波形が含んでいるモードの数に応じた数学モデルを用いることである。たとえば, ねじれモードのみが観測されているような場合には, そのモード情報のみを対象とするよう同定問題を設定する必要がある。

次に第2段階として, 第1段階で得られたモード情報に関するデータセット群から, 有限次数近似モデルの係数パラメータを同定する。無次元振動数の関数としての非定常空気力係数を対象とする従来の方法では, ある風速あるいは無次元風速における鉛直たわみ, ねじれ各モードに関する情報ひとつずつ

表-1 シミュレーション諸元⁵⁾

空気密度 ρ	1.2 [kg/m ³]
桁幅 B	0.2927 [m]
単位長さ質量 m	4.82 [kg/m]
単位長さ極慣性 I	0.0486 [kg·m ² /m]
鉛直たわみ振動数	2.82 [Hz]
ねじれ振動数	5.23 [Hz]
鉛直たわみ対数減衰率	0.0100
ねじれ対数減衰率	0.0187
フラッター発振風速	19.4 [m/s]
無次元発振風速	16.9

を一組とし、空気力係数と対応する無次元振動数を1点ずつ求めていく。一方本手法では、対象が風速や振動状態に依存しない定数パラメータであるから、データセット群全体から一括同定する。したがって、鉛直たわみ、ねじれ各モード分枝のデータセットの数は、必ずしも同じである必要はない。また MDR 法のように、データセット群を無次元振動数（無次元風速）ごとに整理する必要もない。ただし、同定に用いるデータセットと未知パラメータが1対1の関係にないため、データセット群の中に大きな誤差を持つデータセットごく少数含まれているだけでも、同定結果全体の精度を下げてもあり得る。そのため同定に先立ち、データセット群の連続性等をチェックし、誤差の大きいと考えられるものは除去しておく必要がある。また、式(1)、(3)からも明らかのように、有限次数近似モデルは観測されたデータセット群が与える無次元振動数の範囲外の領域に対しても非正常空気力を与えることができる。しかし、そうした領域での精度は当然ながら保証されない。よって、同定の結果得られた係数パラメータを使って応答解析を行う際には、その適用可能範囲に注意を払う必要がある。

3. 数値シミュレーションによる適用性の検討

(1) 解析条件

本手法の適用性を検討するため、平板翼空気力の作用する2次元橋桁を対象に、数値シミュレーションを行った。2.(3)で述べたように本手法は2つの段階からなるが、ここでは第2段階のみを対象とする。つまり、数値的に作成したモード情報のデータセット群を観測データとして、有限次数近似モデルの係数パラメータを同定する。橋桁（模型）の構造諸元は、文献5)を参考に表-1のとおりとした。

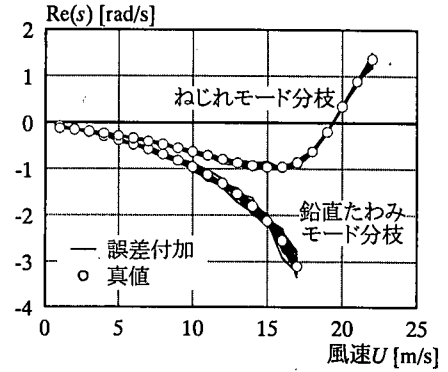


図-2 作成したモード情報 (s の実部)

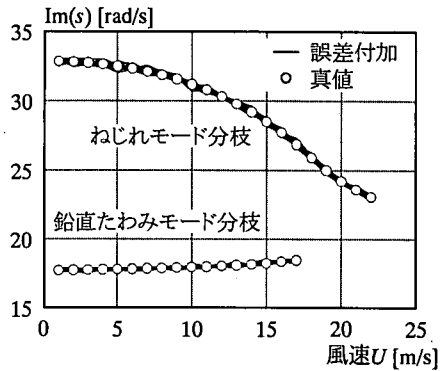


図-3 作成したモード情報 (s の虚部)

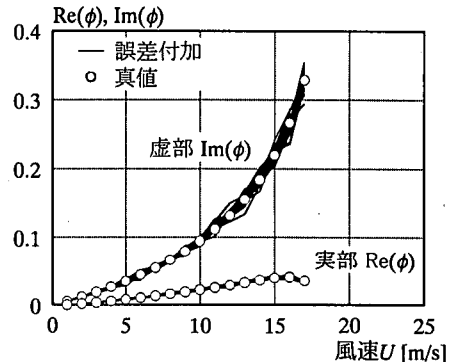


図-4 作成したモード情報 (鉛直たわみモード ϕ)

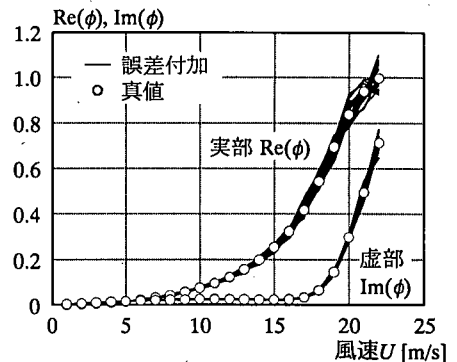


図-5 作成したモード情報 (ねじれモード ϕ)

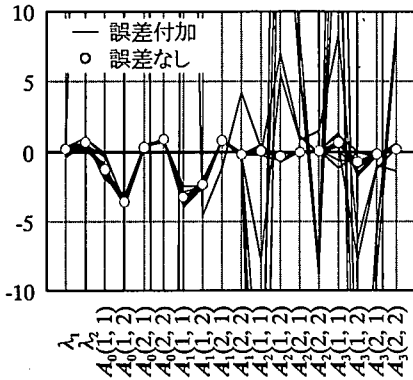


図-6 同定された係数パラメータ (J_1)

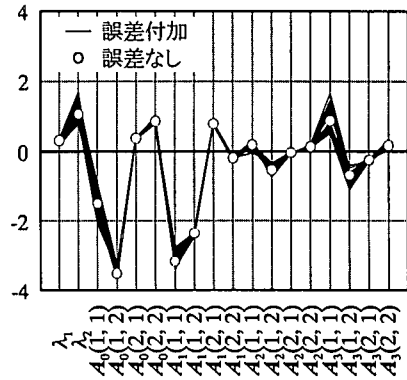


図-7 同定された係数パラメータ (J_2)

モード情報のデータセット群は、平板翼空気の解析解である一般 Theodorsen 関数を用いて、式(4)に示される一般振動下での定式化にしたがって作成した。風速の刻みは1m/sとし、鉛直たわみ、ねじれモード分枝のデータセット数は各々17, 22, 計 $n=39$ と定めた。無次元風速 $\bar{U} = U/Bf$ (f : 振動数)の上限は、両モード分枝ともに20程度である。この基本データに観測誤差を付加したデータを20組作成し、それぞれについて同定を行った。観測誤差は文献4)等を参考に、その標準偏差が各データ値の5%となる正規乱数で与えている。ただし、モードの振動数であるラプラス変換パラメータ s の虚部については、比較的高い同定精度が見込めること、その絶対値が風速に関わらず他のパラメータより大きいことを考慮し、誤差レベルを0.5%とした。作成した20組のデータをまとめて図-2~5に示す。

係数パラメータ同定は、修正 Levenberg-Marquardt 法 (IMSL サブルーチン DUNLSF¹⁶⁾)を用いて行った。平板翼空気であることを考慮し、有限次数近似モデルの次数は $n_t = 2$ とした。式(8)より、最低限のデータセット数は5となる。係数 λ_k はその物理的な意味から理論上正の値となる。そのため文献11), 12)では、係数パラメータを推定する際の拘束条件として、 λ_k に上下限を与えている。しかし本研究では、そうした処理は行っていない。評価関数 J_1 においては q_0 の代わりに ϕ を用い、重みは特に与えていない(すべての重み係数を1とした)。 J_2 における重み係数は、次元の異なる各項のオーダーをそろえるため、4つの項それぞれに対し、その観測値の逆数の2乗で与えた。

(2) 同定された係数パラメータ

有限次数近似モデルの係数パラメータの同定結果を、20ケースまとめて図-6, 7に示す。図中には、

観測誤差を付加していないデータセット群からの同定結果も併せて示してある。一見して、 J_1 を用いた場合(図-6)には大きな推定値の変動があり、評価関数によって同定計算の安定性が大きく異なることが分かる。なお、入力データセット群の作成に用いている数学モデル(一般 Theodorsen 関数)と同定の前提としている数学モデル(有限次数近似モデル)が一致しないため、観測誤差のないデータから同定を行ったとしてもある程度の誤差が生じることは避けられない。誤差の傾向は評価関数 J_1 と J_2 とで若干異なっており、後述するように J_1 の方が比較的真値に近いモード情報および非定常空気力係数の再現値を与えている。

評価関数として J_1 を用いた場合(図-6)において、4つのケースで特に大きい変動が生じており、いずれも推定値の絶対値が10を越えている。 s の実部(減衰)、虚部(振動数)、モード形状パラメータ ϕ のそれぞれについて、個別に誤差を与えて同定を行った結果、 s の虚部および ϕ の観測誤差が大きな推定値の変動を生じさせていることが分かった。また、5つのケースでは λ_1 および λ_2 に関する推定値が近接しており、比較的大きい変動が生じている。 λ_k に拘束条件を与えてはいないことから、9ケースで λ_1 ($< \lambda_2$)が負となる同定結果が得られた。推定値の収束に要する繰り返し計算回数はおおむね40前後であったが、誤差の大きかったケースや λ_k が近接したケース、計6ケースで100を越えた。特に、一部の推定値でその絶対値が10,000を越えているあるケースでは、収束に10,000程度の繰り返しを要している。総じて個々の係数パラメータの変動に対する評価関数の感度が低く、同定の安定性が低いように見受けられた。

一方、評価関数として J_2 を用いた場合(図-7)の推定値は変動が小さく、推定の安定性はかなり高い。

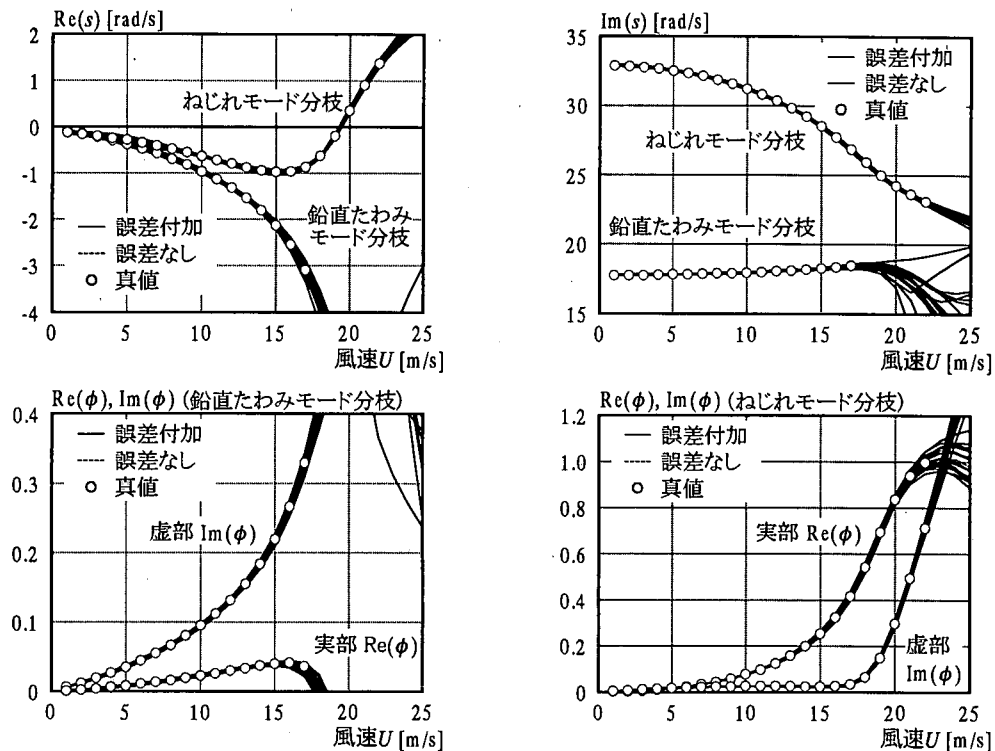


図-8 同定結果から再現したモード情報 (J_1)

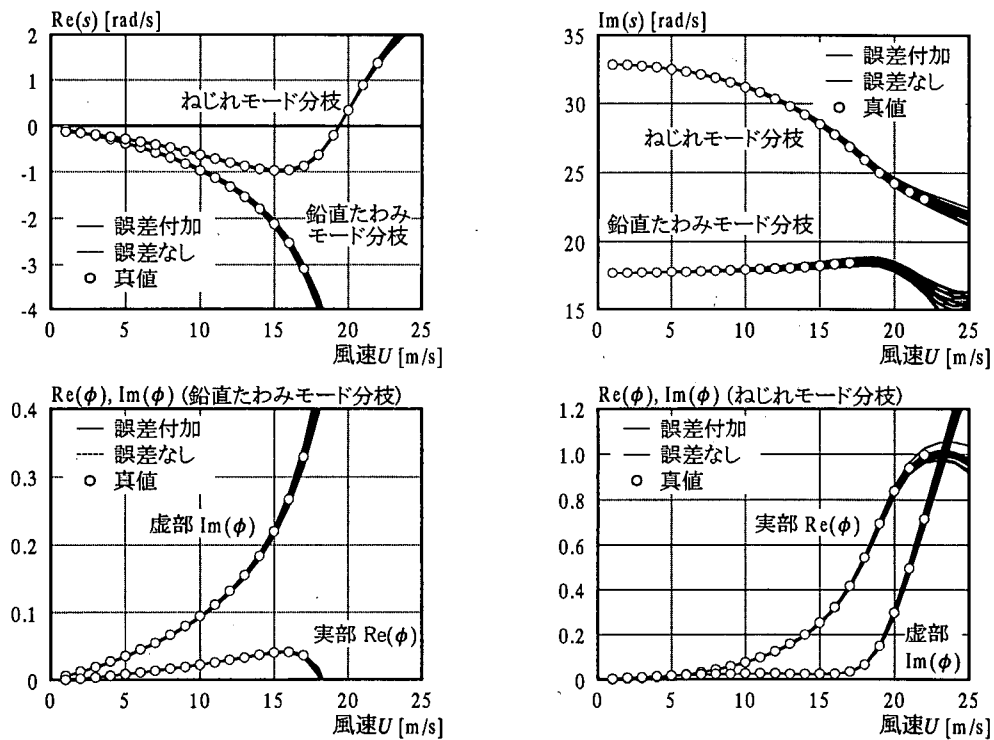


図-9 同定結果から再現したモード情報 (J_2)

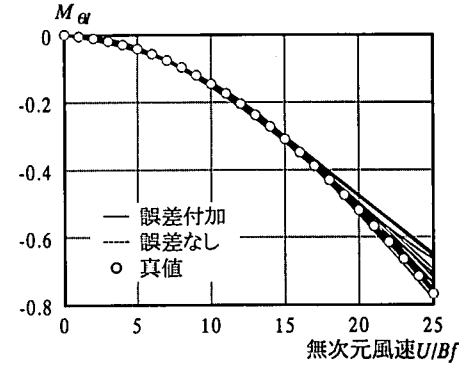
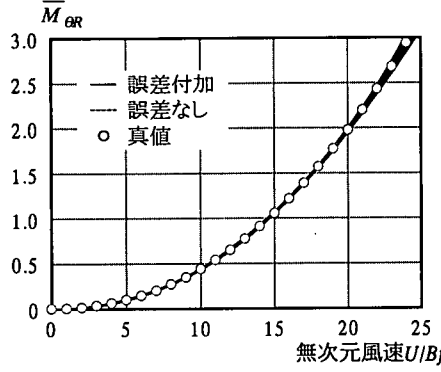
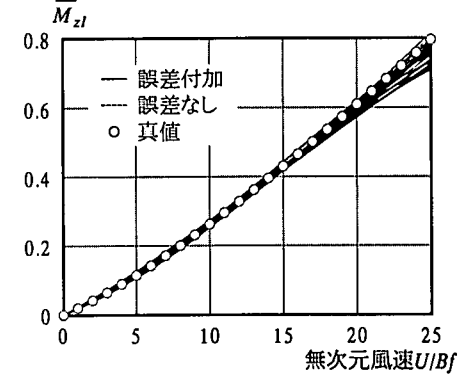
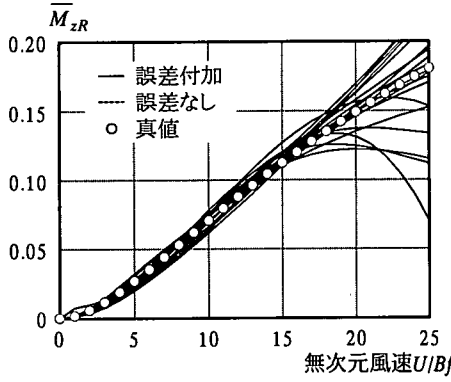
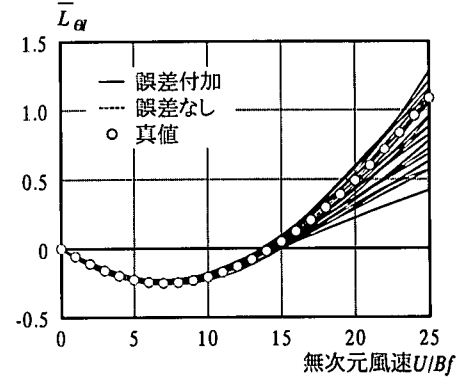
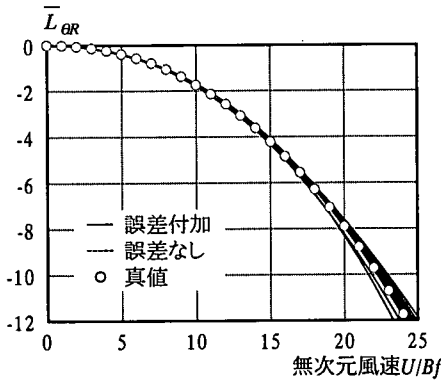
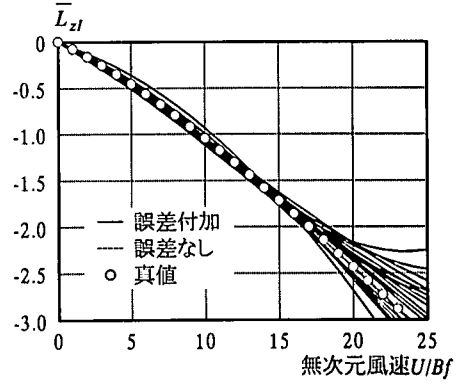
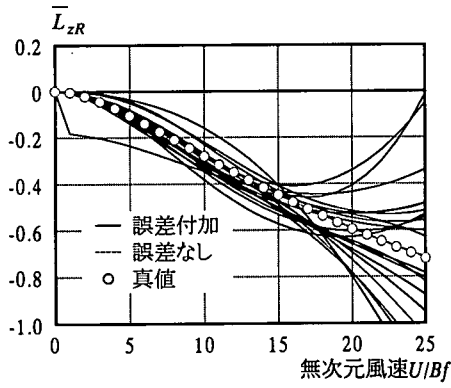


図-10 同定結果から求めた非定常空気力係数 (J_1)

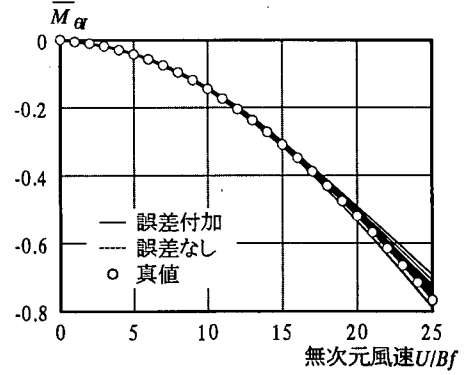
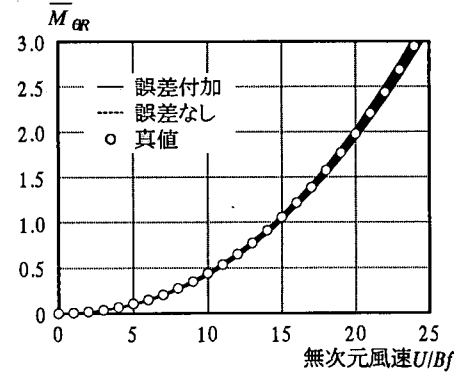
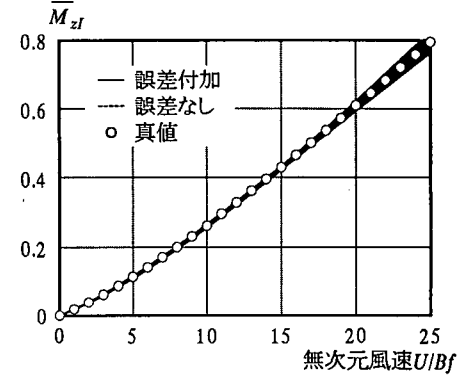
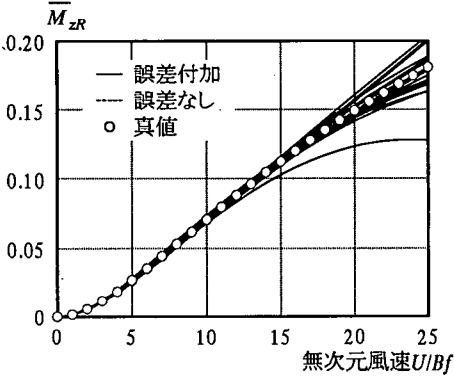
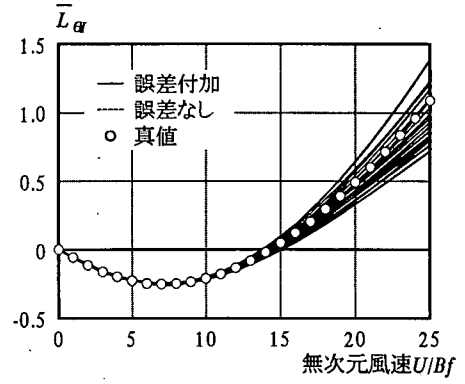
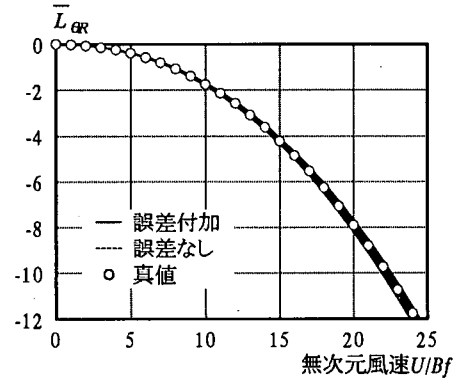
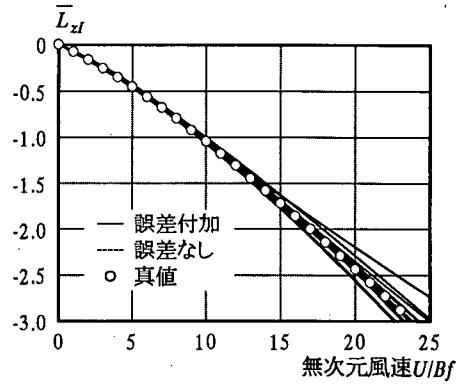
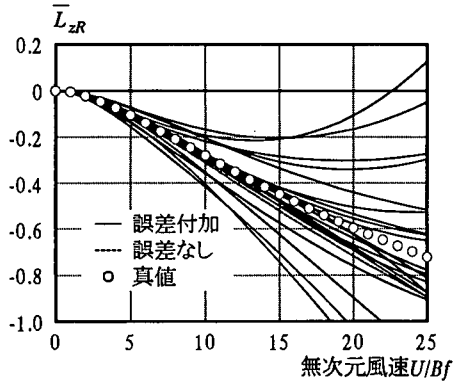


図-11 同定結果から求めた非定常空気力係数 (J_2)

また、すべてのケースで $\lambda_l > 0$ を満足する結果が得られている。繰り返し計算回数は少ないもので20程度、最大でも70程度であった。ただし、評価関数の計算ごとに固有値解析を行っているため、比較的長い計算時間を要した。

(3) モード情報の再現性

本手法は、与えられたモード情報データに対して式(5)、(6)に基づく最小2乗法を適用するものである。よって、係数パラメータ推定値を用いて固有値解析を行うことで、もとのデータに対してスムージングをかけた滑らかな曲線として、モード情報を再現することができる。(2)の係数パラメータ推定値から式(5)を用いて計算したモード情報をまとめて図-8、9に示す。図中には、観測誤差のないデータセット群からの同定結果を用いた計算値、一般 Theodorsen 関数を用いて計算した真値も併せて示してある。(2)の係数パラメータ推定値における変動の程度はかなり異なっていたにもかかわらず、モード情報の再現性は評価関数によらず良好であることが分かる。

一般的に係数パラメータ推定の安定性が低かった、 J_1 の同定結果から計算したモード情報の方が誤差の大きい結果となっているが、 s の虚部(振動数)については逆の傾向が見られる。また、誤差のない観測データからのモード情報再現値と比較すると、 J_1 を用いた場合には真値にほぼ一致する結果が得られているのに対し、 J_2 を用いた場合の精度はやや低かった。

式(5)の運動方程式は補助変数 X_l の自由度を含んでいる。よってこの式を用いて固有値解析を行うと、解析上振動応答解以外の固有値が現れる。それらの固有値は通常実数解となるため、フラッター解析において問題となることはない。しかし、 J_1 を用いた同定結果からモード情報を求める際、 λ_l が近接した5ケースをはじめとする9ケースで、振動応答解以外の複素固有値解が現れた(図中には示していない)。ただし、これら物理的に意味のない振動モードは、無次元風速 \bar{U} の値が25を越えるような領域でのみ発生していた。このことは、同定に用いた観測データの無次元風速域を超えた領域で空力振動解析を行っても、その精度は保証されないことを示す一例となっている。逆に、観測データの範囲内に限定して空力振動解析を行うことで、こうした問題は回避できると考えられる。また $\lambda_1 (< \lambda_2)$ が負となった同定結果に関して、他のケースと大差のない結果が得られており、限られた無次元風速領域内の非正常空気力およびモード情報を再現するという観点からは、

大きな問題にはならないと考えられる。

(4) 非正常空気力係数の比較

(2)の係数パラメータ推定値から式(3)と式(4)の係数比較により求めた、調和振動状態(対数減衰率 $\delta = 0$)における非正常空気力係数をまとめて図-10、11に示す。図中には(3)と同様、誤差のない観測データからの同定結果を用いた計算値、一般 Theodorsen 関数から計算した真値も併せて示してある。

非正常空気力係数の推定誤差には、モード情報に対する各係数の影響度が如実に現れている。評価関数によらず精度の高い係数は \bar{L}_{OR} 、 \bar{M}_{zl} 、 \bar{M}_{OR} 、 \bar{M}_{Ol} の4つであるが、これらはフラッター特性に対する感度調査^{5),11)}において影響度が大きかったものと一致している。逆に、フラッター特性への影響度の小さい \bar{L}_{zR} 、 \bar{L}_{Ol} 、 \bar{M}_{zR} では、大きな推定誤差が生じている。

評価関数による差異は当然ながら、(3)のモード情報再現値の傾向を裏打ちするものとなっている。空気力係数の推定誤差は全般的に J_1 の同定結果の方が大きい、 s の虚部(振動数)に関連する \bar{L}_{zR} 、 \bar{M}_{OR} については逆の傾向が見られる。誤差のない観測データからの同定では、 J_2 を用いた場合に比較的精度が低い。特に \bar{L}_{zR} における誤差が大きいことが分かる。また、 J_2 を用いた場合には無次元風速の上昇とともにほぼ単調に誤差が増す傾向にあるのに対し、 J_1 の場合には低風速領域での誤差が比較的大きく、無次元風速 $\bar{U} = 15$ 前後で推定値が収束する傾向を見せている。

こうした誤差傾向の差異は、評価関数の関数形だけでなくその重み係数の与え方によっても生じたと考えられる。前述のとおり本解析では、次元の異なる4つの項のオーダーをそろえるよう J_2 の重み係数を設定したが、 s の虚部のように絶対値の大きいモード情報値に対しては相対的に小さい重みを与えることとなり、パラメータ推定値への影響は小さくなる。これが s の虚部および \bar{L}_{zR} 、 \bar{M}_{OR} の精度を低下させたと考えられる。また、 J_1 を用いた場合には ϕ の値の傾向にしたがって、評価関数成分が風速とともに上昇するような重み係数を与えているのに対し、 J_2 の場合には風速の大小に関わらず均等に重みを与えていることになる。このことは空気力係数推定値の傾向、すなわち J_1 を用いた場合には低風速領域での誤差が比較的大きく、無次元風速 $\bar{U} = 15$ 前後で推定値が収束しているのに対し、 J_2 の場合には無次元風速の上昇とともにほぼ単調に誤差が増している

こと、とよく対応する。

評価関数の重み係数は、同定に用いるデータの観測誤差にも関連が深い。前述のように、観測誤差に関する情報を重み係数に組み込むことで、最尤推定のような信頼度を考慮した同定が可能となる。本解析における観測誤差は各モード情報値に対して一定の割合で与えているため、情報値の絶対値が大きいほど観測誤差は大きくなる。このことから s の虚部を除き、モード情報値の観測誤差は風速とともに増す傾向を示すこととなる。したがって本来、こうした傾向を考慮し風速とともに小さくなる重み係数を与えることが望ましい。しかし、 J_1 の重み係数は見かけ上風速とともに増す観測誤差の傾向とは逆の設定となっており、このことが同定結果の安定性を損ねているとも考えられる。

以上のことから評価関数の重み係数は、同定結果から何に力点を置いた解析を行うかといった使用目的、誤差の傾向に応じて適切に設定する必要があるといえる。重み係数の意味が明解で、重要度や観測誤差に応じた柔軟な与え方ができるという点では、評価関数 J_2 は J_1 に比べ優位性が高いと考えられる。

4. まとめ

本研究では、自由振動法による風洞実験結果から有限次数近似モデルに基づく非定常空気を直接同定する手法について、その定式化と2種類の評価関数を示した。また、平板翼空気の作用する2次元橋桁を対象に数値シミュレーションを行い、本手法の適用性を検討した。得られた主な知見を以下にまとめる。

- (1) 有限次数近似モデルに基づく非定常空気力係数の同定では、モード分枝の振動数が異なることに起因する同定の一意性問題は生じない。また、有限次数近似モデルおよび本手法は一般減衰振動を前提として定式化されているため、高風速時の鉛直たわみモード分枝等の大減衰の振動データに対しても整合性を失わない。同定に用いる各モード分枝のデータセット数が異なってもよい、データセット群の再整理が不要といった、計算作業上の利点も有している。
- (2) 2種類の評価関数による同定結果を比較すると、有限次数近似モデルの係数パラメータ推定値については安定性や変動の程度にかなり大きな差異が見られたものの、モード情報や非定常空気力係数の再現性はいずれも良好であった。本シミュレーションにおける推定値の安定性と重み係数設定の柔軟性から、

モード情報に対して直接最小2乗法を適用する、評価関数 J_2 の方がやや優位性は高いと考えられる。

- (3) 本手法では、実験結果が与える無次元風速の範囲外の領域に対しても非定常空気を与えることができる。ただしこうした領域に対しては、同定結果を用いた空力振動解析を行ってもその精度は保証されない。同定結果によっては、振動解析時に物理的に意味のない振動モードが現れることにも注意すべきである。また評価関数の重み係数は、同定結果の使用目的や観測誤差の傾向に応じて適切に設定する必要がある。

参考文献

- 1) 前田研一, 岩本政巳, 森園康之, 田平秀和, 長井正嗣, 藤野陽三: MONO-DUO 形式化トリジッドハンガーによる超長大吊橋の耐風安定化策の実現性, 構造工学論文集, Vol.44A, pp.1199-1210, 1998.
- 2) Scanlan, R. H. and Tomko, J. J.: Airfoil and bridge deck flutter derivatives, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol.97, No.EM6, pp.1717-1737, 1971.
- 3) 星谷 勝, 斉藤悦郎: 拡張カルマン・フィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文報告集, No.339, pp.59-67, 1983.
- 4) 山田 均, 宮田利雄, 中島州一: 送風時の振動モード情報を利用した非定常空気力推定法の開発, 土木学会論文集, No.537/I-35, pp.183-190, 1996.
- 5) 岩本政巳, 藤野陽三, 磯部正治, 長谷部宜男: 2つのモードからなる自由振動波形を用いた橋桁の非定常空気力係数の同定, 第12回風工学シンポジウム論文集, pp.363-368, 1992.
- 6) Sarker, P. P.: New identification methods applied to the response of flexible bridge to wind, The Johns Hopkins University 学位論文, 1992.
- 7) Xie, J.: CVR method for identification of nonsteady aerodynamic model, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **29**, pp.389-397, 1988.
- 8) 岩本政巳, 藤野陽三: 一般振動下の非定常空気をを用いた橋桁のフラッター解析, 土木学会論文集, No.598/I-44, pp.311-322, 1998.
- 9) 佐伯公康, 宮田利雄, 山田 均: 一般化非定常空気力測定のためのアクティブ制御応用に関する基礎研究, 土木学会第51回年次学術講演会講演概要集, 1-(A), pp.458-459, 1996.
- 10) 松下 洸: 非圧縮流中の有限翼に対する空気力学伝達関数, 航空宇宙技術研究所報告, TR-867, 1985.
- 11) 増川淳二: 様々な橋梁断面に作用する非定常空気力の有限次数近似モデルとその応用, 東京大学修士論文, 1994.
- 12) Wilde, K., Fujino, Y. and Masukawa, J.: Time domain

- modeling of bridge deck flutter, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.19-30, 1996.
- 13) 松本泰尚, 藤野陽三, 木村吉郎: 状態方程式表示を用いたガスト応答解析の定式化の試み, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.175-186, 1996.
- 14) 松本 勝, 陳 新中: 長大橋ガスト時刻歴応答解析, 第14回風工学シンポジウム論文集, pp.515-520, 1996.
- 15) 中川 徹, 小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.
- 16) *IMSL MATH/LIBRARY User's manual*, IMSL Inc., pp.1017-1022, 1991.

(1999. 5. 21 受付)

IDENTIFICATION OF UNSTEADY AERODYNAMIC FORCES OF BRIDGE DECK BASED ON FINITE STATE APPROXIMATE FORMULATION

Masami IWAMOTO and Yozo FUJINO

Identification of unsteady aerodynamic forces of bridge deck using free-vibration technique has two problems: the uniqueness of flutter derivatives as functions of frequency and assumption of sinusoidal oscillation. This paper discussed identification of unsteady aerodynamic forces based on finite state approximate formulation, that gives aerodynamic forces based on general oscillation and whose parameters don't depend on the frequency. The determination of the parameters in the finite state approximation of unsteady aerodynamic forces is formulated as an optimization problem. The results of numerical simulation with two objective functions show that modal information and flutter derivatives can be estimated accurately, while the stability of parameter identification varies with objective functions.