

招待論文

大規模計算力学の現状と今後

LARGE SCALE COMPUTATIONAL MECHANICS: PRESENT AND FUTURE

矢川元基¹・秋葉博²

Genki YAGAWA and Hiroshi AKIBA

¹工博 東京大学大学院工学系研究科システム量子工学専攻 教授
(〒113-0033東京都文京区本郷7-3-1)²工博 ㈱アライドエンジニアリング 社長
(〒140-0014東京都品川区大井1-21-17)**Key Words** : *large scale computational mechanics, parallel computer, parallelism, structural mechanics, domain decomposition method, CFD, meshless method, coupled problem*

大規模計算力学への期待が高まっており、研究成果も出つつある。固体系、流体系、分子シミュレーションなど、あらゆる分野にわたって計算規模は大きくなってきており、これはコンピュータのパフォーマンスの向上を実需が追いかけている気配がする。一昔前ならば考えられなかった大規模な計算により、空間スケール、時間スケールでの未知の現象の把握がなされようとしている。本論文では大規模計算力学の現状をサーベイし、それによって今後の発展を占う。

1. はじめに

大規模計算力学への期待が高まっており、研究成果も出つつある。固体系、流体系、分子シミュレーションなど、あらゆる分野にわたって計算規模は大きくなってきており、これはコンピュータのパフォーマンスの向上を実需が追いかけている気配がする。一昔前ならば考えられなかった大規模な計算により、空間スケール、時間スケールでの未知の現象の把握がなされようとしている。本論文では大規模計算力学の現状をサーベイし、それによって今後の発展を占ってみたい。

本論文で採り上げられなかったものに、構造解析の内の非線形問題、大規模解析の可視化、最適化などがある。大規模連立方程式の解法についても、トピックとしては扱えなかった。これらについては別の機会に改めたい。

次節以降、次のような内容を論ずる。

2. コンピュータシステムの現状

- (1) 専用機概観
- (2) 並列コンピュータのメモリ構成
- (3) TOP500
- (4) メッセージパッシング・メッセージパッシングライブラリ
- (5) PCクラスタ
- (6) Linux
- (7) コンピュータシステムのベンチマーク

3. 大規模構造解析

- (1) メッシュ生成
- (2) DDM
- (3) 領域分割法
- (4) 領域分割アルゴリズム
- (5) 固有値解析
- (6) シェル要素
- (7) ボクセル解析
- (8) メッシュレス法
- (9) GeoFEMプロジェクト
- (10) ADVENTUREプロジェクト

4. 大規模流体解析

- (1) 非圧縮性流体
- (2) 圧縮性流体
- (3) 乱流
- (4) 差分法・有限体積法・有限要素法
- (5) メッシュ生成
- (6) 格子ボルツマン法
- (7) 並列処理
- (8) EUROPORTプロジェクト

5. 大規模連成解析

- (1) 強連成と弱連成
- (2) 連成解析の例

6. 終わりに——大規模計算力学の今後

補注

- (1) DDM

```

for(i=0;i<n;i++) {
    i の処理
}

```

図-1 プログラムの例

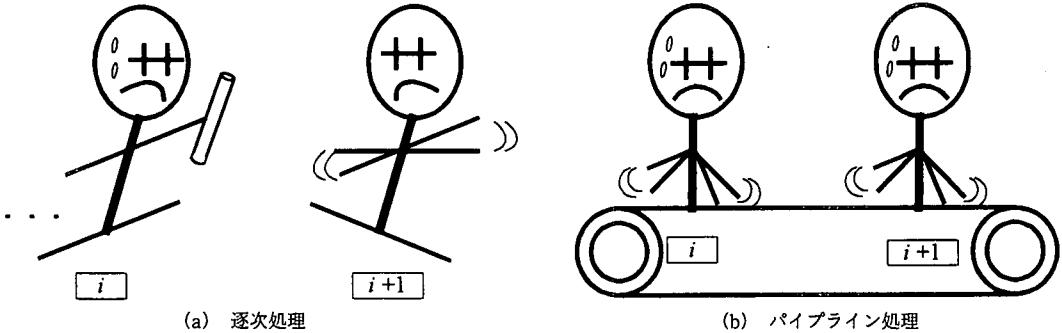


図-2 逐次処理とベクトル処理

(2) 圧力のポアソン方程式

2. コンピュータシステムの現状

本節では、大規模計算力学に用いられるコンピュータシステムについて概観する。

(1) 専用機概観

歴史的に、日本ではベクトル型のコンピュータが作られてきたが、現在は平行型(スカラー平行型)と両方の機能をあわせもったベクトル平行型がしのぎを削っている。

ベクトル型とは1つのCPUの中で1つの命令の実行をステージと呼ばれる実行単位に分割し、これら複数のステージを同時に実行させて計算効率を上げようとするものである。これをパイプライン処理と呼ぶ。例えば図-1のようなプログラムについては、逐次処理では*i*-1の処理が終わるのを待って次の*i*の処理に移るが、ベクトル型ではこれらを同時に行う。逐次処理がいわばリレー競技であるのに対して、ベクトル型のパイプライン処理は各作業者があらかじめ決められた手順に従う作業を順次行う流れ作業のようなものである(図-2参照)。作業の流れが全作業者にいきわたった後はフル稼動になる。ただし処理内容によってはこれができない場合もある。もちろん、ベ

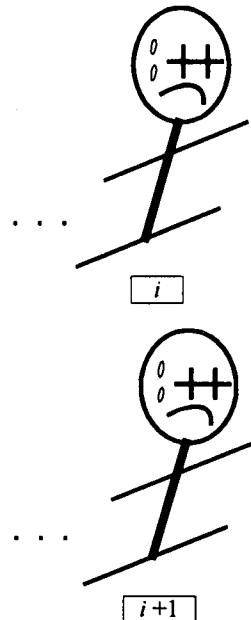


図-3 平行処理

クトル化の対象は for 文 (Fortran の do 文) だけではない。ユーザ(プログラマ)はパイプライン処理に適したアルゴリズムでプログラムを書く必要があるが、コンパイラはさらに最適な処理手順を生成するよう

表-1 TOP500上位5位までのリスト

Rank	Computer	R_{\max} (GFLOPS)	CPUs	R_{peak} (GFLOPS)	N_{\max}	$N_{1/2}$
1	ASCI Red	2379.6	9632	3207	362880	75400
2	ASCI Blue-Pacific	2144	5808	3868	431344	
3	ASCI Blue Mountain	1608	6144	3072	374400	138000
4	SGI T3E 1200	891.5	1084	1300.8	259200	26400
5	日立 SR8000	873.6	128	1024	120000	16000

に作られている。スーパーコンピュータとはかつてのベクトル機を指した言葉である。ベクトル型処理方法はCPUのハードウェア構成に依存しており、拡張性には限度がある。

後発として登場したのがパラレル型機である。パラレル型では各 i の処理、あるいはそのままをそれぞれのCPU (以下、PE、Processor Elementともいう)あるいはこれを複数搭載したハードウェア単位であるノードに計算を受け持たせる (図-3参照)。各ノードはそれぞれメモリを持ち(これを分散メモリと呼ぶ)、一般にはメッセージパッシングと呼ばれるノード間の通信で処理やデータの同期を取る。こちらは、ベクトル型と比べ、無制限とは言わないまでも、PEを追加すれば大きく高速なコンピュータができる。プロセッサ数の密度を上げたものを超並列機とも呼ぶ。ハードウェアの性能向上は既に限界に近づいている。メモリアクセスに要する時間の限界からメモリの並列配置とPEの並列化は避けられない。

(2) 並列コンピュータのメモリ構成

並列コンピュータのメモリの構成は、並列処理をどのように行うかを定める。共有メモリ型では各PEまたはノードがメモリを共有する。共有メモリの身近な例としては、最近のハイエンドPCにも採用されているSMP (Symmetric Multi-Processing)がある。SMPは並列コンピュータの共有メモリの1形式であって、メモリを対象に各プロセッサが配置されていることからこの名がある。SMP上のプログラムはスレッドと呼ばれる処理単位を制御することによって並列化できる。

分散メモリは各PEまたはノードがそれぞれメモリをローカルに持つ。メモリの結合の度合いも種々のモデルがあるが、分散メモリといえば、相互結合のないNORA (No Remote Access)モデルを指す。分散メモリは最も拡張性が高い。パラレル型機とは分散メモリ型並列コンピュータを指す。いくつかのプロセッサを積んだPCを用いたクラスは共有メモリ・分散メモリ型並列機といえるだろう。

(3) TOP 500

ドイツのMannheim大学が1993年から年2回調査・発表している高性能コンピュータのランキングにTOP500¹⁾があるが、昨年11月に、米国ポートランドで開催されたSC'99 (Super Computing '99)²⁾に合わせて新たな発表が行われた。上位5位までを表-1に示す(表の数値の見方は本節(7)、LINPACKの項で述べる)。500機種全てがパラレル型機である。TOP 500の1位には1997年6月以降、米国ASCIプロジェクトのASCI Redが不動である。最新のASCI Redは9632個のPentiumプロセッサを積んでおり、詳細は明らかではないが、Pentium Pro/Xeon系のプロセッサといわれている。日本のコンピュータでは東大大型計算機センターに設置されている日立のSR8000 (16ノード、128 PE、ベクトルパラレル機)³⁾が5位に位置している。1996年11月には1, 2, 3位にそれぞれ日立/筑波大学のCP-PACS (2048 PE)、富士通/航空技研のNumerical Wind Tunnel (167 PE)、日立SR2201 (1024 PE)が入っていたから、現時点では日本勢はやや苦戦しているといえよう。しかし、現在、科学技術庁、「地球シミュレータ」計画⁴⁾(3節(9)でも述べる)では現在のコンピュータの性能を凌ぐ、40 TFLOPS (本節(7)参照)、メモリ容量10 TBのベクトルパラレル機GS40を開発中であり、2001年に完成する予定である⁵⁾。また、SC'99には理化学研究所が開発した分子動力学専用機WINE-2⁶⁾が展示されたが、これは50 TFLOPSの処理能力を持つ。日本勢復活も十分考えられる。

(4) メッセージパッシング・メッセージパッシングライブラリ

メッセージパッシングは分散メモリにおけるデータの授受を行う手法であり、MPIフォーラムという会議によって作られたMPI (Message Passing Interface)という規格が広く使われている。MPIは規格であり、ライブラリなどの実装の名前ではない。最も広く使われているのは主としてTCP/IP規格の上のフリーソフトMPICH⁷⁾であるが、日立SR2201、SR8000、IBM SPシリーズなどの超並列機にも、いく

つかの共有メモリ機にも実装されている。これに先行して Oak Ridge 国立研究所 (ORNL, Oak Ridge National Laboratory) で開発された PVM (Parallel Virtual Machine)⁸⁾ も非常に広く普及しており、こちらはライブラリの名称である。やはり TCP/IP 規格に基づいており、多くのハードウェアベンダーが自社製品に移植した。PVM はクラスタ型並列コンピュータを広めるのに大きく寄与した。MPI はこの経験に基づいている。MPI には MPI-1, MPI-2 の 2 つの規格があるが、前述の MPICH は MPI-1 に基づく。MPI-2 の全ての機能を実現した実装は現在のところないようである。従って MPI, MPICH などは MPI-1 を指す。MPI にはプロセスの動的管理など PVM にはあるが、足りない機能もある。MPI でも PVM でも同じような並列処理プログラムを書けるが、一般には MPI を使った方が PVM より速いといわれている。

(5) PC クラスタ

PC/AT 互換機の性能の向上と低価格化が進んでいる。現時点では Pentium III 700MHz 機が市販されている。2000年上半期には 800 MHz の Pentium III が、2000年下半期には 1 GHz のプロセッサが発売されるという⁹⁾。Alphaチップの価格も下がってきたが、コストパフォーマンスでは Pentium がやや有利である。Pentium II 450MHz, Alpha 21164 600MHz, Alpha 21264 700MHz の SPECfp95 値 (本節(7)項参照) はそれぞれ 12.9, 27, 68.1^{10), 11)} であるが、著者らの開発した構造解析プログラムでの 10 万自由度立方体の応力解析ベンチマークテストでは Alpha 21264 500MHz による計算時間は Pentium III 600MHz のその 0.65 倍程度で、実感としては SPECfp95 値ほどのパフォーマンスの違いはない。

Pentium, Alpha とともに 100Mbps (メガビット/秒) の通信を行うファーストイーサネット 100BASE-TX のインターフェイスを持っており、これをスイッチングハブにつなぐことで、簡単に並列コンピュータシステム、PC クラスタが実現できる。OS は Windows NT でも不可能ではないが、特に Pentium では Linux を用いるのが普通である。

最近では 1Gbps の通信を行うギガビットイーサネットも手に届くようになってきた。SC'99²⁾ ではギガビットイーサネットを使ったクラスタシステムが数多く展示されていた。また、米国 Myricom 社の Myrinet はギガビット級の通信を行うネットワークシステムで、イーサネットとは異なり、独自の規格を有するが、普及している。数年後にはクラスタ用の通信ネットワークはギガビット級のものに置き換わる

だろう。

高速ネットワークが一般ユーザに使えるようになって、PC クラスタの実力は認知されたといえるだろう。TOP500 には 44 位, 265 位, 454 位にそれぞれ CPlant (Sandia 国立研究所, Alpha 21264 592 台, Myrinet), AVALON (Los Alamos 国立研究所, Alpha 140 台, Alpha アーキテクチャとネットワークは本論文執筆時不明), Parnass2 (Bonn 大学, Pentium II 144 台, Myrinet) という PC クラスタが入っている。CPlant, AVALON, Parnass2 は 99 年 6 月の TOP 500 ではそれぞれ 129 位, 160 位, 362 位だった。CPlant はその当時は Alpha 21164 400 台, Parnass2 はネットワークにファーストイーサネットを用いていたから、上位を維持するためのクラスタのハードウェアスペースのたった半年間の推移が類推できる。

(6) Linux

Linux の普及には驚くべきものがある。規格だけのオープンを意味した「オープン化」の時代から、ソースコードもオープンとする時代に入っている。米国シリコングラフィックスは ASCII (Accelerated Strategic Computing Initiative) プロジェクトへの応札に際し、自社スーパーコンピュータの OS を Linux に移行することを考えているという¹²⁾。これが実現すれば Linux の地位はさらに確固としたものとなるだろう。Linux は PC クラスタのみならず、ソフトウェア世界、ソフトウェアビジネスをも変えようとしている。

Linux は GPL (GNU Public License) というライセンスの下で世界中のボランティアが開発に参加しており、誰でも無料でソースごと入手できる。Linux には SMP 機能を強化するなどして 1999 年 1 月にそのカーネルにバージョン番号 2.2 が与えられた¹⁴⁾。2 節(2)で述べたように SMP 上のプログラムはスレッドを制御するが、このようなことはしないまでも、複数の通常のプロセスを投入すれば、スケジューラができるだけ均等な稼働率となるように CPU を割り振る。Linux カーネル 2.2 ではこの機能が Solaris などと同じように標準装備されたわけである。

(7) コンピュータシステムのベンチマーク

コンピュータシステムのベンチマークには種々のものがある。それらのうち、代表的なものについて述べる。

a) FLOPS

FLOPS は 1 秒間に行える浮動小数点演算の回数で、最もベーシックな単位として用いられる。MFLOPS は 10^6 の単位で表わしたものである。浮動小数点演算

とは加算, 乗算, 比較, 型変換, 除算, 平方根を指すが, スペック値として特に断りのない限りは加算および乗算の混合演算の回数をいう。メーカーの発表する MFLOPS 値は理論ピーク値を指すことがあり, この場合は実際の運用上の演算能力と異なる。実効 MFLOPS 値は演算回数を数えれば簡単に求めることができるが, データの大きさ, キャッシュの効果や演算種類などで必ずしも一意には決まらない。MFLOPS 値を出力するベンチマークテスト用のソースコードも公開されている¹⁵⁾。

b) MIPS

MIPS (Millions of Instructions Per Second) は1秒間に行える命令の回数を 10^6 の単位で表わしたものであるが, 演算回数はCPUアーキテクチャによって異なるので, これを挙げることに歴史的な意味だけがある¹⁶⁾。

c) SPEC

SPEC (Systems Performance Evaluation Cooperation)¹⁷⁾ というコンピュータ業界団体の非常に大規模なベンチマークで, 演算能力のベンチマーク以外にもウェブサーバやNFSのベンチマークもある。整数演算, 実数演算では1995年にリリースされた SPECint 95, SPECfp 95 が広く使われている。SPECint95はAIを用いたゲーム, コンパイラ, データ圧縮など8種類, SPECfp95は流体用2次元メッシュ生成, 浅水流れ解析, 電磁場解析など10種類のテストプログラムを用いた実行結果とリファレンスとの比の平均値で表わされている¹⁸⁾。

d) LINPACK

もともとは線形代数のFORTRAN サブルーチンライブラリとして開発されたものだが, その機能は後継のLAPACKに引き継がれている¹⁹⁾。ベンチマークとしてのLINPACKは最も信頼されているものの1つであり, TOP500¹⁾におけるランキングに用いられている。そこでは並列コンピュータ上で密行列を, その大きさ N を与えて解くようになっている。表-1で R_{max} , R_{peak} , N_{max} , $N_{1/2}$ はそれぞれ大きさ N_{max} で達するGFLOPS値, 理論ピークGFLOPS値, R_{max} を達成する問題の大きさ N , $1/2 \cdot R_{max}$ を達成する問題の大きさ N を表わす。ランキングは R_{max} によって与えられている。

3. 大規模構造解析

構造解析の大規模化は必要か。よくある議論である。設計基準がそこまでの要求していない, 大量のアウトプットの処理の問題, どのくらい設計やコスト削減に寄与できるのか, 解析の詳細化は技術者の直感や

工学的センスをそぐ等々。しかし, 一方では解析の大規模化は確実に進んでいる。著者らの経験でも, 設計現場での数百万自由度の解析の報告を聞くこともしばしばある。数十万自由度の解析は今ではごく普通に行われている。解析の詳細化によってそれまで未知であった現象が明らかになるし, 対称性を考慮したり, 部分的にしか行えなかった解析が丸ごと, システムとして評価できるようになれば, より現実的な構造評価につながり, 古い設計基準を覆すような産業界へのインパクトも考えられる。今後, コンピュータや並列処理技術の普及に伴って, 構造解析はより詳細なものへと確実に変わっていくだろう。

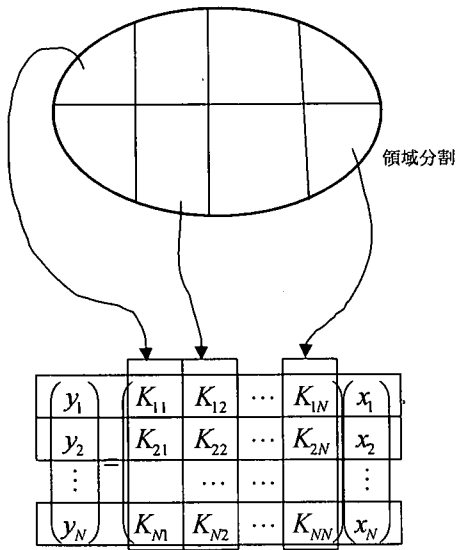
(1) メッシュ生成

メッシュ生成の問題は古くて新しい。人間はこの作業からはなかなか開放されない。後で述べるボクセル解析やメッシュレス法はメッシュ生成から逃れるための工夫であると言ってよい。

3次元ソリッドモデルの要素分割手法としての4面体分割と6面体分割を比較したとき, 分割しやすさでは4面体分割がまさる。4面体要素分割は理論的にも産業応用上も極めて深く研究されており, メッシュの品質の上ではほぼ満足できるところまで来ていると言ってよい²⁰⁾。対象を6面体によって必要な部分に必要な回数分, 反復的に分割し, それをパターン化した方法で4面体に分割する8分木法, まず節点を発生してそれをもとに要素を生成していく方法(Advancing Front法やデローニ法がこれに当たる), 複雑な形状をいくつかの単純な形状にブロック化して基本形状に写像し, 基本形状を4面体分割してから元にもどす方法などがある²¹⁾。並列化の試みもある²²⁾。ただし, 現場での苦労は多い。複雑な形状になると一括して自動的に切ることではできないことも多く, いくつかの部分に大きく分けて各部分を分割して接合することがしばしば行われている。

大変形を伴う非線形問題では6面体要素による解析の方が高い精度が得られること, アスペクト比(要素の最短辺と最長辺の比)大きな要素を用いる流体解析や薄肉構造物の解析では6面体要素が適していること, 4面体要素では体積ロッキング(volumetric locking)や曲げ問題において物体が現実よりも硬く評価されるせん断ロッキング(shear locking)などの問題があることなど, 4面体より6面体要素分割が望ましいことが明らかになっている²³⁾。これは2次元の場合における3角形または4角形の要素分割についても同様である。

一方, 6面体要素は高精度だが, 自動要素分割の技術はいまだ確立されていないと言ってよいだろう。



N 個の PE があり、ベクトル x, y , マトリクス K は対応してブロック化されているものとする。領域分割とは上のように対応している。 x_j は第 j 領域、したがって第 j PE のベクトルである。積

$$K_{ij}x_j, i=1, \dots, N$$

は第 j PE で行い、各 PE との通信によって

$$y_i = \sum_{j=1}^N K_{ij}x_j$$

を求める。

図-4 マトリクスとベクトルの積の並列化・領域分割

Plastering 法²⁴⁾は Advancing Front 法の6面体版である。対象形状を外部境界から内に向かって、内部境界がある場合には、外に向かって生成要素の周りの情報から要素の列を生成する。Whisker Weaving 法²⁵⁾では、要素分割領域のコネクティビティを図式化しその図をもとにコネクティビティを生成し、後に節点位置を決定する。要素分割法による HEXAR²⁶⁾は、任意形状をまず4面体によって分割し、その4面体を6面体へと分割する。いずれの方法も要素のアスペクト比、要素の疎密、要素の大きさの制御などが完全ではなく、ある場合には細かすぎる要素ができてしまうことがある。インテリジェントローカルアプローチ (ILA)^{27)~29)}は、人間がメッシュ生成をするとしたらどのようなになるかをアルゴリズム化してメッシュを生成することを目指している。6面体メッシュ生成では、Sandia 国立研究所 (SNL, Sandia National Laboratories) のアクティビティも高い³⁰⁾。

(2) DDM

DDM, Domain Decomposition Methodの日本語

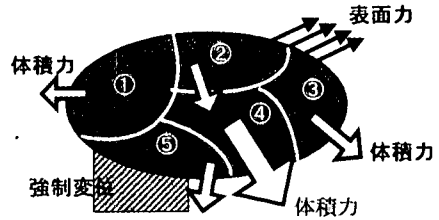


図-5 領域分割法

訳は領域分割法だが、日本語の領域分割法には2通りの意味がある。ここで述べる領域分割・内部境界帰着型解法と、解析対象を単純に部分領域に分割する方法である。一般にDDMといえば前者を指す。混乱を避けるために本論文では領域分割・内部境界帰着型解法をDDMとよび、領域分割法とは呼ばないことにする。

DDM はいわゆる部分構造法の反復版と言ってよい^{31),32)}。まず、解析モデルをメッシュ分割した後、これらを含む領域に分割する(図-5参照)。各領域での剛性方程式を解いて、その解析結果としての変位を、互いに接する領域間境界の節点の方程式に代入して得られる方程式をCG法などで解く。互いに接する領域間境界変位(または荷重)には初期値が与えられ、CG法反復ステップ毎に更新されて各領域の剛性方程式がこの変位(または荷重)境界条件の下で毎回解き直される。アルゴリズムの概要を補注(1)に示す。矢川らによる並列化³³⁾は親子型 (DDM) と階層型 (HDDM, Hierarchical Domain Decomposition Method) の2通りがある。子PEは各領域内部を分担し、親がこれらをコントロールしてCG法も受け持つ。HDDMでは複数の親の上に祖父がいて親をコントロールする。いずれの場合も領域数は子PEの数よりも大きく取ることによって子のアイドルをできるだけ少なくしている。HDDMは弾塑性解析³⁴⁾や粘弾性解析³⁵⁾にも拡張されている。

CG法についてはやはり収束性の問題がシリアスである。一般の疎行列の解法においてもCG法を単独で用いることは少なく、何らかの前処理を行うのが普通であるが、DDMについても領域間境界の変位の連続性の条件をラグランジュ未定定数法に帰着させる FETI アルゴリズム³⁶⁾、前処理を各領域についてそれぞれ行う Neumann-Neumann 型前処理³⁶⁾、Neumann-Neumann 型前処理の寄与を全域に広げた形の Balancing Domain Decomposition³⁷⁾など、多くの研究がある。並列処理および DDM 法の解説が文献³⁸⁾で行われている。

(3) 領域分割法

上で述べたように、領域分割法は単純な領域分割型

並列処理技法を指す。構造解析にも、次節で述べる流体解析にも用いられる。各領域それぞれの解を求めて各 PE 間で同期をとり、全体の解を求める。マトリクスとベクトルの積などは並列化される(図-4)。領域分割法はこのようにシンプルで見通しがよく、パフォーマンスも出しやすい。本節(9)で述べる GeoFEM は領域分割型アルゴリズムを採用している。一般には領域数と PE 数を同じに取ることが多い³⁹⁾。

(4) 領域分割アルゴリズム

領域分割アルゴリズムは DDM や領域分割法に用いる領域分割を実際に与えるアルゴリズムで、多くの研究がある(リンク集⁴⁰⁾)。解析対象全体の有限要素メッシュを作りそれを分割するのが基本であるが、大規模なメッシュに対応するべく領域分割ツールそのものも並列化されており、部分領域ごとに領域分割することも行われる。領域分割アルゴリズムに要求されるものは分割が均等に行われること、DDM に用いるとすれば領域間境界の節点数を少なくすることなどである。

k-way partition problem とは、分割数 k を指定し、エッジカットを最小に保ちつつ各分割領域が有する節点数を均等にする問題をいう。ここで、エッジとは隣接する節点を結ぶ線を、エッジカットとは分割されるエッジの数をいう。Minnesota 大学の METIS⁴¹⁾ はこの問題をグラフとして位置づけて近似解を与えるツールであり、非常に広く使われている⁴²⁾。並列版として ParMETIS もある。

Farhat の論文⁴³⁾は Greedy 法による領域分割アルゴリズムとして構造、流体ともに引用されることが多い。Greedy 法は局所的最適解を見つけながら大域的最適解に達する、という最適化手法の1つである。修正 Greedy 法の研究もある⁴⁴⁾。

(5) 固有値解析

部分構造合成法におけるモード合成法では、解析対象を領域分割していくつかの部分構造に分け、各部分構造の振動モードと領域間境界部の振動モードを合成することで全体の振動モードを求める。文献45)では振動の方程式から領域間境界部の振動モードだけを取り出すことによって1000万自由度規模の問題の固有値解析を行っている。ボーイング社のグループでも1000万自由度の問題の固有値解析を行おうとしている⁴⁶⁾。

(6) シェル要素

上の(1)、(2)項はともにソリッド要素を対象にしているが、実用構造解析では薄肉構造のためのシェル

要素も重要である。最近では厚肉用シェル要素が薄肉にもロッキングを回避するよう改良されてきている。要素形状は4角形要素が普通であり、3角形要素が用意されているが、4角形で切れない場合だけに用いることが望ましい。通常はシェル要素の自由度は膜要素(membrane)の面内の変位成分2自由度、板曲げ要素(plate bending)の面に垂直な変位成分1自由度、回転成分2自由度、合計5自由度である。これに付加的な面内回転自由度を加えて6自由度とする場合もある。

ソルバーについては、反復法ではシェルは解きにくいといわれている。一方、直接法は一般にはロバストではあるが並列化には向いていない。大規模化には反復法および並列化が望まれるが、この方面の研究はあまり進んでいない。並列直接法の研究もあり、U.C. Santa Barbara で S+ というソルバーが開発されている⁴⁷⁾。

(7) ボクセル解析

メッシュ生成を省く両極端の方法がここで述べるボクセル解析と次に述べるメッシュレス法である。解析対象を含む直方体(ボクセル空間と呼ぶ)を、小さなボクセル(Voxel)と呼ぶ直方体メッシュに切る。ボクセルは2次元の画像情報を構成するピクセル(Pixel)に対応したものである。解析対象モデルを何らかの方法でボクセルで埋め尽くしてできたものを、解析対象モデルの近似として有限要素解析の対象とする。文献49)では解析対象モデルを画像データとして認識し、フィルタを通してボクセルメッシュを作成する方法、およびCADで作ったソリッドモデルを断面にスライスしてボクセルメッシュを作成する方法、の2通りの紹介がある。後者の場合、さらにボクセルメッシュからCADデータを作ること、それによって形状の最適化が行うことの提唱がなされている。可視化で用いられるレイキャスティング法によってボクセルメッシュを作成する方法⁵⁰⁾、CADのSTLデータを用いる方法もある⁵⁰⁾、⁵¹⁾。

ボクセルメッシュができた後は通常有限要素法となる。ボクセルの大きさは一様にとれるから、ソルバーの負荷はその分業になるが、解析規模は非常に大規模なものとなる⁵⁰⁾。

当然ながら、ボクセルをどんなに細かく切っても、近寄ってみるとモデルの表面はギザギザになっている。4面体でできた美しいメッシュを見慣れた者には抵抗がある場合もあろうが、好みやパフォーマンスとのトレードオフである。

(8) メッシュレス法

メッシュレス法には、大きく分けてBelytschkoら

によるエレメントフリーガラーキン法⁵²⁾(レビューペーパーに文献53)がある), 矢川らによるフリーメッシュ法^{54), 55)}の2通りの方法がある。

エレメントフリーガラーキン法はガラーキン法で書かれた方程式を節点のみから離散化する。その基礎は移動最小2乗法(MLS近似, Moving Least Square Approximation)であり, 領域内の関数を, 各点のまわりのいくつかの点に局所的な重み付き最小2乗法を適用して近似し, この関数を用いてガラーキン法を適用する。重み関数および被近似関数の基底関数にはスプライン関数などの何らかの関数を仮定する。エレメントフリーガラーキン法の並列化の試みもある⁵⁶⁾。

フリーメッシュ法は各節点毎にその付近の他の節点から局所的・一時的な要素をつくり, これから全体剛性マトリクスを作る。このことから, 概念的には通常の有限要素法と同じであるが, 局所的なメッシュ生成を行うことで並列処理に向いている。2次元の場合に, 局所的な3角形要素から4角形要素を作り精度を上げる試み⁵⁷⁾, 流体解析への適用⁵⁸⁾, コンクリート強度評価⁵⁹⁾など, 盛んに行われている。この研究は, 情報処理振興事業協会(IPA)の平成8年度高度情報化支援ソフトウェア育成事業⁶⁰⁾に採択され, その後も研究が続けられている。

メッシュレス法のわかりやすい解説が文献61)で行われている。

(9) GeoFEMプロジェクト

科学技術庁, 「地球シミュレータ」計画⁴⁾では, 地球環境問題の解決, 自然災害に対する対策等へ供するため, 地球規模の複雑な現象を再現と地球変動予測の実現を図ることを目指している。そこでは2節(3)で述べた超高速並列計算機システムGS40の開発と並行して, 通称GeoFEMプロジェクトにおいて, プロジェクト名と同一の名称の並列ソフトウェアGeoFEMが開発されつつある^{62), 63)}。1997~1998年はTiger版, 1999~2001年はSnake版の開発が行われており, Tiger版では線形弾性, 粘弾性, 流体, 構造・流体連成問題などの汎用並列化コードを, Snake版ではこれらを拡張して地球シミュレーションへの特化が図られる。各モジュールはプラグイン方式で統合化される。線形弾性解析では東京大学SR2201(1024PE)を用いて既に単純形状の1億自由度の問題が所用時間1時間半で解かれているが, GS40が完成すれば最大100億自由度の問題が解けるようになるという。線形弾性ソルバーは既に文献62)において公開されており, ソースコードがダウンロード可能である。言語はFortran 90を用いている。

GeoFEMでは並列化を節点単位の領域分割を1 PE

あたり1領域で行っており, 並列化はCG法, GMRES法などの連立方程式の並列反復法に帰着される⁶⁴⁾。各領域の局所的なメッシュデータはPE間の通信テーブルを持つように工夫されている。

(10) ADVENTUREプロジェクト

文部省・日本学術振興会未来開拓推進事業の中で「設計用大規模計算力学システム開発プロジェクト」, 通称ADVENTUREプロジェクトが, GeoFEMと時期を同じくして立ち上がった(1997年~2001年)^{65)~67)}。本研究プロジェクトでは, 高性能並列コンピュータを用いて1億自由度規模の弾性, 弾塑性, 大変形, 非定常などの実用的問題を数時間から1日で解く産業用CAEシステムの開発を目的としており, 基本はやはり並列化技術である。ADVENTUREでは本節(3)で述べた領域分割・並列反復型の解法の開発も同時に行われているが, (2)で述べたDDM, HDDMを基本として開発が進められている。これはGeoFEMが極めて大きい解析を目標としているのに対して, ADVENTUREは設計用として, 実用を目指していることにも関係がある。大規模な問題には一般には領域分割・反復型解法が適するが, 実用上遭遇する種々の問題に対応するためには, 直接法を加味したDDMが適する場合がある。

ADVENTUREの成果は次々と発表されている^{22), 34), 37), 42), 45), 68), 69), 70), 71)}など。さらに, 設計用ツールの機能として, 最適化アルゴリズムも組み込むことなども検討されている。

4. 大規模流体解析

もともと数値流体力学CFD(Computational Fluid Dynamics)ではその非線形性と非定常性のために解析規模が大きくなる。空間分割にしても3次元ならば各軸方向に100分割するだけで100万格子になる。したがって, 流体解析では大規模化は宿命であり, 並列化の試みも多い。

(1) 非圧縮性流体

非圧縮性流体では連続の方程式に時間微分の項がない。

$$\nabla \cdot v^{n+1} = 0 \quad (1)$$

ここで v は流速である。これが非圧縮性流体の扱いを困難にしている根源である。この結果, 非圧縮性流体では圧力に時間微分の項が現れない。数学的表現としてはすっきりしているが, 圧力を流速の方程式と同時に解くことができない。非圧縮性流体では, 多くの場合, ナビエ-ストークスの方程式と連続の方程式から

得られる圧力のポアソン方程式を解き、ナビエ-ストークスの方程式にもどって流速を求める、との手順を踏む(補注(2)参照)。圧力のポアソン方程式は連続の方程式(1)と等価である。計算時間のうちのほとんどが連続の方程式、すなわち、圧力のポアソン方程式を解くことに費やされる。これは方程式系の数値的扱いとしては、いわば無理に解いているようなものである。

並列化についてもポアソン方程式を解くことに集約される。これには領域分割と並列CG法などの大規模連立方程式ソルバーが対応する(3節(3)参照)。

(2) 圧縮性流体

圧縮性流体では、連続の方程式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2)$$

となり、時間微分の項が現れる。ここで v は流速、 ρ は密度である。この結果、方程式系は時間発展系となり、圧力は状態方程式を通じて求められる。これは数値的には自然であり、扱いは非圧縮性流体と比べて容易である。しかし、ナビエ-ストークスの方程式は粘性による拡散項より移流項が勝るようになり、双曲型方程式の性質が強く現れる。双曲型・移流方程式には振動が含まれることがある。これが数値的な振動として現れると解の発散につながる。圧縮性流体の研究はほとんどこの発散を押さえる研究と言ってもよいだろう。この結果、解くべき方程式の形は複雑になる。粘性項を無視したものがオイラーの方程式であり、高速気流の解析に現実に用いられる。

(3) 乱流

非圧縮性、圧縮性流体とも、高レイノルズ数粘性流では乱流が生じる。乱流については、これまで非常に多くの研究やコード開発が行われてきた。CFDにおける一大難問と言ってよいだろう。いわゆる乱流モデルとは、乱流の特性を近似し、方程式系を修正するものである。これに対して、乱流を方程式系・境界条件を忠実に解くのがDNS(Direct Numerical Simulation)⁷²⁾であるが、扱われているレイノルズ数は高々 10^4 程度で、実用問題で遭遇する 10^6 以上の高レイノルズ数に対応するには膨大な計算機資源を要する。DNSの差分法では格子点数は数百万程度⁷³⁾が扱われている。

(4) 差分法・有限体積法・有限要素法

もともと、CFDの研究は差分法が先行しており、差分法に適用された手法が後で有限要素法に適用された例が多く、差分法を好んで利用する研究者が多い。

航空分野では多くが差分法を用いている。有限体積法も同様に広く使われる。

差分法は、現在では一般曲線座標系による境界適合格子を用いて複雑形状周りの流れを表現することが普通だが、有限要素法ではさらに複雑な形状を扱うことが可能である。また、必要な部分のメッシュの密度などを調整するアダプティブ法⁷⁴⁾の適用しやすさや、高次要素が扱えるといったメリットもあり、有限要素法による流体解析もさかんである。メモリや計算時間の効率化のために、マトリクス、ベクトルを要素ごとに持ち、CG法などの過程で積・和を求めていくElement-by-Element法^{75)~77)}、方程式の係数マトリクスを保存しないMSF(Matrix Storage Free)法⁷⁶⁾などの研究もある。

CIP法は非圧縮性流体、圧縮性流体を安定・高精度に解く、新しい手法であり、注目されている。CIP法はもともとは非保存型移流方程式を、未知関数とともにその微分を同時に解くというのがその発想である。これにより、未知関数とともにそのプロファイルが移流方程式に乗ることになる。もともとは差分法の陽解法スキームであったが、陰解法スキームにも拡張されている。開発者らによるCIP法の解説が文献⁷⁸⁾にある。CIP法は有限要素法にも導入されている⁷⁹⁾。

(5) メッシュ生成

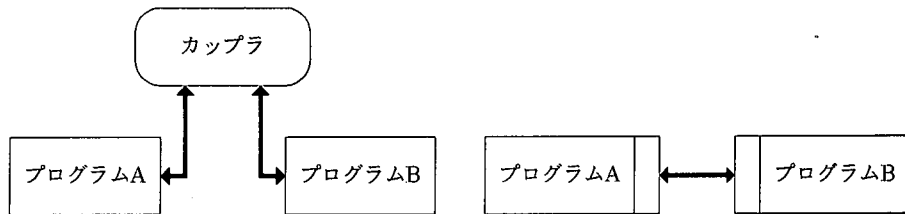
非構造格子の生成は構造解析と基本は同じであるが(3節(1)参照)、構造解析のメッシュ生成と異なるのは、境界層を精度良く解析するための流路壁面に沿うレイヤメッシュ⁸⁰⁾、移動境界を伴うメッシュなどである⁸¹⁾。

(6) 格子ボルツマン法

格子ボルツマン法(LBM, Lattice Boltzmann Method)は、従来のCFDが流体を巨視的な立場で連続体とみて得られるナビエ-ストークスの方程式に差分法や有限要素法などの離散化手法を適用するのに対して、微視的な立場から流体を粒子の集まりとみて、粒子の運動から流体の運動を解析していくものである。混相流などの従来のCFDでは適用が難しい流体運動が表現できる可能性がある。並列化も容易である^{82), 83)}。

(7) 並列処理

並列処理は上で述べた全ての項目について試みられている。多くが領域分割に基づく^{77), 82)~87)}。従って並列化によって新たな流体解析上の問題が生じることは少ない。流体の問題は並列化効率も十分に得られている^{76), 86)}。しかし、流体に限らず、計算機資源の利



(a)カップラによる結合

(b)ライブラリによる結合

図-6 カップリングインターフェイス

用法、パフォーマンス、並列化のプログラミング技術などでは全く別の視点が必要となった。並列処理プログラミング環境を構築する試み^{88), 89)}や、並列化に際する種々の環境下での通信のオーバーヘッドを計量する研究⁹⁰⁾もある。文献⁸⁵⁾は、ほとんどの流体・構造問題の並列化が分散メモリ環境化で行われている中で、スレッドによる並列化の試みである。SMP(2節(2)参照)の普及によってこのような方法も使われるようになると思われる。

DDM(3節(2)参照)は流体問題に使えないのか。少なくとも非圧縮性流体では、圧力が全領域に瞬時に伝わるという楕円型方程式の特性から、簡単にはいかないだろう。しかし、研究の事例はある⁹¹⁾(次項EUROPORTプロジェクトのPOLYFLOWなど)。

マルチグリッド法は、楕円型方程式の高次モードの誤差が減衰しにくい性質があることから、わざともの分割より粗い格子上で解き、解を重ねあわせるものである⁹²⁾。異なる格子分割上の計算を並列化する並列マルチグリッド法の研究もある^{93), 94)}。

(8) EUROPORTプロジェクト

EUROPORTとはEC(European Commission)が推進した、流体、構造、電磁場、化学、製薬、石油などの分野の38の商用あるいは実用ソフトウェアを、専用並列機のみならずラスタ型コンピュータもターゲットとして並列化するという1994年から1996年までのプロジェクトである⁹⁵⁾。EUROPORTという名はEuropean "Porting" Activityをもじったものである。学術的な成果より産業界へのインパクトをねらった。ECは並列コンピューティングの実業への効果に期待をかけたわけである。その成果に基づき、1996年から1997年まで、実際の効果のデモンストレーションを行うEUROPORT-Dプロジェクト⁹⁵⁾が実施された。

CFDでは商用ソフトウェアであるCFX4, N3S, PHOENICS, POLYFLOW, STAR-CDおよび航空機メーカーの独自開発コードが対象になった⁹⁶⁾。この中で塑性流解析コードであるPOLYFLOWはDDM型の並列化(3節(2)参照)が行われたが、他は領域分

割型である。PHOENICSは有限体積法・SIMPLEST法(SIMPLE法⁹⁷⁾の改良版)アプローチのコードであるが、オリジナル版では各時間ステップでまず速度を求め、つぎにポアソン方程式を解いて圧力補正を行う。速度はガウスザイデル法に類する方法で、圧力補正にはILU分解前処理付きCG法などのいくつかの方法で解く。並列版では速度は領域内部ではガウスザイデル法に類する方法、領域間境界はヤコビ法に類する方法で解くが、ポアソン方程式ソルバーは単純なヤコビ型前処理(もとの行列の対角成分だけからなる行列を前処理行列とする)つきのCG法に改められた。マルチグリッド法を用いている航空機メーカー開発コードESAUNAの並列化では、格子の複雑な扱いが必要だった。

5. 大規模連成解析

(1) 強連成と弱連成

最近、構造・流体、電磁場・流体、化学反応、生体解析など、並列処理による連成解析が広く行なわれるようになってきている。非定常の個々の系をあわせて、全体を同時に解くのが強連成(Tight Coupling)、個別に交互に解いて結合しあう弱連成(Loose Coupling)の2通りの方法がある。強連成、弱連成はいわばそれぞれ陰解法、陽解法に対応する。陽解法形式でも反復計算を施すことによって強連成と同等な解析が可能な場合もある。想像されるように、弱連成の方がプログラムの検証や並列化が容易であり、適用例も多い。

弱連成の実現手法をカップリングインターフェイスと呼ぶ。カップリングインターフェイスにはカップラと呼ばれるプログラムを用いる方法、ライブラリを用いる方法の2種類があり、ともにメッセージパッシングを用いる(図-6参照)。

カップラとは、プログラムA、プログラムBを解析モジュールとするルースカップリングにおいて、第3のプログラムモジュールとしての仲介モジュールのことである。シリアル処理におけるプログラムコールの代わりにMPIなどのメッセージパッシング処理を

行なうので、プログラムは既存のものの一部修正ですむ。カップラ間の通信がボトルネックになる可能性があること、プログラムAまたはプログラムBがメッセージパッシングによる並列処理を行なっている場合は、カップラとのメッセージパッシングと干渉し合う可能性があることなどの欠点がある。カップラの役目には異なるメッシュ体系を内挿し合うこともある。

(2) 連成解析の例

連成解析・カップリングインターフェイスの例に、NCAR (National Center for Atmospheric Research) の気象解析用カップラCSM (Climate System Model) Flux Coupler⁹⁸⁾、CERFACS (European Center for Research and Advanced Training in Scientific Computation) の気象解析用カップラOASIS 2.0⁹⁹⁾、EU (European Union) CIPARプロジェクトにおけるGMD (German National Research Center for Information Technology) の汎用のカップラCOCOLIB¹⁰⁰⁾、GMD, Stuttgart大学などの汎用のカップラGRISLi¹⁰¹⁾などがある。

NCAR CSM Flux CouplerはFortranで書かれており、インターフェイスは限定されている。OASIS 2.0はカップラをユーザがコントロールするようになっており、汎用性がある。OASIS 2.0自身は並列化されていないが、並列化プログラムを対象とすることが可能である。

COCOLIBは商用プログラムの連成を行なわせるためのプログラムである。カップラではなく、ライブラリを用いている。商用プログラムとしてはSTAR-CD, PERMAS, PAM-solidなどを想定している。ロケットの噴射, 人工心臓の弁, 自動車のラジエターの解析などに用いられている。統括部分がなくそれが並列処理のボトルネックにならないこと, 並列プログラムどうしの並列化もあらかじめ考慮しており, そのためMPIが拡張されていること, 連成する境界面どうしをさがして互いに内挿する機能がある, などの特徴がある。

GRISLiは連成解析手法の研究用として開発されたライブラリベースのカップラである。VLSIの製造, メタルフォーミングなどに応用されている。

以上のように, 連成解析は特にヨーロッパで盛んである。昨年のヨーロッパの計算力学関連の会議ECCM'99 (European Conference on Computational Mechanics 1999)でも, 全部で425件の発表中, 文献102)を含め, 連成解析 (Coupled Problems) と分類されたものは38件あった。国内では, ヨーロッパほどの賑わいではないが, 文献103)ははじめ, 多くの研究が行われている。

6. 終わりに——大規模計算力学の今後

大規模計算力学の現状について論じてきた。最後に, これらの今後について少し補足してみたい。概して, コンピュータハードウェアの進歩が速く, 計算力学はそれを追いかけているように感ぜられる。それは計算力学に関するバックグラウンドを含む広い意味のソフトウェア資産があまりに大きく, なかなか変わらない一面もあるだろう。超並列機やクラスタマシンが導入されても, その上で動くソフトウェアはまだ十分にありとはいえない。

a) コンピュータハードウェア

TOP 500の最上位機はすでにTFLOPSに達している。ハイエンド機のパフォーマンスは近いうちにはTFLOPSのオーダーで語られるようになるだろう。さらに, IBMはPFLOPS (ペタフロップス) 級の蛋白質分析用のコンピュータの開発に着手した¹⁰⁴⁾。PCの高性能化もさらに進む。ギガビットイーサネットはおそらく早いうちに普及し, PCクラスタのコストパフォーマンスは一段と高いものになるだろう。

b) 可視化・グラフィックス

可視化・グラフィックスについては本論文では触れることができなかった。グラフィックスはコンピュータハードウェアの中で大きなコストがかかる。しかしこれも低価格化が進むだろう。可視化に関しては, ユーザのよりリアルな表現, 高画質, 高速化へのニーズがハードウェアスペックを押し上げている面がある。

c) 構造解析

3節の初めに述べたように, 構造解析に関しては大規模解析に対するやや保守的な見方もあるが, 一方ではこの10年で解析規模は確実に大きくなった。しかし, 非線形解析, 非定常解析, シェル要素などの大規模化・並列化はまだこれからである。

d) メッシュ生成

メッシュ生成はまだ, 4面体でさえも, 複雑な対象については人の手を介することからまだ開放されない, という意味で十分とはいえない。6面体はまだこれからの分野である。生成する要素の数が大きすぎることはこれまでのメッシュ生成ではマイナス評価を受けていたが, これからはソルバーの能力も上がり, 大規模メッシュを確実にかつ自動的に切ることが要求されるようになるだろう。

e) 流体解析

流体解析についてはもともと大規模解析は必須だった。並列化の研究は非常に多い。解析の詳細化の方向へ行くことは間違いなく, DNSや格子ボルツマン

法なども進むであろうが、計算規模、レイノルズ数などの点でこれらは実用にはまだ距離がある。

f) 連成解析

構造、流体解析の高度化が進み、連成解析が重要になるのは必然の成り行きだろう。

g) 最適化

最適化についてもここでは触れられなかった。最適化は現場のニーズが大きい。大規模解析との連携もいずれは行われるようになるだろう。

本論文でみてきたように、計算力学のあらゆる分野で大規模化・並列化の研究・実用化の努力は着実に進んでいる。大規模解析についての産業界のニーズはこれから盛り上がっていくだろう。丸ごと解析による未知の現象の評価や非対称事象の定量的把握などは、将来は必ず、製造物の信頼性の向上やコストダウンにつながっていくものと信ずる。

補 注

(1) DDM

解くべき剛性方程式は

$$Ku=f \quad (3)$$

である。解析対象が図-5のようにいくつかの部分領域に分割されているとする。これを各部分領域ごとに先に解いてしまう、というのがアイデアであり、出発点は部分構造法と同じである。

解析対象領域がN個の部分領域に分割されているものとする。互いに隣接する部分領域間には共通の領域間境界ができる。各部分領域内部、領域間境界をそれぞれ添え字I, Bで表わす。この領域間境界に変位拘束(ディリクレ条件)を課すか、荷重境界条件(ノイマン条件)を課すかの2通りがあるが、ここでは変位拘束とする^{31), 32)}。全体系をまとめるとつぎのようになる。N=1の場合が方程式(3)に帰する。

$$\begin{pmatrix} K_{II}^{(1)} & 0 & \cdots & K_{IB}^{(1)} \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & K_{II}^{(N)} & K_{IB}^{(N)} \\ K_{IB}^{(1)} & \cdots & K_{IB}^{(N)} & K_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_I^{(1)} \\ \vdots \\ u_I^{(N)} \\ u_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_I^{(1)} \\ \vdots \\ f_I^{(N)} \\ f_B \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで、 K_{BB} , f_B は

$$K_{BB} = \sum_{i=1}^N K_{BB}^i, \quad f_B = \sum_{i=1}^N f_B^i \quad (5)$$

である。 u_B は領域間全部の境界の変位である。式(4)から

$$K_{II}^i u_I^i + K_{IB}^i u_B = u_I^i, \quad i=1, \dots, N \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N K_{BI}^i u_I^i + K_{BB} u_B = f_B \quad (7)$$

が得られる。これをつぎのように解く。

(a) u_B を仮定して方程式(6)から $u_1^{(1)}, \dots, u_1^{(N)}$ を通常のFEM解析によって求める。

(b) $u_1^{(1)}, \dots, u_1^{(N)}$ のもとで、方程式(7)を解く反復法の1ステップを適用し、新しい u_B を求め、収束していなければ(a)へ帰る。

このように、DDM法は並列化手法というより、直接法と反復法のハイブリッド解法と位置づけられる。領域分割を細かくすれば1領域の要素数は減り、領域の数は大きくなるが、直接法の負荷は減り、反復法の負荷は増大する。一方、領域分割を粗くすれば1領域の要素数が大きくなり、直接法の負荷は増大し、反復法の負荷は小さくなる。一般に反復法は直接法と比べ、マトリクスの性質が良い場合には高いパフォーマンスを示す。しかしマトリクスの性質が悪い場合には、極端な場合には収束しないこともある。マトリクスの性質の良し悪しは問題によるので、直接法、反復法の割合を調節することで、両方の長所をとることが可能である。

(2) 圧力のポアソン方程式

圧力のポアソン方程式は例えばつぎのようにして現れる。ナビエ-ストークスの方程式を圧力を陰的に、対流項と拡散項を陽的に離散化する。流速ベクトルを v , 圧力を p で表わす。

$$\frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t} + (v^n \cdot \nabla) v^n = -\nabla p^{n+1} - \nu \Delta v^n \quad (8)$$

この式の発散を取り、 v^{n+1} に非圧縮性の条件

$$\Delta \cdot v^{n+1} = 0 \quad (9)$$

を課すとつぎがえられる。

$$\Delta p^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot v^n - \nabla \cdot ((v^n \cdot \nabla) v^n - \nu \Delta v^n) \quad (10)$$

これが圧力のポアソン方程式であり、これを解いて(8)にもどり、 v^{n+1} を求める。

参考文献

- 1) <http://phase.etl.go.jp/netlib/benchmark/top500.html>
- 2) <http://www.supercomp.org/sc99/>
- 3) <http://www.hitachi.co.jp/Prod/comp/hpc/eng/sr82e.html>
- 4) <http://www.sta.go.jp/umi/seaeearth/70722.htm>
- 5) <http://www.nec.co.jp/japanese/today/newsrel/9801/2101.html>
- 6) 分子動力学専用計算機50テラFLOPSを達成、日刊工業新聞、1999.11.17.
- 7) <http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi/>
- 8) http://www.epm.ornl.gov/pvm/pvm_home.html
- 9) <http://japan.cnet.com/News/1999/Item/991030-1.html>
- 10) <http://www.v-t.co.jp/tech/benti/benti2.html>
- 11) <http://www.hc.t.u-tokyo.ac.jp/naemura/system/spec/SPECfp95.html>

- 12) <http://cnet.sphere.ne.jp/News/1999/Item/991030-3.html>
- 13) <http://www.lnl.gov/tid/lof/>
- 14) Linuxカーネル2.2 100%活用術, ソフトウェアデザイン, pp.17-54, 1999.9.
- 15) <http://w3.cic.riken.go.jp/HPC/HimenoBMT/index.html>
- 16) Dowd, K. and Severance, C.: High Performance Computing, 2nd Edition, O'reilly & Associates, pp. 330, 1998.
- 17) <http://www.specbench.org/>
- 18) <http://www.specbench.org/osg/cpu95/news/cpu95descr.html#metrics>
- 19) <http://www.netlib.org/linpack/index.html>
- 20) 吉村忍, 片井義和, 秋葉博, 矢川元基: 1億自由度複雑形状メッシュの自動生成, 日本機械学会第12回計算力学講演会講演論文集, 99-5, pp. 745-746, 1999.11.
- 21) 吉村忍: 自動有限要素分割法の最新動向(I), 機械の研究, 第51巻4号, pp.424-432, 1999.
- 22) Yoshimura, S., Nitta, H., Yagawa, G. and Akiba, H.: Parallel Automatic Mesh Generation Method of Ten-Million Nodes Problem Using Fuzzy Knowledge Processing and Computational Geometry, IV WCCM, 1998.6.
- 23) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, pp.171-182, 1995.12.
- 24) Blacker, T.D. and Meyers, R.J.: Seams and Wedges in Plastering: A 3 D Hexahedral Mesh Generation Algorithm, Eng. with Comp., Vol.9, pp.83-93, 1993.
- 25) Tautges, T.J., Blacker, T.D. and Mitchell, S.A.: The Whisker Weaving Algorithm: A Connectivity-Based Method for Constructing All-Hexahedral Finite Element Meshes, Int. Journal for Numerical Methods in Eng., Vol. 39, pp.3327-3349, 1996.
- 26) 木村尚人, 望月義彦, 三上和徳: 領域自動メッシュ分割ソフトウェアシステムHEXAR, 計算工学講演会論文集, 第1巻, pp.683-686, 1996.5.
- 27) 和田義孝, 吉村忍, 矢川元基: インテリジェント・ローカルアプローチによる自動要素分割法(第1法, 手法の提案と四辺形要素分割), 日本機械学会論文集(A編), 64巻, 622号, pp.1556-1563, 1998.6.
- 28) 和田義孝, 吉村忍, 矢川元基: アドバンスド・インテリジェント・ローカルアプローチの開発, 計算工学講演会論文集, 第1巻, 第1号, pp.199-200, 1999.5.
- 29) http://garlic.q.t.u-tokyo.ac.jp/~wada/mesh_gearS.gif
- 30) Tautges, T.J.: On Automating the Generation of Hex Meshes for Assembly Geometries, USACM/USNCCM 99, pp.87, 1999.8.
- 31) 矢川元基, 曾根田直樹: パラレルコンピューティング, 培風館, 1991.11.
- 32) Farhat, C. and Roux, F.X.: Implicit Parallel Processing in Structural Mechanics, Computational Mechanics Advances, pp.1-124, 1994.
- 33) 矢川元基, 塩谷隆二: 超並列有限要素解析, 朝倉書店, 1998.10.
- 34) 宮村倫司, 野口裕久, 塩谷隆二, 吉村忍, 矢川元基: 階層型領域分割法による超並列弾塑性有限要素解析, 日本機械学会論文集(A編), 65巻, 634号, pp.1201-1208, 1999.6.
- 35) 大山知信, 秋葉博, 和田哲也, 加治芳行, 荒井長利, 吉村忍, 矢川元基: 大規模並列粘弾性プログラムのベンチマーク計算による検証, 日本機械学会第12回計算力学講演会講演論文集, 99-5, pp. 759-760, 1999.11.
- 36) Farhat, C. and Roux, F.X.: Implicit Parallel Processing in Structural Mechanics, Computational Mechanics Advances, Vol.2, pp.1-124, 1994.
- 37) 塩谷隆二, 金山寛, 荻野正雄: 前処理付きCG法による領域分割法の高速化に関する研究, 計算工学講演会論文集, 第4巻1号, pp.383-384, 1999.5.
- 38) 堀江知義: 手軽にできる並列有限要素解析, 第1回~3回, 計算工学, 2巻1~3号, 1997.
- 39) Field, M.R., Ezawa, Y. and Satake, T.: Solving Large Structural Analysis Problems Using a Parallel Iterative Solver, IV WCCM, 1998.6.
- 40) <http://rtm.science.unitn.it/intertools/graph-partitioning/links.html>
- 41) <http://www-users.cs.umn.edu/~karypis/metis/metis.html>
- 42) 田久保宏行, 吉村忍, 矢川元基: 超大規模問題のための分散並列領域分割プレシステム, 日本機械学会第11回計算力学講演会講演論文集, 98-2, pp.575-576, 1998.11.
- 43) Farhat, C.: A Simple and Efficient Automatic FEM Domain Decomposer, Computers & Structures, Vol. 28, No.5, pp.579-602, 1988.
- 44) 奥田洋司, 阿南統久: 超並列有限要素法のためのPartitioningアルゴリズムの開発, 計算工学講演会論文集, 第3巻1号, pp.127-128, 1998.5.
- 45) 青山裕司, 矢川元基: 大規模・複雑形状の振動解析のための部分構造合成法, 計算工学講演会論文集, 第4巻, 1号, pp.373-376, 1999.5.
- 46) Grims, R.: Towards Computing Eigenvalues of a Problems of Order 10,000,000, USACM/USNCCM 99, pp.268, 1999.8.
- 47) <http://www.cs.ucsb.edu/research/S+/>
- 48) GeoFEM: 並列有限要素法固体地球シミュレータ, 日本機械学会第75期通常総会講演会資料集(VI), pp.40-43, 1998.3.
- 49) 菊池昇, 関口美奈子, 横田政幸, 石井恵三, スコットホリスター: CAEにおける最適設計法の発展とその未来: CAEは生き残るために何を指すか?, 日本機械学会第3回最適化シンポジウム講演論文集, pp.183-194, 1998.8.
- 50) 中西克嘉, 豊田益央, 関勝哉, 鈴木克幸, 大坪英臣: ボクセル解析のプリ・ポストプロセッシング手法, 計算工学講演会論文集, 第3巻, 第2号, pp.377-380, 1998.5.
- 51) Suzuki, K., Ohtsubo, H. and Terada, K.: The Analysis of 3D Solid Using Multi-Scale Voxel Data, IV WCCM, 1998.6.
- 52) Belytschko, T., Lu, Y.Y. and Gu, L.: Element-Free Galerkin Methods, Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, pp.229-256, 1994.
- 53) Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M. and Krysl, P.: Meshless Methods: An Overview and Recent Developments, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Special Issue on Meshless Methods, Vol.139, pp.3-47, 1996.
- 54) Yagawa, G. and Yamada, T.: Free Mesh Method: A

- New Meshless Finite Element Method. Computational Mechanics, Vol. 18, pp. 383-386, 1996.
- 55) 矢川元基, 細川孝之: フリーメッシュ法(一種のメッシュレス法)の3次元問題への適用, 日本機械学会論文集(A編), 63巻614号, pp.2251-2256, 1997.10.
- 56) Toshio Nagashima: Large Scale Node-by-Node Meshless Computation on MPP, IV WCCM, 1998.6.
- 57) Furukawa, T., Yang, C., Yagawa, G. and Wu, C.: Quadrilateral Approaches for Accurate Free Mesh Method, International Journal for Numerical Methods in Engineering (印刷中).
- 58) 矢川元基, 白崎実, フリーメッシュ法(一種のメッシュレス法)の流体解析への適用(高次フリーメッシュ法とその非線形問題への適用), 日本機械学会論文集(B編), 63巻, 614号, pp.3263-3268, 1997.10.
- 59) 富山潤, 伊良波繁雄, 矢川元基, 矢吹哲哉: フリーメッシュ法によるコンクリートの引張破壊挙動の解析, コンクリート工学論文集, 第11巻1号, pp.29-38, 2000.1.
- 60) <http://www.ipa.go.jp/NBP/ADsoft-j.html>
- 61) 奥田洋司: 計算工学におけるメッシュレス解法, 計算工学, 第1巻3号, pp.151-162, 1996.
- 62) http://geofem.tokyo.rist.or.jp/index_jp.html
- 63) 高度情報科学技術研究機構(RIST), 第1回GeoFEMセミナー, セミナー資料, 1999.7.
- 64) Nakajima, K., GeoFEM: Multi-Purpose Parallel FEM for Solid Earth(2) Large Scale Parallel Iterative Solvers, 計算工学講演会論文集, 第3巻, 第1号, pp.93-94, 1998.5.
- 65) 日本学術振興会, 計算科学1997-1998報告書, 1998.2.
- 66) 日本学術振興会, 計算科学1998-1999報告書, 1999.2.
- 67) 吉村忍: 設計用大規模計算力学システムの開発——日本学術振興会未来開拓学術研究推進事業「計算科学」分野 ADVENTUREプロジェクト——計算工学, pp.213-221, 1999.
- 68) 宮村倫司, 野口裕久, 吉村忍: パンテオンの超並列計算, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.881-882, 1999.9.
- 69) 宮村倫司, 和田義孝, 野口裕久, 吉村忍, 矢川元基: ボクセルメッシュの超並列弾塑性有限要素解析, 計算工学講演会論文集, 第4巻, 1号, pp.179-182, 1999.5.
- 70) 大石篤哉, 吉村忍, 矢川元基: 非定常・接触問題の大規模並列有限要素解析, 日本機械学会第11回計算力学講演会講演論文集, 98-2, pp.577-578, 1998.11.
- 71) 吉村忍, 庄井真一, 矢川元基, 秋葉博: ユーザーフレンドリーな1千万自由度問題の並列可視化システム, 計算工学講演会論文集, 第3巻, 1号, pp.71-72, 1998.5.
- 72) ながれ, 特集「DNSの現状と将来」, 第16巻, 3号, 1997.6.
- 73) 渡辺秀雄, 佐竹信一, 功刀資彰: 円筒座標系直接数値シミュレーションコードのVPP500向き並列化, 第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.129-130, 1997.12.
- 74) 白崎実, 矢川元基: フリーメッシュ法による非圧縮性流体の並列アダプティブ解析, 第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.401-402, 1997.12.
- 75) 奥田洋司, 渡邊建介: 超並列コンピュータによるElement-by-Element反復解法に関する研究, 計算工学講演会論文集, 第3巻, 1号, pp.129-130, 1998.5.
- 76) Nakabayashi, Y., Okuda, H. and Yagawa, G.: Parallel Finite Element Fluid Analysis on an Element-by-Element Basis, Computational Mechanics, 18, pp.377-382, 1996.
- 77) 玉井典, 猪股涉, 櫻山和男: 非構造領域分割に基づく三次元非圧縮流れの大規模並列計算, 計算工学講演会論文集, 第2巻, 1号, pp.265-268, 1997.5.
- 78) 矢部孝, 青木尊之: 固体, 液体, 気体の統一解法を目指すCIP法, 計算工学, 第1巻, 1号, pp.19-25, 1996.
- 79) 吉田修, 榎原孝文, 棚橋隆彦: CIP有限要素法における補間関数の検討, 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.461-462, 1998.12.
- 80) 横張孝志, 西垣一朗, 海保真行, 針谷昌幸, 小野寺誠: 流体解析用高品質4面体メッシュ生成手法, 日本機械学会論文集(B編), 第65巻, 638号, pp.52-57, 1999.10.
- 81) 永岡真: 境界移動を伴う非構造格子の取り扱いの検討, 第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.313-314, 1997.12.
- 82) 酒井庸鑑, 里深信行: 格子ボルツマン法による液滴の運動の数値シミュレーション, 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.223-224, 1998.12.
- 83) <http://mi-1.mech.kobe-u.ac.jp/9080/rd/boltzman/index.htm>
- 84) 渡邊正宏, 荒木宏之, 古田展康, 松澤照男, 天野和彦, 笠原宏: CIP法による壁面が振動する管内流れの並列計算, 計算工学講演会論文集, 第4巻, 1号, pp.385-388, 1999.5.
- 85) 黒川原佳, 松澤照男: 局所的な同期機構を用いた非圧縮粘性流体の並列計算, 計算工学講演会論文集, 第4巻, 1号, pp.393-396, 1999.5.
- 86) 海保真行, 池川昌弘, 加藤千幸, 青山ひろみ: 四面体有限要素メッシュを用いた並列流れ解析, 計算工学講演会論文集, 第3巻, 1号, pp.135-138, 1998.5.
- 87) 中林靖, 矢川元基, 吉村忍: 有限要素流体解析の1億自由度問題への適用, 計算工学講演会論文集, 第4巻, 1号, pp.401-404, 1999.5.
- 88) 太田高志: オブジェクト指向フレームワークによる並列流体計算, 第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.529-530, 1998.12.
- 89) 堀江知義, 大神省吾, 後藤武志: FEM/FMM用並列化インターフェースの開発, 計算工学講演会論文集, 第4巻, 1号, pp.379-382, 1999.5.
- 90) Chien, Y.P., Ecer, A., Akay, H.U. and Secer, S.: Communication Cost Function for Parallel CFD in a Heterogeneous Environment Using Ethernet, Proceedings of the Parallel CFD '96 Conference, pp.1-10, 1996.5.
- 91) Vanderstraeten, D., Roux, F.-X. and Keunings, R.: A Hybrid Solver for Finite Element Computations Applied to CFD Problems, Proceedings of the Parallel CFD '96 Conference, pp.228-235, 1996.5.
- 92) 藤井孝敏: 流体力学の数値計算法, pp.41-47, 東大出版会, 1994.3.
- 93) 里深信行: 計算流体力学における最新の並列計算法, コンピューートルール, 特集 計算力学における並列コンピューティング, コロナ社, pp.20-27, 1992.10.
- 94) Oswald, H. and Turek, S.: A Parallel Multigrid Algorithm for Solving the Incompressible Navier-Stokes Equations with Nonconforming Finite Elements in Three Dimensions, Proceedings of the Parallel CFD '96 Conference, pp.220-227, 1996.5.

- 95) <http://www.gmd.de/SCAI/europort/>
- 96) Stüben, K., Mierendorff, H., Thole, C.-A. and Thomas, O. : EUROPORT: Parallel CFD for Industrial Applications, Proceedings of the Parallel CFD '96 Conference, pp.39-48, 1996.5.
- 97) 数值流体力学編集委員会：非圧縮性流体解析, pp.102-106, 東京大学出版会, 1995.2.
- 98) <http://www.cgd.ucar.edu/csm/models/cpl/>
- 99) <http://www.csar.cfs.ac.uk/software/OASIS.shtml>
- 100) <http://www.gmd.de/SCAI/scicomp/cispar/>
- 101) <http://www.informatik.uni-stuttgart.de/ipvr/as/projekte/grissli/gs-homepage.html>
- 102) Meynen, S. and Schafer, M.: Numerical Simulation of Fluid-Structure Interaction for Fluid Damped Oscillations, Proceedings of ECCM'99, No.453, 1999.9.
- 103) 堀江知義, 二保知也, 伊達幸利：磁気減衰振動現象の評価パラメータ(第1報, 薄板の磁気減衰挙動の測定), 日本機械学会論文集(C編), 65巻, 630号, pp. 471-476, 1999.2.
- 104) <http://www.jp.ibm.com/rs6000/resource/features/bluegene.html>

(2000.2.1受付)