

不均質透水係数場の推定における 共分散マトリックスの影響

小林晃¹・日向弘恵²・藤居宏一³

¹正会員 工博 岩手大学 助教授 農学部農業生産環境工学科 (〒020-8550 盛岡市上田 3-18-8)

²岩手大学大学院 農学研究科農業生産環境工学専修 (〒020-8550 盛岡市上田 3-18-8)

³正会員 農博 岩手大学 助教授 農学部農業生産環境工学科 (〒020-8550 盛岡市上田 3-18-8)

岩盤中の透水係数の不均一分布を把握するための手法の一つに透水係数以外のデータを補助データとして推定を行う、地盤統計学の Indicator Simulation 手法がある。本論では、その適用に際し必要な補助データと透水係数の共分散マトリックスの求め方による結果の違いと、用いる透水係数と補助データのスキッターグラムによる影響を原位置試験結果を用いて検討した。補助データとして用いたのは比抵抗トモグラフィと亀裂頻度であり、孔間透水試験結果と比較することにより評価を行った。その結果、相関が小さくても共分散を補助データより計算した場合、推定精度が高まることが分かった。

Key Words: permeability, heterogeneity, probabilistic method, seepage analysis, resistivity tomography and fracture information

1. はじめに

地下水の動きを予測するためには地盤の透水性状、すなわち透水係数分布の推定精度の向上が必要である。しかし原位置での透水係数の測定は通常あまり多く行われなことが多い。そこで他のデータから透水係数の分布を推定することができれば非常に有効であると思われる。Indicator Simulation は他のデータを補助データとして物性の不均一分布を推定する統計的手法の一つであり、鉱脈の推定や地下水予測で用いられることの多い手法である¹⁾。この手法では、Indicator Kriging という手法を使って、計測点以外の地点の閾値以下となる確率を求める。そして全閾値以下の確率を並べることにより、その地点での累積確率分布を求め、得られた分布から逆に乱数を使って対象変量を推定する。その際に補助データからの indicator と求めたい物性の indicator との共分散が必要となる。しかし、そのような共分散を用いることは求めたい物性の統計的特性を歪めることにもなり、またそのプロセスはかなりの手間を要する。そこで一般に用いられる Indicator Simulation では、求めたい物性から求めたバリオグラムを用いて計算した共分散を補助データにも便宜的に適用している¹⁾。これが Indicator Cokriging ではなく Indicator Kriging と呼ばれる所以である。筆者らもそのような便宜的な取り扱いを用いて透

水係数分布を求めるために、弾性波探査から求めたヤング率、比抵抗トモグラフィ結果、亀裂頻度などを補助データとして Indicator Simulation の適用性を検討してきた^{2),3)}。しかし、十分に実測結果を再現できる透水係数分布を推定することは難しかった。そこで本論では、地盤統計学の Markov Bayes Model (MBモデル)⁴⁾を適用し、便宜的に共分散マトリックスを推定する手法について検討し、続いて補助データを用いた共分散マトリックスに二種類の求め方を適用して、どの手法がより現象を再現できる可能性があるのかを検討する。すなわち Indicator Cokriging の適用に際して、共分散の種類の影響について検討する。

補助データとしては、物理探査結果から得られた比抵抗トモグラフィ、および地質調査から得られた亀裂頻度を用いて透水係数の不均一性の推定を試みた。そして、孔間透水試験をシミュレートし定常状態での結果と実測値の比較を行うことにより手法の良否を検討した。

また、本手法では透水係数と補助データのスキッターグラムから補助データの indicator を求めていくが、スキッターグラムを作成する際には、同一地点で得られた透水係数と補助データしか用いることができない。そのため実測値が少ない場合、他の地点で得られたデータを付加しデータ数を増加させてスキッターグラムを作成することがある¹⁾。

本論では、スカッターグラムについてデータを付加したケースと付加せずに解析領域中で得られたデータだけを用いたケースについても比較を行った。

2. Indicator Simulation の概要

ここではまず Indicator Simulation の簡単な紹介を行う。以下の説明においては、確率場を表す場合大文字の Z, Y, I を用い、観測値を表す場合は小文字の z, y, i を用いる。この手法は、測定値がない地点の透水係数の確率分布を求めるために Indicator Kriging を行う。これは式(1)で示す様に n 個の実測値の indicator i と n' 個の補助データの indicator y を線形に組み合わせて推定する手法である。すなわち $n+n'$ 個の条件下で透水係数がある値以下となる確率 $Prob\{Z < z_k\}$ を推定する Cokriging と同意である⁵⁾。

$$I^*_k(\mathbf{u}) = \left[Prob\{Z(\mathbf{u}) \leq z_k | (n+n')\} \right]_{IK} = \lambda_0 F(z_k) + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(\mathbf{u}; z_k) i(\mathbf{u}_{\alpha}; z_k) + \sum_{\alpha'=1}^{n'} \nu_{\alpha'}(\mathbf{u}; z_k) y(\mathbf{u}_{\alpha'}; z_k) \quad (1)$$

ここで、 i は式(2)から求められる indicator である。

$$i(\mathbf{u}_{\alpha}; z_k) = 1 \text{ if } z(\mathbf{u}_{\alpha}) \leq z_k, \quad i(\mathbf{u}_{\alpha}; z_k) = 0 \text{ if not} \quad (2)$$

これは、測定された透水係数が、ある透水係数の値 z_k より小さい場合は 1、そうでないときは 0 を意味する。この閾となる z_k の値、閾値を複数個設定する。 F はその閾値の平均値で、 λ_0 はその重み係数であるが偏りを防ぐため、 $\lambda_0 = 1 - \sum \lambda_{\alpha} - \sum \nu_{\alpha}$ となる。 \mathbf{u} は位置ベクトルを示し、 k は閾値の番号、 n は透水係数のデータ数、そして n' は補助データのデータ数である。 y は式(3)から求める補助データの indicator である。

$$y(\mathbf{u}_{\alpha'}; z_k) = Prob\{Z(\mathbf{u}_{\alpha'}) \leq z_k\} \quad (3)$$

これは、補助データの値から得られる、透水係数の閾値 z_k 以下となる確率を表す。この確率を得るためには、まず同一地点で計測された透水係数と補助データの関係をプロットしスカッターグラムを作成する。その補助データの値をいくつかに分割し、分割されたデータグループ毎に閾値以下となる確率 y を求める。本論では比抵抗および亀裂頻度に対する透水係数の分布から閾値以下となる確率を求める。

式(1)は Indicator Cokriging と呼ばれるが、一般には求めたい変量(ここでは透水係数)の共分散を補助データに対しても用いるので Cokriging を含めた総称として、本論では Indicator Kriging と呼ぶ。

$\lambda_{\alpha}, \nu_{\alpha}$ は重み係数であり、Indicator Kriging では次式で表される、式(1)で推定された値の 2 乗誤差を最小にするように求める。

$$E[(I^* - I)^2] = E\left\{ \left[(\lambda_0 F + \lambda_{\alpha} i_{\alpha} + \nu_{\alpha} y_{\alpha}) - I \right]^2 \right\} \quad (4)$$

I^* は式(1)で推定された地点 \mathbf{u} におけるある閾値以下となる確率、 I はその真の値である。上式の α, α' は、透水係数及び補助データの計測地点を表し、1つの項におけるこの指標の繰り返しは総和規約を適用している。また、 $E(I^*) = E(I) = m_I$ と仮定する。これは I^* を不偏推定量とすることであり、これを Intrinsic 仮定と呼ぶ。ここで $E(i_{\alpha} i_{\beta}) = C_{I\alpha\beta}$, $E(i_{\alpha} y_{\alpha'}) = C_{IY\alpha\alpha'}$, $E(y_{\alpha} y_{\beta}) = C_{Y\alpha\beta}$ と透水係数、透水係数と補助データ、補助データの共分散マトリックスに置き換える。 α, β は透水係数の測定地点、 α', β' は補助データの測定地点を表す。右辺を展開し $\lambda_{\alpha}, \nu_{\alpha}$ でそれぞれ微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_{\alpha}} E[(I^* - I)^2] = 2\lambda_{\beta} C_{I\beta\alpha} + 2\nu_{\alpha'} C_{IY\alpha'\alpha} + 2\lambda_0 F I_{\alpha} - 2m_I I_{\alpha} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \nu_{\alpha}} E[(I^* - I)^2] = 2\nu_{\beta'} C_{Y\beta'\alpha} + 2\lambda_{\alpha} C_{IY\alpha\alpha} + 2\lambda_0 F Y_{\alpha} - 2m_I Y_{\alpha} \quad (6)$$

I_{α} は成分が全て m_I のベクトル、 $Y_{\alpha'}$ は同様に成分が全て $E(y_{\alpha'})$ のベクトルである。

この式(5)(6)が 0 となるような $\lambda_{\alpha}, \nu_{\alpha}$ を求めると、それが誤差を最小にする重み係数となる。ここで共分散マトリックス C_I は、式(7)で表されるセミバリオグラム γ を用いて、距離の関数として求めた式(8)からその成分を求める。

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} (a_j - a'_j)^2 \quad (7)$$

$$C_I(h) = C_I(0) - \gamma(h) \quad (8)$$

ここで、 $N(h)$ は距離 h 離れたデータの数、 a_j は起点となるデータの値(tail value)で、 a'_j は距離 h 離れた

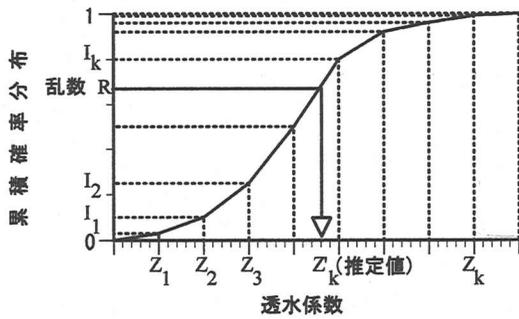


図-1 推定された透水係数の累積確率分布

地点でのデータの値 (head value) である。 $C_x(h)$ は距離 h 離れたデータ群の共分散、 $C(0)$ は分散値に等しい。 C_D 、 C_Y も補助データを用いて同様に求めることができる。

Indicator Simulation はこれらの共分散マトリックスを用いて、式(1)の Kriging によって測定値がない所における各閾値以下の確率を推定し、全閾値以下の確率を並べることにより、その地点での累積確率分布を求める (図-1)。そして 0 から 1 の一様乱数を発生させてその累積確率分布から逆に透水係数を求め、その値を実測値のデータグループに加え、次の測定値がない地点へ移動して同様の作業で透水係数を推定する。従って、乱数の発生させ方、及び測定値がない場所の移動順序により複数の不均一場が作成できる。本論では 30 パターンの不均一場を作成し平均値で評価した。

3. 原位置試験

実際のデータを用いて本手法の適用性を検討する。試験は動燃事業団が行った釜石鉱山原位置試験場に掘削された KH-4、KH-5、KH-6、KH-7 の 4 つの試験錐孔を用いて行われた種々の試験結果^{6),7)}を用いる (図-2)。本位置は栗橋花崗岩地帯で土被りはおよそ 260m である。比抵抗トモグラフィは KH-4~KH-5、KH-5~KH-6 の水平 2 断面と、KH-5~KH-7 の鉛直断面で行われた⁶⁾。同時に各試験錐孔でボアホールテレビによる亀裂観察が行われ⁶⁾、これにより亀裂頻度を知ることができる。また、KH-5 孔では単一透水試験が 15 点実施され、さらに KH-5 孔の A、B、C 点を注入点として、KH-4、KH-6、KH-7 の①~⑫を観測点とする孔間透水試験が行われた⁷⁾。図-3 に孔間比抵抗トモグラフィの一例と、図-4 に亀裂分布を示す。以上より KH-5 孔では、透水係数の測定地点と同一地

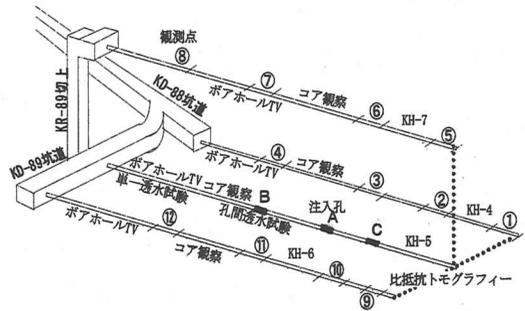


図-2 原位置試験の概要図 (KH-4~7 がボーリング孔、A、B、C が注入孔、①~⑫が観測点)

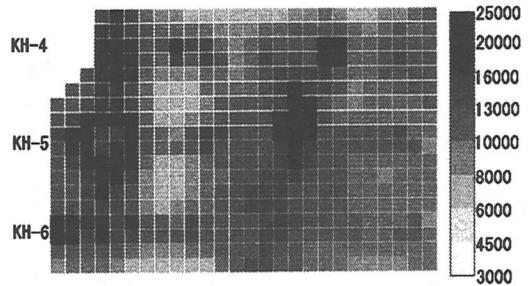


図-3 比抵抗トモグラフィの一例 (単位: Ω -m)

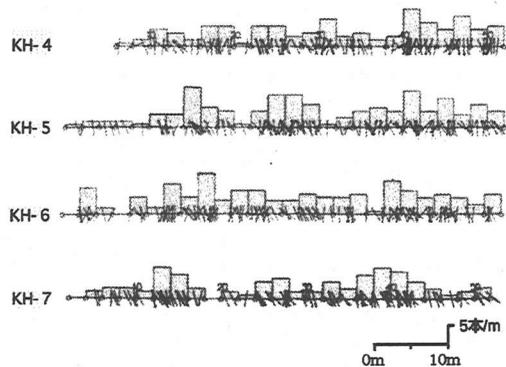


図-4 亀裂頻度調査結果

点で比抵抗と亀裂数が測定され、それらの測定値を用いて透水係数と比抵抗、透水係数と亀裂頻度の関係を知ることができる。ここで比抵抗に関しては、傾向が明確に出るように、すなわち大きな比抵抗値に対して小さな透水係数となる様に隣接する断面の値を選択した。図-5、6 がそれらの関係を示したスキッターグラムである。このスキッターグラムを作成する際には、データ数を増やすために、この

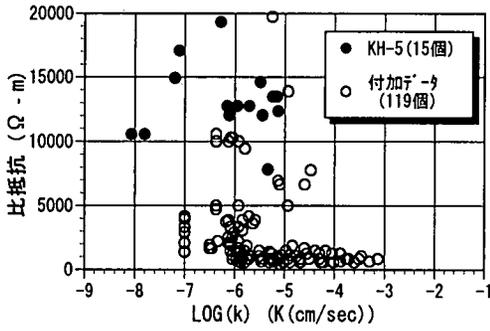


図-5 透水係数と比抵抗のスカッターグラム

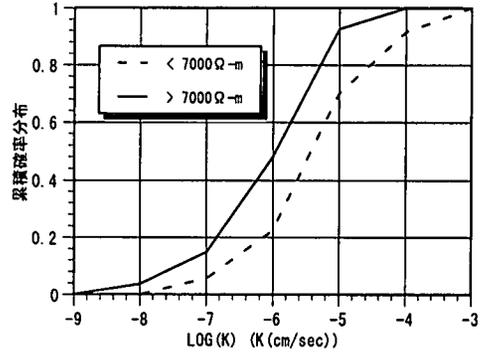


図-7 比抵抗を補助データに用いた場合の確率分布

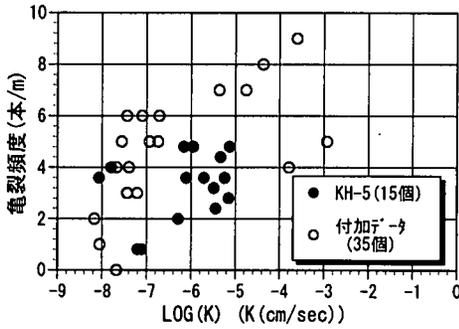


図-6 透水係数と亀裂頻度のスカッターグラム

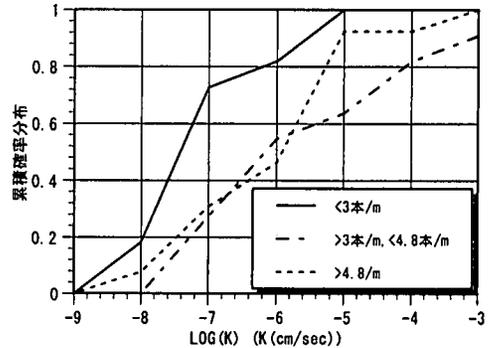


図-8 亀裂頻度を補助データとした場合の確率分布

KH-5 孔で得られたデータに他の地点で得られたデータを付加した。亀裂頻度に関しては同じ釜石鉱山原位置試験場内のデータ⁸⁾、比抵抗に関しては花崗岩であるが、本邦の他の地点におけるデータ⁹⁾を付加した。亀裂頻度に関しては当該試験地点と数十m離れた地点での計測値を付加しているの、ほぼ同様の確率特性及び地理特性からの標本であると言える。一方、比抵抗は全く異なる地点のデータであるので、確率特性の異なるデータを付加していることになり、単に本邦における花崗岩の透水係数と比抵抗の関係の一例と言える。そして透水係数の閾値を $10^{-8} \sim 10^{-3}$ (cm/sec) の範囲で 1 オーダー毎に設定して、比抵抗は $7000 \Omega\text{-m}$ 、亀裂頻度は 3.0 および 4.8 本/m でデータを分割し、その分割毎に式(3)の y を求めた。この分割は、比抵抗の場合ではトモグラフィのおおよその平均値であり、亀裂頻度ではデータ数を等分するように定めた。以上の結果を示したのが図-7、8の累積確率分布である。補助データの計測地点の値に対する累積確率分布を用いて、先述の手順で乱数を用いて透水係数を推定し、その値から補助データに対する indicator を求める。

4. 種々の共分散モデル

(1) Marcov Bayes Model⁴⁾

MBモデルでは C_i を用いて、 C_{IY} 、 C_Y を式(9)で推定する。

$$\begin{aligned} C_{IY}(h; z) &= B(z)C_I(h; z), \forall h \\ C_Y(h; z) &= B^2(z)C_I(h; z), \forall h > 0 \\ &= |B(z)|C_I(h; z), h = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

$B(z)$ は式(10)から求められる。

$$\begin{aligned} B(z_k) &= m^{(1)}(z_k) - m^{(0)}(z_k) \in [-1, +1] \\ m^{(1)}(z_k) &= E\{Y(u; z_k) | I(u; z_k) = 1\} \\ m^{(0)}(z_k) &= E\{Y(u; z_k) | I(u; z_k) = 0\} \end{aligned} \quad (10)$$

$m^{(1)}$ は透水係数が閾値以下になる場合、すなわち $i=1$ の時の y の平均値である。したがって、 $m^{(1)}=1$ の時には、スカッターグラムにおいて補助データは全

表-1 モデルの検討条件

ケース	補助データ	共分散	データ数	
			C_Y	C_{IV}
1	なし	透水係数の共分散	15	
2	比抵抗	透水係数の共分散を共有	15	
3	亀裂頻度	透水係数の共分散を共有	15	
4	比抵抗 亀裂頻度	透水係数の共分散を共有	15	
5	比抵抗	MBモデル	15	
6	亀裂頻度	MBモデル	15	
7	比抵抗	C_{IV} 式(11), C_Y 式(7)	15	
8	亀裂頻度	C_{IV} 式(11), C_Y 式(7)	15	
9	比抵抗	C_{IV} 式(7), C_Y 式(7)	761	776
10	亀裂頻度	C_{IV} 式(7), C_Y 式(7)	200	215

てその透水係数以下に存在することになり、累積確率はその透水係数値までに1になる。よって y から $i=1$ が推定でき、最も好ましい状態である。同様に $m^{(0)}=0$ も最も望ましい状況である。従って $B(z_k)=1$ が最良の値となる。もし、 $B(z_k)=-1$ であれば、これは補助データの indicator y を $1-y$ と置き換えることにより最良の状態の取り扱いが可能となる。一方、 $B(z_k)=0$ 、すなわち $m^{(1)}=m^{(0)}$ の場合は最悪の状況であり、補助データの意味が全くないことになる。

(2) 実測された補助データを用いた共分散モデル

MBモデルでは、透水係数の indicator i の C_i を用いて、補助データからの indicator y に対する v_0 を求めた。従って C_{IV} 、 C_Y の影響範囲は C_i と同じである。ここでは図-5、6 から求めた、補助データに対する透水係数の各閾値以下となる確率から、原位試験場で補助データが実測された地点の透水係数の累積確率分布を求める。そして乱数でその補助データ計測地点に対する透水係数 K' を決定する。この K' を用いて、 C_i を求めたのと同じ式(7)を用いて共分散を計算する。この時、乱数の発生させ方により K' は変わってくるので30パターン行い、その平均を C_Y とした。

次に C_{IV} は次の式(11) ¹⁾ のクロスセミバリオグラムから得た。

$$\gamma_{IV}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} \{ i(u_j; z_k) - i(u_j + h; z_k) \} \times \{ y(u_j; z_k) - y(u_j + h; z_k) \} \quad (11)$$

KH-5の実測された透水係数 K からの indicator i 、補助データから推定した透水係数 K' からの indicator y を用いる。この場合のデータ総数は、同一地点

の K と K' を用いるため、どちらも15である。

また便宜的に C_{IV} を求める手法として、セミバリオグラムを示す式(7)の tail value a_j に実測された透水係数 K からの indicator i 、head value a'_j に補助データから推定した透水係数 K' からの indicator y を代入することで、全ての補助データからの情報を考慮して、 C_{IV} を求めることも試みた。この場合データ総数は全補助データ数に透水係数のデータ数15を加えた数になる。これら C_{IV} も30ケースの K' について計算し、平均を取って C_{IV} とした。両モデルにおいて実測された透水係数の範囲は、 $10^{-5} \sim 10^{-9}$ cm/sec にあるのでその閾値を 10^{-6} 、 10^{-7} 、 10^{-8} の3つにして行った。

5. 解析条件

図-2の端に位置する試験孔 KH-4、KH-6、KH-7 から約10mの余裕を持たせた、縦44m、横60m、高さ32mの直方体を解析領域とした。1辺が2mの立方体要素に分割して、全面水位固定(400KPa)を境界条件とし、注入孔の流量を固定(A: 4.446×10^{-6} m³/sec, B: 4.004×10^{-6} m³/sec, C: 3.0×10^{-6} m³/sec)して孔間透水試験を再現した。この境界条件は原位置での測定結果を参考にして決めた。そして、各要素の透水係数を先述の Indicator Simulation によって表-1に示す条件で分布させた。

ケース1は補助データを用いずにKH-5孔の15点で測定された透水係数だけから条件付きシミュレーションで不均一性を再現したものである。ケース2は、補助データに比抵抗トモグラフィ、ケース3は亀裂頻度、ケース4は比抵抗と亀裂頻度の両方を用いて、 $C_i=C_{IV}=C_Y$ の同一共分散という条件で透水係数を推定した。ケース4では、2種類の補助データから式(3)を用いて求められる indicator y を一緒にして Indicator Simulation を行ったものである。ケース5、6は、それぞれ比抵抗、および亀裂頻度を補助データとし、MBモデルで得られた共分散マトリックスを用いて推定を行い解析した。ケース1~6は、共分散を計算する際、KH-5孔のデータに亀裂頻度データを採用した少し離れた地点で得られたデータも付加したものを用いた。

表-2にMBモデルの式(9)、(10)で求めた各閾値に対する共分散の係数と $B(z)$ の値を示す。ここで、バリオグラムは式(12)の Exponential モデルを用いている。

$$\gamma(h) = c \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right) \right] \quad (12)$$

上式での係数 a 、 c が表-2に示されている。

表-2 MBモデルでの共分散マトリックスを得る
パリオグラムモデルの係数値

1) 補助データが比抵抗のケース

Z_k	$B(z)$	C_I			C_{IV}	C_Y
		a	c	r	c	c
10^{-8}	-0.007	10.2	0.35	0.94	-2.5E-03	1.7E-05
10^{-7}	0.019	6.0	0.70	0.59	1.3E-02	2.5E-04
10^{-6}	0.053	5.4	0.40	0.42	2.1E-02	1.1E-03
10^{-5}	0.043	6.0	0.35	0.57	1.5E-02	6.5E-04
10^{-4}	0.018	5.4	0.35	0.57	6.3E-03	1.1E-04
10^{-3}	1.000	11.4	0.30	0.95	3.0E-01	3.0E-01

2) 補助データが亀裂頻度のケース

Z_k	$B(z)$	C_I			C_{IV}	C_Y
		a	c	r	c	c
10^{-8}	0.066	10.2	0.35	0.94	2.3E-02	1.6E-03
10^{-7}	0.167	6.0	0.7	0.59	1.2E-01	2.0E-02
10^{-6}	0.095	5.4	0.4	0.42	3.8E-02	3.7E-03
10^{-5}	0.190	6.0	0.35	0.57	6.7E-02	1.3E-02
10^{-4}	0.066	5.4	0.35	0.57	2.3E-02	1.6E-03
10^{-3}	0.973	11.4	0.3	0.95	2.9E-01	2.8E-01

Z_k : 閾値 r : 相関係数

C_{IV} , C_Y の a は C_I と同じである。 r は実測値のパリオグラムと、式(12)を用いて求めたモデルの相関係数を表している。同表によると $B(z)$ が小さいためケース5, 6の C_{IV} , C_Y が小さいことが分かる。ケース7, 8は C_Y を式(7), C_{IV} を式(11)を用いて求め、ケース9, 10は C_{IV} も式(7)を用いた場合である。また、ケース7~10の条件で求めた C_{IV} と C_Y の値を表-3に示す。表-2と比べて a は小さくなったが、 c は大きくなっている。ここでケース7では、図-7の確率分布で発生させた透水係数が 10^{-8} cm/secの閾値以下となる地点の数が有意でなかったため、この閾値はないものとした。

6. 解析結果

各ケースは乱数の初期値を変えた30パターンについて、図-2のA, B, Cの3つの注入孔から定量注入した時の定常浸透流解析を行い、それぞれ平均値で評価する。定常状態での孔間透水試験の観測点毎の平均圧力応答を、各ケースの最大応答値で正規化した。そして同様に最大観測値で正規化した実測値との二乗誤差を観測点毎に計算し、12の観測点の和で各ケースの比較を行った。ここで各点の観測値は最終計測時刻における値を用いた。これらの値は必ずしも定常状態での値ではないので、定常解析の結果と定量的に比較することは難しい。そこで最大応

表-3 共分散マトリックスを得るパリオグラムモデル

1) ケース 7

Z_k	C_{IV}			C_Y		
	a	c	r	a	c	r
10^{-8}	-	-	-	0.015	0.04	0.93
10^{-7}	3.0	0.02	0.14	0.9	0.13	0.96
10^{-6}	3.0	0.04	-0.49	0.9	0.25	0.97

2) ケース 8

Z_k	C_{IV}			C_Y		
	a	c	r	a	c	r
10^{-8}	1.5	0.002	0.36	0.3	0.04	0.93
10^{-7}	0.6	0.01	0.07	0.6	0.01	0.98
10^{-6}	0.9	0.01	-0.13	0.9	0.27	0.98

3) ケース 9

Z_k	C_{IV}			C_Y		
	a	c	r	a	c	r
10^{-8}	0.03	0.04	0.87	0.6	0.03	0.98
10^{-7}	0.3	0.16	0.99	0.3	0.13	1.00
10^{-6}	0.45	0.25	0.99	0.45	0.25	1.00

4) ケース 10

Z_k	C_{IV}			C_Y		
	a	c	r	a	c	r
10^{-8}	0.15	0.085	0.95	0.03	0.12	1.00
10^{-7}	0.15	0.25	0.95	0.45	0.25	1.00
10^{-6}	0.3	0.28	0.97	0.45	0.21	1.00

答値で正規化した値を用いて検討することにした。図-9に解析結果と結果の誤差を全注入孔で合計した比較図を示す。この図が示すように、2種類の補助データを同時に用いたケース4で最も精度良く透水試験が再現されている。そして、この他の一種類の補助データを用いたケースの中で比較した場合、補助データに亀裂頻度を用いたケース3, 6, 8, 10を比較すると、ケース6, 10がケース3より精度が高くなり、ケース8で悪くなっている。また、比抵抗を補助データとして用いたケース2, 5, 7, 9を比較すると、ケース5, 7, 9ともケース2より悪くなっている。そしてケース5, 7, 9ともその精度の差は小さい。

MBモデルに着目すると、亀裂頻度を補助データとした場合は改善され(ケース3, 6)、比抵抗を補助データとした場合は改悪となっている(ケース2, 5)。今回のMBモデルで用いた $B(z)$ 値は表-2に示されているように小さな値であり、これは透水係数と補助データの相関が小さいことによるものである。特に比抵抗の場合は、全閾値で小さく、その影響がケース5の結果に現れたものと思われる。

また、補助データの影響を大きく取り入れるため

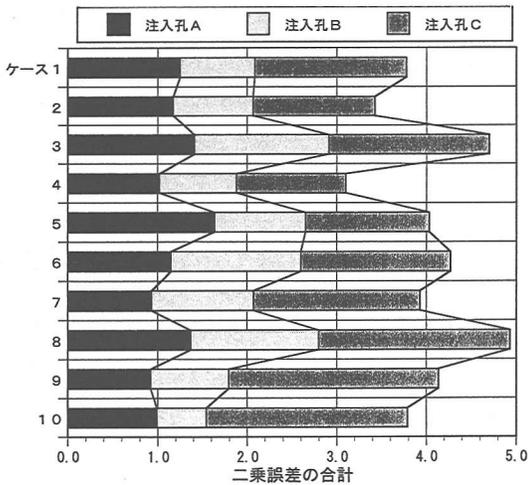


図-9 表-1の条件でシミュレートした場合の計算値と実測値の二乗誤差の合計

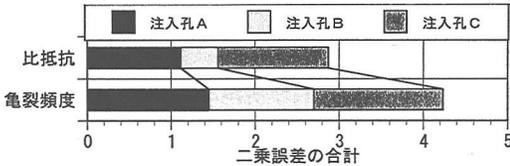


図-10 MBモデルで $B(z_k)=1.5$ としたケースの計算値と実測値の二乗誤差の合計

に式(10)を用いずに式(9)に直接 $B(z_k)=1.5$ を代入したところ、実測値との2乗誤差は、図-10のようになった。比抵抗を補助データとした場合、大幅な改善が見られ、亀裂頻度の場合はあまり変化がない。

7. スキャッターグラムの影響

(1) シミュレーションの条件

以上では、図-5、6に示すスキャッターグラムにより、補助データに対する透水係数の確率分布を作成し、閾値以下となる確率を求めてシミュレーションを行った結果を示してきた。このスキャッターグラムは、データ数を増加させるためにKH-5孔で得られたデータに他のサイトで得られたデータ^{8),9)}を付加したものである。データを付加した結果、透水係数との相関係数は比抵抗で-0.226から-0.184へ、亀裂頻度で0.29から0.183へと、透水係数と補助データの相関が小さくなった。そこで、KH-5孔で得られ

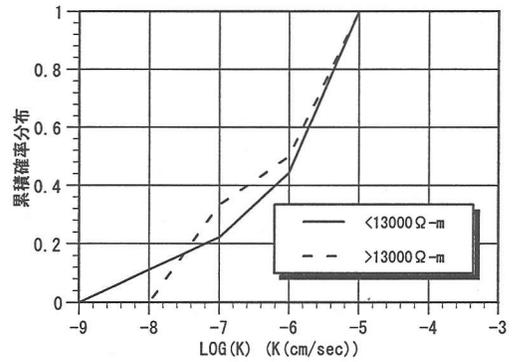


図-11 当サイトの比抵抗のみから得られた確率分布

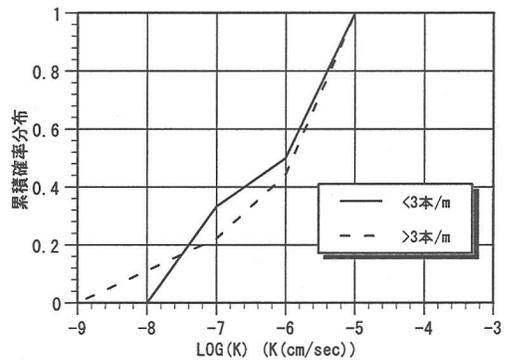


図-12 当サイトの亀裂頻度のみから得られた確率分布

た15個のデータだけを用いて、データ数は少なくなるが相関がわずかに大きいスキャッターグラムを用いることを試みた。図-11、12がその結果得られた比抵抗と亀裂頻度を補助データとした累積確率分布である。この場合データ数が少ないので補助データの閾値を比抵抗で13000 $\Omega\text{-m}$ 、亀裂頻度は3.0本/mとした。図-7と図-11、図-8と図-12を比較すると、亀裂頻度を補助データとした場合の累積確率分布が大きく異なることが分かる。これにより式(2)に示すindicator y が変わるので透水係数の推定値が閾値以下となる確率も変化する。またMBモデルでは $B(z)$ 値が変わるので式(1)の v_a も変化する。そして先の推定と同様のケースについて透水係数の分布の推定を行い、わずかな相関の大小が透水係数の推定精度に与える影響について検討を行った。ケース4に関しては、本検討では省略している。表-4にMBモデルの $B(z)$ 値を示す。ここで、当試験地点で実測された亀裂頻度と比抵抗値を用いて $B(z)$ 値を計算したところ、ほとんど同じ値になった。従って、本章の

表-4 KH-5のみのデータから $B(z)$ を求めた場合におけるMBモデルでのバリオグラムモデル

Z_k	$B(z)$	C_I			C_{IY}	C_Y
		a	c	r	c	c
10^{-8}	-0.064	1.8	0.05	0.45	-3.2E-3	2.0E-4
10^{-7}	0.015	1.8	0.25	0.54	3.8E-3	5.6E-5
10^{-6}	0.003	4.2	0.40	0.91	1.2E-3	3.6E-6

Z_k : 閾値 r : 相関係数

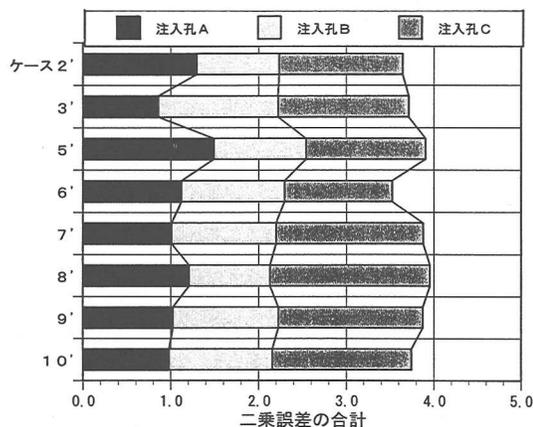


図-13 KH-5のスクアッターグラムでシミュレートした場合の二乗誤差の合計

MBモデルの検討では亀裂頻度、比抵抗値とも表-4に示す同じ共分散を用いて行った。補助データに依らず $B(z)$ 値が同じ値になったのは、各閾値間のデータ数が少ないためと思われる。また、表-2の $B(z)$ 値より若干小さい値となっている。従って、今回程度の相関の改善では $B(z)$ 値はあまり変わらないことも分かる。

(2) 解析結果

結果を図-13に示す。各ケースは表-1と同条件であり、スクアッターグラムのデータが異なるだけであるのでプライムを付けて示している。それぞれ図-9の同条件のケースで比べると、補助データに亀裂頻度を用いた場合(ケース3', 6', 8', 10')では、ケース10'を除いて大幅な改善が見られる。これらの精度の向上は相関係数の大きくなったデータから得られた indicator y を用いたことによると思われる。一方、比抵抗を補助データとした場合(ケース2', 5', 7', 9'), ケース2'を除いて若干の改善が見られる。

表-5 本検討の結果の傾向

検討項目	補助データ	結果の傾向
共分散の影響	亀裂頻度	ケース8を除いて、Cokrigingした方が精度が高まっている。
	比抵抗	ケース2での精度が高いことからCokrigingは有効ではない。
共分散の種類による違い	亀裂頻度	ケース8では誤差が大きくなったが、ケース6, 10では改善された。
	比抵抗	大きな差はない。
スクアッターグラムによる違い	亀裂頻度	KH-5のみのデータを用いた場合、大幅に改善されている。
	比抵抗	KH-5のみのデータを用いると、ケース2を除いて若干改善されている。

8. 結論

本論では、まず地盤統計学の Indicator Simulationの重み係数を求める時に用いる共分散マトリックスを、四つの異なる手法を用いて計算し、その差について検討した。そして、透水係数と補助データとの相関係数の大きさが推定精度に与える影響についても検討を行った。ここで用いた補助データとの相関係数の大きさが推定精度に与える影響についても検討を行った。用いた補助データは比抵抗トモグラフィ、及び亀裂頻度である。今回の結果の傾向を表-5にまとめる。

亀裂頻度を補助データとして透水係数分布の推定をする場合、以下のような知見を得た。

- 1) 式(11)を除いた、MBモデルあるいは式(7)による共分散の推定を行うことにより精度は改善される。
 - 2) MBモデルと式(7)の改善の程度は同程度である。
 - 3) 同じ確率特性から採取したと思われるデータを付加しても精度の改善にはならない。すなわち亀裂頻度～透水係数データは当該地域のデータを用いるのが良いといえる。
- 比抵抗を補助データとする場合には次のようなことが言える。
- 4) Cokrigingを用いるより、透水係数から求めた共分散を補助データに用いる方が精度が高い。
 - 5) 補助データで求めた共分散の違いによる精度の差は小さい。
 - 6) 異なる確率特性から抽出したデータの付加はCokriging手法にはあまり影響を与えない。しか

し、ケース2が高い精度を示したことから、透水係数からの共分散を共有する場合には、異なる確率特性からのデータの付加は有効である。

さらにケース4が最高の精度を示したことから、亀裂頻度と比抵抗データを同時に補助データとして用いると、精度がかなり改善することが分かった。

比抵抗を補助データとした場合、Cokriging手法の共分散の求め方によらず、その有効性は示せなかったが、図-10に示した検討結果から、 C_{1Y} 、 C_Y の値が極めて高い場合には、Cokriging手法も有効である可能性がある。

参考文献

- 1) Clayton V. Deutsch and Andre G. Journel : *Geostatistical Software Library and User's Guide*, Oxford university Press, 1992.
- 2) 小林晃, 伊東幾美, 藤田朝雄 : Indicator Simulationによる物理探査結果を用いた透水係数分布の推定, 平成9年度地盤工学会研究発表会講演集, pp.1983-1984, 1997.
- 3) 小林晃, 日向弘恵 : 比抵抗トモグラフィと亀裂情報

を用いた岩盤透水係数の推定, 平成10年度農業土木学会大会講演集, pp.584-585, 1998.

- 4) Zhu, Hua : *Modeling Mixture of spatial distributions with integration of soft data*, PhD thesis, Stanford University, 1991.
- 5) Andre G. Journel : *Fundamentals of geostatistics in Five Lessons*, Short Course in Geology, Volume 8, 1989.
- 6) 横井浩一, 野口義文, 長久, 浜辺修二 : 釜石鉱山における地下空間利用と物理探査, 物理探査, 第44巻, 第6号, pp.350-361, 1991.
- 7) 奥野哲夫 : 透水係数の空間分布推定法と地下水流動の予測に関する研究, 名古屋大学学位論文, 1994.
- 8) Chijimatsu, M., Fujita, T., Sugita, Y., Ishikawa, H., and Kobayashi, A. : Coupled thermo-hydro-mechanical experiment at Kamaishi mine, Technical Note 07-95-07, Hydraulic Tests, *PNC TN8410-96-058*, 1995.
- 9) 日比野敏, 鈴木浩一 : 圧縮空気貯蔵(caes)ガスタービン発電の基盤技術の開発と比抵抗トモグラフィ, 物理探査, 第44巻, 第6号, pp.384-387, 1991.

(1999. 5. 18 受付)

EFFECT OF COVARIANCE MATRIX ON ESTIMATION OF HETEROGENEITY OF PERMEABILITY

Akira KOBAYASHI, Hiroe HINATA and Kouichi FUJII

Indicator simulation technique is one of the most useful methods to grasp heterogeneity of the permeability of the ground. In this paper, the several covariance matrixes which are needed in this method, and the different scattergram between the permeability and the soft data are examined. By using the resistivity tomography and the fracture density as the soft data, the interference tests are simulated and the responses at the observation points are compared to examine the accuracy of the model. The followings are found as the results: the best prediction is given by the model using calculated covariance matrix, even if the weak correlation between the permeability and soft data are used.