

# 突堤状河川構造物周辺における 最大洗掘深の簡易予測法

村本嘉雄<sup>1</sup>・Md. Munsur RAHMAN<sup>2</sup>

<sup>1</sup> フェロー会員 工博 大阪工業技術専門学校 建設土木学科 (〒530-0043 大阪市北区天満 1-9-27)

<sup>2</sup> 博士(工学) Assistant Professor, IFCDR, Bangladesh University of Technology (Dhaka-1000, Bangladesh)

本研究は、非越流型の单一突堤周辺における静的洗掘を対象として、突堤側面の傾斜角の影響を考慮した最大洗掘深とその時間的变化を予測するための簡易モデルを提案したものである。まず、実験結果から、接近流の掃流力が大きい場合には、平衡洗掘形状が台形断面で近似でき、突堤近傍に流量が集中することに注目してモデル化し、簡易予測式を導出している。その結果、接近流が限界掃流力に近い条件における最大洗掘深と突堤斜面勾配による洗掘軽減効果を推定でき、突堤長・水深比と接近流の掃流力が最大洗掘深の支配因子であることを指摘している。最後に、洗掘の初期と平衡状態のモデルを時間的に補間して最大洗掘深の進行過程の式を導き、掃流力の大きい条件に対する適用性を示している。

**Key Words :** spur-dike-like structure, clear-water scour, maximum scour depth, analytical model, prediction method

## 1. 概説

突堤状河川構造物としては、横堤、水制、橋台、導流工、締切工等があり、これらの構造物周辺の局所洗掘には、平均的な河床低下、河道の線形、河床波なども影響するが、ここでは構造物の影響だけに限定する。こうした構造物周辺の洗掘機構には、流れの3次元性と流砂の非平衡性が関係し、現象の支配要素も多いことから、構造物の設計に重要な最大洗掘深についても的確に推定する手法が確立していない。しかし、水制や橋台周辺の局所洗掘については、これまで多くの研究が行われており、経験式、解析モデル、および数値モデルによる予測法が提案されている。

まず、最大洗掘深の経験式としては、突堤による縮流率とフルード<sup>3</sup>数を支配パラメータとしたものが多い（例えば、Ahmad<sup>1)</sup>、Garde ら<sup>2)</sup>、土屋・石崎<sup>3)</sup>）。しかし、最近、Melville<sup>4)</sup>は各種の突堤状構造物の実験結果から突堤長・水深比を支配因子とした経験式を提案し、突堤の斜面勾配、方向角、河床砂の粒度分布等による補正係数の導入も行っている。

つぎに、解析モデルとしては、突堤あるいは橋脚による縮流効果を定式化した Laursen<sup>5)</sup>の研究がよく知られている。彼は、突堤からかなり離れた下流に突堤の影響による仮想的な縮幅流路を考え、その流路での一様な河床低下と突堤の最大洗掘深を2つの定数で関係づけている。しかし、その突

堤下流部は堆積域となるので、モデルの設定に無理があり、定数の決め方にも任意性がある。これに対して、Lim<sup>6)</sup>は、突堤先端の洗掘孔における流量集中に注目し、接近流との流量の連続関係、および洗掘孔における砂粒の移動限界の条件から最大洗掘深の予測式を誘導している。このモデルは現象に即しているが、最大洗掘時における突堤近傍の流速（摩擦速度）式に、平坦河床における Rajaratnam and Nwachukwu<sup>7)</sup>の実験式を用い、洗掘孔全域に流量が集中するとしている点に問題があるといえる。一方、椿・斎藤<sup>8)</sup>は、洗掘深の時間的変化に対して洗掘形状の幾何学的相似性を仮定し、それに流砂の関係式を用いて解析し、最大洗掘深を求めている。彼等のモデルは、洗掘過程を取り扱った解析モデルとして先駆的なものであるが、洗掘に伴う突堤先端部の流速変化の仮定（洗掘水深に逆比例）、および予測式に含まれている多くの定数の決定に難点がある。

最後に、数値モデルについては、近年、突堤周辺の局所洗掘についても種々の数値解析手法が開発されており、平面2次元あるいは3次元流れの基礎式と流砂および河床変動の関係式を連立させて、洗掘形状の時間変化の再現計算が行われている。例えば、道上・檜谷<sup>9)</sup>は、水制周辺の流れで卓越する鉛直加速度による非静水圧分布と流砂の非平衡性を考慮した計算を行っており、また、清水・西本<sup>10)</sup>は、水制付近で発生する2次流に注目して水制周辺の河床変動を解析している。さらに、

表1 実験条件と実験結果

Spur Model	Run No.	<i>b</i> (cm)	<i>i</i>	<i>Q</i> (l/s)	<i>h</i> (cm)	<i>U</i> (cm/s)	<i>u*</i> (cm/s)	<i>b/B</i>	<i>b/h</i>	<i>Fr</i>	$\tau_w/\tau_c$	<i>d<sub>s</sub></i> (cm)	<i>d<sub>y/h</sub></i>	$\phi$ (deg)	<i>t</i> (min)
V1H0 <sup>u</sup>	V-1	10.0	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.13	4.7	0.54	0.49	3.20	1.49	26.6	2880
V1H0	V-2	12.5	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.16	5.8	0.54	0.49	4.20	1.95	28.1	3055
V1H0	V-3	15.0	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.19	7.0	0.54	0.49	5.40	2.51	28.0	4080
V1H0	V-4	20.0	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.25	9.3	0.54	0.49	6.60	3.07	35.0	2730
V1H0	V-5	10.0	1/200	3.40	1.43	29.7	2.65	0.13	7.0	0.79	0.82	4.60	3.22	26.6	155
V1H0	V-6	15.0	1/200	3.40	1.43	29.7	2.65	0.19	10.5	0.79	0.82	6.00	4.20	24.8	150
V1H0	V-7	20.0	1/200	3.40	1.43	29.7	2.65	0.25	14.0	0.79	0.82	7.20	5.03	23.9	175
V1H0	V-8	10.0	1/200	4.24	1.63	32.5	2.83	0.13	6.1	0.81	0.93	5.80	3.56	26.6	240
V1H0	V-9	12.5	1/200	4.24	1.63	32.5	2.83	0.16	7.7	0.81	0.93	6.80	4.17	25.8	220
V1H0	V-10	15.0	1/200	4.24	1.63	32.5	2.83	0.19	9.2	0.81	0.93	7.60	4.66	28.6	120
V1H0.5	S-1	12.0	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.15	5.6	0.54	0.49	3.87	1.80	31.0	2880
V1H1	S-2	13.9	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.17	6.5	0.54	0.49	2.77	1.29	29.3	2585
V1H2 <sup>u</sup>	S-3	17.9	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.22	8.3	0.54	0.49	3.76	1.75	31.0	4320
V1H3	S-4	21.8	1/500	4.24	2.15	24.7	2.05	0.27	10.1	0.54	0.49	4.02	1.87	32.6	4400
V1H1	S-5	14.2	1/200	4.24	1.63	32.5	2.83	0.18	8.7	0.81	0.93	4.16	2.55	26.6	140
V1H2	S-6	18.4	1/200	4.24	1.63	32.5	2.83	0.23	11.3	0.81	0.93	4.25	2.61	31.0	240
V1H3	S-7	22.6	1/200	4.24	1.63	32.5	2.83	0.28	13.8	0.81	0.93	4.45	2.73	26.6	240

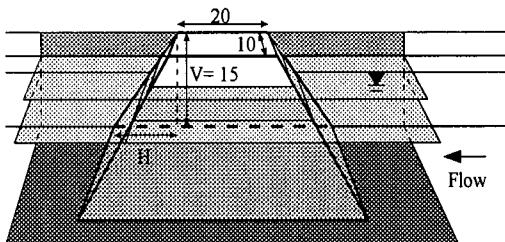
V1H0<sup>u</sup>, V1H2<sup>u</sup>: 初期河床と平衡河床での流速計測実験

図1 傾斜型突堤模型 (単位:cm)

Jia and Wang<sup>11)</sup>は水制の先端部の渦による浮流砂を重視し,  $k-\epsilon$  モデルを導入した3次元流れ解析とvan Rijnの流砂式を結合させたモデルを提案している。しかし、洗掘進行後のせん断応力の評価や流砂量式の設定にまだ多く課題が残されており、最大洗掘深に対する突堤形状の影響や支配的パラメータを明らかにする段階に至っていない。

本研究では、突堤近傍への流量の集中に注目した解析モデルを用い、静的洗掘状態における最大洗掘深とその時間的变化に対する突堤斜面勾配の影響、ならびに支配要素を明らかにすることを目的としている。以下、2.で突堤周辺の洗掘形状と流れの特性を実験結果から検討し、3.で最大洗掘深の簡易予測モデルの展開と検証を行う。4.では、3.で導出した流速式と流砂の関係式を用いて最大洗掘深の時間変化の予測法を示し、その適用性を検討する。

## 2. 突堤周辺の洗掘形状と流れの特性

### (1) 実験の概要

実験には、長さ6 m、幅0.8 mの長方形断面水路を用いた。実験砂は中央粒径  $d = 0.142$  cmの一様砂 ( $\sqrt{d_{84}/d_{16}} = 1.28$ ) である。座標系は、流下方向にx、横断左方向にy ( $y = 0$ : 水路中心線), 鉛直上方にz ( $z = 0$ : 初期河床位) としている。突堤模型としては、鉛直型(V)と傾斜型(S)突堤を使用し、水路の上流から4 m地点の右岸に設置した。鉛直型突堤は、幅(流下方向) 20 cm、高さ15 cmで、長さ(横方向) 8, 10, 15, 20 cmの4種類の直方体であり、傾斜型突堤は、図1に示すように幅20 cm、長さ10 cmの上面を持ち、高さが15 cmで傾斜が高さ1に対し水平方向0.5, 1, 2, 3の比で広がる4種類(V1H0.5, V1H1, V1H2, V1H3) を用いた。

実験の通水中は、突堤側面に貼りつけたメジャーによる洗掘深の測定と、洗掘範囲のスケッチを行った。最大洗掘深に変化がなくなった時点まで停水し、レーザー変位計(KEYENCE製: LB300)により河床位を測定した。また、流速の測定には、2次元電磁流速計((株)ケネック製: VM-801H, VMT2-200-04P)を用いて流速のx, y成分を測定した。

本実験において、最大洗掘深  $d_s$  に関係する独立水理量はつきのようである。

$$d_s = f(B, h, i, d, b, \theta, \sigma, \rho, g) \quad (1)$$

ここに、 $B$  水路幅,  $h$  : 接近流の水深,  $i$  : 路床勾配,  $d$  : 砂粒径,  $b$  : 突堤長,  $\theta$  : 突堤斜面角度,

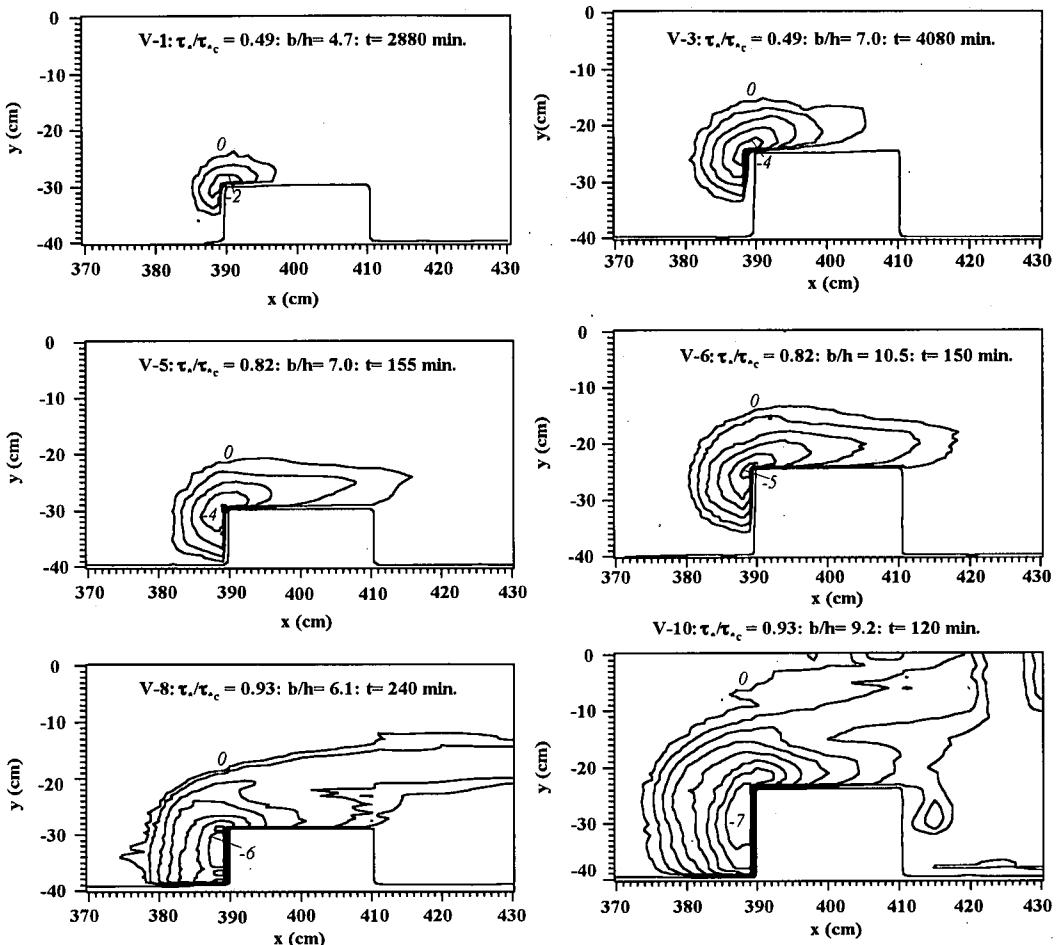


図-2(a) 鉛直型突堤の洗掘平面形状 (センター間隔 : 1 cm)

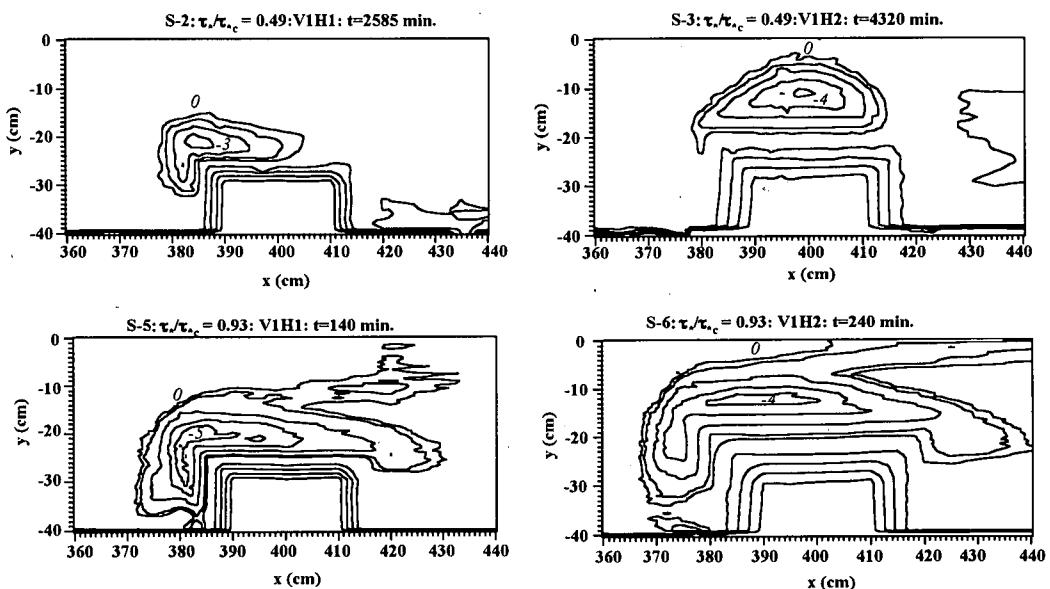


図-2(b) 傾斜型突堤の洗掘平面形状 (センター間隔 : 1 cm)

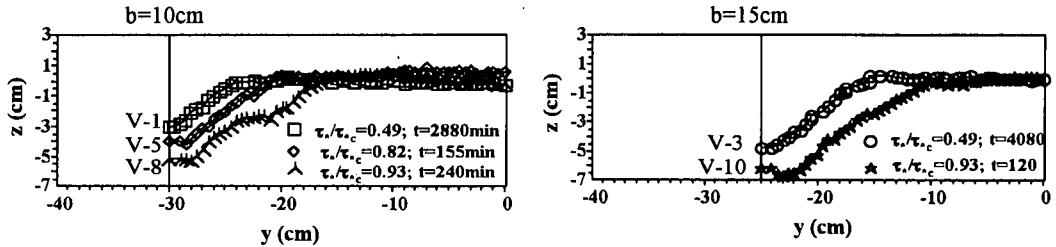


図-3(a) 洗掘孔の横断形状（鉛直型突堤）

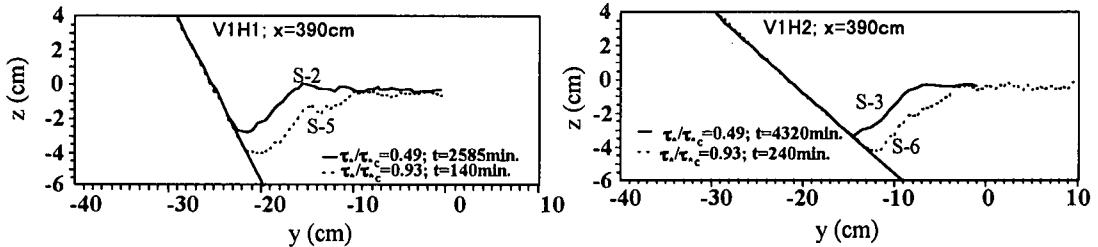


図-3(b) 洗掘孔の横断形状（傾斜型突堤）

$\sigma$  : 砂の密度,  $\rho$  : 水の密度,  $g$  : 重力加速度である。

本研究では、静的洗掘を対象としており、接近流（突堤上流一様部の流れ）の抵抗係数は変化しないものと考えて、式(1)の無次元量として

$$\frac{d_s}{h} = f \left( \frac{b}{B}, \frac{b}{h}, F_r, \frac{\tau_r}{\tau_{rc}}, \theta \right) \quad (2)$$

を用いる。ここに、 $F_r$  : フルード数、 $\tau_r$  : 無次元掃流力、 $\tau_{rc}$  : 無次元限界掃流力である。

本実験の条件と後の考察で用いる実験結果の一覧を表-1に示す。なお、表中の水理量はいずれも接近流の値であり、 $\phi$  : 洗掘孔斜面の角度、 $t$  : 通水時間である。

## (2) 洗掘形状

ここでは、平衡状態の洗掘形状に注目して検討する。図-2(a), (b)は、それぞれ鉛直型、傾斜型突堤における平面河床センターの測定例である。鉛直型突堤では、最大洗掘が起こる場所はいずれも上流先端部で一定しており、掃流力  $\tau_r/\tau_{rc}$ 、突堤長  $b/h$  の増加とともに、最大洗掘深および洗掘範囲が大きくなっている。傾斜型突堤では、斜面勾配が緩くなると最大洗掘位置が下流側に移動し、洗掘範囲は上下流に広がる。本実験ではいずれの掃流力についても、V1H1の最大洗掘位置は鉛直型突堤とほぼ同様であり、V1H2, V1H3では突堤中央部へ移動した。

図-3(a), (b)は、最大洗掘位置での河床横断形状を示したものである。洗掘孔の断面形状は、 $\tau_r/\tau_{rc}$  が小さい場合には三角形であるが、大きくなると台形に近くなっている。特に鉛直型の場合に

その特徴が顕著に現れている。洗掘孔斜面の角度  $\phi$  は、表-1に示すように平均的には実験砂の水中安息角  $30^\circ$  に近い値である。

## (3) 突堤周辺の流れの特性

図-4(a), (b)は、それぞれ鉛直型(V-1)、傾斜型(S-3)突堤の初期平坦河床と洗掘平衡河床における平面流速ベクトルを示したものである。いずれの場合も、平坦河床における突堤周辺の流れは、広い範囲にわたって突堤から水路中央へ向けられており、流速ベクトルの偏りが大きい。一方、洗掘河床では洗掘孔に集中する流れが強まり、洗掘孔の外側ではほぼ平行流に近くなっている。

図-5(a), (b)は、図-4(a), (b)の最大洗掘深の断面における単位幅流量  $q_s$  の横断分布を初期平坦河床のそれと比較したものであり、接近流の単位幅流量  $q$  を用いて無次元化している。洗掘河床の  $q_s/q$  は最大洗掘深付近でピーク値を示し、洗掘が起こっていない場所では、 $q_s/q \approx 1$  で水路幅の縮小による  $q_s$  の変化はほとんど無視できることがわかる。

しかし、以上はいずれも掃流力が  $\tau_r/\tau_{rc} = 0.49$  の小さい条件での流速特性であるので、最大洗掘個所への流量の集中度合がやや緩やかである。そこで、洗掘深が最大となる条件 ( $\tau_r/\tau_{rc} \approx 1$ ) での流れの特性を検討するために、Kwan and Melville<sup>12)</sup>による実験結果を引用する。図-6は、Kwan らによる Wing-wall 型の突堤（後出の図-12 参照）における流速分布の計測結果であり、最大洗掘断面での流速センターと水深平均流速および最大流速の横断分布が示されている。最大流速は、

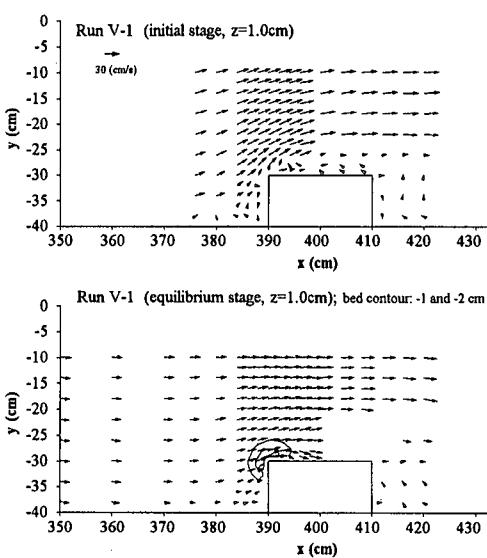


図-4(a) 初期平坦河床と洗掘平衡河床での  
流速ベクトル (鉛直型突堤)

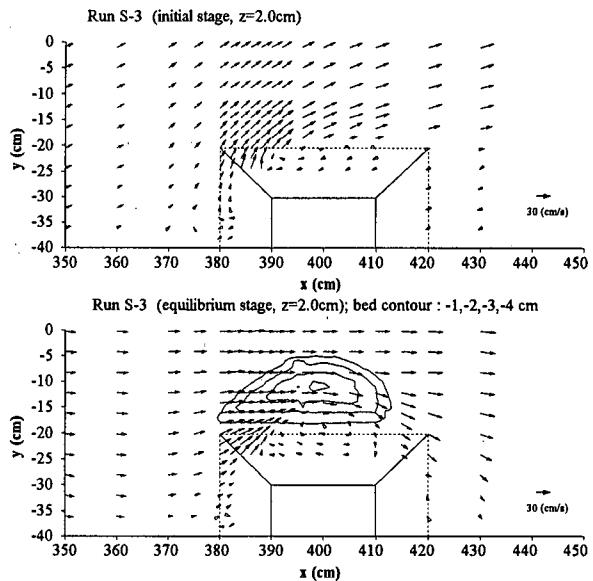


図-4(b) 初期平坦河床と洗掘平衡河床での  
流速ベクトル (傾斜型突堤)

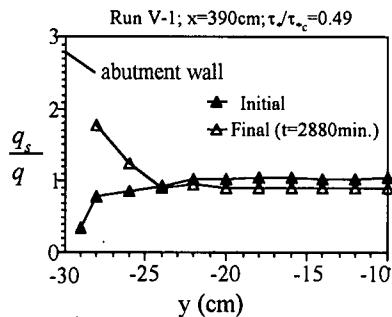


図-5(a) 単位幅流量の横断分布 (鉛直型突堤)

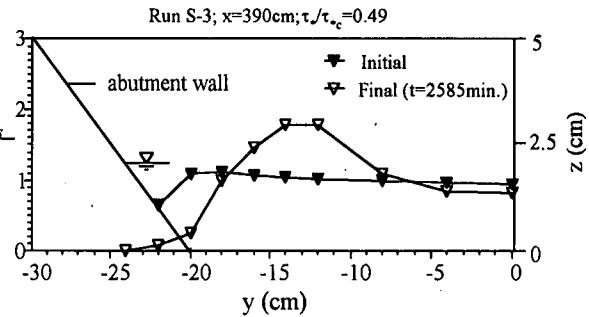


図-5(b) 単位幅流量の横断分布(傾斜型突堤)

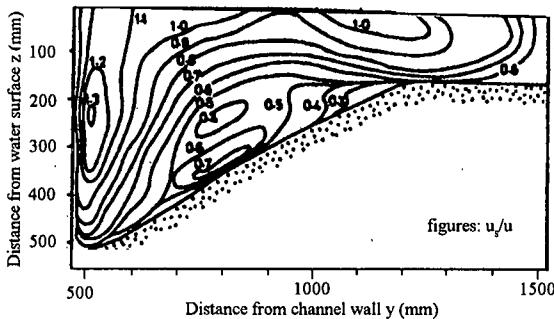


図-6 最大洗掘断面における流速コンターと流速の横断分布 (Kwan and Melville<sup>12</sup>)による

突堤近傍の最大洗掘深付近に存在して、水深平均流速が接近流の流速を上回る領域は洗掘孔上面幅の2割程度に限定されている。

また、その流量集中域の外側では水深平均流速が低下し、接近流の流速より小さい値を示してい

る点が注目される。このことから、洗掘の発達段階では突堤近傍に流量が集中し、流砂は最大洗掘深付近に限定され、洗掘孔は洗掘深の増加に伴いその斜面部が水中安息角を維持するように拡大していく機構が考えられる。以下の3., および4.

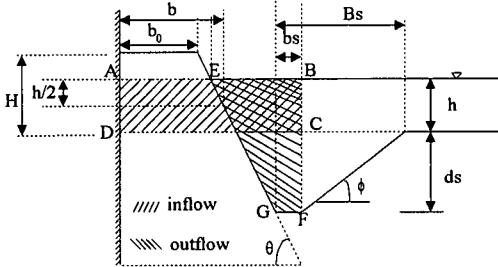


図-7 台形断面モデルの模式図

では、こうした機構と前述の洗掘孔の断面形状を考慮して洗掘深を予測するためのモデル化を行う。

### 3. 最大洗掘深の簡易予測モデル

#### (1) モデル化の仮定

- 本モデルでは、つぎの仮定をおく(図-7参照)。
- 1) 洗掘孔は静的洗掘状態にある。
  - 2) 突堤の長さと河幅の比が小さく、突堤による縮流効果は無視できる。
  - 3) 洗掘孔の断面は台形で、その底面幅 $b_s$ は上面幅 $B_s$ に比例し、斜面角度は水中安息角とする。
  - 4) 接近流が突堤近傍(最大洗掘個所)に集中する流れの連続関係だけを考え、水面形の変化も無視する。すなわち、突堤によって遮られた流量が突堤側面と洗掘孔の底面幅 $b_s$ の鉛直面で限られた領域に集中すると仮定する。

このうち、4)の仮定が本モデルの特徴であり、2.で述べた機構を単純にモデル化したものである。また、2)の仮定については、突堤長が水路幅の約1/4以下の条件では突堤による縮流効果が無視できることが明らかになっており(例えば、Melville<sup>4)</sup>)、モデルの検証に用いる実験データの大部分はこの条件を満足している。

#### (2) モデルの定式化

上述の仮定4)、および図-7を参考にして、接近流の流入流量と突堤近傍の洗掘断面からの流出流量を等値すると次式で表される。

$$\left( b + \frac{h}{2 \tan \theta} + b_s + \frac{d_s}{\tan \theta} \right) u h = \left\{ \frac{h^2}{2 \tan \theta} + \left( b_s + \frac{d_s}{\tan \theta} \right) h + \left( b_s + \frac{d_s}{2 \tan \theta} \right) d_s \right\} u_s \quad (3)$$

ここに、 $b = b_0 + (2H - h)/2 \tan \theta$ 、 $u$ :接近流の平均流速、 $u_s$ :流量集中部での平均流速、 $\phi$ :河床砂の水中安息角、他は図-7の記号を用いている。

また、仮定3)より

$$b_s = \beta B_s = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{d_s}{\tan \phi} \quad (4)$$

で表される。 $\beta$ :流量の集中度合を表す定数( $0 < \beta \leq 1$ )である。

式(4)を式(3)に代入し、 $\tilde{b} = b/h$ 、 $\tilde{d}_s = d_s/h$ 、 $\tilde{u} = u/u_s$ の無次元量を用いて整理すると、つぎの $\tilde{d}_s$ に関する2次式が得られる。

$$(a_1 - 1/2 \tan \theta) \tilde{d}_s^2 + a_1 (1 - \tilde{u}) \tilde{d}_s - \tilde{u} (\tilde{b} + 1/2 \tan \theta) + 1/2 \tan \theta = 0 \quad (5)$$

$$\text{ここで, } a_1 = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{1}{\tan \phi} + \frac{1}{\tan \theta}$$

式(5)を $\tilde{d}_s$ について解くと

$$\tilde{d}_s = 0.5 [ -a_2 (1 - \tilde{u}) + \sqrt{(a_2 (1 - \tilde{u}))^2 + 4a_3 \{ \tilde{u} (\tilde{b} + 1/2 \tan \theta) - 1/2 \tan \theta \}} ] \quad (6)$$

$$\text{ここで, } a_2 = \frac{2a_1 \tan \theta}{2a_1 \tan \theta - 1}, a_3 = a_2 / a_1$$

となる。鉛直型突堤( $\theta = 90^\circ$ )の場合には、式(6)は

$$\tilde{d}_s = 0.5 \left\{ -(1 - \tilde{u}) + \sqrt{(1 - \tilde{u})^2 + 4 \left( \frac{1 - \beta}{\beta} \right) \tan \phi \tilde{u} \tilde{b}} \right\} \quad (7)$$

で表される。

静的洗掘条件での最大洗掘深は、 $u_s = u_c$ (砂粒の移動限界流速)のときに現れる。したがって、式(6)および(7)において、 $\tilde{u} = u/u_c = u_s/u_c = (\tau_s/\tau_{c*})^{0.5}$ で表すと、 $\tilde{d}_s$ は $\tilde{b}$ 、 $\theta$ 、 $\tau_s/\tau_{c*}$ をパラメーターとして決定される。なお、河床砂の水中安息角 $\phi$ は2.で示した $\tan \phi = 0.58$ 、 $\phi = 30^\circ$ を用いる。

さらに、接近流が移動限界条件( $\tau_s = \tau_{c*}$ )にある場合の最大洗掘深は、式(6)、(7)で $\tilde{u} = 1$ とおいて、それぞれ式(8)、(9)のようになる。

$$\tilde{d}_s = \sqrt{a_3 \tilde{b}} \quad (8)$$

$$\text{ここで, } a_3 = \{ \beta / \tan \phi (1 - \beta) + 1/2 \tan \theta \}^{-1}$$

$$\tilde{d}_s = \sqrt{\frac{1 - \beta}{\beta} \tan \phi \cdot \tilde{b}} \quad (9)$$

ここで問題になるのは、定数 $\beta$ の決め方である。 $\beta$ は、本来、最大洗掘断面内での流速分布から決定する必要があるが、本モデルでは洗掘形状を台形断面に単純化して、底辺からの鉛直線で流量集中域を区分している。したがって、式(9)の $\tilde{d}_s$ と $\tilde{b}$ の関係と実験値を比較して、 $\beta$ を間接的に決定する方法をとる。なお、洗掘孔の形状から求めた $\beta$ の値は、台形断面の決め方に任意性が入るので正確ではないが、 $\beta = 0.11 \sim 0.33$ の範囲にあって、その平均値は次節で示す $\beta = 0.2$ に近い値であった。

#### (3) モデルの検証

##### a) 鉛直型突堤

図-8(a), (b)は、それぞれ $b/B$ ,  $Fr$ をパラメー

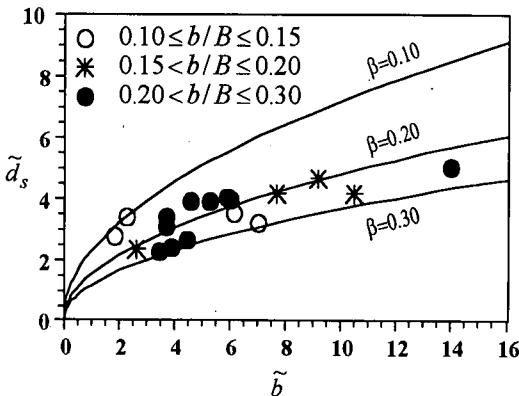


図-8(a) 最大洗掘深  $\tilde{d}_s$  と突堤長  $\tilde{b}$  の関係  
(パラメータ:  $b/B$ )

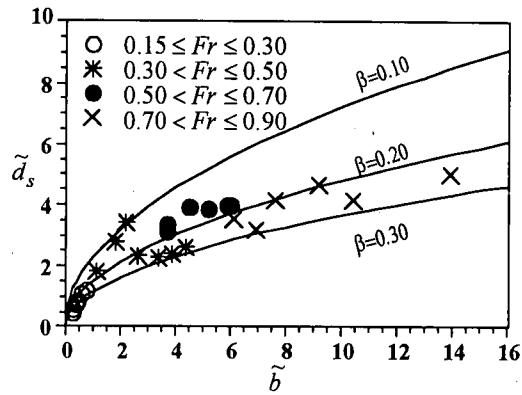


図-8(b) 最大洗掘深  $\tilde{d}_s$  と突堤長  $\tilde{b}$  の関係  
(パラメータ:  $Fr$ )

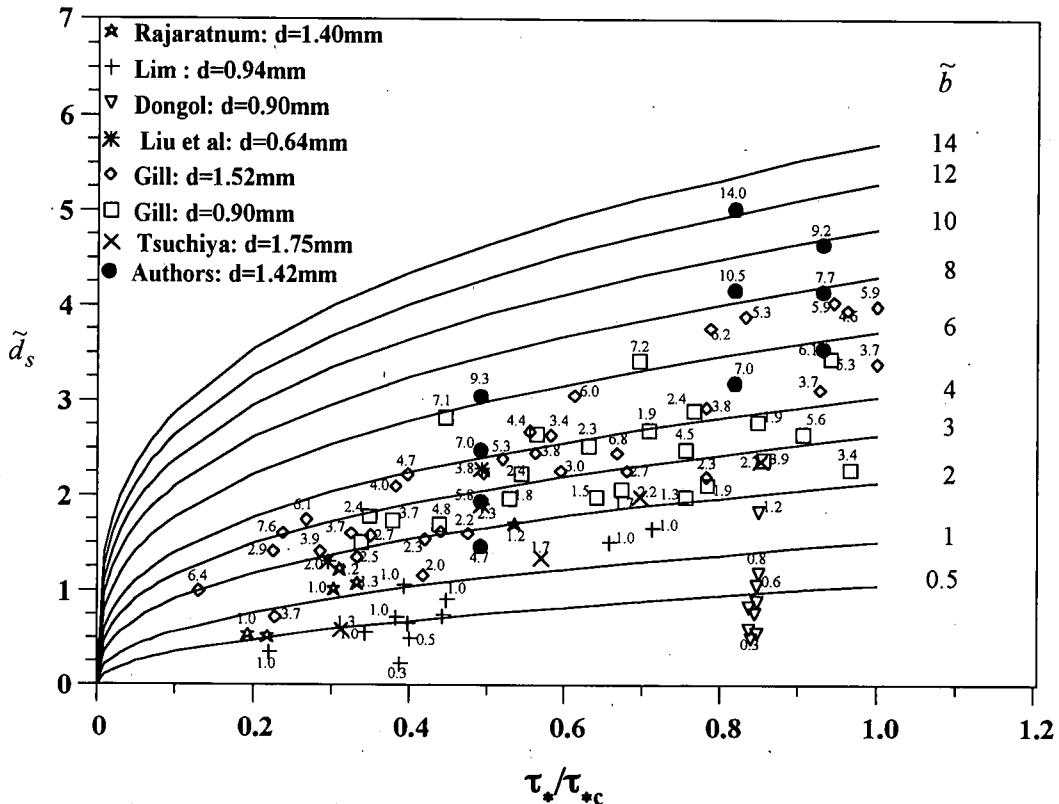


図-9 最大洗掘深  $\tilde{d}_s$  と掃流力  $\tau_*/\tau_{*c}$  の関係 (図中の数値は  $\tilde{b}$ )

ターとした実験値と、式(9)に  $\tan \phi = 0.58$ ;  $\beta = 0.1$ , 0.2, 0.3 を用いた  $\tilde{d}_s$  と  $\tilde{b}$  の関係を比較したものである。実験値は、本実験および従来の実験 (Melville<sup>4</sup>, Gill<sup>13</sup>) で接近流が  $0.8 \leq \tau_*/\tau_{*c} \leq 1.0$  の移動限界に近いデータを用いている。なお、これらの実験値には、突堤幅の異なる水制や橋台模型が含まれているが、突堤幅の効果は明確でないので区別していない。

式(9)の計算曲線は、 $\beta = 0.2$  のとき実験値の平均的な関係を示すことがわかる。また、 $\tilde{d}_s$  に対する

$b/B$  の影響は、 $b/B$  が大きくなても  $\tilde{d}_s$  が増大することはなく、 $b/B \leq 0.3$  の範囲では突堤による水路幅の縮小効果は無視できるといえる。一方、 $Fr$  の  $\tilde{d}_s$  に対する影響については、 $\beta = 0.2$  の計算曲線と実験値の差を見ると  $Fr$  の効果は明確でなく、 $Fr \leq 0.9$  の範囲では  $\tilde{b}$  の効果だけで説明できる。

図-9 は、式(7)より  $\tilde{b}$  をパラメータとして  $\tilde{d}_s - \tau_*/\tau_{*c}$  の関係を計算した曲線と、本実験値および従来の実験値の比較を示したものである。 $\tau_*/\tau_{*c}$  が大

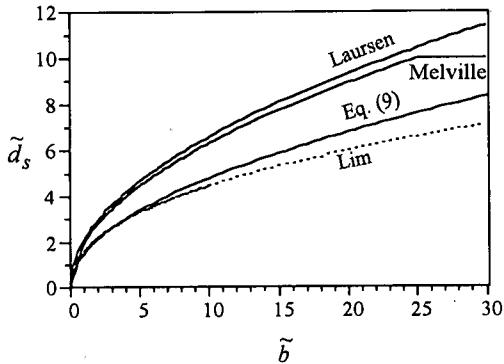


図-10 従来の予測式と式(9)との比較

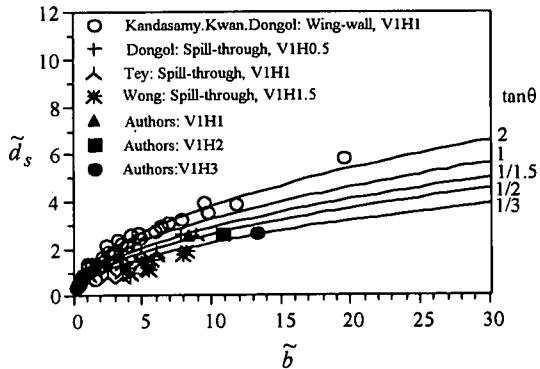


図-11 式(8)と各種の傾斜型突堤の実験値との比較

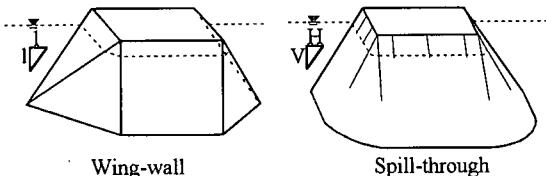


図-12 Wing-wall型と Spill-through型の突堤  
(Melville<sup>4)</sup>による)

きい範囲 ( $\tau_*/\tau_{*c} > 0.5$ ) では、計算値と実験値はほぼ対応しているが、 $\tau_*/\tau_{*c}$  が小さくなると計算値は過大評価となっている。これは、接近流の  $\tau_*/\tau_{*c}$  が小さい条件、すなわち最大洗掘深が小さい状態では、突堤によって遮られた流量が洗掘孔近傍に集中せず、洗掘孔全体に流入するか、あるいはその外側にも一部流出するので、前述の 4) の仮定が成り立たないためと考えられる。

図-10 は、以下に示す最大洗掘深に関する従来の予測式と式(9) ( $\tan \phi = 0.58$ ,  $\beta = 0.2$ ) を比較したものである。

$$\text{Laursen} \quad \tilde{d}_s = 2.09\sqrt{\tilde{b}}$$

$$\text{Melville} \quad \begin{cases} \tilde{b} \leq 1: \tilde{d}_s = 2\tilde{b}, \\ 1 < \tilde{b} < 25: \tilde{d}_s = 2\sqrt{\tilde{b}} \\ \tilde{b} \geq 25: \tilde{d}_s = 10 \end{cases}$$

$$\text{Lim} \quad \tilde{d}_s = 2\left\{\left(1.2\tilde{b}^{0.5} + 1\right)^{3/4} - 1\right\}$$

式(9)は Melville<sup>4)</sup>の式と Lim<sup>5)</sup>の式の中間に位置しているが、1. で述べたように前者は実験値の包絡線から得られた経験式なので最大洗掘深を過大評価しており、後者は洗掘孔全域への流量集中と平坦河床での突堤近傍の流速の実験式を仮定したモデルなので過小評価になっていると考えられる。

#### b) 傾斜型突堤

図-11 は、式(8) ( $\tan \phi = 0.58$ ,  $\beta = 0.2$ ) による最大洗掘深の計算結果と各種の傾斜型突堤の実験値との比較を示したものである。本実験値についてはデータが少ないが、計算結果とほぼ一致していることがわかる。一方、Wing-wall 型と Spill-through 型の突堤については、計算結果と実験値の

表-2 Melville<sup>4)</sup>の形状係数と計算値の比較

Parameters	V1H 0.5	V1H1	V1H1.5
$\tan \theta$	2.00	1.00	0.67
$K_s$	0.60	0.50	0.45
$K_{sc}$	0.80	0.68	0.60
$K_s/K_{sc}$	0.75	0.74	0.75

$\tilde{d}_s$  は  $\tilde{b}$  に対して同じ増加特性を示しており、傾斜角の減少に伴う洗掘深の減少傾向も対応している。しかし、前者は計算値を少し上回り、後者はそれぞれの傾斜角に対応する計算曲線とほぼ一定比率で下回っている。これは、図-12 からわかるように、前者は突堤前面が鉛直型に近く、後者は突堤斜面が角張っていないという形状の差によるものと考えられる。

つぎに、Melville<sup>4)</sup>が突堤斜面勾配の補正として提案している形状係数  $K_s$  について検討する。式(8), (9)より傾斜型と鉛直型突堤の最大洗掘深の比率  $K_{sc}$  を求めると次式で表される。

$$K_{sc} = \left(1 + \frac{(1-\beta)\tan \phi}{2\beta \tan \theta}\right)^{-1/2} \quad (10)$$

$K_{sc}$  は、突堤長に無関係で斜面勾配だけに依存する式で表され、Melville の提案した  $K_s$  と定性的に符合している。式(10)で、 $\beta = 0.2$ ,  $\tan \phi = 0.58$  とおいて、Melville による Spill-through 型の  $K_s$  と比較すると表-2 のようであり、 $K_s/K_{sc} \approx 3/4$  でほぼ一定値になっている点は、突堤稜線の平滑化の効果を示すものとして興味深い。

#### (4) モデル定数 $\beta$ の検討

前節では、 $0.8 \leq \tau_*/\tau_{*c} \leq 1.0$  の実験値から  $\beta = 0.2$  としたが、 $\tau_*/\tau_{*c}$  の小さい条件に対する  $\beta$  の一意性を検討するために、式(7)に図-9 で用いた実験値を代入して  $\beta$  を逆算し、 $\beta$  と  $\tilde{b}$ 、および  $\tau_*/\tau_{*c}$  の関係

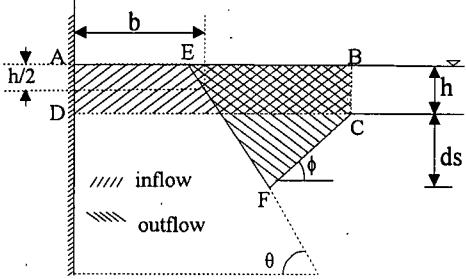


図-13 三角形断面モデルの模式図

を調べてみると、式(7)に  $\tilde{u} = (\tau_* / \tau_{*c})^{0.5}$ ,  $\tan \phi = 0.58$  を用いて  $\beta$  について整理すると次式のようになる。

$$\beta = \left\{ 1 + \frac{\tilde{d}_s^2 + \tilde{d}_s (1 - (\tau_* / \tau_{*c})^{0.5})}{0.58 (\tau_* / \tau_{*c})^{0.5} \tilde{b}} \right\}^{-1} \quad (11)$$

つぎに、 $\beta$  の関係を上に述べた解析モデルを拡張して誘導する。まず、2. の実験事実から、 $\tau_* / \tau_{*c}$  が小さい場合には、図-13 に示すように洗掘孔断面を三角形と仮定し、突堤で遮断された流量が洗掘孔の全断面に流入すると考えて、上述の台形断面モデルと同様の手順で最大洗掘深の式を導くと、鉛直型突堤の場合は次式のようになる。

$$\tilde{d}_s = -(1 - \tilde{u}) + \sqrt{(1 - \tilde{u})^2 + 2 \tan \phi \tilde{b} \tilde{u}} \quad (12)$$

一方、 $\tau_* / \tau_{*c}$  が大きい場合の  $\tilde{d}_s$  は式(7)( $\beta = 0.2$ ) で表されるので、式(12)、式(7)の  $\tilde{d}_s$  をそれぞれ  $\tilde{d}_{s1}$ 、 $\tilde{d}_{s2}$  とおき、 $\tilde{u} = 0$  で  $\tilde{d}_{s1}$ 、 $\tilde{u} = 1$  で  $\tilde{d}_{s2}|_{\beta=0.2}$  となることを考えて、 $\tilde{u}$  の一次式で補間して  $0 \leq \tilde{u} \leq 1.0$  の範囲における最大洗掘式を表すと

$$\tilde{d}_{s2} = (1 - \tilde{u}) \tilde{d}_{s1} + \tilde{u} \tilde{d}_{s2}|_{\beta=0.2} \quad (13)$$

となる。式(13)を  $\beta$  について解くと、

$$\beta = [1 + f(\tilde{u})/2c_2]^{-1} \quad (14)$$

$$f(u) = (1 - \tilde{u})^3 \left\{ (2 - 3\tilde{u}) - 2\sqrt{(1 - \tilde{u})^2 + 2c_2\tilde{u}} \right\} \\ + 4c_2\tilde{u}(3\tilde{u} - 2\tilde{u} + 1) - \tilde{u}(1 - \tilde{u})^2 \sqrt{(1 - \tilde{u})^2 + 16c_2\tilde{u}} \\ + 2(1 - \tilde{u})\sqrt{(1 - \tilde{u})^4 + 18c_2\tilde{u}(1 - \tilde{u})^2 + 32c_2\tilde{u}^2}$$

が得られる。ここに、 $c_2 = \tan \phi \tilde{b}$  である。

図-14 は、式(11)に実験値を入れて逆算した  $\beta$  の値と、式(14)で  $\tan \phi = 0.58$ ,  $\tilde{u} = \sqrt{\tau_* / \tau_{*c}}$  とした計算結果を比較したものであり、いずれも  $\tilde{b}$  をパラメータとしている。この図から  $\tau_* / \tau_{*c} \geq 0.5$  では  $\beta = 0.2$  と仮定でき、式(14)の計算曲線は実験値の平均的な関係を示していることがわかる。また、計算曲線は  $\tilde{b} = 0.1 \sim 15$  の広い変化範囲に対してほとんど差がなく、実験値の  $\beta$  が  $0.3 < \tilde{b} \leq 14$  の範囲で  $\tilde{b}$  の変化に関係しないことに符合している。

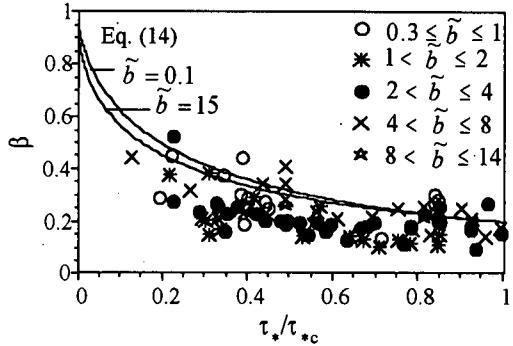


図-14  $\beta$  と  $\tau_* / \tau_{*c}$  の関係 (パラメータ:  $\tilde{b}$ )

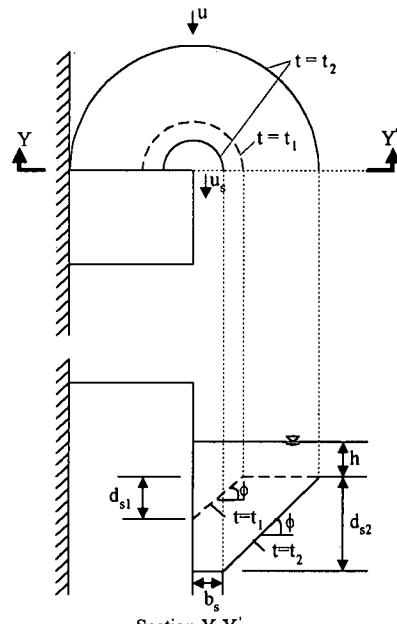


図-15 洗掘過程のモデル

#### 4. 最大洗掘深の時間変化の予測

##### (1) モデルの展開

洗掘過程に対するモデルの仮定は、3.(1)に述べた 1), 2)の仮定については同じであるが、3), 4)を洗掘の進行に伴う洗掘形状と突堤周辺流速の変化を考慮してつぎのように仮定する。すなわち、図-15 に示すように、洗掘初期( $t = t_1$ )には、洗掘形状が逆半円錐形であり、突堤によって遮断された流量が洗掘孔全体に流入すると仮定する。洗掘の発達後( $t = t_2$ )は、台形断面の半円錐形になり、突堤近傍の領域に流量が集中すると考える。そして、この 2 つのモデルを時間的に補間して進行過程の解析を行う。以下では、鉛直型突堤について定

式化し、傾斜型突堤についてはそれと異なる部分の式だけ示すことにする。

洗掘過程における流砂の連続式は

$$(1-p) \delta V_s = q_B W_s \delta t \quad (15)$$

で表される。ここに、 $\delta V_s$  :  $\delta t$  時間における洗掘穴の容積増分、 $q_B$  : 流砂量、 $W_s$  : 流砂幅、 $p$  : 河床砂の空隙率である。

流砂幅  $W_s$  と洗掘容積  $V_s$  は、図-15 と前章の式(4)を参考にして次式のように表される。

(1) 洗掘初期 ( $t = t_1$ ) :

$$W_{s1} = d_{s1} / \sin \phi \quad (16)$$

$$V_{s1} = \frac{\pi}{6} \frac{d_{s1}^3}{\tan^2 \phi} \quad (17)$$

(2) 洗掘発達後 ( $t = t_2$ ) :

$$W_{s2} = b_s = \frac{\beta}{1-\beta} \frac{1}{\tan \phi} d_{s2} \quad (18)$$

$$V_{s2} = \frac{\pi}{6} \frac{1}{\tan^2 \phi} \left\{ 1 - \left( \frac{\beta}{1-\beta} \right)^3 \right\} d_{s2}^3 \quad (19)$$

ここに、添字 1, 2 はそれぞれ洗掘の初期、発達後の記号を表す。

式(15)の流砂量  $q_B$  の無次元表示式としてつぎの式を用いる。

$$q_{B*} = K_1 (\tau_{s*} - \tau_{c*})^{m_1/2} \quad (20)$$

ここに、 $q_{B*} = q_B / \sqrt{s' g d^3}$ 、 $\tau_{s*} = u_{s*}^2 / s' g d$ 、 $s' = (\sigma/\rho - 1)$ 、 $K_1$ 、 $m_1$  : 定数、添字  $s$ 、 $c$  はそれぞれ洗掘孔、および移動限界での値を示す。

摩擦速度  $u_s$  を流速  $u$  で表すために、 $u_s = u/\varphi$  ( $\varphi$  : 流速係数) とおくと、式(20)は

$$q_{B*} = K_1 \sqrt{s' g d^3} \left( \frac{u_s^2}{\varphi^2 s' g d} \right)^{m_1/2} \left\{ 1 - \left( \frac{u_c}{u_s} \right)^2 \right\}^{m_1/2} \quad (21)$$

となる。

式(15)に、式(16)～(19)、式(21)を代入し、 $\tilde{u}^2 = (u/u_c)^2 = \tau_s/\tau_{c*} = \tilde{\tau}_s$ 、 $\tilde{d}_s = d_s/h$ 、 $\tilde{b} = b/h$ 、 $\tilde{u}_s = u_s/u$  を用いて無次元化すると、洗掘初期と発達後の洗掘深の時間変化は次式で表される。

$$\frac{\tilde{d}_{s1} \delta \tilde{d}_{s1}}{\tilde{u}_{s1}^{m_1} (1 - 1/\tilde{\tau}_s \tilde{u}_{s1}^{m_1/2})^{m_1/2}} = \delta \tilde{t}_i \quad (i=1, 2) \quad (22)$$

上式の  $\delta \tilde{t}_i$  は時間変分の無次元表示で

$$\delta \tilde{t}_i = \frac{K_1 \sqrt{s' g d^3} \tau_{s*}^{m_1/2}}{e_i h^2} \delta t_i \quad (i=1, 2) \quad (23)$$

ここに、

$$e_1 = \frac{\pi(1-p)\sin\phi}{2\tan^2\phi} \quad (24)$$

$$e_2 = \frac{\pi(1-p)(1-2\beta)(1-\beta+\beta^2)}{2\tan\phi \beta(1-\beta)^2} \quad (25)$$

である。また、式(22)の  $\tilde{u}_{s1}$  については、洗掘初期に

対して式(12)、発達後に対して式(7)から、つぎの式(26)、(27)が得られる。

$$\tilde{u}_{s1} = \frac{1 + \tilde{b} \tan \phi / \tilde{d}_{s1}}{1 + \tilde{d}_{s1} / 2} \quad (26)$$

$$\tilde{u}_{s2} = \frac{1 + \tilde{b} / a \tilde{d}_{s2}}{1 + \tilde{d}_{s2}} \quad a = \left( \frac{\beta}{1-\beta} \right) / \tan \phi \quad (27)$$

つぎに、洗掘の初期と発達後の洗掘過程を結合するため、係数  $e_i$  と流速  $\tilde{u}_s$  を時間に関して線形補間し、最大洗掘深  $\tilde{d}_s$  の時間変化に関する式を求める以下のように表される。

$$\frac{\tilde{d}_s \delta \tilde{d}_s}{\tilde{u}_s^{m_1} (1 - 1/\tilde{\tau}_s \tilde{u}_s^{m_1/2})^{m_1/2}} = \delta \tilde{t} \quad (28)$$

$$\delta \tilde{t} = \frac{K_1 \sqrt{s' g d^3} \tau_{s*}^{m_1/2}}{e h^2} \delta t \quad (29)$$

$$e = e_1 (1 - \tilde{t} / \tilde{t}_e) + e_2 \tilde{t} / \tilde{t}_e \quad (30)$$

$$\tilde{u}_s = \tilde{u}_{s1} (1 - \tilde{t} / \tilde{t}_e) + \tilde{u}_{s2} \tilde{t} / \tilde{t}_e \quad (31)$$

ここで、 $\tilde{t}_e$  は無次元した洗掘平衡時間である。

以上より、式(28)～(31)に式(24)～(27)を用いて  $\tilde{d}_s$  の時間変化を計算することができる。

一方、傾斜型突堤について、鉛直型突堤の場合と同様の手順で最大洗掘深の時間変化に関する式を誘導すると、式(24)～(27)の代わりにつぎの式(32)～(35)を式(28)～(31)に用いればよいことになる。

$$e_1 = \frac{\pi(1-p)\sin\phi}{2} \left( \frac{1}{\tan^2\theta} + \frac{1}{\tan^2\phi} \right) \quad (32)$$

$$e_2 = \frac{\pi(1-p)}{2} \left\{ \frac{1-\beta}{\beta} \frac{\tan\phi}{\tan^2\theta} + \frac{(1-2\beta)(1-\beta+\beta^2)}{\tan\phi\beta(1-\beta)^2} \right\} \quad (33)$$

$$\tilde{u}_{s1} = \frac{1/2 \tan\theta + \tilde{b} + c_1 \tilde{d}_{s1}}{1/2 \tan\theta + c_1 \tilde{d}_{s1} + c_1 \tilde{d}_{s1}^2 / 2} \quad (34)$$

$$\tilde{u}_{s2} = \frac{1/2 \tan\theta + \tilde{b} + a_1 \tilde{d}_{s2}}{1/2 \tan\theta + a_1 \tilde{d}_{s2} + (a_1 - 1/2 \tan\theta) \tilde{d}_{s2}^2} \quad (35)$$

ここで、 $c_1 = 1/\tan\theta + 1/\tan\phi$ 、

$$a_1 = \left( \frac{\beta}{1-\beta} \right) / \tan\phi + 1/\tan\theta$$

である。

## (2) モデルの検証

前項の各式に含まれる定数として、 $m_1 = 3$ 、 $K_1 = 8$  (Meyer-Peter-Müller 式の係数)、 $p = 0.4$ 、 $s' = 1.65$ 、 $\tan\phi = 0.58$ 、 $\beta = 0.2$  を用いた。また、式(28)の数値積分の初期条件は、 $\tilde{t} = 0$  で  $\tilde{d}_s = 0.01$ 、 $\tilde{d}_s$  の差分は  $\Delta \tilde{d}_s = 0.02$  とし、 $\tilde{t}_e$  は  $\tilde{d}_s$  が 3 の解析で得られる最大洗掘深に達する時間より決定した。なお、 $\tilde{d}_s$  の初期値、および  $\Delta \tilde{d}_s$  の値として、より小さい値を用いても計算結果の差はほとんどなかった。

まず、鉛直型突堤について、 $\tilde{t}_e = 0.49, 0.82, 0.93$

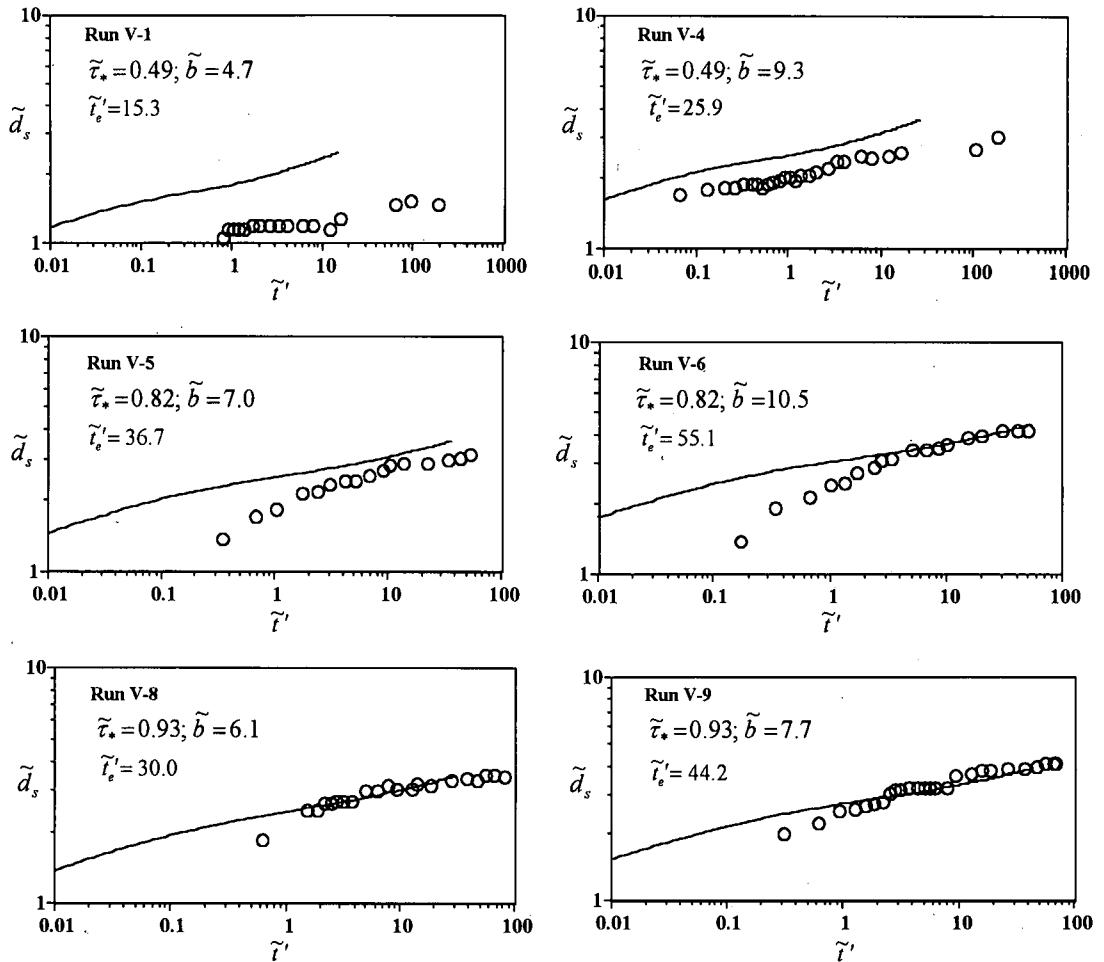


図-16 最大洗掘深の時間変化に対する計算値と実験値の比較（鉛直型突堤）： $\tilde{\tau}_* = 0.49, 0.82, 0.93$

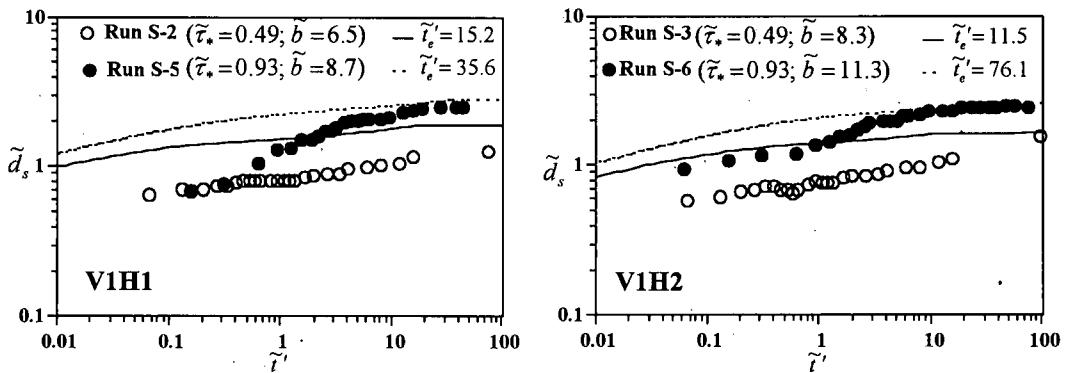


図-17 最大洗掘深の時間変化に対する計算値と実験値の比較（傾斜型突堤）：V1H1, V1H2

の条件で、 $\tilde{b}$  の異なる 2 ケースの計算結果と実験値の比較を図-16 に示す。ただし、時間の無次元量

は、 $\tilde{t}' = \sqrt{gd^3} \tau_*^{3/2} t / h^2$  で表している。

$\tilde{d}_s$  の計算結果は、 $\tilde{\tau}_*$  が大きくなると実験値に近

づき,  $\tilde{\tau}_* = 0.93$  の場合は、洗掘のごく初期を除いて計算結果と実験値とはよく一致している。一方,  $\tilde{\tau}_* = 0.49$  の条件では、計算曲線が実験値を大きく上回っている。これは、洗掘初期に突堤で遮断された全流量が洗掘孔に集中するとした仮定と、平衡流砂量式を用いていることによっており、特に前者の影響が大きいと考えられる。

つぎに、傾斜型突堤 (V1H1, V1H2) の  $\tilde{\tau}_* = 0.49, 0.93$  の条件について、計算結果と実験値との比較を図-17 に示す。傾斜型についても、鉛直型の場合と同様に  $\tilde{\tau}_* = 0.49$  の条件での計算結果は実験値を上回っている。 $\tilde{\tau}_* = 0.93$  では、平衡状態に近づくにつれて計算結果は実験値に近づき、とくに、V1H2 では一致性がよい。また、V1H1 と V1H2 では 2. で示したように、最大洗掘深の位置が異なっているが、洗掘深の時間変化特性については差がないと言える。

以上のように、本予測モデルは、実際に重要な  $\tilde{\tau}_* \approx 1$  の条件における最大洗掘深とその時間変化の予測には適用することができよう。

## 5. 結語

本研究では、非越流型の单一突堤周辺における静的洗掘を対象として、突堤壁面の傾斜角の影響を考慮した最大洗掘深とその時間的変化の簡易予測法を提案し、従来の予測式および実験値との比較を行った。得られた結果を纏めると以下のようである。

1) 提案した最大洗掘深の予測式は、鉛直型突堤の場合、Melville<sup>4)</sup>式と Lim<sup>6)</sup>式の中間に位置する。しかし、前者は実験値の包絡線から得られた経験式なので過大評価となり、後者は洗掘孔全域への流量集中と平坦河床での突堤周辺流速の経験式を仮定したモデルなので過小評価になっていると考えられる。

2) 突堤の最大洗掘深の支配因子は、通常の条件下では、従来の経験式で用いられているフルード数や突堤による縮流率の影響より、突堤長・水深比と接近流の掃流力の効果が重要である。

3) 傾斜型突堤については、実験値が少ないので検証は十分でないが、壁面傾斜角の減少に伴う最大洗掘深の軽減傾向を評価できた。また、Melville<sup>4)</sup>が提案している突堤長・水深比に関係しない形状係数の特性と本予測式から導出したそれとがよく符合していることが示された。

4) 本モデルの経験定数 (流量集中率)  $\beta$  は、接近流の掃流力と限界掃流力の比が  $1/2$  以上の場合は、 $\beta = 0.2$  の一定値、それ以下の場合は  $\beta > 0.2$  となり、突堤長・水深比には依存しないことを示した。したがって、実際問題となる最大洗掘深の予測には  $\beta = 0.2$  を用いることができる。

5) 最大洗掘深の時間変化に関する本予測法は、

鉛直型突堤で掃流力が大きい場合は洗掘の極く初期を除いて実験値と一致するが、掃流力の小さい場合には計算値が過大評価となった。この理由としては、洗掘孔の発達が小さい場合には突堤で遮られた流量が水路中央部にシフトして洗掘孔に集中しないことと、洗掘孔からの流出土砂量に通常の平衡流砂量式を仮定した点に問題があり、とくに前者の影響が大きいと考えられる。一方、傾斜型突堤についても、掃流力の大きい場合には本モデルを適用することができるが、突堤斜面の傾斜角と最大洗掘深の発生位置の関係について今後検討する必要がある。

本予測モデルについては、突堤長・水深比およびフルード数が大きい場合の適用限界は明確でない。しかし、接近流の掃流力が限界掃流力に近く、最大洗掘深が現れる状態では、突堤周辺における流れの運動量の変化 (あるいはエネルギー損失) が緩和され、流れの連続関係だけが支配的となるので、本モデルのような単純な取扱いが可能になるといえよう。なお、モデルをさらに単純化するために、洗掘孔形状を初期から平衡状態まで三角形断面と仮定した場合には、定数  $\beta$  の変化範囲が台形断面モデルの 2 倍程度に広がり、洗掘過程の予測精度も低下する結果となった。

**謝辞：**本研究の実験およびデータ処理に際してご協力を頂いた村田浩隆、渡辺奈保樹、坪田進の諸君に謝意を表する。

## 参考文献

- Ahmad, M. : Experiments on design and behavior of spur-dikes, *Proceedings of IAHR Conference*, Minnesota, pp. 145~159, 1953.
- Garde, R.J., Subramanya, K. and Nambudripad, K.D. : Study of scour around spur dikes, *J. of the Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 87, HY6, pp. 23~37, 1961.
- 土屋昭彦, 石崎勝義 : 水制の洗掘, 第 10 回水理講演会講演集, pp. 65~70, 1966.
- Melville, B.W. : Local scour at bridge abutments, *J. Hydraulic Engineering, ASCE*, 118(4), pp. 615~631, 1992.
- Laursen, E.M. : An analysis of relief bridge scour, *J. Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 89(3), pp. 93~118, 1963.
- Lim, S.Y. : Equilibrium clear-water scour around an abutment, *J. Hydraulic Engineering, ASCE*, 123(3), pp. 237~243, 1997.
- Rajaratnam, N. and Nwachukwu, B. A. : Flow near groin-like structures, *J. Hydraulic Research, IAHR*, Vol. 21, pp. 277~287, 1983.
- 椿 東一郎, 斎藤 隆 : 突堤による河床の洗掘について, 山口大学工学部学報, 第 13 卷, 第 1 号, pp. 71~80, 1963.
- 道上正規, 梶谷 治 : 水制周辺の平面 2 次元河床変動計算に関する研究, 水工学論文集, 第 36 卷, pp. 61~66, 1992.
- 清水康行, 西本直史 : 水制による河床変化の数値計算, 河川に関する調査・試験・研究報告書, 北海道開発

- 局開発土木研究所, pp. 88~141, 1993.
- 11) Jia, Y and Wang, S.S.Y. : A modeling approach to predict local scour around spur dike-like structures, *Proceedings of 6 th Federal Interagency Sedimentation Conference*, pp. II -90~97, 1996.
- 12) Kwan, R.T.F. and Melville, B.W. : Local scour and flow measurements at bridge abutments, *J. of Hydraulic Research, IAHR*, 32(5), pp.661~673, 1994.
- 13) Gill, M.K. : Erosion of sand beds around spur dikes, *J. of the Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 98, HY 9, pp.1587~1602, 1972.

(1999. 3. 9. 受付)

## A SIMPLIFIED PREDICTION METHOD FOR THE MAXIMUM SCOUR DEPTH AROUND SPUR-DIKE-LIKE RIVER STRUCTURES

Yoshio MURAMOTO and Md. Munsur RAHMAN

Some features of scouring and flow at spur-dike-like structures are discussed based on experiments under clear-water scouring. Considering the flow concentration to a restricted region of the scour hole, a simplified analytical model for the prediction of the maximum scour depth at the structures is developed. The model predicts scour depth at sloped-wall as well as at vertical-wall abutments, being verified by the available data and previous formulae. A model constant for flow concentration is identified by the inversion of experimental data. Finally, an interpolated analytical model for the time-change in the maximum scour depth is developed and verified by the experimental data under the higher shear stress condition.