

GALモデルに基づく移動境界流れ解析法の構築とその応用

二瓶泰雄¹・灘岡和夫²

¹正会員 博(工) 東京工業大学助手 大学院情報理工学研究科情報環境学専攻
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2丁目12-1)

²正会員 工博 東京工業大学教授 大学院情報理工学研究科情報環境学専攻

大規模混相乱流計算に適した粒子モデルであるGALモデルをベースとした移動境界流れ解析法を構築した。ここでは、水と空気のような高密度比条件下でも安定して計算できるように、移動境界を挟む二つの連続体を別々に取り扱い、移動境界をGALモデルで追跡する形の計算法を開発した。GALモデルの移動境界追跡モデルとしての適用性を検討するために、シンプルな移動境界問題にGALモデルを適用した結果、境界追跡や勾配・曲率算定に関するGALモデルの計算精度は、既存モデルと比べてより高精度であることが示された。さらに、GALモデルに基づく本計算法を砕波を伴う水柱崩壊問題や単一液滴運動に適用し、既存の実験結果との比較を通じて、本計算法の妥当性や有効性が示された。

Key Words: GAL model, moving boundary flows, volume tracking method, broken-dam problem, liquid droplet

1. はじめに

強風下の風波などで見られる砕波を伴う大気—海洋境界混合現象は、大量の気泡粒子が激しい乱れとともに海水中に混入されて活発なガス交換や運動量・エネルギー交換を引き起こしており、そこでの力学メカニズムを明らかにすることは極めて重要である。このような砕波—気泡系を含む大気—海洋境界過程では、時空間的に激しく変形する海表面を挟んで気相(大気)と液相(海洋)、さらに砕波により生じる気泡粒子相などのいくつかの相が相互作用しながら運動している。このような流れ場を数値解析するためには、1) 気相と液相運動をその相互作用まで考慮した形で直接取り扱い、2) 気液境界面の大変形過程を高精度で簡便に追跡するとともに、さらに、3) 砕波時に発生する気泡混入効果をも取り扱う、といった要素を組み込んだ**移動境界追跡型混相乱流計算手法**が必要となる。

砕波を含む流動場に関する既存の数値シミュレーションは、界面の大変形過程を比較的簡便に計算できる体積追跡法(もしくは密度関数法)に基づいて行われている。この体積追跡法とは、固定されたオイラー座標上で体積濃度(または密度)を何らかの形で移流追跡するものである。この界面追跡時には密度の数値拡散が生じやすいことから、この点について工夫された高精度移動境界追跡モデルがいくつか提案されるとともに^{1)~3)}、砕波計算へも応用

されている^{4)~7)}。これらの計算のほとんどは、大気・海洋運動をその相互作用まで含めた形で直接シミュレートしておらず、ましてや砕波時に形成される大小様々な気泡運動まで含む複雑混相乱流としての取り扱いは皆無である。

それに対して、著者らは、大規模混相乱流解析用に関係・応用されている新しい混相乱流モデル(GAL-LESモデル^{8), 9)})をベースとした、移動境界追跡型混相乱流計算手法の基本的な枠組みを開発している(二瓶・灘岡¹⁰⁾、以下前報とする)。ここでは、移動境界追跡モデルとして、分散相粒子モデルとしてのみならず、高精度・高安定性を有する移流計算法としての側面も持ち合わせる¹¹⁾ GAL(Grid-Averaged Lagrangian)モデル^{8)~10)}を適用している。前報では、この手法を砕波運動の一要素である「気泡」—「渦」—「自由表面」相互干渉過程に関する数値解析に適用し、そこでの基本的な特徴や力学メカニズムを明らかにしている。しかしながら、ここでは、GALモデルの移動境界追跡モデルとしての適用性に関して十分検討されていない。さらに、その解析では流体相運動として液相分しか考慮しておらず、気相運動まで含む移動境界流れ解析法へ発展させることが今後必要となる。

そこで本研究では、GALモデルをベースにして、気相・液相運動をその相互作用まで含めた形で直接解析し得る移動境界流れ解析法を構築し、その手法の妥当性や有効性を示すことを試みた。ここでは、

従来数値計算上問題となることが多い、水と空気のような高密度比条件下でも安定して解析できるように、移動境界を挟む二つの連続体を別々に取り扱い、移動境界をGALモデルで追跡する形の計算法を構築した。このGALモデルの移動境界追跡モデルとしての適用性を検討するために、シンプルな移動境界問題に対するテスト計算を実施し、移動境界の追跡精度や勾配・曲率の算定精度に関して、既存の数値モデル^{2),3),12)}による計算結果との比較を含めて、幅広く検討を行った。さらに、本計算法を用いて、砕波を伴う水柱崩壊問題(ダムブレイク現象)^{13),14)}や単一液滴運動に関する数値シミュレーションを行い、既存の実験や計算結果との比較を通じて、本計算法の妥当性や有効性に関して検討を行った。

2. GALモデルに基づく移動境界流れ解析法の概要

(1) 本計算法の基本的な枠組み

移動境界を含む二つの連続体(例えば気相と液相)の運動に関する数値解析法としては、二つの連続体を分離せずに一つの連続体として解析する手法^{15)~17)}と、別々に分離してその運動を取り扱う手法^{18), 19)}に大きく分類できる。一つの連続体として解析する計算法では、基本的には境界条件を設定する時の煩雑さが大幅に解消されるものの、水と空気のような二つの連続体の密度比が非常に大きい場合には、移動境界追跡時に生じるわずかな密度の数値拡散が数値的不安定性を引き起こすことが指摘されている(例えば、富山²⁰⁾)。このような問題点を克服する手法として、CIP(Cubic-Interpolated Propagation)法³⁾をベースとした圧縮性・非圧縮性流体同時解法であるC-CUP(CIP Combined Unified Procedure)法¹⁶⁾や、Level Set関数を用いて直接界面を捕獲するLevel Set法¹⁷⁾が提案されている。これらは数値的安定性を維持しつつ高精度に界面捕獲を行うために、移流追跡する関数(C-Cup法では密度、Level Set法ではLevel Set関数)に対して、何らかの形で関数変換を行う必要があり、この変換操作に起因して質量保存性の問題が生じ得ることが指摘されている²¹⁾。

そのようなことから、本計算法では、二相の運動を別々に取り扱う手法^{18), 19)}をベースとすることを試みる。この手法では、単相流計算の数値解法をそのまま準用しても、密度比条件の制約を全く受けなくなるものの、界面追跡を高精度に行うことが当然のことながら必要となる。その点を考慮して、金井・宮田¹⁹⁾はCIP法をベースとした体積追跡法を用

いて移動境界追跡を行っているものの、CIP法は上述したような質量保存性に関する問題点を含んでいる。そこで、本計算法では、界面追跡時における数値拡散を極力抑制するとともに、質量保存性を良好に満足するように配慮され、その上、表面張力をも直接算出し得る手法である、GALモデルを移動境界追跡モデルとして用いることとする。このようにすることにより、本計算法は、数値計算上比較的簡便で、なおかつ高精度で高安定性を有する計算手法になり得るものと考えられる。なお、このGALモデルの移動境界追跡モデルとしての概要は2.(4)で、またその基本的な計算精度に関しては、3.で記述する。

(2) 基礎方程式系と界面における境界条件

具体的な基礎方程式系としては、非圧縮性を仮定して、各相ごとの連続式とNavier-Stokes方程式とする。

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_k = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_k}{\partial t} + (\mathbf{u}_k \cdot \nabla) \mathbf{u}_k = -\frac{1}{\rho_k} \nabla p_k + \frac{\mu_k}{\rho_k} \nabla^2 \mathbf{u}_k + g \mathbf{n}_g \quad (2)$$

ここで、下付きの添え字 k ($=1,2$)は第 k 相の諸量を表しており、ここでは、 $k=1,2$ をそれぞれ液相、気相とする。また、 \mathbf{u} は流速ベクトル、 p は圧力、 ρ は密度、 μ は粘性係数、 g は重力加速度、 \mathbf{n}_g は重力作用方向の単位ベクトルとする。なお、乱流モデルはここでは簡単のため組み込んでいない。

気液界面における境界条件としては、運動学的境界条件と力学的境界条件を取り扱う必要がある。運動学的境界条件に関しては、通常の体積追跡法と同様に、以下のような体積濃度関数 F の輸送方程式を解くことにより満足されることになる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\mathbf{u}_1 \cdot \nabla) F = 0 \quad (3)$$

この体積濃度関数は各セルごとに定義されたスカラー一量である。ここでは、気相、液相での F をそれぞれ0, 1とし、 $F=0.5$ となる位置が気液境界面となる。この輸送方程式の数値解法として、本手法ではGALモデルを用いるが、その詳細は2.(4)で記述する。

また、力学的境界条件に関しては、矩形格子座標系においては、厳密に界面上における粘性応力を評価することは困難である。そこで、ここでは、金井・宮田¹⁹⁾と同様に、界面での粘性応力の効果が小さいものと仮定して、以下のような圧力条件を与えることとする。

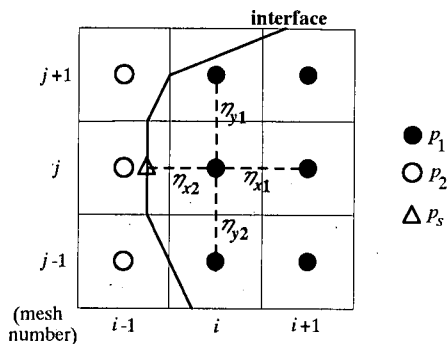


図-1 irregular star 法における圧力の取り扱い

$$p_1 - p_2 + \sigma\kappa = 0 \quad (4)$$

ここで、 σ は表面張力、 κ は曲率であり、ここでの表面張力 σ は一定値としている。本解析法では、表面張力は境界面上でのみ作用し、式(4)の形で圧力の境界条件として考慮されることになる。この点に関しては、汎用性の高い表面張力モデルとして知られているCSF (Continuum Surface Force) モデル¹²⁾とは大きく異なっている。すなわち、CSFモデルでは、表面張力をbody forceとして運動方程式中に取り込んでいるのに対して、本計算法では、界面上でのみ表面張力が作用することになるので、界面上における運動量のとび条件を満足した形で表面張力を組み込んでいることになる。また、速度に関する境界条件としては、Miyataら¹⁸⁾と同様に、液相速度を気液界面を挟んで外挿するように設定している。こうすることにより、界面上における質量のとび条件を満たすとともに、境界条件の取り扱いに伴う数値的不安定性を防ぐことが可能となる。

(3) 数値解法

数値解法としては、MAC法と類似した部分段階法 (fractional step method)²²⁾に基づいており、矩形格子のスタガードメッシュ系を採用している。 $n+1$ ステップにおける流速 u_k^{n+1} と圧力 p_k^{n+1} を求める際には、まず、第一段階として、式(2)より圧力項を除いた式を用いて、仮速度 \tilde{u}_k を求める。

$$\tilde{u}_k = u^n - \Delta t \left((u_k \cdot \nabla) u_k - \frac{\mu_k}{\rho_k} \nabla^2 u_k - g n_g \right) \quad (5)$$

ここで、 Δt は計算時間刻み幅である。第二段階としては、圧力項と連続式 $\nabla \cdot u_k^{n+1} = 0$ を用いて、以下のような圧力のポアソン方程式を導き、圧力 p_k^{n+1} を算出する。

$$\nabla^2 p_k^{n+1} = \frac{\rho_k}{\Delta t} \nabla \cdot \tilde{u}_k \quad (6)$$

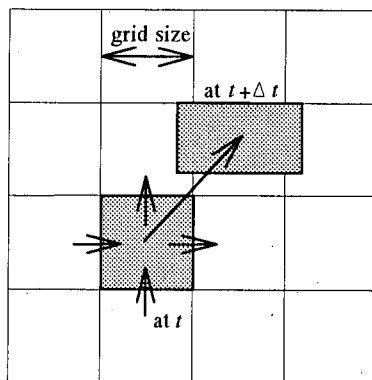


図-2 GALモデルにおける流体要素の移流プロセスに関する模式図

第三段階としては、上式から得られた圧力 p_k^{n+1} を用いて、次式のように流速場を修正する。

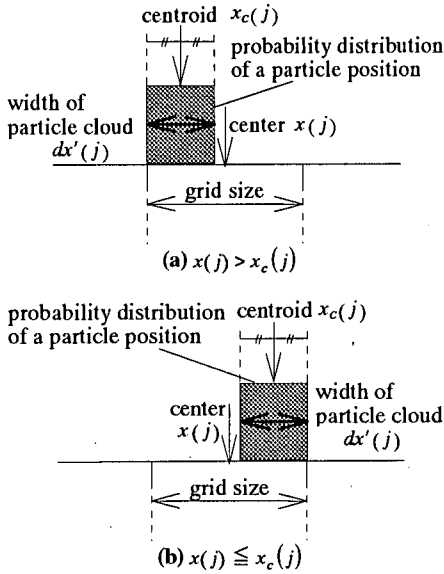
$$u_k^{n+1} = \tilde{u}_k - \frac{\Delta t}{\rho_k} \nabla p_k^{n+1} \quad (7)$$

なお、上式中の空間差分項に関しては、移流項は3次風上差分で、その他の項は2次精度の中央差分によりそれぞれ差分化されている。

また、式(6)の圧力に関するポアソン方程式には、式(4)の境界条件を各相ごとに満たさなければならぬ。そこで、移動境界における圧力条件を精度良く与えられるように、ここではirregular star法²³⁾を適用している。このirregular star法では、圧力を求めるメッシュやそれに隣接するメッシュ内に界面が存在するような場合には、例えば、図-1のようなメッシュ (i, j) における液相圧力 $P_{li, j}$ に対しては、式(6)の差分式は以下ようになる。

$$P_{li, j} = \frac{1}{\frac{1}{\eta_{x1}\eta_{x2}} + \frac{1}{\eta_{y1}\eta_{y2}}} \times \left\{ \frac{1}{\eta_{x1} + \eta_{x2}} \left(\frac{P_{li+1, j}}{\eta_{x1}} + \frac{P_s}{\eta_{x2}} \right) + \frac{1}{\eta_{y1} + \eta_{y2}} \left(\frac{P_{li, j+1}}{\eta_{y1}} + \frac{P_{li, j-1}}{\eta_{y2}} \right) - \frac{1}{2} R_{i, j} \right\} \quad (8)$$

ここで、 p_s はメッシュ (i, j) と $(i-1, j)$ の中心位置に挟まれた界面上 (図-1中の Δ の位置) における圧力であり、 $R_{i, j}$ は式(6)の右辺に相当している。また、 η は図-1に示しているように、メッシュ (i, j) における圧力定義点から隣接するメッシュでの圧力点、もしくは界面位置までの距離を表している。式(8)中の p_s に関しては、金井・宮田¹⁹⁾と同様に、気相ではノイマン型境界条件を、液相では気相圧力と表面張力を用いて式(4)を満たすように決定され



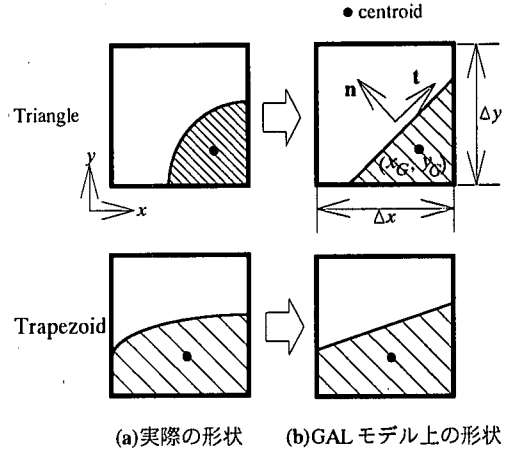
図一三 非一様矩形分布のときの格子内濃度分布 (一次元の場合)¹¹⁾

ることとする。

(4) 移動境界追跡法としてのGALモデルの概要

GALモデルにおける移動境界追跡法は、これまでの分散相粒子モデルの中で用いていた粒子濃度の移流追跡プロセスと基本的に同じである。具体的には、1) 計算格子内の流速値を用いて、格子内を占有する体積濃度を図一2に示すようにラグランジュ的に移動させ、2) 体積濃度を各格子に再配分して、各格子ごとに濃度値を算出する、というように構成されている。なお、体積濃度の保存性を維持するために、本手法で使用しているスタガードメッシュ系における連続式の取り扱い方を考慮して、GALモデルの体積濃度追跡を行う必要がある。そこで、ここでは、各格子を取り囲む線上で定義されている流速値を用いて、各線をラグランジュ的に移動させており、流体要素の伸縮を考慮した形で移流追跡している。

また、格子内濃度分布設定法としては、数値拡散を極力抑えるために、図一3のように、空間的な濃度急変部の移流追跡に適している、重心位置を考慮した非一様矩形分布¹¹⁾を使用する。図中に示されているように、この格子内濃度分布は、重心位置と格子中心位置との相対関係により変化するように設定されている。また、ここでの重心位置は、上述した濃度の再配分操作をするときに、濃度値とともに同時に算出される。なお、再配分過程や重心位置算定法、格子内濃度分布設定法に関する詳細は、二瓶・灘岡¹¹⁾を参照されたい。



図一四 GALモデルにおける境界勾配・曲率算定時での界面形状の取り扱い (二次元の場合)

次に、GALモデルにおける移動境界の勾配や曲率の算出法について記述する。上述したように、GALモデルでは濃度値とともに、格子内濃度分布情報を決定づける重心位置を同時に求めている。この格子内濃度分布の重心位置から移動境界の勾配を直接求めることは簡単である。というのは、移動境界を有する格子 (以下、境界セルとする) 内において見られる境界形状を、直線分布であると仮定すれば、境界セル内での境界形状は、二次元の場合には、図一4に示されているように、三角形か台形のどちらかに分類することが可能となる。各形状における重心位置は、若干の算術演算により、境界の x 軸方向との傾き a と関係づけられ、図一4のような場合には、以下のように整理される。

(三角形)

$$a = \frac{y_G}{\Delta x - x_G} \quad (9)$$

(台形)

$$a = \frac{3(2x_G - \Delta x)y_G}{\Delta x^2 - 3x_G \Delta x + 3x_G^2} \quad (10)$$

ここで、 x_G, y_G は x, y 方向の格子内濃度分布の重心位置 (原点は格子左隅)、 $\Delta x, \Delta y$ は x, y 方向の格子幅である。このように、境界形状を直線近似することにより、格子内濃度分布の重心位置から移動境界の勾配を算出することが可能となる。このことは、濃度値だけでなく重心位置を同時に算出しているGALモデルの大きな利点となっている。

このようにして得られる勾配を用いれば、移動境界の単位接線、法線ベクトル t, n を算出することは可能となり、例えば、図一4における単位接線ベクトル t は、以下のように表される。

$$t = \left(\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}, \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \right) \quad (11)$$

また、移動境界の曲率 κ は、単位接線ベクトル t を用いると以下のように定義される。

$$\kappa = \left| \frac{dt}{ds} \right| \quad (12)$$

ここで、 s は円弧方向長さである。この式(12)に対して、隣接する二つの境界セルにおける接線ベクトルを用いて差分近似すれば、境界セルでの曲率を算出することが可能となる。

以上のことから、移動境界追跡モデルとしての GAL モデルは、移動境界面を追跡するとき生じる数値拡散を極力抑制するとともに、界面の勾配や曲率といった界面形状を合理的に算出でき、かつ質量保存則を高精度に満足し得るように配慮された数値モデルであることが分かる。このような GAL モデルの基本的な計算精度に関して検討するために、シンプルな移動境界問題に GAL モデルを適用した結果を次に示す。

3. 移動境界追跡モデルとしての GAL モデルの適用性

(1) 移動境界追跡精度

移動境界追跡時に生じる数値拡散特性について把握するために、簡単な移動境界問題に GAL モデルを適用することを試みた。具体的には、Bugg & Naghashzadegan²⁴⁾ (以下、B&N とする) と同様に、初期形状を円形として、一様流速場中における 2 次元移流問題を対象とし、計算精度に多大な影響を与えるクーラン数 α と空間解像度 $D/\Delta x$ (D : 円直径) という 2 つの無次元パラメータを数種類変化させて計算を行った。また、ここでは、既存の移動境界追跡モデルの中のうち、commercial code で使われているほど一般的な Donor-Acceptor 法に基づく VOF (Volume of Fluid) 法²⁾ と、近年めざましく発展している CIP 法³⁾ も同様な移動境界問題に適用し、GAL モデルとの計算精度の比較を行った。なお、VOF 法と CIP 法の計算法については、それぞれ、Hirt & Nichols²⁾ と Yabe ら³⁾ を参照されたい。ここで、計算条件としては、格子数を 80×80 、その幅を $1 \times 1 \text{ cm}$ 、円の進行速度 U は x, y 方向成分とも 1 cm/s としており、時間刻み Δt と円直径を変えらることによりクーラン数と空間解像度を変化させて計算を行った。

まず、移動境界追跡時に生じる数値拡散について調べるために、B&N と同様な誤差指標 E_v を導入する。

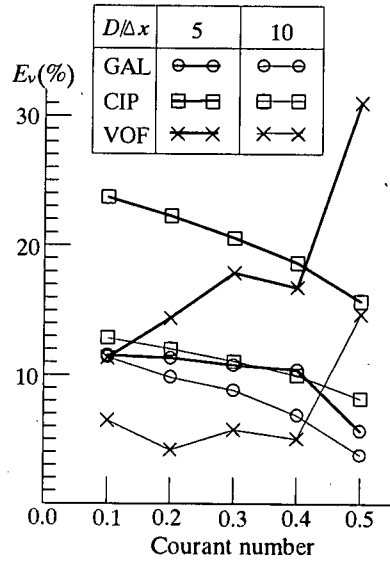


図-5 一様流速場における 2 次元円の移流追跡精度に関する計算結果 ($X=3D$)

$$E_v = \frac{\sum_{i=1}^{i_{\max}} \sum_{j=1}^{j_{\max}} \frac{|C^t(i, j) - C^c(i, j)| \Delta x \Delta y}{2V}} \quad (13)$$

ここで、 i_{\max} , j_{\max} は x, y 方向の格子数であり、 $C^t(i, j)$, $C^c(i, j)$ は格子 (i, j) における理論値と計算結果の体積濃度を、 V は計算初期における界面を取り囲む面積を表している。図-5 は、 $X=3D$ (X : 円の進行距離) における誤差指標 E_v の結果を示している。これらを見ると、 $D/\Delta x = 10$ の場合には、VOF 法の誤差値が最も小さく、CIP 法の結果が最も大きくなっていることが分かる。それに対して、 $D/\Delta x = 5$ の場合には、CIP 法や VOF 法の誤差値は、 $D/\Delta x = 10$ の場合と比べて 2~3 倍程度増加しているのに対して、GAL モデルの誤差値はそれほど変化しておらず、三つの計算法の中で最も小さくなっていることが分かる。次に、各計算法から求められた境界形状の一例を図-6 に示す。ここでは、クーラン数を 0.2、 $D/\Delta x$ を 5, 10 とし、 $X=3D$ における結果を示している。なお、境界線は、前述したように、体積濃度が 0.5 となる等値線としている。これを見ると、CIP 法は誤差値 E_v が大きいにも関わらず、ほぼ初期形状と変わらずに円形を維持しているのに対して、VOF 法の結果は、B&N の計算結果と同様に、大きく歪んでいることが分かる。それに対して、GAL モデルの結果は、初期形状の円形から少しひずみ、四角形に近い形へやや変形していることが分かる。これは、図-3 に示しているように、格子内濃度分布を矩形形状として取り扱っているた

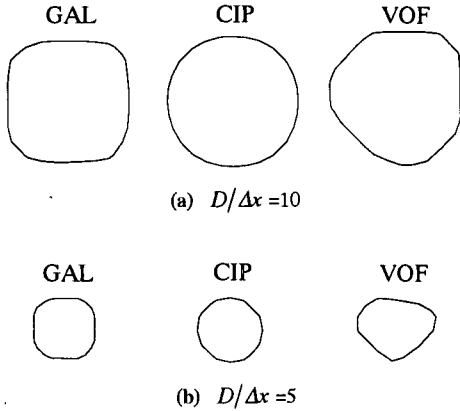


図-6 $X=3D$ における境界形状 ($\alpha=0.2$)

めであると考えられる。このように、GALモデルは、境界の形状がやや歪むものの、全般的には数値拡散は少なく、概ね境界形状を捕捉できており、さらにそのような傾向が空間解像度を粗くしても維持されることが分かる。

(2) 勾配・曲率の算定精度

次に、勾配や曲率といった境界形状を数値的に算定するときの計算精度について検討する。ここでは、2.(4)で記述したGALモデルにおける重心位置を用いた勾配・曲率算定法を、静止している円に適用して、境界セルにおいて算定された勾配や曲率を、理論値や汎用的な表面張力モデルとして知られているCSFモデル¹²⁾の計算結果と比較・検討を行う。このCSFモデルは、境界追跡に用いられる関数(密度や体積濃度)を格子幅程度にわたってスムージングして、スムージングされた関数の空間勾配を用いて境界形状を算出する、という数値モデルである。ここでの計算条件としては、格子数は 30×30 、格子幅は $1 \times 1 \text{cm}$ として、空間解像度 $D/\Delta x$ を5, 10, 20と三種類変化させている。

図-7は、境界の単位法線ベクトルに関するGALモデルとCSFモデルの計算結果を理論値とともに示したものである。ここでは、 $D/\Delta x=10$ における結果を示している。これを見ると、CSFモデルの結果は、概ね理論値と一致しているものの、わずかにずれているベクトルがいくつか見られるのに対して、GALモデルはほぼ完璧に一致していることが分かる。このときの曲率に関する計算結果を表-1に示す。表中の κ_l は曲率の理論値であり、境界セルにおける平均曲率 $\bar{\kappa}_c$ と誤差指標 E_c は、計算値 κ_c を用いて、以下のように定義している。

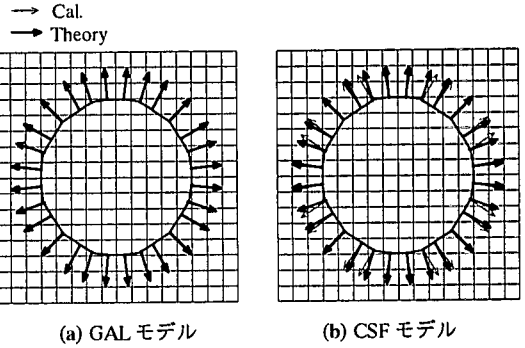


図-7 境界上の法線ベクトルに関する推定結果 ($D/\Delta x=10$)

表-1 曲率に関する推定結果

$D/\Delta x$	$\bar{\kappa}_c/\kappa_l$	E_c/κ_l
CSF model		
5	1.10	19.36
10	1.00	20.81
20	0.99	22.84
GAL model		
5	1.01	1.42
10	1.00	0.92
20	0.98	3.38

$$\bar{\kappa}_c = \frac{1}{N_d} \sum \kappa_c \quad (14)$$

$$E_c = \sqrt{\frac{1}{N_d} \sum (\kappa_c - \kappa_l)^2} \times 100 \quad (15)$$

ここで、 N_d は境界セルの数である。これを見ると、平均曲率 $\bar{\kappa}_c$ に関しては、CSFモデルにおける $D/\Delta x=5$ の結果を除けば、両ケースともほぼ理論値と一致していることがうかがえる。それに対して、誤差指標 E_c については、GALモデルの方がCSFモデルの結果よりも1オーダー程度小さくなっており、このような傾向は、空間解像度が相対的に粗い $D/\Delta x=5$ のケースにおいても維持されていることが分かる。

このような結果と、3.(1)で示した結果とを併せて考えると、GALモデルは、他の数値モデルと比べて、移動境界追跡時の数値拡散をかなり抑制し、勾配や曲率といった境界形状を高精度に算定し得るだけでなく、その精度を空間解像度が粗いケースにおいても維持することが可能な数値モデルであるということがいえる。

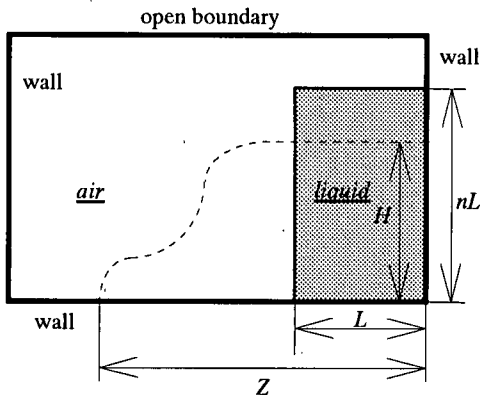


図-8 水柱崩壊問題の計算概要

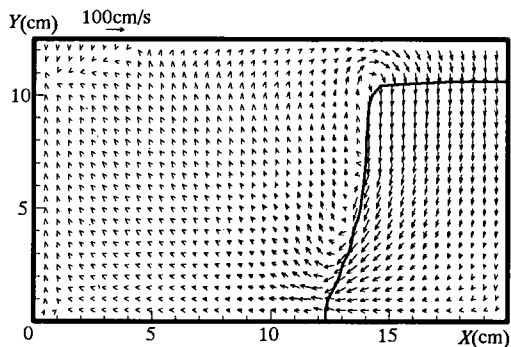
表-2 水柱崩壊問題に関する計算条件

	Case1	Case2	Case3
Width L	0.057m		0.146m
Height parameter n	1	2	2
Computational size	0.20×0.25m		0.58×0.73m
Mesh number	40×50		40×50
Time interval	1.0×10^{-3} s		2.0×10^{-3} s
Liquid density ρ_1	1.0×10^3 kg/m ³		
Gas density ρ_2	1.2 kg/m ³		
Liquid viscosity μ_1	1.0×10^{-3} Pa·s		
Gas viscosity μ_2	1.8×10^{-5} Pa·s		
Surface tension σ	7.2×10^{-2} N/m		
Gravitational acceleration	9.8m/s ²		

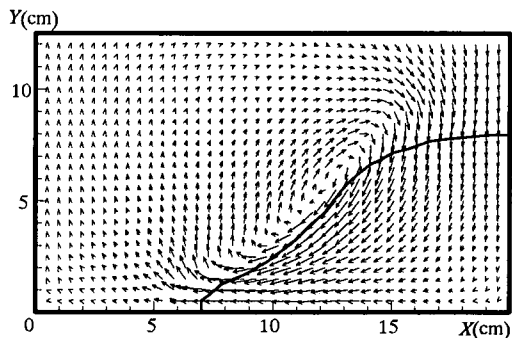
4. 水柱崩壊問題に関する数値解析

(1) 計算概要

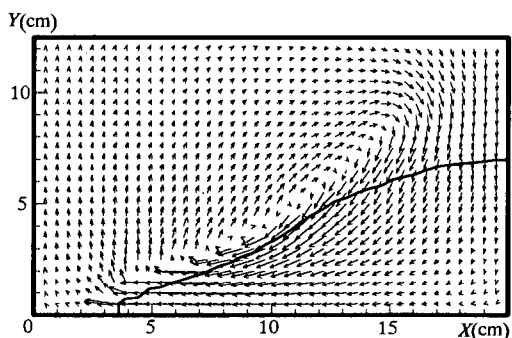
2. で述べられた本計算法の妥当性を検証するために、基本的な移動境界流れの一つである水柱崩壊問題(ダムブレイク現象)に本計算法を適用することを試みる。水柱崩壊問題とは、図-8に示すように、水槽の片側に配置された水柱がその形状を崩しながら空気中を側方へ流動する現象であり、移動境界流れ解析法の基本性能を調べる際にたびたび適用される流れ場の一つである。計算条件としては、既存の実験結果と比較するために、液相フロント位置や液面高さなどを測定しているMartin & Moyce¹³⁾及び、液相フロントが壁面衝突・遡上し、砕波が発生するという一連の過程に関して調べているKoshizukaら^{14), 25)}の実験条件と同じにしている。具体的には、表-2に示しているような3ケースに関してであり、case1と2は Martin & Moyce¹³⁾、case3はKoshizukaら^{14), 25)}の実験条件にそれぞれ対応している。また、各相の密度、粘性係数は常温時の空



(a) $t=0.05$ s



(b) $t=0.10$ s



(c) $t=0.12$ s

図-9 水柱崩壊問題の瞬間流動パターン (case2)

気、水の値を与えており、空気と水の密度比は約800倍、粘性係数の比は約55倍というような高密度比・高粘性比条件となっている。なお、ここでは、2次元の形で計算を行っている。

境界条件としては、左右端と下端境界ではno-slip条件を、上端では開放条件とし、空気相の圧力は大気圧としている。初期条件としては、表-2に示されている幅、高さを有する水柱を、図-8のように静止したまま配置している。

(2) Martin & Moyce¹³⁾に関する計算結果

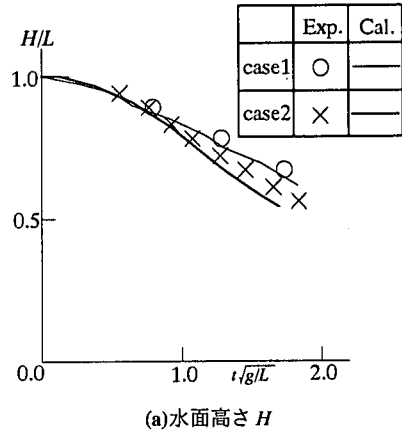
まず、水柱崩壊問題に関する基本的な流動パターンや液相フロント位置などに対する本計算法の再現性について検討を行う。図-9はcase2における $t=0.05s, 0.10s, 0.12s$ での各相の流速ベクトルと移動境界線を示しており、初期に静止していた水柱は形状を崩しながら水面位置を低下させるとともに、フロント先端が左側へ進行している様子が再現されている。このような流動パターンは、既存の数値計算結果^{2), 14)}や実験結果¹³⁾と類似したものとなっている。また、気相の運動パターンを見ると、液相運動を補償するように、大きな循環流が形成されていることが分かる。

次に、液相フロント位置 Z や水面高さ H に関して、case1と2における実験結果と計算結果を比較したものを図-10に示す。ここでは、各々の量を初期水柱幅 L で無次元化して表している。これらを見ても明らかなように、水面高さやフロント位置に関する計算結果は、二ケースとも実験結果と良好に一致していることが分かる。

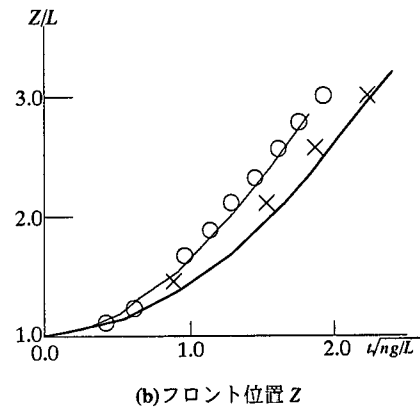
さらに、GALモデルの体積・質量保存性を確認するために、case1と2における計算領域内の液体体積 V の時間変化について調べた結果を図-11に示す。図中の縦軸は液体体積 V を初期体積 V_0 で無次元化した形で表示している。これを見ると、液体体積は多少変動するものの、ほぼ初期体積に保たれていることが分かる。このように、GALモデルは既存の移動境界モデルで問題となることが多い体積・質量保存性を高精度に満足することができることが確認された。

(3) Koshizuka¹⁴⁾に関する計算結果と考察

さらに、液相フロントが壁面に衝突し、翹上するとともに碎波が発生する、という一連のプロセスが生じることが観察されているcase3に関する計算結果を図-12に示す。図中の黒く塗りつぶされた部分が液相領域に相当しており、図中には計算開始1.0sまでの液相領域分布の時間変化過程が示されている。これを見ると、水柱は崩壊し左側方へ流動して壁面に到達し($t=0.3s$)、翹上している($t=0.4, 0.5s$)。その左壁面を翹上していた液体は、その後、下降し始めるとともに、底面付近からの上昇流とぶつかり収束域が形成される。その近傍では、水平方向に膨らむような液相分布が形成され($t=0.6s$, 図中矢印)、その領域が大きくなり、碎波が発生している($t=0.7s$)。碎波後の液相フロントは、段波状に右方向へ移動しており($t=0.8, 0.9s$)、再び壁面衝突・翹上をしていることがうかがえる($t=1.0s$)。この計



(a)水面高さ H



(b)フロント位置 Z

図-10 水柱崩壊問題の計算結果と実験結果の比較

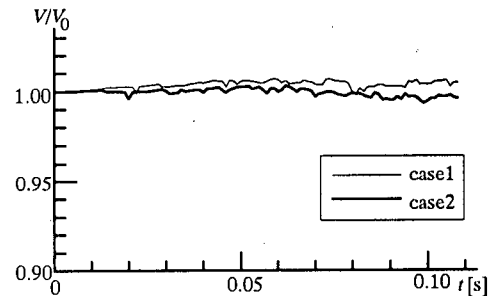
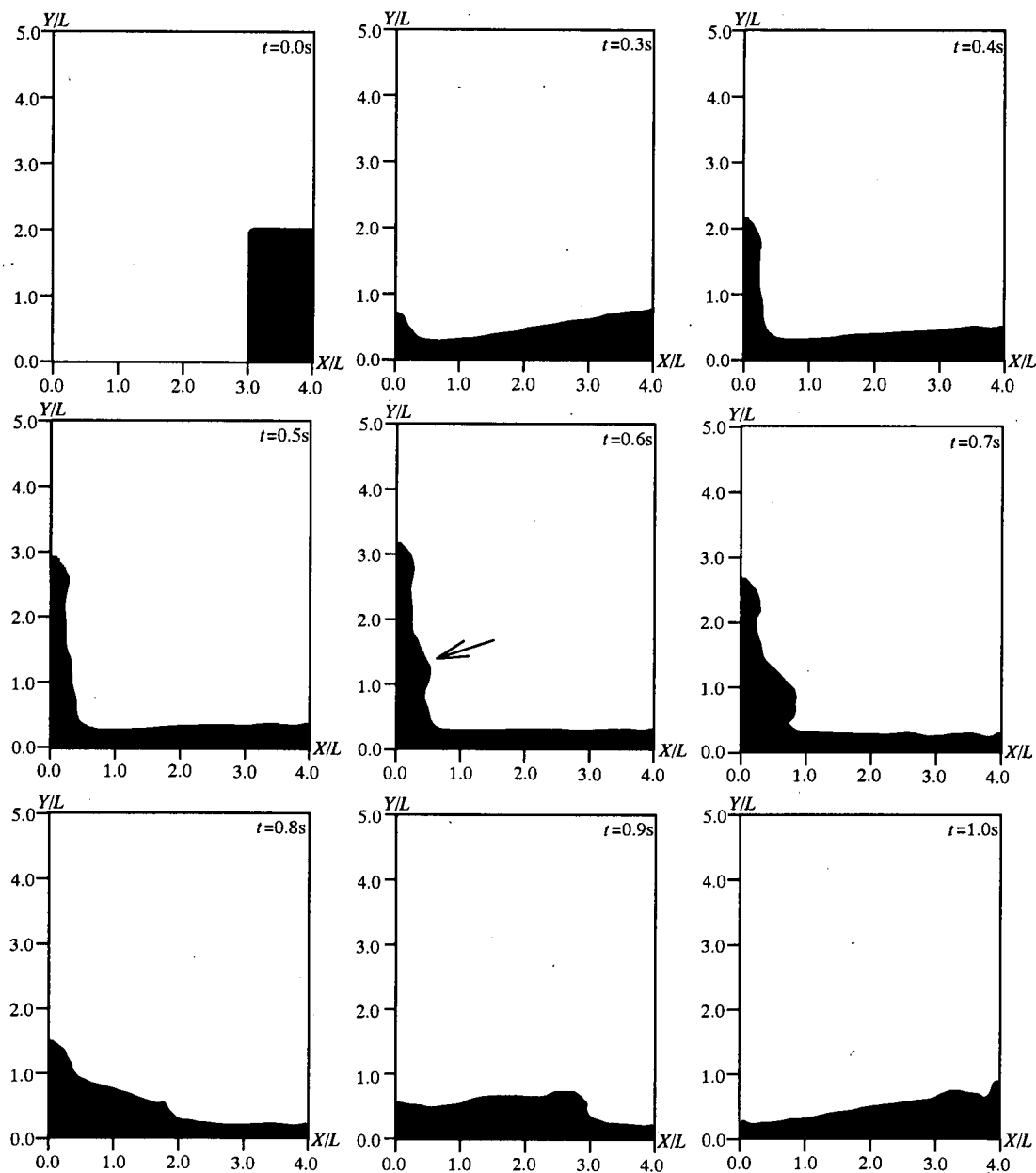


図-11 液体体積領域の保存性(水柱崩壊問題)

算結果をKoshizukaらの実験結果や粒子法による計算結果^{14), 25)}と比較すると、液相フロント部に形成される液滴などの液体の分裂現象までは再現できていないものの、大局的な流動パターンやその時間変化過程は良く一致していることが分かる。

さらに、このケースにおいて生じていた碎波時における流動状況を把握するために、底面付近における流速ベクトルと移動境界線を図-13に示す。ま



図一12 砕波を伴う水柱崩壊問題¹⁴⁾に関する計算結果 (case3)

ず、液相速度パターンに着目すると、 $t=0.70\text{s}$ では、左壁面を遡上していた液体が下降するとともに、右方向の水平流速を持ち、大きく膨らんだ液相領域分布が形成されている。このような膨らんだ液相領域では、 $t=0.75\text{s}$ においては、明確なjetが発生し、 $t=0.80\text{s}$ では、それが段波状に右方向へ移動している様子うかがえる。また、気相速度に関しては、どの時刻においても、液相フロント近傍およびその背後領域

に特徴的な循環流が形成されていることが分かる。またその大きさは時間とともに大きくなる様子うかがえる。このような循環流の形成過程としては、フロント前面部と背後領域での圧力差を駆動力としているものと考えられる。このように砕波時には液相運動のみならず、気相運動までもが複雑な挙動をしていることが分かる。

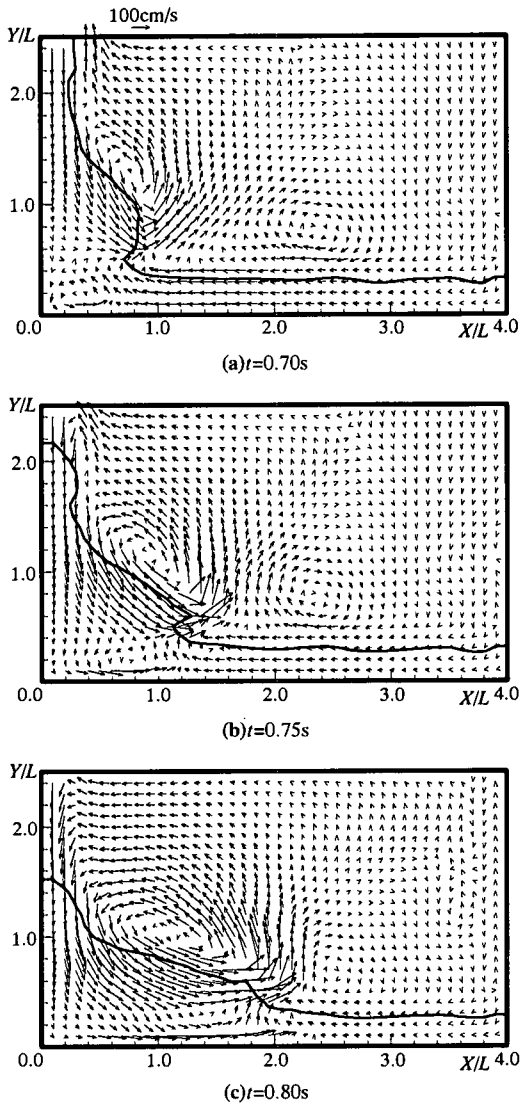


図-1 3 砕波時における流動パターン (case3)

5. 単一液滴運動に関する数値解析

(1) 計算概要

次に、本計算法を単一液滴運動に適用することを試みる。具体的には、図-1 4 に示しているように、計算初期に静止している一つの液滴を空中に配置し、その液滴が落下し、壁面に衝突するとともに、気液境界面が大変形するような過程に関する数値シミュレーションを行う。計算条件としては、計算領域は $3.0 \times 3.0 \text{ cm}$ となる2次元領域とし、格子数は 30×30 としている。また、液滴径 D は 1.0 cm とし、液相と気相の密度、粘性係数は表-2 に示している常温時における値を使用している。また、境界条件

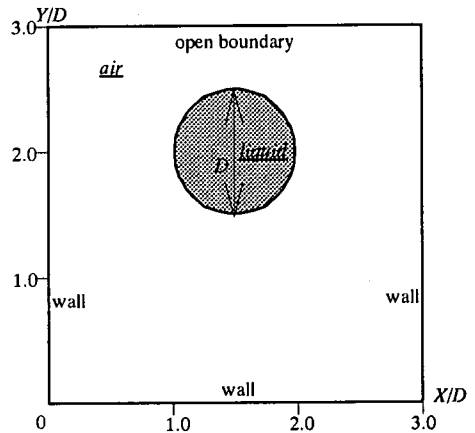


図-1 4 液滴運動シミュレーションの概要

としては、上方境界は開放条件、その他の3境界では壁面条件を採用している。

(2) 計算結果

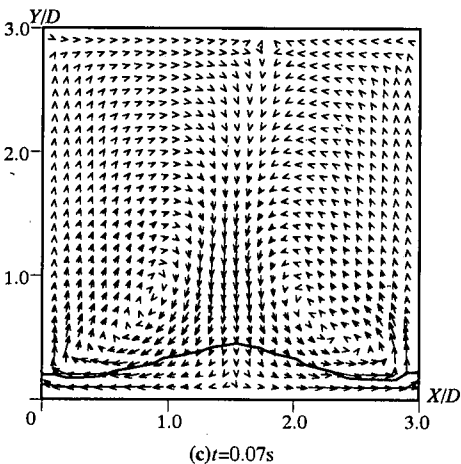
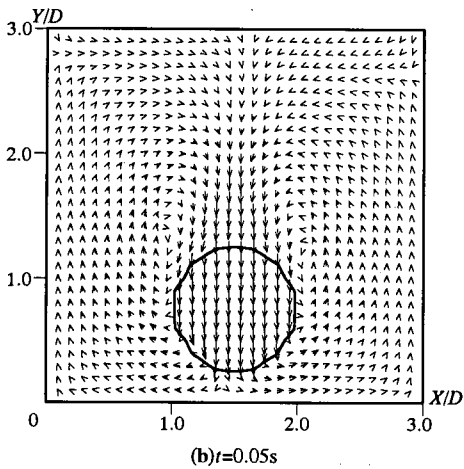
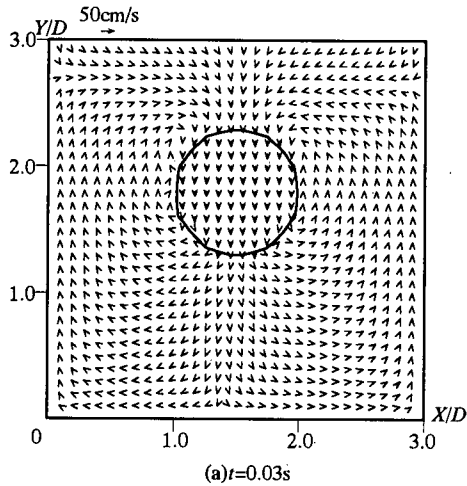
単一液滴の落下・壁面衝突過程に関する計算結果を図-1 5 に示す。図中には、計算開始後 0.03 s 、 0.05 s 、 0.07 s における流速ベクトルと気液境界線を示している。これらを見ると、まず、 $t=0.03 \text{ s}$ の時点では、気液相の密度差に起因して液滴が落下し始めて鉛直下向き速度を有するとともに、その周囲の気相領域では、液滴運動に追随する形で1対の循環流が形成されている。次に、 $t=0.05 \text{ s}$ では、液滴内の下降速度が増加するとともに、液滴の上における後流域でも液滴に引きずられて明確な下降流が生じている様子がかがえる。なお、このときの液滴形状は、ほぼ初期形状である円形を保っており、

(1)で検討した2Dの移動境界問題で見られたように円形から四角形へ変形するような傾向は見受けられない。さらに、 $t=0.07 \text{ s}$ では、液滴は壁面に衝突し、底面をほうような液相流れが生じており、気液境界面が大変形している様子が分かる。これらの一連の計算結果は、既存の計算結果¹⁷⁾と定性的に一致しており、本計算法の有効性を示しているものと考えられる。

6. おわりに

本研究で得られた主な結論は以下の通りである。

(1)分散性二相乱流解析用の粒子モデルとして提案されているGALモデルを移動境界追跡モデルとして適用し、気・液相運動をその相互作用まで含めた形で直接的に解析し得るような移動境界流れ解析法を構築した。そこでは、従来数値計算上問題となることが多い、水と空気のような高密度比条件で



図一15 単一液滴運動シミュレーション結果

も数値的に安定して解析できるように、移動境界を挟む二相の連続体を別々に取り扱う形の解析法とした。

(2) GALモデルの移動境界追跡モデルとしての計算精度について詳細な検討を行った。ここでは、シ

ンプルな移動境界問題にGALモデルを適用して、境界追跡精度や境界上での勾配・曲率算定精度に関して検討し、既存の高精度数値モデルによる計算結果との比較を行った。その結果、GALモデルは、既存モデルと比較して、境界追跡時に生じる数値拡散をかなり抑制するとともに、高精度に界面勾配・曲率算定を行うことが可能であることが示された。

(3) さらに、このGALモデルをベースにした移動境界流れ解析法を、砕波を伴う水柱崩壊問題と単一液滴運動へ適用した。その結果、本計算法は、既存の実験や数値シミュレーションで見られる流動パターンを定性的に再現することに成功するとともに、水柱崩壊問題におけるフロント位置などに関して実験結果と定量的に一致したことから、本計算法の基本的な有効性及び妥当性が確認された。

なお、本研究では、気相（大気）と液相（海洋）運動に加えて、気泡粒子混入効果まで考慮した本格的な砕波の直接シミュレーションモデルの開発を目指して、その基礎となる気相・液相運動を直接解析し得るような移動境界流れ解析法を構築し、いくつかの基本的な移動境界流れ場への応用計算結果を示した。ここで構築された移動境界流れ解析法と、著者らが開発している混相乱流モデル（GAL-LESモデル）をカップリングすることにより、砕波現象のダイレクトシミュレーションを行い得る移動境界追跡型混相乱流計算手法に発展できるものと考えられ、この点に関しては、今後実施していく予定である。

参考文献

- 1) Harlow, F. H. and Welch, J. E.: Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.2182-2189, 1965.
- 2) Hirt, C. W. and Nichols, B. D.: Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp.201-225, 1981.
- 3) Yabe, T. and Aoki, T.: A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver, *Comput. Phys. Commun.*, Vol. 66, pp.219-232, 1991.
- 4) Sakai, T., Mizutani, T., Tanaka, H. and Tada, Y.: Vortex formation in plunging breaker, *Proc. 20th Int. Conf. Coastal Eng.*, pp.711-723, 1986.
- 5) 渡部靖憲, 佐伯浩: 砕波帯内の流速場のダイレクトシミュレーション, *海岸工学論文集*, Vol.43, No.1, pp.71-75, 1996.
- 6) 榊山勉, 香山真祐: 海底斜面上で砕波を伴う消波護岸への越波の数値計算, *海岸工学論文集*, Vol.44, No.2, pp.741-745, 1997.
- 7) 睦田秀実, 河合ひろみ, 安田孝志: C-CUP法による気液界面の直接数値計算, *海岸工学論文集*, Vol.45, No.1, pp.55-59, 1998.

- 8) 瀧岡和夫, 二瓶泰雄, 八木宏: 新しい固相モデルに基づく固体-流体混相乱流 L E S モデルの開発, 土木学会論文集, No.533/II-34, pp.61-73, 1996.
- 9) 二瓶泰雄, 瀧岡和夫: GAL-LES モデルに基づく分散性二相乱流に関する数値解析 (平面気泡ブルームを対象にして), 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.64, No.619, pp.684-692, 1998.
- 10) 二瓶泰雄, 瀧岡和夫: GAL-LES モデルをベースとした移動境界追跡型混相乱流計算手法の開発, 海岸工学論文集, Vol.45, No.1, pp.76-80, 1998.
- 11) 二瓶泰雄, 瀧岡和夫: 移流シミュレーションに対する GAL モデルの高精度化とその適用性, 土木学会論文集, No.579/II-41, pp.137-149, 1997.
- 12) Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C.: A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput.Phys.*, Vol.100, pp.335-354, 1992.
- 13) Martin, J. C. and Moyce, W. J.: An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, *Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A*, Vol.244, pp.312-324, 1952.
- 14) Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y.: A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, *Comput. Fluid Dynamics J.*, Vol.4, No.1, pp.29-46, 1995.
- 15) 富山明男, 宋明良, 南川久人, 坂口忠司: VOF 法による単一気泡の数値解析, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.57, No.539, pp.2167-2173, 1991.
- 16) Yabe, T. and Wang, P.: Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol.60, No.7, pp.2105-2108, 1991.
- 17) Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S.: A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *J. Comput. Phys.*, Vol. 114, pp.146-159, 1994.
- 18) Miyata, H., Katsumata, M., Lee, Y. and Kajitani, H.: A finite-difference simulation method for strongly interacting two-layer flow, *J. Soc. Naval. Archit. Japan.*, Vol.163, pp.1-16, 1988.
- 19) 金井亮浩, 宮田秀明: 密度関数法を応用した気泡の数値シミュレーション, 日本造船学会論文集, No.179, pp.41-48, 1996.
- 20) 富山明男: 気泡流の解析法と精度評価, 日本機械学会研究協力部会 RC140 研究報告書 (混相流動解析プログラムの高度化と応用に関する研究部会), pp.97-114, 1997.
- 21) 功刀資彰: 自由界面を含む多相流の直接数値解析法, 日本機械学会論文集 (B 編), Vol.63, No.609 pp.1576-1584, 1997.
- 22) 大宮司久明, 三宅裕, 吉澤徹編: 乱流の数値流体力学, 東京大学出版会, pp.65-81, 1998.
- 23) 数値流体力学編集委員会編: 移動境界流れ解析, 東京大学出版会, pp.39-43, 1995.
- 24) Bugg, J. D. and Naghashzadegan, M.: Evaluation of volume-tracking algorithms in non-straining flows, Computational Modelling of Free and Moving Boundary Problems III, *Proc. of Moving Boundaries 95*, pp.83-90, 1995.
- 25) 越塚誠一: 数値流体力学, 培風館, pp.151-194, 1997.

(1998.11.20 受付)

DEVELOPMENT OF A COMPUTATIONAL METHOD FOR MOVING BOUNDARY FLOWS WITH GAL MODEL AND ITS APPLICATIONS

Yasuo NIHEI and Kazuo NADAOKA

A computational method for two-phase flow with moving boundary is presented, in which the GAL (Grid-Averaged Lagrangian) model is used to track the moving boundary. To avoid numerical instability due to high density ratio between the phases, the motion of each phase is separately treated. The accuracy of the GAL model is examined for the capture of the moving boundary and the curvature of the interface through computation for simple cases of moving boundary problems. The comparison between the computational results obtained by the GAL model and those by the previous models indicates that the GAL model has relatively higher accuracy. The present method is applied to the computations for broken-dam problems and a falling droplet problem, showing that the present method gives good agreements with the previous experimental and computational results.