土木学会論文集 No. 639／IV-46, 53-64, 2000. 1

時間価値に関する理論的考察
ー私的交通のケースー

河野達仁 [1]・森杉壽芳 [2]

[1] 学生会員　工修　東北大学大学院　情報科学研究科（〒980-8579　仙台市青葉区青葉 06）
[2] 正会員 工博　東北大学大学院教授　情報科学研究科（〒980-8579　仙台市青葉区青葉 06）

時間価値の大きさは，交通投資の費用便益分析において決定的に重要である．現在，時間価値計測は所得接近法に基づく計測または SP あるいは RP データを用いた行動モデルから計測する方法で行われている．しかし，いずれの計測においても時間価値が経済環境（財の価格，交通料金，交通所要時間等）によって変化するといった考え方はなされておらず，一定の時間価値が用いられている．時間価値は個人の行動に内生化されているものであるから，経済環境変化に応じて時間価値も変化する．本研究においては経済環境変化に対応して時間価値がどのように変化するかが理論的に考察される．その結果，賃金率や利用時間，労働時間だけでなく，財の価格や交通費用および所要時間の変化による時間価値は変化するものであること，さらにその変化の符号が本研究のいくつかの仮定のもとで示される．

***Key Words** : value of time, cost benefit analysis, private trips, neoclassical economic model*

1. 序論

交通施設整備による様々な便益のうち時間節約による便益は 7, 8 割を占める．したがって，時間価値の大きさは交通投資の費用便益分析において決定的に重要である．現在，時間価値計測は所得接近法に基づく計測または SP あるいは RP データを用いた離散的手段選択行動モデルから計測する方法で行われている．しかし，いずれの計測においても時間価値が経済環境（財の価格，交通費用）によって変化するといった考え方はなされておらず，せいぜい所得の伸びに対して比例的に変化させるといった方法がとられているにすぎない．時間価値は個人の最適化行動に内生化されているものであるから，経済環境変化に応じて時間価値も変化する．本研究では，この時間価値の変化を理論的に考察する．具体的には，最適化行動モデルを仮定して，経済環境変数に対する時間価値の比較静学分析を行う．比較静学分析の結果は関数の特定化およびその他の仮定に大きく依存する．本研究では，できるだけ一般的な仮定の下で時間価値の性質を分析する．

最適化行動モデルは交通目的によって異なる．したがって，目的別に時間価値は異なってくる．特に，業務目的と私的目的の分類は重要である．業務目的の場合には行動決定主体は企業であり，個人が行動決定主体である私的目的の場合とはモデルが大きく異なる．業務目的の場合は，最適化行動の条件より単純に時間価値は労働賃金に一致する．一方，私的目的の場合は分析が複雑になる．多くの過去の理論研究 [1),2),3),4)] も個人の最適化行動を考えていることから，私的交通のケースを対象に分析しているといえる．本研究においても私的交通に限定して分析を行う．

2. 既往研究並びに本研究の考え方

(1) 既往研究と本研究の考え方

経済理論において初めて時間の概念が扱われたのは労働と余暇に関する時間配分の問題である [例えば 5)]．この理論では消費者は利用可能な総時間を余暇時間と労働時間に配分する．この場合，消費者の余暇に対する金銭的限界価値は賃金率に等しくなる．この結果が，現在広く利用されている所得接近法による時間価値計測の基礎になっている．しかし，労働時間を自由に選択できる仮定は現実とは著しく乖離している．通常，労働は社内外の人すなわち他の主体との関連性の中で発生しており，個人の自由な選択により労働時間を連続的に変化することは不可能と考えられる．各個人の労働時間の選択は，連続量ではなく，せいぜい離散的にしか選択できない．そこで，本研究では労働時間は外生変数として扱う．したがって，本研究で考察する労働時間の外生的変化では，個人の離散的な労働選択量の変化（例えば，労働を辞める

等）がないと仮定している．

古典派経済理論を用いた時間価値の既存研究[2),3),4)]においても，時間価値が経済環境によって変化することが指摘されている．本研究では同様のことを交通が派生需要のケースについて確かめる．その上で，時間価値が経済環境の各変数によりどのように変化するかの比較静学分析がなされる．既存の理論研究[2),3)]においてもいくつかの比較静学分析が行われている．しかし，所得に関する比較静学に限られており，不十分である．さらに，家計生産関数を導入した行動モデルから得られる時間価値を分析した研究[6)]もある．この場合も比較静学分析は行われていない．また，時間価値を一定値ではないとして，経済環境を変数とする（時間）価値関数をSPデータから推計して変化を捉えようとしているHensher (1997)による実証研究[7)]もある．この分析はThe MVA Consultancy (1994)[8)]によって導出された効用関数V （$V=-\lambda c_i-k_it_i$, c_i: i 選択肢の料金，t_i: i 選択肢の所要時間，λ, k_i:パラメータ，k_i/λが時間価値）を基にしている．Hensher (1997)は，この効用関数の k_i が所要時間や料金の関数であると仮定し，時間価値の変化を実証分析により推定している．しかしながら，The MVA Consultancy (1994)による効用関数V は間接効用関数を理論的に導いたものではなく直接効用関数の近似式から得られたものであること，さらにその近似は合成財の価格を無視するなど理論的疑問が残るものである．また，その効用関数の変数 k_i が所要時間や料金の関数であるしたHensher (1997)による仮定は理論的裏付けなく問題である．すなわち，Hensher (1997)が構築した効用関数は，ミクロ経済学的基礎付けないものとなっている．また，実証研究には正確なデータと適切な推計作業が必要である．したがって，データや推計作業の必要性のない理論研究に比較して制約が大きく，結果に対する信頼性は低くなる．理論分析で可能な分析を実証研究で行うべきではない．実際，本研究で得られる所要時間あるいは交通料金の変化による時間価値の比較静学分析結果とHensher (1997)の実証研究結果は全く正反対の結論となっている．ただし，Hensher (1997)では結果の解釈について考察がなされておらず，さらに理論構造が明確でないことから，本研究との明確な比較は不可能である．すなわち，分析の枠組みの違いがわからず，正反対の結論が導かれている原因は不明である．

本研究では，理論分析により時間価値の経済環境変数による変化の方向を明らかにする．すなわち時間価値の比較静学分析を行う．特に，従来の所得に関する分析にとどまらず，交通施設整備を想定した交通所要時間および料金の変化，また購入する際に交通の伴う財の価格等についても比較静学分析を行う．

(2) 交通を派生需要と考えた消費者モデル

ドライブ等交通自身を目的とする本源的需要以外，交通は派生需要と考えられる．そこで，本研究では買い物交通に代表される私的交通を派生需要としてモデル化する．本研究の消費者行動を式(1)～(3)に示す．

ここで，消費者は式(2)の所得制約と式(3)の時間制約のもとで物的消費量（合成財 Z および購入する際に交通が必要な財 Z_s）および余暇時間 T_lから構成される効用を最大化すると仮定する．このとき，労働時間については主体的に選択不可能とする．交通については交通料金と交通所要時間を必要とする．なお，簡単化のために財の購入には時間がかからないと仮定している．財の購入時間が一定であれば得られる分析結果に変化はない．また，交通の伴う消費財の一回あたりの購入量（L）は固定と考えている．したがって，Z_s/Lは交通回数を示す．

$$\max_{Z,Z_s,T_l} \quad u(Z, Z_s, T_l) \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad Z + P_t\frac{Z_s}{L} + P_sZ_s = wT_w \tag{2}$$

$$\tau_t\frac{Z_s}{L} + T_l + T_w = T \tag{3}$$

ただし，

Z： 合成財（交通の伴わない財）の需要量（$P_z=1$）

Z_s： 購入に交通の伴う財の需要量

T_l： 余暇時間

P_t： 交通に必要な金銭的費用（以下，交通料金）

L： 一回の交通で購入される財の量（固定）

P_s： 購入に交通の伴う財 Z_sの価格

w： 時間あたり賃金（以下，賃金率）

T_w： 労働時間

τ_t： 交通に必要な所要時間（以下，交通所要時間）

T： 労働，余暇，交通に利用可能な時間（以下，利用可能時間）

$u(\cdot)$： 直接効用関数

(3) 間接効用関数と時間価値の導出

式(1)～(3)をラグランジアンSで表現する．

$$S = u(Z, Z_s, T_l) + \lambda(wT_w - Z - P_t\frac{Z_s}{L} - P_sZ_s) + \mu(T - \tau_t\frac{Z_s}{L} - T_l - T_w) \tag{4}$$

ただし，λとμはそれぞれ式(2)，(3)の未定乗数である．一階の条件より，式(5)～(9)が得られる．

$$\frac{\partial S}{\partial Z} = \frac{\partial u}{\partial Z} - \lambda = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial S}{\partial Z_s} = \frac{\partial u}{\partial Z_s} - \lambda(\frac{P_t}{L} + P_s) - \mu\frac{\tau_t}{L} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial S}{\partial T_l}=\frac{\partial u}{\partial T_l}-\mu=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda}=wT_w-Z-(\frac{P_t}{L}+P_s)Z_s=0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \mu}=T-\tau_t\frac{Z_s}{L}-T_l-T_w=0 \tag{9}$$

式(5)～(9)を解けば，最適消費量値Z^*, Z^*_s, T^*_l及び未定乗数の解λ^*, μ^*が求まる．得られた最適値をラグランジアンSに代入すると，効用は式(10)のように間接効用関数νとして表される．

$$\begin{aligned} S &= \nu(P_t, P_s, \tau_t, w, T_w, T) \\ &= u(Z^*, Z^*_s, T^*_l)+\lambda^*(wT_w-Z^*-P_t\frac{Z^*_s}{L}-P_sZ^*_s) \\ &+\mu^*(T-\tau_t\frac{Z^*_s}{L}-T^*_l-T_w) \end{aligned} \tag{10}$$

ここで，時間価値を定義する．時間価値は交通所要時間τ_tの微小変化に対して効用が無差別になる交通料金P_tの変化と考えられる．言い換えると，所要時間の変化に対する支払い意志額である．間接効用νを一定として式(10)を全微分すると，包絡線定理を援用して式(11)のように時間価値εは示される[4]．すなわち，時間価値は所得制約と時間制約の未定乗数の比μ^*/λ^*で表される．つまり，時間価値は時間の限界効用/所得の限界効用に等しい．

式(11)より，時間価値εは価格(P_t, P_s)や交通所要時間τ_t，賃金率w，労働時間T_w，利用可能時間Tによって変化する関数であることがわかる．過去の理論研究[2), 3)]においても同様の結果が指摘されている．

$$\varepsilon=-\frac{dP_t}{d\tau_t}\bigg|_{\nu=const.}=\frac{\mu^*(P_t, P_s, \tau_t, w, T_w, T)}{\lambda^*(P_t, P_s, \tau_t, w, T_w, T)} \tag{11}$$

(4) 導出された時間価値の解釈

式(11)の時間価値の意味合いについて以下に考察する．De Serpa (1971)[3)]は，時間価値として3種類の定義を行っている．これらは，1)商品としての時間価値（ある活動に投入される所要時間から生じる効用），2)資源としての時間価値（すべての活動に共通に存在する時間価値），3)所要時間節約の価値（ある活動に投入される所要時間が短縮されることに対する価値）である．これらの関係は式で示すと式(12)で表現される．

（所要時間節約の価値）＝（資源としての時間価値）
―（商品としての時間価値） (12)

式(11)で定義された交通の所要時間短縮の時間価値はその計算方法から，De Serpa (1971)の所要時間節約の価値に相当する．しかしながら，本研究のモデル（式(1)～(3)）では交通に所要される時間から効用は生じないと仮定しているため，結果としてDe Serpa (1971)の定義による資源としての時間価値と等しくなっている．交通に所要される時間から効用は生じないとする仮定はDe Serpa (1971)の商品としての時間価値が0としていることに等しい．そのため，所要時間節約の価値と資源としての時間価値が等しくなるのは，式(12)からも明らかである．しかしながら，現実的には交通を行っている際にも，読書や考え事など正の効用のある活動を行う場合，交通そのものから爽快感などの正の効用を得る場合，混雑から肉体的疲労など負の効用がある場合など，（交通を商品と解釈したときの）商品としての時間価値は0ではない．ただし，商品としての時間価値がある場合は式(12)から明らかなように本研究の分析結果から商品としての時間価値を減ずればよいだけであり，容易に分析を拡張できる．

また，式(11)の時間価値については次のように解釈することもできる．式(6)をλで割り，変形すると式(13)が得られる．

$$\frac{\partial u}{\partial Z_s}/\lambda=(\frac{P_t}{L}+P_s)+(\mu/\lambda)\frac{\tau_t}{L} \tag{13}$$

式(13)の左辺は1単位のZ_sの貨幣的価値であり，右辺は1単位のZ_sを得るための支出である．右辺の第1項$(\frac{P_t}{L}+P_s)$は金銭的支出を示し，第2項$(\mu/\lambda)\frac{\tau_t}{L}$は$\frac{\tau_t}{L}$が時間的支出を示し，$(\mu/\lambda)$がその時間的支出を貨幣換算するための乗数を示す．すなわち，(μ/λ)が時間価値を示しており，式(13)の右辺は一般化費用を示していると解釈できる．

3. 時間価値の比較静学分析

(1) 比較静学分析の方法

本節においては，経済環境（価格，所要時間，所得等）の変化に対して時間価値がどのように変化するかを分析する．すなわち，時間価値の比較静学分析を行う．具体的には，式(5)～(9)すべてを満足する時間価値μ^*/λ^*がどのように変化するかを数学的に計算すればよい．このような分析のために，通常用いられる方法はラグランジアンの一階条件式(5)～(9)に陰関数定理を適用して，連立方程式体系として表現した微小変化をクラメールの公式で解くという方法である[例えば2), 3)]．しかしながら，この方法を用いると余因子の項が存在することになり，余因子の中の情報を用いるためには余因子展開する必要があり，煩雑になる．このため筆者らの知る限り，価格や所要時間に関する時間価値の変化を明示的に分析した研究は皆無となっている．そこで，本研究では，一階条件式(5)～(9)を2つに分けて3段階で5つの内生変数$Z, Z_s, T_l, \lambda, \mu$の変化を求める方法を用いる．なお，式(5)～(9)に

表-1　3段階解法の手順

段階	直接利用する式	被説明変数	説明変数
1段階	式(5)，(6)，(7)	Z, Z_s, T_l	λ, μ, g, τ_l
2段階	式(8)，(9)	λ^*, μ^*	g, τ_l, w, T_w, T
3段階	1段階目で得られたZ, Z_s, T_lの関数および2段階目で得られたλ^*, μ^*の関数	Z^*, Z_s^*, T_l^*	g, τ_l, w, T_w, T

注：アスタリスク*は式(5)～(9)の解すなわち最適解を示す．

おいてP_l, P_sは独立に存在せず，$(P_l/L+P_s)$の形式でのみ存在している．したがって，計算と紙面の節約のためにP_l, P_sをまとめて一つの変数$(P_l/L+P_s)$で扱うことが可能である．そこで，式(14)に示すように一つの変数gと定義して以降の分析を行う．

<定義1：交通料金と購入に交通の伴う財の価格統合>

$$g \equiv P_l/L + P_s \tag{14}$$

ここで3段階で分析する方法を説明する．まず1段階目として，式(5)～(7)の3式について内生変数をZ, Z_s, T_lの3変数として解を求める．したがって，ここでの内生変数Z, Z_s, T_lは他の変数の関数として表される．具体的には，$Z(\lambda, \mu, g, \tau_l)$，$Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_l)$，$T_l(\lambda, \mu, g, \tau_l)$が得られる．

次に2段階目として式(8)，(9)に1段階目のZ, Z_s, T_lの関数を代入して，内生変数をλ, μとして解を求める．この段階で得られるλ, μは，すべての一階条件式(5)～(9)を満足する解であるため，最適解である．最適解を途中の解と区別するためにアスタリスクを付けてλ^*, μ^*と表す．ここで，λ^*, μ^*を明示的に関数として示すと，$\lambda^*(g, \tau_l, w, T_w, T)$，$\mu^*(g, \tau_l, w, T_w, T)$となる．

3段階目においては，1段階目の関数$Z(\lambda, \mu, g, \tau_l)$，$Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_l)$，$T_l(\lambda, \mu, g, \tau_l)$の$\lambda$，$\mu$に2段階目で得られた関数$\lambda^*(g, \tau_l, w, T_w, T)$，$\mu^*(g, \tau_l, w, T_w, T)$を代入して$Z, Z_s, T_l$の最適解$Z^*(g, \tau_l, w, T_w, T)$，$Z_s^*(g, \tau_l, w, T_w, T)$，$T_l^*(g, \tau_l, w, T_w, T)$を得る．ここで，すべての最適解が求まったことになる．本研究では1段階目から3段階目までの関数を適宜利用して，時間価値μ^*/λ^*の変化を考察する．上記の説明を表-1に簡略的に示した．

(2)　内生変数Z, Z_s, T_lの関数（1段階目）

ここでは，式(5)～(7)の3式から消費量Z, Z_s, T_lが内生変数λおよびμおよび外生変数g, τ_lの変化によって均衡点からどのように変化するかを調べる．

式(5)～(7)までをλで全微分したものを行列表示すると，式(15)のように示される．

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z \partial Z_s} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z \partial T_l} \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s \partial Z} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s \partial T_l} \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l \partial Z} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l \partial Z_s} & \dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial Z}{\partial \lambda} \\ \dfrac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \\ \dfrac{\partial T_l}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

ここで効用関数に式(17)で示される仮定1をおく．すなわち，加法分離型効用関数を仮定する．この仮定により，効用関数の交差偏微分はすべて0になる．このことは式(16)のように示される．

$$\frac{\partial^2 u}{\partial Z\ \partial Z_s} = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s \partial T_l} = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial Z\ \partial T_l} = 0 \tag{16}$$

その結果，式(15)の左辺最初の行列の交差偏微分の成分はすべて0になり，対角成分のみが残るため計算が容易になる．さらに，効用関数の変数に関して単調増加，2回連続微分可能とし，限界効用逓減を仮定する．

これらの仮定の解釈には注意が必要である．すなわち，効用関数の単調変換は財の限界代替率を変化させないことから，実際上は式(18)で示される効用関数を仮定しているにすぎない．本研究では時間価値μ^*/λ^*の検証が目的であり，これは時間に対する貨幣の限界代替率のため，効用関数の単調変換によって変化しない[8]．また，加法分離形効用関数の性質である式(16)は，実際上（効用関数の単調変換可能な場合）は式(16)'で示されるようにある2財の限界代替率が他の財の消費量に影響を受けないことを仮定していることと等しい．一般的には，財の分割が大きい場合，加法分離形の仮定は妥当性が高いとされている[例えば 9), 10)]．本研究では，市場財を2つに分割しており，それに余暇を加えて3財としている．財の分割は大きいと考えられる．しかしながら，この仮定の厳密な妥当性については実証分析を行う必要がある．なお，一般的に利用されている対数線形型，コブダグラス型，CES型などはすべて加法分離形関数に含まれる．

$$\partial\left(\frac{\partial u}{\partial Z} / \frac{\partial u}{\partial Z_s}\right) / \partial T_l = 0, \partial\left(\frac{\partial u}{\partial Z_s} / \frac{\partial u}{\partial T_l}\right) / \partial Z = 0,$$
$$\partial\left(\frac{\partial u}{\partial Z} / \frac{\partial u}{\partial T_l}\right) / \partial Z_s = 0 \tag{16'}$$

計算上の効用関数に関する仮定は式(17)のように示される．時間価値μ^*/λ^*の分析結果を解釈する際に想定される実際上の仮定についても仮定1'として式(18)に示す．すなわち，以降の計算は式(17)に基づいて行われる．しかし，計算後に得られる時間価値μ^*/λ^*の考察の上では，式(17)より緩い式(18)が仮定されているにすぎない．

＜仮定１：効用関数に関する計算上の仮定＞

$$u(Z, Z_s, T_l) = u_1(Z) + u_2(Z_s) + u_3(T_l)$$

$$\frac{\partial u}{\partial Z}, \frac{\partial u}{\partial Z_s}, \frac{\partial u}{\partial T_l} > 0, \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} < 0 \tag{17}$$

＜仮定１'：効用関数に関する実際上の仮定＞

$$u(Z, Z_s, T_l) = F(u_1(Z) + u_2(Z_s) + u_3(T_l))$$

ただし，F(･)は単調変換を示す.

$$\frac{\partial u_1}{\partial Z}, \frac{\partial u_2}{\partial Z_s}, \frac{\partial u_3}{\partial T_l} > 0, \frac{\partial^2 u_1}{\partial Z^2}, \frac{\partial^2 u_2}{\partial Z_s^2}, \frac{\partial^2 u_3}{\partial T_l^2} < 0 \tag{18}$$

仮定１のもとで，式(15)を解くと式(19)が得られる.

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial Z}{\partial \lambda} \\ \dfrac{\partial Z_s}{\partial \lambda} \\ \dfrac{\partial T_l}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \frac{1}{\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} g \\ 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

ここで仮定１の限界効用逓減$\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}, \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2}, \dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2} < 0$より，式(19)から式(20)が導かれる.

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} < 0, \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} < 0, \frac{\partial T_l}{\partial \lambda} = 0 \tag{20}$$

同様に，時間の限界効用μによる変化は式(21)のように示され，仮定１の限界効用逓減より式(22)が導かれる.

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial Z}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial Z_s}{\partial \mu} \\ \dfrac{\partial T_l}{\partial \mu} \end{bmatrix} = \frac{1}{\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}\dfrac{\tau_l}{L} \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2} \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = 0, \frac{\partial Z_s}{\partial \mu} < 0, \frac{\partial T_l}{\partial \mu} < 0 \tag{22}$$

外生変数g，τ_lに関しても同様の手続きを行うと，式(23)～(26)が得られる.

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial Z}{\partial g} \\ \dfrac{\partial Z_s}{\partial g} \\ \dfrac{\partial T_l}{\partial g} \end{bmatrix} = \frac{1}{\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}\lambda \\ 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial g} = 0, \frac{\partial Z_s}{\partial g} < 0, \frac{\partial T_l}{\partial g} = 0 \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial Z}{\partial \tau_l} \\ \dfrac{\partial Z_s}{\partial \tau_l} \\ \dfrac{\partial T_l}{\partial \tau_l} \end{bmatrix} = \frac{1}{\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial Z_s^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}} \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial Z^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial T_l^2}\dfrac{\mu}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \tau_l} = 0, \frac{\partial Z_s}{\partial \tau_l} < 0, \frac{\partial T_l}{\partial \tau_l} = 0 \tag{26}$$

式(20)，(22)，(24)，(26)より，財および時間の需要関数はそれぞれ$Z(\lambda)$，$Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_l)$，$T_l(\mu)$と表される. また，各説明変数変化による需要$Z$，$Z_s$，$T_l$の変化の符号も式(20)，(22)，(24)，(26)から示される.

(3)　内生変数λ^*，μ^*の関数（２段階目）

１段階目で得られたZ，Z_s，T_lの関数$Z(\lambda)$，$Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_l)$，$T_l(\mu)$を式(8)，式(9)それぞれに代入すると，式(27)，(28)が得られる.

$$wT_w - Z(\lambda) - g \cdot Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_l) = 0 \tag{27}$$

$$T - \tau_l \frac{Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_l)}{L} - T_l(\mu) - T_w = 0 \tag{28}$$

式(27)，(28)によってλ，μが決定される. そこで，まずλとμの関係を式(27)，(28)それぞれから導く. 所得制約式(27)に陰関数定理を適用して式(29)が導かれる. これは式(27)が成立するためのλとμの関係を示している. 式(20)，(22)を用いて式(29)の符号は負に定まる.

$$\left.\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}\right|_{income-c.} = \frac{\dfrac{\partial Z}{\partial \lambda} + \dfrac{\partial Z_s}{\partial \lambda} g}{-g \dfrac{\partial Z_s}{\partial \mu}} (< 0) \tag{29}$$

同様に，時間制約式(28)から式(30)が導かれ，式(20)，(22)を用いると符号は負に定まる. これは，式(28)が成立するためのλとμの関係を示している.

$$\left.\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}\right|_{time-c.} = \frac{\dfrac{\partial Z_s}{\partial \lambda}\dfrac{\tau_l}{L}}{-\left(\dfrac{\tau_l}{L}\dfrac{\partial Z_s}{\partial \mu} + \dfrac{\partial T_l}{\partial \mu}\right)} (< 0) \tag{30}$$

所得制約式と時間制約式それぞれを満たすμに対するλの勾配を示す式(29)と式(30)の絶対値を式(31)で計算する. 符号は式(20)，(22)を用いると符号は正に定まる. 式(31)から式(27)，(28)の交点，すなわち均衡点付近では所得制約式の勾配の方が傾きは大きい.

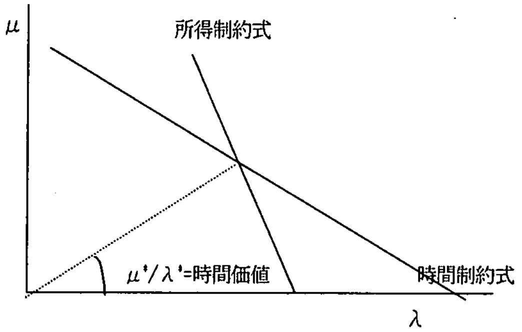


図-1　λとμの関係（時間価値μ'/λ'の図形表現）

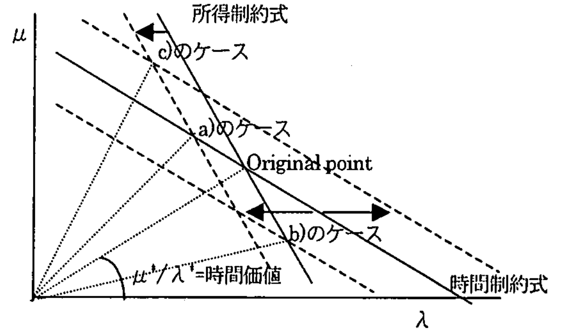


図-2　時間価値ε（=μ'/λ'）の変化

$$\left|\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}_{income-c.}\right| - \left|\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}_{time-c.}\right| = \frac{\frac{\partial Z}{\partial \lambda}\left(\frac{\partial Z_s}{\partial \mu}\frac{\tau_t}{L}+\frac{\partial T_l}{\partial \mu}\right)+\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda}\frac{\partial T_l}{\partial \mu}g}{g\frac{\partial Z_s}{\partial \mu}\left(\frac{\tau_t}{L}\frac{\partial Z_s}{\partial \mu}+\frac{\partial T_l}{\partial \mu}\right)}(>0) \tag{31}$$

式（29）～（31）の関係を用いて所得制約式および時間制約式によるλとμの関係を図-1に示す．なお，図-1においては所得制約式および時間制約式とも均衡点付近を拡大したものとして，線形で描かれている．２つの制約式の交点で最適値λ'とμ'が決定される．この時，時間価値ε（=μ'/λ'）は原点から交点への傾きで示される．

(4)　比較静学分析

経済環境が変化したときの時間価値の変化を調べる．

〈賃金率，利用可能時間，労働時間の場合〉

賃金率，利用可能時間，労働時間の変化は式（27），（28）の傾きを示す式（29），（30）に影響を与えない．したがって，式（27），（28）のシフトのみで時間価値変化を調べることができる．なお，本節のd），e）項で行われる分析のように，連立方程式（27），（28）に陰関数定理を適用してλ^*，μ^*の変化をみることもできる．しかしながら，得られる結論に変わりはない．ここでは，より簡単でわかりやすい証明として式（27），（28）のシフトのみで時間価値変化を分析する．

a)　賃金率wの増加

賃金率wの増加に対するλの反応をみるために，式（27）に陰関数定理を適用して，式（32）が得られる．式（32）の符号は，式（20）を用いて負に定まる．式（32）は所得制約式（27）を満足するという条件の下でμを任意の値に固定した時，wを増加するとλが減少することを示す．これは図-1の所得制約式の左方へのシフトを意味する．全く同様にλを固定してwに関するμの変化をみることもできる．この場合符号は負となり，所得制約式の下方へのシフトを示す．いずれか一方を考慮すれば，シフトの方向は定まる．ここでは式（32）のみでシフトを左方と判断する．したがって，２つの制約式の交点が図-2のa）のケースの点に移動する．その結果，原点からの交点への傾きで示される時間価値ε（=μ'/λ'）は増加する．

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \omega}_{income-c.} = \frac{T_w}{\frac{\partial Z}{\partial \lambda}+\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda}g}(<0) \tag{32}$$

b)　利用可能時間Tの増加

利用可能時間Tの増加に対するλの反応をみるために式（28）に陰関数定理を適用する．その結果，式（33）が得られる．符号は，式（20）を用いて負に定まる．式（33）は，図-1の時間制約式の左方へのシフトを意味している．したがって，２つの制約式の交点は図-2のb）のケースの点に移動する．その結果，原点から交点への傾きで示される時間価値ε（=μ'/λ'）は減少する．

$$\frac{\partial \lambda}{\partial T}_{time-c.} = \frac{1}{\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda}\frac{\tau_t}{L}}(<0) \tag{33}$$

c)　労働時間T_wの増加

労働時間T_wの増加に対するλの反応をみるために，式（27），（28）に陰関数定理を適用する．その結果，式（34），（35）が得られる．符号は，式（20）を用いて決定される．式（34），（35）はそれぞれ図-1の所得制約式の左方へのシフト，時間制約式の右方へのシフトを意味している．したがって，２つの制約式の交点は図-2のc）のケースの点に移動する．その結果，原点から交点への傾きで示される時間価値ε（=μ'/λ'）は増加する．

$$\frac{\partial \lambda}{\partial T_w}_{income-c.} = \frac{\omega}{\frac{\partial Z}{\partial \lambda}+\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda}g}(<0) \tag{34}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial T_w}_{time-c.} = \frac{-1}{\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda}\frac{\tau_t}{L}}(>0) \tag{35}$$

〈交通料金，交通所要時間，財の価格による変化〉

交通料金，交通所要時間，購入に交通の伴う財の価格による変化は式（29），（30）を直接変化させるため，上記のような単純な議論はできない．そこで，式（27），（28）

の連立方程式に陰関数定理を適用してλ^*，μ^*それぞれの影響をみる．

d) 交通料金P_tおよび交通の伴う財の価格P_sによる変化

交通料金P_tおよび購入に交通の伴う財の価格P_sを本論文では$(P_t/L+P_s)$としてまとめて，一つの変数gとしている．そこで，式(27)，(28)に陰関数定理を適用して導かれるgの変化によるλ^*およびμ^*の変化は式(36)，(37)のように示される．偏微分で示される変数の符号は式(20)，(22)，(24)，(26)から得られる．価格あるいは量の変数については正である．したがって，式(36)よりμ^*の変化の符号は負に定まる．しかし，λ^*の変化の符号は定まらない．すなわち，λ^*については普遍的な符号条件は導けず，選好により符号が変化することがわかる．

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\mu^*}{dg} \\ \dfrac{d\lambda^*}{dg} \end{bmatrix} = \frac{1}{\underset{(-)}{|J|}} \begin{bmatrix} -\dfrac{\tau_t}{L} Z_s \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial \lambda}} + \dfrac{\tau_t}{L} \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z}{\partial \lambda}} \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial g}} \\ \dfrac{\tau_t}{L} Z_s \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial \mu}} + \underline{\{Z_s + g \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial g}}\}} \underset{(-)}{\dfrac{\partial T_l}{\partial \mu}} \end{bmatrix} \tag{36}$$

ここで，

$$|J| = -\left(\frac{\tau_t}{L} \underset{(-)}{\frac{\partial Z_s}{\partial \mu}} + \underset{(-)}{\frac{\partial T_l}{\partial \mu}}\right) \underset{(-)}{\frac{\partial Z}{\partial \lambda}} - g \underset{(-)}{\frac{\partial Z_s}{\partial \lambda}} \underset{(-)}{\frac{\partial T_l}{\partial \mu}} \tag{37}$$

注：分かり易さのために，偏微分に関する変数についてのみ( )内に符号条件を示した．これらは式(20)，(22)，(24)，(26)に示されている条件と同値である．以下の式に関しても，同様の形式で示した．

そこで，λ^*の変化の符号と選好の関係を考察する．例えば，式(36)の下線部分が0以上と仮定するとλ^*の変化の符号は正と定まる．しかしながら，式(27)，(28)においてZ_sは関数$Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_t)$と表されるように，$\lambda$，$\mu$の関数である．すなわち，式(36)における偏微分$\dfrac{\partial Z_s}{\partial g}$は$\lambda$および$\mu$を一定とした場合の交通の伴う財の需要変化である．実際の市場ではλ^*，μ^*が価格変化前の最適値から変化後の最適値に変化して購入に交通の伴う財の需要変化は決定される．したがって，式(36)の下線部が0以上になるかどうかは実際の市場において観察不可能な条件といえる．

そこで，市場で観測される需要変化とλ^*の変化の関係を次に検討する．gの変化によって変化するλ^*，μ^*は式(27)，(28)の連立方程式から得られる．明示的に関数として表すと$\lambda^*(g, \tau_t, w, T_w, T)$，$\mu^*(g, \tau_t, w, T_w, T)$である．これらを一段階目で得られた$Z_s(\lambda, \mu, g, \tau_t)$に代入すると，市場で観察される需要関数（以降，市場需要関数と略す）$Z_s^*(\lambda^*, \mu^*, g, \tau_t)$が得られる．最適値$\lambda^*$，$\mu^*$が$\lambda^*(g, \tau_t, w, T_w, T)$，$\mu^*(g, \tau_t, w, T_w, T)$と表されるため，これらを代入すると$Z_s^*$は$Z_s^*(g, \tau_t, w, T_w, T)$と示される．$Z_s^*$は式(5)～(9)すべての最適化条件式を満足する．

ここで，λおよびμの変化を伴った市場需要関数$Z_s^*(g, \tau_t, w, T_w, T)$を所得制約式，時間制約式に代入する．$Z_s^*$はすべての最適化条件式を満たすため，当然2つの制約式に関しても満たす．具体的には，式(27)，(28)に代入すると式(38)，(39)が得られる．

$$wT_w - Z(\lambda^*) - g Z_s^*(g, \tau_t, w, T_w, T) = 0 \tag{38}$$

$$T - \tau_t \frac{Z_s^*(g, \tau_t, w, T_w, T)}{L} - T_l(\mu^*) - T_w = 0 \tag{39}$$

gに関して全微分して$d\mu^*$, $d\lambda^*$について解くと式(40)が得られる．

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\mu^*}{dg} \\ \dfrac{d\lambda^*}{dg} \end{bmatrix} = \frac{1}{-\underset{(-)}{\dfrac{\partial Z}{\partial \lambda}} \underset{(-)}{\dfrac{\partial T_l}{\partial \mu}}} \begin{bmatrix} \dfrac{\tau_t}{L} \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z}{\partial \lambda}} \underset{(?)}{\dfrac{dZ_s^*}{dg}} \\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial T_l}{\partial \mu}} \underline{(Z_s^* + g \underset{(?)}{\dfrac{dZ_s^*}{dg}})} \end{bmatrix} \tag{40}$$

式(40)の第1行から，$sign \dfrac{d\mu^*}{dg} = sign \dfrac{dZ_s^*}{dg}$が成立する．

ここで，式(36)より$\dfrac{d\mu^*}{dg} < 0$が普遍的に成立することを考慮すると，$\dfrac{dZ_s^*}{dg} < 0$が導かれる．これは，ギッフェン財が排除されていることを意味する．

$\dfrac{d\lambda^*}{dg}$の符号については，式(40)の第2行の関係式より，式(40)の下線部の符号と一致することがわかる．すなわち，$sign \dfrac{d\lambda^*}{dg} = sign(Z_s^* + g \dfrac{dZ_s^*}{dg})$が成立する．右辺の括弧内は式(41)のように変形できる．

$$\begin{aligned} Z_s^* + g \frac{dZ_s^*}{dg} &\left(= \frac{d}{dg}(g Z_s^*)\right) \\ &= Z_s^* \left(1 + \frac{g}{Z_s^*} \frac{dZ_s^*}{dg}\right) \\ &= Z_s^* (1 - e_{Z_s^*g}) \end{aligned} \tag{41}$$

ここで，$e_{Z_s^*g} = -\dfrac{g}{Z_s^*} \dfrac{dZ_s^*}{dg}$

式(40)，(41)よりZ_s^*の価格弾力性$e_{Z_s^*g}$が1以下であれば$\dfrac{d\lambda^*}{dg} \geq 0$が成立する．逆に1以上であれば$\dfrac{d\lambda^*}{dg} \leq 0$となる．したがって，市場における価格弾力性の確認が必要になる．そこで，実際の市場を以下で考える．ここで価格gの変化は，購入に交通の伴う財の価格の変化の場合と交通料金の変化の場合の2ケースが考えられる．

まず，購入に交通の伴う財についてみると，交通の伴

う財は奢侈品も含まれ，価格弾力性は高い場合もあり得る．しかし，近年では必需品の購入に関しても交通が必要なケースが多いと考えられる．必需品については価格弾力性が低い．したがって，購入に交通の伴う財全体の需要の価格弾力性は１以下であることが考えられる．このことは，交通の価格弾力性が低いといわれていることからも類推できる．すなわち，交通は派生需要のため，交通の伴う財の需要の価格弾力性と類似する．特に本研究では，交通の伴う財の購入一回あたりの量 L は固定としているため，交通の価格弾力性と購入に交通の伴う財の価格弾力性は一致する．そこで Oum et al(1992)[11] の交通の価格弾力性に関するレビュー論文を参考にすると，自動車利用に関する価格弾力性は米国で 0.23，オーストラリアで 0.09-0.24 と低い．都市内公共機関または地域間鉄道利用に対する価格弾力性についても過去の実証研究のほとんどは 1 未満を示している．ただし，レジャー目的トリップの航空機利用の場合は価格弾力性１以上と推定されたケースが多いことが示されている．しかしながら，日常的な私的活動に関連すると思われる自動車利用や都市内公共機関利用の交通需要の価格弾力性は，多くの論文で１以下と推定されているといえる．このような過去の研究結果を踏まえて，本研究では購入に交通の伴う財の価格弾力性は１以下と仮定する．

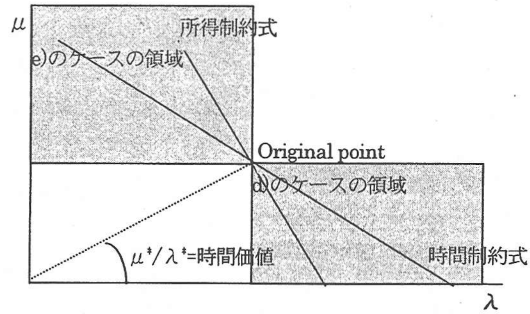
次に，交通料金の変化に対する交通需要の変化を考える．上記で述べたように，交通の価格弾力性と交通の伴う財の価格弾力性は一致する．そこで，交通の伴う財の価格弾力性と同様の理由により，交通需要の価格弾力性は１以下と仮定する．

以上の購入に交通の伴う財の価格弾力性および交通の価格弾力性の仮定は併せて式(42)のように示せる．

＜仮定２：購入に交通の伴う財および交通の価格弾力性に関する仮定＞

$$e_{Z_s^* g} = -\frac{g}{Z_s^*}\frac{dZ_s^*}{dg} \le 1 \qquad (42)$$

ここで，交通料金 P_t および購入に交通の伴う財の価格 P_s の変化に対応する時間価値 μ^*/λ^* の変化について考察する．価格 g の上昇に対して式(36)より $\frac{d\mu^*}{dg}<0$，式(40)，(41)と仮定２より $\frac{d\lambda^*}{dg} \ge 0$ のため，図−３に d)のケースと示した領域に変化後の均衡点（λ^*, μ^*）がある．したがって，原点から交点への傾きで示される時間価値 ε （$=\mu^*/\lambda^*$）は減少する．ここで，式(14)の定義式より $dg \equiv dP_t/L + dP_s$ である．したがって，P_t あるいは P_s の変化と g の変化の符号は一致する．すなわち，交通料金 P_t および購入に交通の伴う必需品の価格 P_s の上昇に対して時間価値 ε （$=\mu^*/\lambda^*$）は減少する．



図−3　均衡点（λ^*, μ^*）の行き先

e)　交通所要時間 τ_t による変化

式(27)，(28)に陰関数定理を適用して導かれる τ_t の変化による λ^* および μ^* の変化は式(43)のように示される．式(43)から λ^* の変化の符号は負に定まる．しかし，下線部の符号が定まらないため，μ^* の変化の符号は決定できない．すなわち，μ^* については普遍的な符号条件は導けず，選好と財の需要状況により符号が変化することがわかる．

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\mu^*}{d\tau_t} \\ \dfrac{d\lambda^*}{d\tau_t} \end{bmatrix} = \frac{1}{\underset{(-)}{|J|}} \begin{bmatrix} \underline{\left(\dfrac{Z_s}{L} + \dfrac{\tau_t}{L}\underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial \tau_t}}\right)} \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z}{\partial \lambda}} + g \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial \lambda}} \dfrac{Z_s}{L} \\ g \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial \tau_t}} \underset{(-)}{\dfrac{\partial T_l}{\partial \mu}} - g \dfrac{Z_s}{L} \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z_s}{\partial \mu}} \end{bmatrix} \qquad (43)$$

次に d)のケースと同様の理由から，λ および μ の変化を伴った市場需要関数 $Z_s^*(g, \tau_t, w, T_w, T)$ を導入して分析する．すなわち式(38)，(39)について τ_t に関して全微分して，$d\mu$，$d\lambda$ について解くと式(44)が得られる．

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\mu^*}{d\tau_t} \\ \dfrac{d\lambda^*}{d\tau_t} \end{bmatrix} = \frac{1}{-\underset{(-)}{\dfrac{\partial Z}{\partial \lambda}} \underset{(-)}{\dfrac{\partial T_l}{\partial \mu}}} \begin{bmatrix} \underset{(-)}{\dfrac{\partial Z}{\partial \lambda}} \underline{\left(\dfrac{Z_s^*}{L} + \dfrac{\tau_t}{L} \underset{(?)}{\dfrac{dZ_s^*}{d\tau_t}}\right)} \\ \underset{(-)}{\dfrac{\partial T_l}{\partial \mu}} g \underset{(?)}{\dfrac{dZ_s^*}{d\tau_t}}) \end{bmatrix} \qquad (44)$$

式(44)の第２行から，$sign\frac{d\lambda^*}{d\tau_t} = sign\frac{dZ_s^*}{d\tau_t}$ が成立する．

ここで，式(43)より $\frac{d\lambda^*}{d\tau_t}<0$ が普遍的に成立することを考慮すると，$\frac{dZ_s^*}{d\tau_t}<0$ が導かれる．これは，所要時間を価格の一種と考えると，ギッフェン財が排除されていると解釈できる．

$\frac{d\mu^*}{d\tau_t}$ の符号については，式(44)の第１行の関係式より，式(44)の下線部の符号と一致することがわかる．すなわち，

$sign\frac{d\mu^*}{d\tau_t}=sign(\frac{Z_s^*}{L}+\frac{\tau_t}{L}\frac{dZ_s^*}{d\tau_t})$ が成立する．右辺の括弧内は式(45)のように変形できる．

$$\begin{aligned}&\frac{Z_s^*}{L}+\frac{\tau_t}{L}\frac{dZ_s^*}{d\tau_t}(=\frac{d}{d\tau_t}(\tau_t\frac{Z_s^*}{L}))\\&=\frac{Z_s^*}{L}(1+\frac{\tau_t}{Z_s^*/L}\frac{dZ_s^*/L}{d\tau_t})\\&=Z_s^*(1-e_{Z_s^*/L\cdot\tau_t})\end{aligned}\tag{45}$$

ここで，$e_{Z_s^*/L\cdot\tau_t}=-\frac{\tau_t}{Z_s^*/L}\frac{dZ_s^*/L}{d\tau_t}$

式(45)より交通の回数である Z_s^*/L の時間弾力性 $e_{Z_s^*/L\cdot\tau_t}$ が1以下であれば，$\frac{d\mu^*}{d\tau_t}\geq 0$ が成立する．逆に1以上であれば，$\frac{d\mu^*}{d\tau_t}\leq 0$ となる．したがって，市場における時間弾力性の確認が必要になる．

実際の市場を考えると，d)項で示した理由及び Oum et al(1992)[11] のレビューを参考にすると，交通需要の価格弾力性は一般に低いと考えられる．したがって，時間弾力性も低いことが類推される．言い換えると，一回の交通所要時間が長くなれば，総割り当て時間（回数×所要時間）は少なくとも短くはならないと考えられる．そこで，仮定3として，$e_{Z_s/L\cdot\tau_t}\leq 1$ を仮定する．

<仮定3：交通の時間弾力性に関する仮定>

$$e_{Z_s/L\cdot\tau_t}\leq 1 \tag{46}$$

ここで，交通所要時間 τ_t による変化に対応する時間価値 μ^*/λ^* の変化について考察する．式(43)より $\frac{d\lambda^*}{d\tau_t}<0$，式(44)，(45)と仮定3より $\frac{d\mu^*}{d\tau_t}\geq 0$ である．したがって，図-3 に e)のケースと示した領域に変化後の均衡点（λ^*，μ^*）がある．すなわち，原点からの交点への傾きで示される時間価値 ε（$=\mu^*/\lambda^*$）は増加する．

ここまでは微小変化を考えてきた．変化が大きくなれば，この微小変化を足しあわせればよい．したがって，次の3点がいえる．

- 交通料金が高くなるほど，時間価値は低くなる．
- 購入に交通の伴う財の価格が高くなるほど，時間価値は低くなる．
- 交通所要時間が長くなるほど時間価値は高くなる．

最後の点は河野ら(1996)[12]（SP 調査による交通所要時間と時間価値の実証研究）の実証分析の結果と一致する．河野ら(1996)では，ルートAとルートBの一対比較アンケートから時間価値の計測を行っている．具体的には無料道路でありその所要時間を40分，50分，60分に変化させたルートAと有料道路でありその所要時間を30分としたルートBの2ルートを料金を変化させて各アンケート回答者に提示し，そのルート選択結果から時間価値を計測している．その結果，716 サンプルの平均値として，ルート A の所要時間の増加とともに時間価値が30.0円/分，37.9円/分，39.0円/分と増加することが示されている．この分析は交通目的別に行われた分析ではなく，交通需要の変化との関連性等の分析も行っていない．したがって，本研究のモデルと明確な対応関係が有るわけではない．しかし，所要時間上昇に伴って時間価値が上昇する点について本研究の理論分析結果と完全に一致している．そのため，実証分析例の一つとしてここに紹介した．

表-2　時間価値の変化

経済環境の変化	時間価値の増減
賃金率の増加	増加
利用可能時間の増加	減少
労働時間の増加	増加
交通料金の増加	減少
購入に交通の伴う財の価格増加	減少
交通所要時間の増加	増加

a)から e)までの比較静学分析の結果を表-2 にまとめた．なお，表-2 に示した時間価値の増減は本研究の仮定1'，2，3の下で成立する．

(5) 比較静学の結果に対する考察

交通料金 P_t および購入に交通の伴う財の価格 P_s（本論文では併せて g）の変化および交通所要時間 τ_t の変化に対応する時間価値 μ^*/λ^* の変化の過程を説明する．

価格 g の増加は λ^* および μ^* を変化させる．これらの変化は別々に説明することができる．まず μ^* についてみる．価格 g の増加は交通の伴う財 Z_s の消費を減少させる．これは，交通の伴う財 Z_s はギッフェン財でないため，価格変化に対して必ず消費が減少するためである．その結果，交通の回数が減少して交通への割り当て時間が減少する．したがって，時間制約式が緩む．そのため，時間の限界効用を意味する μ は減少する．一方 λ^* についてみると，価格 g の増加は需要の価格弾力性が1以下の場合，交通の伴う財および交通への全支出を増加させる．その結果，所得制約式がきつくなり，所得の限界効用を意味する λ は増加する．以上の結果から，時間価値 μ^*/λ^* は減少する．

交通所要時間 τ_t の増加は λ^* および μ^* を変化させる．これらの変化は別々に説明することができる．まず λ^* についてみる．交通所用時間 τ_t の増加は交通の伴う財 Z_s の消費を減少させる．これは，交通の伴う財 Z_s は時間

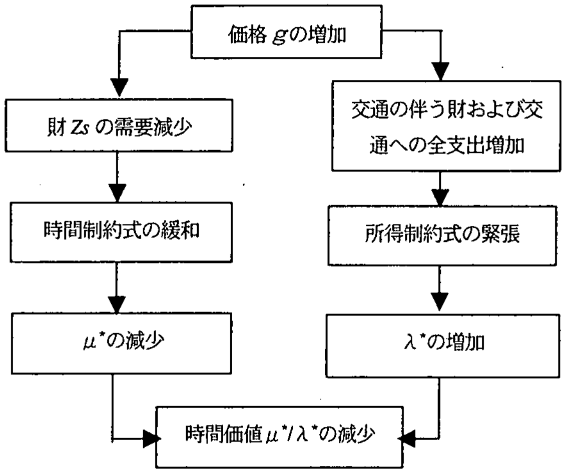


図-4　時間価値の決定過程（価格 g のケース）

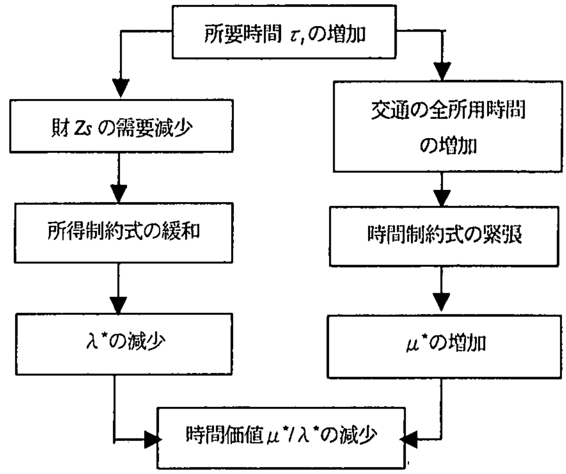


図-5　時間価値の決定過程（所要時間 τ_l のケース）

概念上でもギッフェン財でないため，所用時間増加に対して必ず消費が減少するためである．その結果，交通の伴う財および交通への全支出を減少させる．したがって，所得制約式が緩む．そのため，所得の限界効用を意味する λ^* は減少する．一方 μ^* についてみると，交通所要時間 τ_l の増加は交通の全所用時間を増加させる．これは，本研究で交通の時間弾力性が１以下と仮定されているためである．その結果，時間制約式がきつくなり，所得の限界効用を意味する μ^* は増加する．以上の結果から，時間価値 μ^*/λ^* は増加する．

以上の考察を図-4，図-5 にフローで示した．

4.　結語

本研究においては，交通が派生需要のケースについて，時間価値がどのように変化するかを理論的に考えた．その結果，賃金率や利用時間，労働時間だけでなく，財の価格や交通料金，交通所要時間の変化により時間価値が変化することが確かめられ，本研究の仮定 1'，2，3 のもとでその符号が明確になった．時間価値に関して所得以外の比較静学分析を行った研究は，筆者らが知る限り，本研究が初めてである．費用便益分析においては交通所要時間の短縮に対して一定の時間価値を乗じて便益計算が行われる．本研究の比較静学分析の結果によると，このような場合，時間価値は減少することが示されている．したがって，従来行われてきた時間価値一定の計算では過大な結果をもたらしていることになる．また本研究で得られた他の経済環境の変化による時間価値の変化の知見についても，経済環境変化の中での費用便益分析に利用が可能である．特に大規模な交通施設整備の場合，経済環境は大きく変化する．このような場合にも，本研究の結果を用いることで時間価値の変化をあらかじめ予見することができる．

さらに，我々の行った比較静学の方法は従来の方法とは大きく異なる．従来の方法はラグランジアンの一階条件式に陰関数定理を適用して連立方程式体系として表現した微小変化をクラメールの公式で解くという方法である[例えば2), 3)]．しかしながら，この方法を用いると余因子の項が存在することになり，余因子の中の情報を用いるためには余因子展開する必要があり，煩雑になる．我々の方法のように３段階に分けて解く場合には，煩雑な余因子展開は必要なく，図を用いた直観に基づく分析が可能になる．さらに，２本の制約式で構成される２段階目において，本研究で与えた市場需要関数の導入が可能になり，実際の市場における需要変化と内生変数 λ や μ の変化の関連を論じることが可能になった．我々の行った一階の最適条件式を３段階に分ける比較静学分析の利点をここに強調しておきたい．

本研究では様々な経済環境変化による時間価値の変化の符号について，かなり一般的な仮定の下で明確になった．しかしながら，加法分離形効用関数や需要の弾力性に関する仮定等については実証研究が必要である．また，時間価値変化の大小については示されていない．定量的な分析が今後必要である．

謝辞：本研究について日本交通政策研究会（仙台）にて報告した際に，佐々木公明教授（東北大学），安藤朝夫助教授（東北大学），文世一助教授（京都大学）から有益な示唆を頂いた．また，第 21 回土木計画学研究会においては秀島栄三先生（名古屋工業大学）から，第 12 回応用地域学会研究発表会においては松澤俊雄教授（大阪市立大学）から有益な意見を頂いた．京都大学経済研究所のワークショップにおいても藤田昌久教授（京都大学）から有益な意見を頂いた．また，本稿の匿名の査読者からも

それぞれ貴重な意見を頂いた．これらの方々に感謝の意を表す次第である．なお，本研究は文部省科学研究費，日本交通政策研究会の研究奨励金の援助を受けた成果の一つである．

付録

A) 時間価値の導出

時間価値μ/λは間接効用関数において，効用を無差別にする交通費用P_tと交通所要時間τ_tの代替率と定義できる．そこで，本文の間接効用関数すなわち式(10)において最適消費財ベクトルも変化することに注意して，P_tおよびτ_tを変化させると式（A-1）が得られる．

$$
\begin{aligned}
0 &= dv \\
&= \left(\frac{\partial u}{\partial Z^*} - \lambda^*\right)dZ + \left\{\frac{\partial u}{\partial Z_s^*} - \lambda^*\left(\frac{P_t}{L} - P_s\right) - \mu^*\frac{\tau_t}{L}\right\}dZ_s \\
&\quad + \left(\frac{\partial u}{\partial T_l^*} - \mu^*\right)dT_l - \lambda^*\frac{Z_s^*}{L}dP_t - \mu^*\frac{Z^*}{L}d\tau_t
\end{aligned}
\tag{A-1}
$$

ここで，式(A-1)の第1項，2項，3項目の括弧の中は最適条件式(5)～(7)によって0になる．したがって，得られる交通費用P_tと交通所要時間τ_tの代替率$-\frac{dP_t}{d\tau_t}$は，本文の式(11)になる．

B) 効用関数の単調変換による時間価値の不変性

単調変換を$F(\cdot)$で示す．したがって，単調変換された効用関数は$F[u(Z,\ Z_s,\ T_l)]$と示される．この場合，本文の式(5)～(7)の最適性の条件は式(B-1)～(B-3)のように書き換えられる．なお，紙面の節約のために本文と同様に$(P_t/L+P_s)$は一つの変数gと定義して示す．

$$\frac{\partial S}{\partial Z} = \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial Z} - \lambda' = 0 \tag{B-1}$$

$$\frac{\partial S}{\partial Z_s} = \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial Z_s} - \lambda' g - \mu'\frac{\tau_t}{L} = 0 \tag{B-2}$$

$$\frac{\partial S}{\partial Z} = \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial T_l} - \mu' = 0 \tag{B-3}$$

最適な財および時間の選択のもとでは式(B-1)～(B-3)が成立することになる．財Z, Z_s, T_lの限界代替率が効用関数の単調変換後も等しいことは通常のミクロ経済学の教科書に示されているのでここでは述べない．

ここで，微小変化dgが生じたとき，財の消費ベクトル(Z, Z_s, T_l)の変化を通じて効用値がdU変化したとする．dUは全微分より次のように変形できる．

$$
\begin{aligned}
dU &= \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial Z}dZ + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial Z_s}dZ_s + \frac{\partial F}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial T_l}dT_l \\
&= \lambda'\{dZ + g\,dZ_s\} + \mu'\left\{\frac{\tau_t}{L}dZ_s + dT_l\right\} \\
&= -\lambda' Z_s\,dg
\end{aligned}
\tag{B-4}
$$

ここで，第1行目から2行目への導出は第1次必要条件式(B-1)～(B-3)を利用している．また，第2行から第3行への導出は所得制約式の全微分より$dZ+g\,dZ_s+Z_s d\,g$，時間制約の全微分より$\frac{\tau_t}{L}dZ_s + dT_l = 0$が成立するため，これらの式を利用している．したがって，式(B-4)の第1行目と3行目より，式(B-5)が成立する．

$$\lambda' = -\frac{dU}{Z_s dg_t} = -\frac{\partial F}{\partial u}\frac{du}{Z_s dg} = \frac{\partial F}{\partial u}\lambda \tag{B-5}$$

最後の等号については，同様の手続きを元の効用関数について行えば，この場合のλはλ$= -\frac{du}{Z_s dP_t}$と示されることから成立する．したがって，λ'は元の効用関数λの$\frac{\partial F}{\partial u}$倍になっている．

同様のことをτ_tの変化についても行えば，式(B-6)が成立する．

$$\mu' = -\frac{dU}{d\tau_t}\frac{L}{Z_s} = -\frac{\partial F}{\partial u}\frac{du}{d\tau_t}\frac{L}{Z_s} = \frac{\partial F}{\partial u}\mu \tag{B-6}$$

式(B-5)と式(B-6)の辺々を除して式(B-7)が得られる．式(B-7)より，効用関数を単調変換しても時間価値は変化しない．

$$\frac{\mu'}{\lambda'} = -\frac{dP_t}{d\tau_t} = \frac{\mu}{\lambda} \tag{B-7}$$

参考文献

1) Becker, G. S.: A theory of the allocation of time, *The Economic Journal*, Vol.75, No.299 (September), pp.493-517, 1965.
2) de Donnea, F.X.: Consumer behavior, transport mode choice and value of time: some micro-economic models, *Regional and Urban Economics*, Vol.1,No. 4, pp.355-382, 1972.
3) De Serpa, A. C.: A theory of the economics of time, *The Economic Journal*, Vol.81, No.324 (December), pp.828-846, 1971.
4) Bruzelius, N.: *The value of travel time*, Croom Helm London, 1978.
5) マーシャル, A（永澤越郎訳）：経済学原理, 第三分冊, 岩波ブックセンター信山社, pp.315-345, 1985.
6) Gronau, R.: Home Production – A Survey, *Handbook of Labor Economics*, vol.1, pp.273-304,1986.
7) Hensher, D. A.: Behavioral Value of Travel Time Savings in Personal and Commercial, *The Full Costs and Benefits of Transportation*, Greene, D. L., Jones D. W. and Delucchi, M. A.

eds., Springer, 1997.
8) The MVA Consultancy , Institute for Transport Studies at Leeds University, Transport Studies Unit at Oxford University: Time Saving: Research into the value of time, *Cost -Benefit Analysis*, Layard, R.and Glaister, S., chapter 7, pp.235-271, 1994.
9) Deaton, A. and Muellbauer, J.: *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge University Press, pp.137-142, 1980.
10) 黒田昌裕：一般均衡の数量分析,岩波書店, pp.210-225, 1989.
11) Oum, T. H., Waters, W.G. and Yong J. S.: Concepts of Price Elasticities of Transport Demand and Recent Empirical Estimates, *Journal of Transport Economics and Policy*, pp.139-154, May 1992.
12) 河野達仁, 荒井徹, 伊藤卓, 鹿島茂：所要時間の不確実性を考慮した交通渋滞による損失費用の計測, 土木計画学研究・論文集, No.13, pp.121-128, 1996.
13) 時間評価値研究会：時間価値の理論とその計測手法の研究, 日本交通政策研究会, 1987.
14) 時間評価値研究会：時間価値の理論とその計測手法の研究, 日本交通政策研究会, 1988.

(1999. 2. 19 受付)

THEORETICAL EXAMINATION ON VALUE OF TIME FOR PRIVATE TRIPS

Tatsuhito KONO and Hisayoshi MORISUGI

The value of time is an important factor in cost benefit analysis for transportation investment. This value has been practically determined by wage rate or mode choice analysis for the present. However, any approaches have not considered the change in value of time depending on the economic environment. The value of time is an endogenous variable in optimizing behavior so that it depends on the economic environment. This paper theoretically examines how the value of time changes. The consequence of the examination shows that the value of time changes corresponding to commodity prices, travel fee, travel time as well as the wage, the available time, and the labor time. Moreover, this paper discusses the sign of the changes in the value of time under some hypotheses.