土木学会論文集 No. 639／IV-46, 39-52, 2000. 1

カタストロフ・リスクと防災投資の経済評価

小林潔司[1]・横松宗太[2]

[1]正会員　工博　京都大学教授　大学院工学研究科土木工学専攻(〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
[2]学生会員　工修　京都大学大学院博士後期課程　工学研究科土木工学専攻(〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

本研究では，自然災害によるカタストロフ・リスクを家計が被災するリスクを表す個人リスクと社会全体の被害を表す集合リスクの複合リスクとして表せることを指摘する．そのうえで，個人的なリスクを相互に分散する相互保険と集合的なリスクを分散するための状況依存的証券を組み合わせた保険システムを導入することによりパレート最適な災害リスクの分権的配分が可能であることを示す．さらに，このようなパレート最適なリスク配分の下で，防災投資による災害リスクの軽減便益を計測する方法を提案する．

Key Words : *catastrophe risk, disaster prevention investment, economic benefit, insurance market*

1．はじめに

近年の防災施設の整備水準の向上により，自然災害の生起頻度は減少している．一方，都市空間の発展により，大規模な自然災害が生じれば未曾有の被害が生じる危険性も増加している．自然災害の生起頻度は稀少であるが，一度災害が生じれば多くの家計や企業・組織が同時に被災し，被害規模が巨大になる危険性がある．本研究では，このような巨大性・集合性を持つような被害リスクをカタストロフ・リスクと呼ぶ．社会システムが高度化するに従い，カタストロフ・リスクが生起する危険性が増加する．カタストロフ・リスクを回避するためには，より高度な防災投資が不可欠となる．

従来より防災投資の経済便益評価に関して多くの研究が蓄積された．これらの方法は，個々の小規模な危険事象が独立に多数生起するようなランダムリスクを前提として開発されたものである．換言すれば，便益計算において，大数の法則が成立するようなリスクを想定したものである．このような便益評価の方法を巨大性・同時性を有するカタストロフ・リスクを軽減することを目的とする防災投資の経済評価に用いることには限界があろう．防災投資の便益を議論するためには，このようなカタストロフ・リスクの特性を考慮したような経済便益方法を開発することが必要である．

防災投資の費用便益分析の実践では期待被害額が採用される場合が多い．5．(3）で述べるように，期待被害額による便益評価は，家計が被った被害額が災害保険により完全にカバーされる場合を想定している．カタストロフ・リスクの場合，社会全体で生じる被害を災害保険により完全に担保することは不可能である．リスクを災害保険で担保できない場合，被災者は甚大な被害を被る．災害保険等のリスク分散手法が整備されれば，家計が災害時に被る被害額を軽減することが可能となろう．本研究ではパレート最適なリスク分散を実現する災害保険システムを提案するとともに，このようなリスク分散手法の利用可能性が防災投資の経済便益に及ぼす影響を分析することを目的とする．

本研究では，自然災害によるカタストロフ・リスクが家計が被災するリスクを表す個人リスクと社会全体の被害を表す集合リスクの複合リスクとして表せることを指摘し，防災投資によるカタストロフ・リスクの軽減便益を測定するための新しい方法論を提案する．2．では本研究の基本的な考え方を述べる．3．では社会的に最適なカタストロフ・リスクの配分方法を，4．では社会的に最適なカタストロフ・リスクの配分を分権的に達成するための保険システムを提案する．5．では以上の議論に基づいた防災投資の経済便益を計測する方法を提案する．6．では数値計算事例を紹介する．

2．本研究の基本的立場

（1）既存の研究概要

不確実性下における経済便益評価[1)]に関しては膨大な理論的・実証的な研究蓄積があり成熟した研究分野であるといっても過言ではない．不確実性下での便益指標に関する研究系譜に関しては，すでに上田[2)]，多々納[3)]等が詳細に検討しており，ここで改めて言及する必要はないだろう．また，防災投資の経済評価に関しても，すでに高木等が不確実性下での便益指標を用いた投資効果の測定方法論を提案している[4)]．これら既存の便益評価指標は，1）危険事象の小規模性，2）危険事象の独立な到着という前提のもとで導出されたも

のである．一方，自然災害が生起する確率は極めて稀少であるが，一度生起すれば多くの（すべてではない）個人が同時に被災し巨大な被害が生じる危険性がある．このような稀少頻度，同時到着，巨大性という特徴を持つ集合的なリスクを対象とした経済便益指標に関しては，ほとんど研究が蓄積されていない．一方，個人間でのリスクの相関性が成立するような集合リスクに関しては，これまでいくつかの方向で研究が進展してきた．第1に，損害保険理論の分野ではLundberg[5)]を嚆矢として，スカンディナビア学派を中心として集合リスクのモデル化が進展した[6)7)]．なかでも，Borchは Arrowの状況依存的証券（Arrow証券）を導入した不確実性下での一般市場均衡理論[8)]を用いて再保険市場に関する一般均衡モデル[9)]を提案し，再保険市場で集合リスクのパレート最適な分散が可能であることを示した．近年では，Cass等は相互保険とArrow証券を導入した集合リスクのパレート最適な配分方法に関して分析した[10)]．そこで得られた集合リスクの最適配分の構造はBorchによる再保険市場の構造と同一であるが，相互保険とArrow証券を組み合わせることにより，個人リスクと集合リスクで構成される複合的なリスクを効果的に分散できることを示している．第2に，非可逆的なカタストロフ・リスクの回避便益をとりあげた研究がある[11)]．例えば，原子力発電の事故等のカタストロフが生じれば，すべての家計が同時に死亡するという危険性がある．そこでは，カタストロフ回避の問題は代表的個人の死亡回避の問題に置換され，代表的個人の行動分析を通じてカタストロフ回避便益を計測している．事故が発生すれば社会全体が消滅することを想定しているため，カタストロフ・リスクの配分方法を議論する余地はない．第3に，災害保険に関しては保険料率の算定をはじめ保険論の分野で研究が蓄積されている[12)]．特に，災害保険に関して多くの実績があるアメリカ合衆国では，災害保険市場，再保険市場の構造に関して理論的・経験的な研究が展開されており，その結果は参考文献[13)]に詳しい．そこでは災害保険を損害保険商品として位置づけており，集合リスクの分散に関わるリスクプレミアムの算定に議論が集中している．このように集合リスクに関してはいくつかの方向で研究が進展してきているが，このような知見を巨大性・同時性を有するカタストロフ・リスクの軽減効果に関する経済便益評価に適用した研究事例は筆者の知る限り存在しない．本研究ではCassモデル[10)]を用いて災害防災投資によるカタストロフ・リスクの軽減効果を計測する方法を提案する．元来，Cassモデルは交換経済を対象としたものであるが，相互保険とArrow証券を適切に組み合わせることにより災害保険を定義できることに着目する．さらに，災害保険市場をモデル化し，災害保険の導入が防災投資の経済効果に及ぼす影響を分析する．

（2）リスクの種類とリスクの分散・軽減

災害リスクの分類方法は種々提案されているが，ここではリスクを個人リスクと集合リスクに区別しよう．個人リスクとは個々の家計が被る損失という観点から捉えた概念である．厳密には，ある同質な家計から構成される集団において，集団内の個々の家計が被る被害の生起確率を個人リスクと定義する．一方，集合リスクとはある集団（複数の家計）が被る損失の和という観点から捉えた概念である．個々の家計が直面するリスクが互いに独立に到着する場合には個人リスクとしての性質のみを考慮すれば十分であろう．しかし，複数の家計が直面するリスクが同時性を持つような場合には集合リスクとしての性質を考慮する必要が生じる．このように自然災害のリスクは個人リスク・集合リスクの双方の特性から捉えられなければならない．自然災害というカタストロフ・リスクを低減するためには防災投資により危険事象の生起確率を減少させるリスク・コントロールと家計の間でリスクをいかに分散するかというリスク・ファイナンシングという2つの手段を同時に講じる必要がある．自然災害は膨大な被害額が生じる危険性がある巨大リスクであり，伝統的な保険システムのみに依存したリスク・ファイナンシングによってはリスクを完全に分散することは不可能である[12)]．リスクに集合性がある場合，単独の保険会社ではリスクを十分にプールできないことより，保険会社間でリスクを分散する再保険市場が発達してきた．しかし，再保険市場だけでは巨大性を持つカタストロフ・リスクに十分に対処しえないことより，最近では証券市場を通じてカタストロフ・リスクを分散するような災害保険が着目されるようになってきた．このような災害保険の1つのプロトタイプとして，本研究では相互保険と状況依存的証券を組み合わせたような災害保険を考える．相互保険とは同一のリスクに直面する主体間の相互扶助の体系である．すなわち，相互保険は同質な家計から構成される集団内でリスクをプールする．このような相互保険を通じて個人リスクの分散が図られる．しかし，相互保険では家計が同時に被災する集合リスクを分散することができない．異なる集合リスクに直面するタイプの家計の間で集合リスクを分散する必要が生じる．そこで，集合リスクの状況に応じて所得移転を行うような状況依存的証券を導入することにより，異なるタイプの家計の間での集合リスクの分散を図ることとする．集合リスクの分散機能だけに着目すれば，再保険市場と証券を活用した災害保険市場の間に本質的な差異はない．証券市場というより

大規模な市場を活用することにより，より巨大な災害リスクを効果的に分散することが可能となる．

（3）リスク配分と経済便益評価

防災投資によるカタストロフ・リスクの軽減便益を計測するためには，個人の効用最大化行動を通じてリスクが市場でどのように配分されるかを明示的に記述する必要がある．カタストロフ・リスクの配分方法が異なれば，当然のことながら防災投資の経済便益は異なった値をとる．本研究では，カタストロフ・リスクのパレート最適な配分状態を定義するとともに，このようなパレート最適なリスク配分を分権的に達成できるような災害保険市場を提案する．さらに，パレート最適なリスク配分が可能な市場の存在を前提として，防災投資によるカタストロフ・リスクの回避便益を測定する方法を提案する．当然のことながら，本論文で提案する保険市場は非常に理想化されたものであり，それを現実に実現するためには多くの難問が存在している．特に，4.（6）で考察するように，家計が保険契約にあたって虚偽の申告を行う道徳的危険（モラルハザード）が存在したり，正確な災害リスクの認知ができない場合，本研究が提案するような保険市場が失敗する可能性がある．保険市場が失敗する場合，パレート最適なリスク配分を市場メカニズムを通じて実現することは不可能であり，実現可能な制度的・政治的な枠組みの中で次善（もしくは次次善）のリスク配分を実現していかざるを得ないだろう．この場合，次善の世界を前提とした防災投資の経済評価を行うことが必要となろう．次善の世界を想定した便益評価は，分析の枠組みもそれだけ複雑にならざるを得ない．これに対して，パレート最適な資源配分を想定した経済便益の測定は，現実的な制度条件の効率性を検討するための参照点を与えるという規範的な意義を有している．

3．社会的最適なリスク配分

（1）モデル化の前提

カタストロフ・リスク（以下，災害リスクと略して呼ぶ）が生起する可能性がある単一，もしくは複数の地域（以下，災害地域と呼ぶ）を考えよう．災害地域が有する災害リスクを分散するために災害保険が売買される．災害保険とその原資となる状況依存的証券の売買は災害地域を含むより広範囲の地域（以下，対象地域と呼ぶ）で行われる．対象地域にはタイプの異なる家計が居住している．同じタイプの家計は同一の富を保有し同一の災害リスクに直面していると仮定する．たとえば，コミュニティをタイプと考え，同一のコミュニティに居住する家計は同一の災害リスクに直面すると考えることもできる．タイプ別の家計数は固定しており，家計のタイプ間の移動は起こらないと考える．家計の選好はタイプを問わず同一である．災害リスクは家計の富の損失をもたらす．災害リスクは，次節で詳述するように各タイプごとの災害被害の生起を表す集合リスクと各タイプの中で特定の個人が被災する確率を表す個人リスクによって表す．防災投資は集合リスクの生起確率に影響を及ぼす．災害リスクに対する保険市場は対象地域内で閉じている．災害が生じても物価水準に影響を及ぼさないと仮定する．災害による物価水準の上昇や供給能力の低下によってもたらされる被害を考慮するためには，生産を考慮したような一般均衡モデルを考える必要がある．本研究では防災投資による災害リスクの軽減効果の経済便益を計測するための分析枠組みを開発することに主眼をおいている．議論の見通しをよくするため，保険市場のみを分析対象としてとりあげ，財市場は考慮しない．

（2）個人リスクと集合リスク

個人リスクと集合リスクで構成される災害リスクを，「社会全体でどのような被害が生じるか」という集合リスク事象の生起を表す「くじ」と，その中で「どの特定の個人が被災するか」という個人リスク事象を表す「くじ」で構成される2段階の「複合くじ」[14)15)10)]を用いて記述する．まず，個人リスクをある特定の災害が生起した場合に，各家計が被る被害の状態により定義しよう．対象地域におけるタイプh $(h=1,\cdots,H)$の家計数をN_hと表す．対象地域全体では$N=\sum_h N_h$の家計が存在する．個人リスクの事象として，1）平常の場合$(s=0)$，2）ランクs $(s=1,\cdots,S)$の被害を受けた場合という$S+1$種類を考えよう．それぞれの個人リスクに対応する家計の被害額$\xi_h(s)$を

$$\xi_h(s)=\begin{cases}0 & s=0\text{の時}\\ L(s) & \text{それ以外の時}\end{cases} \tag{1}$$

と表す．ただし，$L(s)\ (>0)$は家計が被るランクsの被害額を表す．家計タイプの中には災害地域以外の地域に居住するタイプが存在する．このような家計にとっては個人リスク事象$s=0$のみが生起する．自然災害では，複数の個人が同時に被害を被る．すなわち，個人リスク事象が同時に到着するため，社会全体での被災家計数ベクトルも確率事象となる．このような社会全体での被害の生起状態を集合リスク事象として表現する．集合リスク事象tが発生した時に，タイプhの家計の集計的な被害状況を被害者数ベクトル$\boldsymbol{n}_{ht}=(n^0_{ht},\cdots,n^S_{ht})$で表す．ここに，$n^s_{ht}$はランク$s$の被害を受けたタイプ$h$の家計数であり，$\sum_{s=0}^S n^s_{ht}=N_h$が成立する．また，$t$ $(t=0,\cdots,T)$は集合リスク事象を表す添字であり，$T+1$は集合リスク事象の総数を表す．この時，集合リスクの各

事象を被災した家計数ベクトル$\boldsymbol{n}_t=(n_{1t},\cdots,n_{Ht})$で表せる．平常時（災害が生じていない場合）も集合リスク事象に含まれる．平常時を表すリスク事象は，ベクトル$\boldsymbol{n}_0=(n_{10},\cdots,\hat{n}_{H0})$として表記される．ただし，$n_{h0}=(N_h,0,\cdots,0)$である．集合リスク事象$t$が生起する確率を$\pi(t)$と表そう．ただし，$\sum_{t=0}^{T}\pi(t)=1$である．以上の集合リスクの定義より，集合リスク事象tは互いに排他的である．また，集合リスクはすべてのタイプの家計の被害者数の組み合わせ$\boldsymbol{n}_t$を事象とした不確実性として定義されているので，すべてのタイプの家計が直面する集合リスクの生起確率は等しい．すなわち，$\pi_h(t)$をタイプhの家計が直面する集合リスクの生起確率とすると，任意のh,tについて$\pi_h(t)=\pi(t)$が成立する．また，集合リスク事象tが生じた時に，タイプhの家計がランクs $(s=1\cdots,S)$の被害を被る確率$\pi_h(s|t)$で表そう．ただし，$\sum_{s=0}^{S}\pi_h(s|t)=1$である．任意の集合リスク事象に対して，同一タイプ内の家計は同一の個人リスクに直面する．したがって，タイプhの家計は同一の被災確率$\pi_h(s|t)$を有している．

災害リスクは状態変数tで記述される集合リスクと状態変数sで記述される個人リスクという２段階の「くじ」で構成される「複合くじ」として表現されている．第１段階のくじでは家計全体の集合に対して無作為に集合リスク事象tが選択される（集合リスクが決定する）．第２段階の「くじ」では，個人リスク事象が各家計に割り当てられる（誰が現実にどのランクの被害を被るかが決定する）．タイプhの家計が個人リスク事象sと集合リスク事象tの状況(s,t)に直面する同時生起確率を$\pi_h(s,t)>0$で表そう．ただし，$\sum_{s,t}\pi_h(s,t)=1$が成立する．集合リスク事象tが生じた時，タイプhのある個人にランクsの個人リスク事象が生起する確率は

$$\pi_h(s|t)=\frac{\pi_h(s,t)}{\sum_{s=0}^{S}\pi_h(s,t)} \tag{2}$$

と表せる．集合リスク事象tが生じた時，個人リスク事象sが生起した家計数は$\pi_h(s|t)N_h$と表せる．条件付き確率$\pi_h(s|t)$の定義より$n_{ht}^s=\pi_h(s|t)N_h$が正確に成立する．状態(s,t)が生じた時のタイプhの（所得移転が行われる前の）富を$e_h(s)=W_h-\xi_h(s)$と表そう．W_hはタイプhの家計の平常時の富である．災害が生じた場合，家計間で所得移転が行われる．災害リスク事象(s,t)が生じた時の当該家計の所得移転後の富を$x_h(s,t)$で表そう．家計の期待効用関数$u_h:\boldsymbol{x}_h\to R$を

$$u_h(\boldsymbol{x}_h)=\sum_{s,t}\pi_h(s,t)v_h(x_h(s,t)) \tag{3}$$

で表す．$\boldsymbol{x}_h=\{x_h(0,0),\cdots,x_h(s,t),\cdots,x_h(S,T)\}$は所得移転後の状況依存的富ベクトルである．また，間接効用関数$v_h:R\to R$は２回連続微分可能な危険回避型基数効用関数であり，性質$dv_h(x_h(s,t))/dx_h(s,t)>0$, $d^2v_h(x_h(s,t))/dx_h(s,t)^2\leq 0$を満足する．災害が生じる事前の時点においては，誰が実際に被害を被るかは不確実であり，匿名性[16)]が保持される．

（３）規範的最適解

タイプhに属する家計はすべて対称的であると仮定する．事前における社会全体での最適リスク配分問題を考える．社会的厚生関数を家計の期待効用の加重和で表そう．最適リスク配分問題(SO)は凹計画問題

$$\max_{\boldsymbol{x}_h}\left\{\sum_h \nu_h N_h u_h(\boldsymbol{x}_h)\right\} \tag{4a}$$

subject to

$$\sum_h N_h\sum_s \pi_h(s|t)(x_h(s,t)-e_h(s))=0 \tag{4b}$$

$$x_h(s,t)\geq 0 \quad \text{for all } s,t \tag{4c}$$

と表せる．ただし，ν_hはタイプhの家計に対する重みである．ここで，制約条件は集合的状況tのそれぞれに対して定義されており，社会全体で利用可能な富が個々人の状況依存的な富の総和$\sum_h N_h\sum_s\pi_h(s|t)e_h(s)$に一致することを示している．問題$SO$は「どのような集合リスクが生じ，かつ誰が実際に被災するか」が確定しない事前の段階において，それぞれ災害リスクが生じた事後の時点における社会全体の富の「配分ルール」を社会的厚生関数を最大にするように事前に決定する問題を表している．タイプ間での富の配分は重み係数ν_hに依存している．重み係数に関しては４．（６）で改めて議論する．制約条件(4b)のラグランジュ乗数を$p(t)$とする．内点解を仮定すれば，１階の最適化条件は式(4b)及びすべてのh,s,tに対して

$$\pi_h(s,t)\frac{dv_h(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)}=\lambda_h\pi_h(s|t)p(t) \tag{5}$$

で与えられる．$\lambda_h=1/\nu_h$はタイプhの家計に対する重みν_hの逆数である．条件付き確率の定義より$\pi_h(s,t)=\pi_h(s|t)\pi_h(t)$が成立するため，式(5)は

$$\pi_h(t)\frac{dv_h(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)}=\lambda_h p(t) \text{ for all } h,s,t \tag{6}$$

と表される．ただし，集合リスクの定義より，すべての家計が同一の集合リスクに直面する．したがって，すべてのh,tについて$\pi_h(t)=\pi(t)$が成立する．ラグランジュ乗数$p(t)$は社会的厚生水準単位で評価した集合リスク事象tの潜在価格を表している．最適化条件(6)が成立するためには任意のt,hに関して富の限界効用$dv_h(x_h(s,t))/dx_h(s,t)$が個人リスク事象sに関わらず一定値$\lambda_h p(t)/\pi_h(t)$となる必要がある．すなわち，任意のt,hに対して

$$x_h(0,t)=\cdots=x_h(S,t)=\hat{x}_h(t) \tag{7}$$

が成立する．集合リスク事象tが生起した状況での所得移転後の富$\hat{x}_h(t)$は集合リスク事象tの生起に依存して

いる．パレート最適な災害リスク配分は，式(4b),(6)を同時に満足するような状況依存的な富の配分パターンx_h $(h=1,\cdots,H)$として求まる．したがって，集合リスク事象tのそれぞれが生起した事後において，同タイプの家計の間で富が，限界効用が式(6)を満足する水準で等しくなるように富の再配分を行うルールを確立すれば，社会的に効率的な事前のリスク配分が可能となる．本モデルが規定する社会的効率的リスク配分は，各タイプの家計の期待効用関数の加重和として定式化される社会的厚生関数に依存したパレート効率的な所得移転を意味している．

4．保険システムによる分権的リスク配分

（1）分権的市場解の意義

パレート最適な災害リスクの配分パターンは，災害が生起した事後において家計の間で富の再配分を行うことによって達成することができる．問題SOは災害の事前の段階において，災害の事後の損害の配分のルールを形成する問題である．現実には，災害が生じた事後において，各タイプの家計は自発的に富を交換するような誘因を持たないため，パレート最適な災害リスクの配分を達成するためには何らかの制度的なシステムの導入が必要となる．本研究ではこのようなパレート最適なリスク配分を達成するための制度として災害保険に着目する．最近，Cass[10)]等は集合リスクが存在する市場において相互保険と状況依存的証券を導入することによりパレート最適な資源配分が可能であることを明らかにした．相互保険とは，あらかじめ個人間で個人リスクをヘッジするために相互に保険を掛け合う契約である．状況依存的証券とは，ある不確実な状態の生起に関する支払いの契約であり，状況依存的証券の購入者は対象とする状態が生起した時には一定の支払いを受けるが，生起しなかった時にはすべての元本を没収されるような証券を意味する．Cass等の議論は交換経済を対象としたものであるが，本研究では１）災害保険を集合リスクに対応した状況依存的証券と個人リスクの再配分を行う相互保険を組み合わせた金融デリバティブとして定義できること，２）このような災害保険を導入することにより災害リスクのパレート最適な配分が可能であることを示す．

（2）相互保険契約

家計が同じタイプの家計と互いに個人リスクに対して相互保険契約を結ぶ場合を考えよう．相互保険契約は状況依存的な保険契約の束として定義できる．ここで，対象地域における災害リスクに関する情報が社会に対して公開されていると考えよう．すなわち，市場において，災害リスク事象(s,t)の集合が事前に既知であり，また生起した状況を事後に詳細に区別することが可能であり，さらにそれらがすべての主体の共通認識となっていると仮定しよう．そこで，タイプhの相互保険Ω_hを，災害リスク事象(s,t)のそれぞれに対して保険金$m_h(s,t)$と保険料$\mu_h(t)$の組み合わせの集合

$$\Omega_h=(\boldsymbol{m}_h,\boldsymbol{\mu}_h) \tag{8}$$

として定義する．ただし，$\boldsymbol{m}_h=\{m_h(0,0),\cdots,m_h(s,t),\cdots,m_h(S,T)\}$，$\boldsymbol{\mu}_h=\{\mu_h(0),\cdots,\mu_h(t),\cdots,\mu_h(T)\}$である．家計は集合リスク事象$t$が生起した場合に$\mu_h(t)$を拠金し，ランク$s$ $(s=1,\cdots,S)$の被害を被った家計に保険金$m_h(s,t)$が支払われる．被災しなかった家計には保険金は支払われず，$m_h(0,t)=0$である．相互保険契約を締結した場合，事象(s,t)が生起した時のタイプhの家計の富は次式で表される．

$$\hat{e}_h(s,t)=e(s)+m_h(s,t)-\mu_h(t) \tag{9}$$

集合リスク事象tが生起した時，支払われる保険金の総額は$\sum_h\sum_s\pi_h(s|t)N_hm_h(s,t)$となり，保険収入は$\sum_h N_h\mu_h(t)$となる．保険会社の状況依存的利潤は

$$\Pi(t)=\sum_{h=1}^{H}\sum_{s=0}^{S}N_h\{\pi_h(s|t)m_h(s,t)-\mu_h(t)\} \tag{10}$$

と表される．完全競争的に集合リスク事象tの生起に応じて収支がとれていることより，次式が成立する．

$$\mu_h(t)=\sum_{s=0}^{S}\pi_h(s|t)m_h(s,t) \tag{11}$$

なお，実際には，営業保険料には上式(11)で表される純粋保険料に加えて，保険会社の運営のための事務経費が付加保険料として含まれる．また，家計に道徳的危険が存在する場合，相互保険市場では取引費用が顕在化し，相互保険市場の完全競争条件(11)は成立しなくなる．本研究では，災害保険による災害リスクの分散メカニズムに分析の焦点をあてるため，取引費用が存在しないような完全競争的な相互保険市場を仮定する．

（3）状況依存的証券

相互保険は個人リスクをヘッジするために有用な手段であるが，集合リスクを異なるタイプの家計間で分散するものではない．集合リスクをヘッジするために，状況依存的な証券を導入しよう．保険会社が相互保険と同時に集合リスクの状態の数と同数の種類を持つ状況依存的証券[8)17)]を販売すると考える．状況依存的証券とは，集合リスク事象tが生起した時に１単位の富を支払ってくれるが，それ以外の場合には支払いがないような証券を意味する．なお，このような状況依存的証券は，不確実性の経済学においてArrow証券と呼ばれるものに他ならない[18)]．以下，記述の便宜上，状況依存的証券をArrow証券と呼ぶ．Arrow証券１単位当

たりの事前の価格を$p(t)$としよう．証券の価格は市場において内生的に決定される．タイプhの家計のArrow証券保有ベクトルを$\boldsymbol{a}_h = \{a_h(0), \cdots, a_h(T)\}$と表そう．Arrow証券の束$\boldsymbol{a}_h$の価格は次式で表される．

$$y_h = \sum_{t=0}^{T} p(t)a_h(t) \tag{12}$$

家計hが相互保険契約に加えて，Arrow証券$\boldsymbol{a}_h$を保有している場合，災害リスク事象(s,t)が生起した時の富$x(s,t)$は，式(9),(11)より次式で定義される．

$$x_h(s,t) = e_h(s) + m_h(s,t) - \sum_{s'=0}^{S} \pi_h(s'|t)m_h(s',t) + a_h(t) - y_h \quad \text{for all } s,t \tag{13}$$

右辺の第1項は災害後・所得移転前の富，第2項は(s,t)に依存した保険金，第3項はtのみに依存した保険料，第4項と第5項の$a_h(t) - y_h$はtが生起した際のArrow証券の割り戻し損益（正の値のとき利益，負の値のとき損失）を表す．つぎに，集合リスク事象tが生起した状態の下での，個人リスク事象sに関する富の条件付き期待値を考えよう．式(11)より，集合リスク事象tのそれぞれに対して保険料と期待保険金が一致するため次式が成立する．

$$\sum_{s=0}^{S} \pi_h(s|t)x_h(s,t) = \sum_{s=0}^{S} \pi_h(s|t)e_h(s) + a_h(t) - y_h \quad \text{for all } s,t \tag{14}$$

状況依存的富のsに関する期待値は，所得移転前の富$e_h(s)$の期待値とArrow証券の割り戻し損益の和として表される．式(14)を整理すると，集合リスクtに対するArrow証券の購入量$a_h(t)$を得る．

$$a_h(t) = \sum_{s=0}^{S} \pi_h(s|t)\{x_h(s,t) - e_h(s)\} + y_h \tag{15}$$

（4）分権的市場解

相互保険の保険料は式(11)で表される．Arrow証券の価格$p(t)$を与件としよう．この時，家計の期待効用最大化問題(IO)は以下のようになる．

$$\max_{\boldsymbol{m}_h,\boldsymbol{a}_h,\boldsymbol{x}_h,y_h} \left\{ \sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T} \pi_h(s,t)v_h(x_h(s,t)) \right\} \tag{16a}$$

subject to

$$\sum_{t=0}^{T} p(t)a_h(t) = y_h \tag{16b}$$

$$x_h(s,t) = e_h(s) + m_h(s,t) - \sum_{s'=0}^{S} \pi_h(s'|t)m_h(s',t) + a_h(t) - y_h \quad \text{for all } s,t \tag{16c}$$

$$x_h(s,t) \geq 0, a_h(t) \geq 0, m_h(s,t) \geq 0, y_h \geq 0 \tag{16d}$$

制約条件(16b),(16c)のラグランジュ乗数をそれぞれ$\lambda_h, \lambda_h(s,t)$と表す．内点解を仮定すれば，1階の最適化条件は式(16b)-(16c)と任意のs,tに対して

$$\pi_h(s,t)\frac{dv_h(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)} = \lambda_h(s,t) \tag{17a}$$

$$\pi_h(s|t)\sum_{s'=0}^{S} \lambda_h(s',t) = \lambda_h(s,t) \tag{17b}$$

$$\lambda_h p(t) = \sum_{s=0}^{S} \lambda_h(s,t) \tag{17c}$$

$$\lambda_h = \sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T} \lambda_h(s,t) \tag{17d}$$

が成立することである．式(17b),(17c)より

$$\lambda_h(s,t) = \pi_h(s|t)p(t)\lambda_h \tag{18}$$

を得る．したがって，式(17a)より

$$\pi_h(t)\frac{dv_h(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)} = \lambda_h p(t) \tag{19}$$

を得る．また，式(17a),(17d)より

$$\lambda_h = \sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T} \pi_h(s,t)\frac{dv_h(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)} \tag{20}$$

を得る．式(19)の右辺は個人リスク事象sに依存しない．よって，任意のsに対して$dv_h(x_h(s,t))/dx_h(s,t)$は一定の値をとる．このことより，任意のt,hについて式(7)の関係が成立することが理解できる．式(11)を考慮すれば，最適な相互保険金の水準は

$$m_h(s,t) = e_h(0) - e_h(s) = L(s) \tag{21}$$

となり，個人リスクは相互保険により完全にカバーされる．式(17c),(17d)より，Arrow証券の価格$p(t)$とArrow証券の潜在価格$\lambda_h(s,t)$の間には

$$p(t) = \frac{\sum_{s=0}^{S} \lambda_h(s,t)}{\sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T} \lambda_h(s,t)} \tag{22}$$

が成立する．式(20)よりArrow証券の束の潜在価格λ_hは，事後の富の限界効用の事前の期待値で表わされることがわかる．先述したように$p(t)$は集合リスクの状態tの生起に対して1単位の富の支払いを得られるArrow証券の事前の価格を表す．一方，λ_hはArrow証券の束y_hの潜在価格を表す．すなわち，災害の事前の証券市場においてそれぞれの状況tについてのArrow証券$a_h(t)$を購入するために支払った金額の合計が，1単位増えたときの期待効用の減少の大きさを意味する．$\lambda_h(s,t)$は状況(s,t)における富の潜在価格，すなわち$x_h(s,t)$が1単位増加したときの期待効用の増加の大きさを意味する．したがって，式(22)が成立する．

また，Arrow証券の価格$p(t)$は，互いに排反である集合リスク事象tごとに証券市場が清算される水準に決定される．集合リスク事象tに対して，保険会社によるArrow証券の支払い総額は$\sum_h N_h a_h(t)$，家計によるArrow証券の購入総額は$\sum_h \sum_t N_h p(t)a_h(t)$となる．

したがって，証券市場における裁定条件は

$$\sum_{h=1}^{H} N_h a_h(t) = \sum_{h=1}^{H}\sum_{t'=0}^{T} N_h p(t') a_h(t') \quad \text{for all } t \tag{23}$$

と表せる．式(17d),(18)より証券価格は規格化条件$\sum_{t=0}^{T} p(t) = 1$を満足する．ここで，分権的市場における個人行動の最適化条件(19)は，パレート最適なリスク配分条件(6)と一致することに着目しよう．このことは，相互保険とArrow証券を組み合わせたような災害保険を通じて，分権的にパレート最適なリスク配分が可能であることを意味している．さらに，災害保険を用いた市場均衡解は，市場均衡解の点で評価した状況依存的富の期待限界効用λ_hの逆数ν_hを重みとするパレート最適なリスク配分と対応している．市場均衡における期待効用をその点における期待限界効用で除することにより，家計の期待均衡効用を金銭タームで評価することができる[1]．したがって，市場均衡問題と対応する社会的最適リスク配分問題の目的関数の最大値は金銭タームで評価した家計の期待均衡効用の社会的総和に一致している．ここに，以下の命題が成立する．

命題　相互保険，Arrow証券$(m_h,\ a_h)$ $(h = 1,\cdots,H)$が事前に売買されるような証券市場を通じて，パレート最適な災害リスク配分を分権的に達成することが可能である．

（５）災害保険

以上では，家計が相互保険とArrow証券の組み合わせを直接購入することを想定していた．この仮定は本質的ではない．保険会社が各家計タイプごとに相互保険とArrow証券を組み合わせたような災害保険を販売すれば，同様のリスクヘッジ機能を実現することができる．以下，相互保険，状況依存的証券の提案者（Malinvaud，Arrow）の名前を用いて，このような災害保険をMalinvaud=Arrow型災害保険と呼ぶこととする．Malinvaud=Arrow型災害保険の保険料c_hを

$$c_h = \sum_{t=0}^{T}\{p^*(t)a_h^*(t) + \mu_h^*(t)\} \tag{24}$$

と定義しよう．ただし，$p^*(t), a_h^*(t), \mu_h^*(t)$は，それぞれArrow証券の均衡価格，タイプ$h$の家計のArrow証券の均衡購入量，均衡相互保険料である．第１項はArrow証券で構成され，集合リスクに対する保険料を表す．第２項は相互保険に該当する保険料である．一方，リスク事象(s,t)の生起のそれぞれに対して保険金$R_h(s,t)$

$$R_h(s,t) = m_h^*(s,t) + a_h^*(t) + \sum_{t'\neq t}\mu_h^*(t') \tag{25}$$

が支払われる．保険会社は家計から保険料c_hを徴収するとともに，集合リスクをArrow証券の売却を通じてヘッジする．なお，以上の災害保険は一意的には決まらない．たとえば，式(24)の右辺にある一定額Aを増額（減額）させ，すべてのs,tに対して保険金を同様に増額（減額）させた災害保険や相互保険とArrow証券を線形結合したような災害保険も，災害保険(24),(25)と同じ内容の災害リスクの担保機能を果たす．

最後に，保険の基本原則とされる「収支相等の原則」と「給付・反対給付均等の原則（Lexisの原則）」との関係について触れておこう．「収支相等の原則」は通常，特定の保険会社が１社全体として収入と支出のバランスが取れているかを問題にする．本モデルにおいては保険会社が完全競争的に操業しており，また取引費用が存在しないと仮定しているのでこの原則は成立している．また「給付・反対給付均等の原則」とは個々の保険契約者が支払う保険料が，当該契約者が受け取る保険金の数学的期待値に等しくなるという理念である．そこでタイプhの家計について保険金の期待値$\bar{R}$を定義しよう．式(25)を$\pi_h(s,t)$に関して期待値をとり，式(11)を用いて整理すると次式を得る．

$$\bar{R}_h = \sum_{t=0}^{T}\{\pi(t)a_h^*(t) + \mu_h^*(t)\} \tag{26}$$

この式を保険料(24)と比較しよう．問題は集合リスクtの生起確率$\pi(t)$とArrow証券の価格$p(t)$が等しいか否かである．最適な状況依存的富を$x_h^*(t)$と表すと，証券市場における最適化条件(19)(20)より，

$$\frac{p(t)}{\pi(t)} = \frac{\frac{dv_h(x_h^*(t))}{dx_h^*(t)}}{\sum_t \pi(t)\frac{dv_h(x_h^*(t))}{dx_h^*(t)}} \tag{27}$$

となる．すなわち$p(t)$と$\pi(t)$の比は集合リスクtが生起したもとでの限界効用と事前の期待限界効用の比に等しく，集合リスクtの式によって社会全体での富が異なるため，家計が危険回避的である限り$p(t)/\pi(t) = 1$となる保証はない．従って，Malinvaud=Arrow型災害保険は「給付・反対給付均等の原則」を満足しない．このことは，災害保険の購入者にとっては保険料が期待保険金を上回る（保険料にリスクプレミアムが加算される）ことを意味する．逆に，災害保険の販売者（Arrow証券の購入者）にとっては，期待被害額を上回る期待収益が見込まれることを意味している．

（６）留保事項

本研究で提案したような災害保険が必要とされる背景には，国際的な損害保険市場（再保険市場を含める）だけでは市場規模が小さすぎ，災害リスクを十分に吸収できないという問題がある[12]．Malinvaud=Arrow型災害保険は，損害保険市場よりはるかに規模の大きい国際資本市場においてArrow証券を販売することにより保険金支払いの原資を調達することをねらいとしている．すでに，保険金支払いの原資を証券市場から調達する

ような試みが実用化されている[12]．Malinvaud=Arrow型災害保険は証券市場を活用した災害保険が有するリスク配分構造を高度に抽象化して表現したものであり，以下で述べる問題点を有している．

第1に，家計は災害リスクを完全には認知できないだろう．家計が行政による被災時の救済処置を期待すれば災害保険を購入する誘因を持たない．家計のリスクの不完全認知や道徳的危険，保険市場における取引費用が存在する場合，災害保険市場は失敗する．災害リスクの不完全認知の問題を克服する1つの手段は地方自治体が住民から税という形で保険料を徴収し，その資金を用いて災害保険を購入する方法である．地方自治体は個々の家計と比べて正確な災害リスク情報を有しており，リスクに対して合理的に行動しうると期待できる．しかし，家計が期待効用を考慮して居住地域を選択すると考えると，期待効用を形成するリスクの主観的確率と自治体の認識する確率との乖離の問題や道徳的危険の問題が依然として介在する．したがって，この政策も次善の政策に止まると言わざるをえない．

第2は個人間の所得配分の衡平性の問題である．4．（4）で述べたように，災害保険市場の均衡解は，市場均衡で評価した状況依存的富の期待限界効用λ_hの逆数ν_hを重みとするパレート最適なリスク配分と対応する．富の期待限界効用の小さいタイプの家計（富の大きい家計）に，より大きな重みが割り当てられており，期待効用の加法和を社会的厚生関数として用いる場合よりは逆進的な富の配分が得られる．衡平な災害リスク配分を行うためには，地方自治体が相互保険を受け持ち，政府が集合リスクを担保するような強制保険を導入するなど，政府によるリスク配分が必要となろう．

最後に，個人リスク，集合リスクの組み合わせで定義される標本空間のそれぞれの標本点に正確に対応したような災害保険を設計することは不可能だろう．現実の災害保険は個人リスク，集合リスクの組み合わせにより定義される状態と1対1には対応しない不完全な保険とならざるを得ない．しかし，2．（3）で言及したように，本研究で提案したモデルは，理想的な状況下での最適リスク配分という規範的な内容を持っている．今後，家計の災害リスク認知の不完全性，災害保険の逆進性を克服するためのリスク配分に関する制度設計に関する研究を蓄積していく必要があろう．

5．防災投資の経済便益評価

（1）費用・便益ルールの導出

災害保険の役割は，ある災害により生じた被害を家計の間で可能な限り分散することにあり，災害により生じた経済全体での損失を回避することは不可能である．より大規模な被害が生じれば，経済全体でより大きな厚生損失が生じることになる．防災投資は災害リスクの生起確率を制御することにより，経済全体での厚生損失を減少させる役割をもっている．いま，タイプhの家計が直面する災害リスク事象(s,t)の生起確率を防災施設のストック量zの関数として$\pi_h(s,t:z)$と表現しよう．防災投資によりz^0がz^1に変化し，それと対応して災害リスクの生起確率が$\pi_h(s,t:z^0)$から$\pi_h(s,t:z^1)$に変化したとしよう．防災投資により，災害リスク，富の配分パターン，Arrow証券価格の各ベクトルがそれぞれπ_h^0，$\boldsymbol{x}_h^{*0}$，$\boldsymbol{p}^{*0}$からπ_h^1，$\boldsymbol{x}_h^{*1}$，$\boldsymbol{p}^{*1}$に変化したと考える．非状況依存的補償変分（補償オプション価格）は

$$E[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*1}-OP_h^C):\pi_h^1]=E[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*0}):\pi_h^0] \quad (28)$$

を満足するOP_h^Cとして定義する．記号$E[\cdot:\pi_h^i]$は確率$\pi_h^i(s,t)$ $(i=0,1)$に関する期待値操作を表す．防災投資に不可分性が存在せず防災投資水準zが連続変数で記述できると仮定しよう．すなわち，個々の防災施設の整備を積み重ねたり，施設の計画内容を調整することにより，防災投資水準を災害リスクの生起確率$\pi_h(s,t:z)$を（近似的に）連続的に減少させるようなパラメータzにより1元的に表現できると考える．災害リスクの生起確率$\pi_h(s,t:z)$がzに関して連続微分可能である場合，問題IOの1階の条件を利用して支払い意思額指標を導出することができる．点$\boldsymbol{x}_h^1,\pi_h^1$で$dE[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*1}-OP_h^C):\pi_h^1]=0$を全微分することにより

$$\sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T}\{\frac{\partial\pi_h^1(s,t)}{\partial z}v_h(x_h^{*1}(s,t))(-dz)+\pi_h^1(s,t)$$
$$\cdot\frac{\partial v_h(x_h^{*1}(s,t))}{\partial x_h(s,t)}\cdot[(1-p^*(t))da_h^*(t)$$
$$-a_h^*(t)dp^*(t)-dOP_h^C]\}=0 \quad (29)$$

を得る．ここで，$x_h^*(s,t),p^*(t),a_h^*(t)$は市場均衡における状況依存的富，Arrow証券の価格，Arrow証券の保有量を表す．裁定条件(23)の両辺を全微分すれば

$$da_h^*(t)=p^*(t)da_h^*(t)+dp^*(t)a_h^*(t) \quad (30)$$

を得る．プロジェクトがsmallの場合，式(29)より補償オプション価格は

$$dOP_h^C=\frac{1}{\lambda_h^1}\sum_{s,t}\frac{\partial\pi_h^1(s,t)}{\partial z}v_h(x_h^{*1}(s,t))\cdot(-dz) \quad (31)$$

$$\lambda_h^1=\sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T}\pi_h^1(s,t)\frac{\partial v_h(x_h^{*1}(s,t))}{\partial x_h^1(s,t)}$$

となる．上式の展開において最適化条件(17a),(17d)を用いている．λ_h^1は集合リスクπ_h^1の下でのタイプhの家計の富の期待限界効用であり，当該家計が有するArrow証券の束に関する潜在価格に一致する．また，災害保険の下では，集合リスク事象tのそれぞれに対して，個人リスクは相互保険により完全にカバーされ式(7)が成

立する．したがって，集合リスク事象tの下で確保できる富を$\hat{x}_h^*(t)$とすれば次式を得る．

$$dOP_h^C = \frac{1}{\lambda_h^1}\sum_{t=0}^{T}\frac{\partial \pi^1(t)}{\partial z}v_h(\hat{x}_h^{*1}(t))\cdot(-dz) \quad (32)$$

また，等価オプション価格は次式で定義される．

$$E[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*1}):\boldsymbol{\pi}_h^1] = E[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*0}+OP_h^E):\boldsymbol{\pi}_h^0] \quad (33)$$

同様に，$dE[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*0}+OP_h^E):\boldsymbol{\pi}_h^0]=0$を全微分して整理することにより，等価オプション価格を用いた費用便益ルールは次式で表される．

$$dOP_h^E = -\frac{1}{\lambda_h^0}\sum_{t=0}^{T}\frac{\partial \pi^0(t)}{\partial z}v_h(\hat{x}_h^{*0}(t))dz \quad (34)$$

$$\lambda_h^0 = \sum_{t=0}^{T}\pi_h^0(t)\frac{\partial v_h(\hat{x}_h^{*0}(t))}{\partial \hat{x}_h^0(t)}$$

補償オプション価格と等価オプション価格の間には以下の命題が成立する（**付録I**参照）．

性質　補償オプションdOP_h^Cと等価オプションdOP_h^Eは符号保存性を満足し，両者の間には$dOP_h^C \geq dOP_h^E$が成立する．

以上ではプロジェクトがsmallの場合を想定し支払い意思額指標を導出した．ここで導出した費用便益ルールを用いれば，プロジェクトがlargeの場合の支払い意思額指標も容易に定義することができる．プロジェクトがlargeの場合，防災投資水準がz^0からz^1に変化したことによる補償オプション価格ΔOP_h^C，等価オプション価格ΔOP_h^Eはそれぞれ

$$\Delta OP_h^C = \int_{z^0}^{z^1} dOP_h^C dz \quad (35)$$

$$\Delta OP_h^E = \int_{z^0}^{z^1} dOP_h^E dz \quad (36)$$

と表すことができる．なお，以上で展開した議論は防災投資水準zの可分性を前提としたものである．防災投資水準zを連続変数として表現できない場合，不可分性を考慮したようなアプローチ[20]を採用する必要がある．このような費用便益分析は本稿の域を越えており，ここではとりあげないこととする．

（2）オプション価格と災害保険の関係

Malinvaund=Arrow災害保険を利用した場合，式(13),(24),(25)より，家計の状況依存的富は

$$x_h(s,t) = e_h(s) + R_h(s,t) - c_h \quad (37)$$

と表せる．これより補償オプション価格の定義式は

$$E[v_h(e_h(s)+R_h^{1*}(s,t)-c_h^{1*}-OP_h^C):\boldsymbol{\pi}_h^1]$$
$$= E[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*0}):\boldsymbol{\pi}_h^0] \quad (38)$$

と表せる．同様に，等価オプション価格は

$$E[v_h(e_h(s)+R_h^{0*}(s,t)-c_h^{0*}+OP_h^E):\boldsymbol{\pi}_h^0]$$
$$= E[v_h(\boldsymbol{x}_h^{*1}):\boldsymbol{\pi}_h^1] \quad (39)$$

と定義できる．$R_h^{0*}(s,t), c_h^{0*}$は防災投資が行われる前の災害保険金と保険料を，$R_h^{1*}(s,t), c_h^{1*}$は防災投資が行われた後の保険金と保険料を表す．保険料c_h^{i*} $(i=0,1)$が非状況依存的に定義されていることに着目しよう．式(38),(39)より明らかなようにオプション価格は防災投資により節約される災害保険料と一致する．

（3）リスク分散方式とオプション価格の関係

従来，防災投資の経済便益を期待被害額を用いて評価する場合が多かった．期待被害額でリスク回避の経済便益が計測できるのは，生じた損失を損害保険により完全に補償しうる場合に限られる（**付録II**参照）．リスクの発生がランダムであり，社会全体での総期待被害額が一定となるように個々のリスクをプールできる場合，損害保険によりリスクを完全にカバーできる．多くの家計が同時に被災するような災害リスクでは，起こりうる集合的な状況に応じて対象地域全体での総被害額が大きく異なり，通常の損害保険ではリスクを分散できない．災害リスクを，完全ではないにしろ，事前に可能な限り分散させるためには，金融デリバティブを駆使したリスク・ファイナンシングが必要となる．

災害保険はパレート最適にリスクを配分するためのリスク・ファイナンシング技術である．リスク配分は，災害保険以外にも多様な方法が可能である．たとえば，災害保険を導入しないというオプションは常に社会にとって選択可能なリスク・ファイナンシングの方法である．しかし，災害保険の導入を試みることにより，社会全体における災害リスク配分をパレート改善できることとなる．ここで，災害保険は家計の間で災害リスクを分散する手法であるが，社会全体の集合リスクを分散させる手段ではないことに留意すべきである．事実，式(13)をすべての家計にわたって集計すれば，

$$\sum_h\sum_{s,t}N_h x_h(s,t) = \sum_h\sum_{s,t}N_h\pi_h(s,t)\{e_h(s)$$
$$+m_h(s,t) - \sum_{s'}\pi_h(s'|t)m_h(s',t) + a_h(t) - y_h\} \quad (40)$$

を得るが，市場裁定条件(23)と式(12)より

$$\sum_h N_h\hat{x}_h(t) = \sum_h N_h\sum_s \pi_h(s|t)e_h(s) \quad (41)$$

となり，集合リスク事象tが生起した事後の地域の富の総額は災害リスクの分散方法に関わらず一定となる．災害保険は災害が生じた場合に異なるタイプの家計の間で所得移転を行う方法であるため，リスク・ファイナンシングを行っても，対象地域全体での富の期待値が変化するわけではない．社会全体の集合リスクを軽減するためには防災投資が不可欠となる．防災投資は災害による対象地域全体での富の損失の期待総額を減少さ

せる効果を持つ．防災投資の費用便益分析は，防災投資による災害リスクの軽減効果の経済価値と防災投資費用の両者を相対評価する方法である．ここで，災害リスクの配分方式が異なれば，防災投資がもたらす災害リスクの軽減効果の経済価値が異なることに留意する必要がある．本研究で提案した防災投資のオプション価格は，災害保険を通じてパレート最適な災害リスクの配分が達成されることを前提として導出されたものである．この意味で，本研究で提案したオプション価格指標は，ひとつの規範的な意味を持っている．

6．数値計算事例

（1）関数の特定化

簡単な数値計算により，本研究で提案した防災投資の経済評価指標の性質を検討してみよう．家計のタイプを$h=1,2$とし，それぞれ人数をN_1, N_2とする．タイプ1は国内に居住し災害リスクに直面している家計を，タイプ2は国外に居住する災害リスクのない家計を表している．集合リスク事象tの状態を$t=0$(平常時）と$t=1$(災害時）の2種類とし，それぞれ各タイプの被災者数を$(0,0),(n,0)$と表す．集合リスクの生起確率$\pi(t)$は$\pi(0)=1-q, \pi(1)=q$である．タイプ1の家計の個人リスクを条件付き確率

$$\pi_1(0|t)=\begin{cases}1 & (t=0)\\ 1-\frac{n}{N_1} & (t=1)\end{cases} \tag{42a}$$

$$\pi_1(1|t)=\begin{cases}0 & (t=0)\\ \frac{n}{N_1} & (t=1)\end{cases} \tag{42b}$$

で表す．相対的危険回避度一定型効用関数

$$\begin{aligned} v_h(x_h(s,t)) &= \frac{x_h(s,t)^{1-\gamma}-1}{1-\gamma} \quad (\gamma\neq 1)\\ &= \log x_h(s,t) \quad (\gamma=1) \end{aligned} \tag{43}$$

$$R_r(x)=-x\frac{v_h''(x)}{v_h'(x)}=\gamma=const. \tag{44}$$

を定義する（$h=1,2$）．$R_r(x)$は定率ギャンブルに対するリスクプレミアムを表す[18]相対的危険回避度であり，γが大きくなる程，家計はより危険回避的になる．

（2）最適解と市場解の導出

若干の計算により，問題(SO)の最適解を得ることができる．この問題は通常の等号制約の最大化問題であるため，最適解の導出過程は省略する．

$$\hat{x}_h(0)=\left(\frac{1-q}{\lambda_h p(0)}\right)^{1/\gamma}, \hat{x}_h(1)=\left(\frac{q}{\lambda_h p(1)}\right)^{1/\gamma} \tag{45a}$$

$$p(0)=(1-q)\cdot\left(\frac{\frac{N_1}{\lambda_1^{1/\gamma}}+\frac{N_2}{\lambda_2^{1/\gamma}}}{w(0)}\right)^{\gamma} \tag{45b}$$

$$p(1)=q\cdot\left(\frac{\frac{N_1}{\lambda_1^{1/\gamma}}+\frac{N_2}{\lambda_2^{1/\gamma}}}{w(1)}\right)^{\gamma} \tag{45c}$$

ただし，$w(0)=N_1e_1(0)+N_2e_2(0)$，$w(1)=(N_1-n)e_1(0)+ne_1(1)+N_2e_2(0)$はそれぞれ平常時$(t=0)$，災害時$(t=1)$における対象地域全体での富の総和である．$w(0)\geq w(1)$が成立する．一方，個人の効用最大化問題$IO$の最適解は次式で表される．

$$\hat{x}_h(0)=\left(\frac{1-q}{\lambda_h p(0)}\right)^{1/\gamma}, \hat{x}_h(1)=\left(\frac{q}{\lambda_h p(1)}\right)^{1/\gamma} \tag{46a}$$

$$\lambda_h=\left[\frac{\left(\frac{1-q}{p(0)^{1-\gamma}}\right)^{1/\gamma}+\left(\frac{q}{p(1)^{1-\gamma}}\right)^{1/\gamma}}{\Phi_h}\right]^{\gamma} \tag{46b}$$

なお，$\Phi_h=\{p(0)+p(1)\pi_h(0|1)\}e_h(0)+p(1)\pi_h(1|1)e_h(1)$である．式(46a)(46b)と証券市場の裁定条件(23)を用いて$p(0),p(1)$を明示的に解くことにより，

$$p(0)=\frac{(1-q)w(1)^{\gamma}}{\Gamma} \quad p(1)=\frac{qw(0)^{\gamma}}{\Gamma} \tag{47a}$$

$$\lambda_1=\frac{\Gamma\Xi^{\gamma}}{w(0)^{\gamma}w(1)^{\gamma}\Theta_1^{\gamma}} \quad \lambda_2=\frac{\Gamma\Xi^{\gamma}}{w(0)^{\gamma}w(1)^{\gamma}\Theta_2^{\gamma}} \tag{47b}$$

を得る．ただし，$\Gamma=qw(0)^{\gamma}+(1-q)w(1)^{\gamma}$，$\Xi=qw(0)^{\gamma}w(1)+(1-q)w(0)w(1)^{\gamma}$，$\Theta_1=\{(1-\frac{n}{N_1})qw(0)^{\gamma}+(1-q)w(1)^{\gamma}\}e_1(0)+\frac{n}{N_1}qw(0)^{\gamma}e_1(1)$，$\Theta_2=\Gamma e_2(0)$である．最適な状況依存的富は

$$\hat{x}_1(0)=\frac{\Theta_1}{\Xi}w(0) \quad \hat{x}_1(1)=\frac{\Theta_1}{\Xi}w(1) \tag{48a}$$

$$\hat{x}_2(0)=\frac{\Theta_2}{\Xi}w(0) \quad \hat{x}_2(1)=\frac{\Theta_2}{\Xi}w(1) \tag{48b}$$

と表せる．最適な状況依存的富の水準と相互保険の付保水準，Arrow証券の最適保有水準の間には

$$\begin{aligned} &\hat{x}_1(0)-\hat{x}_1(1)\\ &=\pi_1(1|1)\{e_1(0)-e_1(1)\}+\{a_1(0)-a_1(1)\}\\ &=\pi_1(1|1)m_1(1,1)+\{a_1(0)-a_1(1)\} \end{aligned} \tag{49a}$$

$$\hat{x}_2(0)-\hat{x}_2(1)=a_2(0)-a_2(1) \tag{49b}$$

が成立する．式(49a)の右辺第1項はタイプhの1家計当たりの損失の期待値であり，相互保険料$\pi_1(1|1)m_1(1,1)$に一致する．$a_h(0)-a_h(1)<0$の時，第2項は災害が生じない時のArrow証券保有に伴うネットの機会損失を表し，集合リスクを担保するための保険料を表す．平常時$(t=0)$と災害時$(t=1)$の間の最適な富の差は，個人リスクを担保するための相互保険料と集合リスクに対処するための保険料の和で表される．$w(0)\geq w(1)$の関係と式(49a), (49b)より$a_1(0)\leq a_1(1)$，$a_2(0)\geq a_2(1)$が成立する．Arrow証券の購入額$y_h=p(0)a_h(0)+p(1)a_h(1)$及び$p(0)+p(1)=1$より，$y_h$は$a_h(0)$と$a_h(1)$の内分点であり，

$$a_1(0)\leq y_1\leq a_1(1) \tag{50a}$$

$$a_2(0)\geq y_2\geq a_2(1) \tag{50b}$$

が成立する．国内の家計は災害が生じた場合に保険金$a_1(1)$を，災害が生じなかった場合は$a_1(0)$の配当を得る．外国の家計には災害が生じなかった場合$a_2(0)-y_2$の大きさのArrow証券の割り戻し利益が，災害が生じた場合$y_2-a_2(1)$の割り戻し損失が生じ，災害保険がhigh risk-high returnの金融商品として機能している．最後に，本数値計算事例でMalinvaud=Arrow型災害保険が「給付・反対給付均等の原則」を満足しないことを確認しておこう．各タイプの家計について，災害保険料c_hと保険金の期待値$\bar{R}_h$を比較する．各家計のArrow証券の保有水準については$a_h(0)-a_h(1)$という差のみが意味をもつ．そこで$a_1(0)=0, a_2(0)=0$に基準化すると，各家計の状態1に対するArrow証券の保有水準は，

$$a_1(1)=\frac{N_2}{N_1}\frac{\Theta_2}{\Xi}n(e_1(0)-e_1(1)) \tag{51}$$

$$a_2(1)=-\frac{\Theta_2}{\Xi}n(e_1(0)-e_1(1)) \tag{52}$$

となる．このとき，次式が成立する．

$$c_1-\bar{R}_1=\frac{N_2}{N_1}\frac{n}{\Xi}q(1-q)(w(0)^\gamma-w(1)^\gamma)\cdot (e_1(0)-e_1(1))e_2(0)>0 \tag{53}$$

$$c_2-\bar{R}_2=-\frac{n}{\Xi}q(1-q)(w(0)^\gamma-w(1)^\gamma)\cdot (e_1(0)-e_1(1))e_2(0)<0 \tag{54}$$

災害保険を通じてリスクを分散するタイプ1の家計にとっては，保険料が保険金の期待値を上回る．一方，タイプ1の家計のリスクの一部を引き受けるタイプ2の家計にとっては，保険金収入が保険料よりも大きくなる．Malinvaud=Arrow型災害保険は，異なるリスクに直面する家計間のリスク分散を実現するために，証券としての機能を併せ持つ．すなわち投機的な性格も備えているため，一般的な保険の基本原則であるところの「給付・反対給付均等の原則」を満足しない．

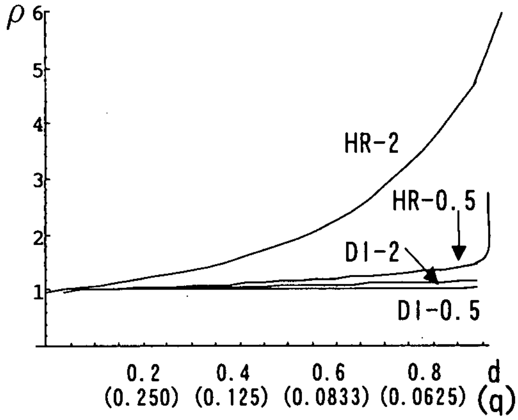
（3）支払い意思額の算定

災害リスクの変化は，1）生起確率の変化と，2）被害額の変化が複合された形で現れる．本研究で提案した経済便益指標は，これら2種類の変化を同時に取り扱うことができる．以下では，災害リスク変化の特殊事例として，生起確率，被害額のみが変化した場合をとりあげ，防災投資がもたらす経済効果を検討する．

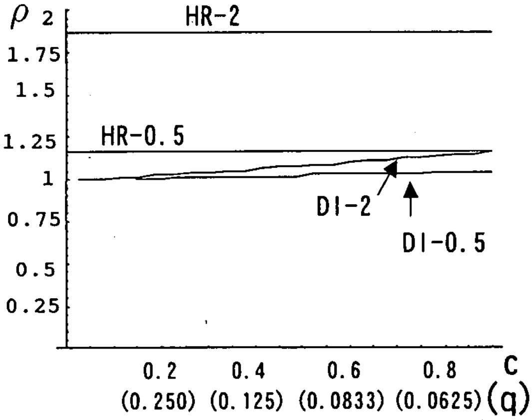
a) 生起確率のみが変化する場合

防災投資が災害の生起確率のみに影響を及ぼす場合を考える．被害の生起確率を防災施設水準zの関数$q(z)=q_0\exp(-z)$で表そう．式(32),(48a),(48b)を用いて補償オプション価格（以下，オプション価格と呼ぶ）を具体的に求めれば

$$dOP_h^C=-\frac{\Theta_h}{(1-\gamma)\Gamma\Xi}\cdot\{w(0)^\gamma w(1) -w(0)w(1)^\gamma\}\frac{dq(z^1)}{dz}dz \quad (h=1,2) \tag{55}$$



図–1 個人リスクの規模とマークアップ率の関係



図–2 集合リスクの規模とマークアップ率の関係

と表せる．数値計算にあたり$N_1=1$, $N_2=2$, $n=0.5$, $e_1(0)=e_2(0)=10$, $e_1(1)=5$, $q_0=0.1$, $dz=1$という基本ケースを設定しよう．基本ケースは地域1の家計の半数が災害により富の半分を失う厳しい災害を想定している．マークアップ率$\rho=\overline{OP}^C/\bar{L}$を，初期の状態からある状態に移行するためのオプション価格の総和$\overline{OP}^C=N_1OP_1^C+N_2OP_2^C$と総期待被害額の減少分$\bar{L}=\{q(z^0)-q(z^1)\}\{w(0)-w(1)\}$の比で定義する．災害リスクが災害保険で完全にはカバーされない場合，マークアップ率は1より大きくなる．図-1，図-2は，それぞれ期待被害額の減少量$\bar{L}$を基本ケースの期待被害額の水準$\bar{L}^0=0.25$に固定して，マークアップ率と個人リスクの規模，および集合リスクの規模の関係を示している．地域1の被災者の平常時の富に対する被害額の割合は$d=\frac{e_1(0)-e_1(1)}{e_1(0)}$と表され，個人リスクの規模を意味する．地域1の総家計数に占める被災者の割合は$c=\frac{n}{N_1}$と表され，集合リスクの規模を意味する．$\bar{L}^0$を

固定すれば，災害の生起確率qとd, cの間に

$$\frac{\bar{L}^0}{N_1 e_1(0)} = qcd \tag{56}$$

が成立する．図-1は集合リスクの規模を$c = 0.5$に固定して，個人リスクの規模$d = \frac{e_1(0)-e_1(1)}{e_1(0)}$とマークアップ率の関係を分析した結果である．図の横軸にdの値を示す．災害によりすべての富を失う場合に$d = 1$となる．横軸の括弧内にdに反比例して小さくなる災害の生起確率qの値を示す．期待被害額を一定にするため，より大きなdに対してより小さな災害生起確率qが対応している．すなわち，横軸の右にいくほど，少頻度・巨大被害をもたらす災害リスクが対応する．危険回避度を$\gamma = 2$と設定し，災害保険が導入されないケースHR-2(Holding Risk,$\gamma = 2$)と災害保険が完備されたケースDI-2(Disaster Insurance,$\gamma = 2$)，及び危険回避度を$\gamma = 0.5$に設定した場合の２ケースHR-0.5,DI-0.5に対して数値計算を行った．いずれのケースでも，マークアップ率は常に1より大きい値を示している．個人リスクの規模が大きくなる程，マークアップ率は増加する．災害保険が導入されない場合，dが1に漸近するとマークアップ率は無限大に発散する．災害保険により災害リスクを分散した場合，$d = 1$になってもマークアップ率は有限の値をとる．また，危険回避度が大きい方がマークアップ率が大きく，危険回避度によるオプション価格の差は災害保険を用いてリスク分散することにより小さくなる．一方，**図-2**は，個人リスクの規模を$d = 0.5$に固定し，期待被害額が一定になるように集合リスクの規模$c = \frac{n}{N_1}$を変化させた時にマークアップ率がどのように変化するかを示したものである．災害保険が導入されないケースHR-2,HR-0.5では集合リスクの規模cの値に関わらずマークアップ率は一定となる．災害保険が存在しない場合には，ある家計が被害を被っても，それが他の家計の富に影響を及ぼすことはない．すなわち，家計はcqの確率でdの規模の損害を被り，災害後に損害が分散されることはない．したがって，災害保険が導入されない場合には，c, qそれぞれの大きさに関わらず，積cqの値が一定であることによって，マークアップ率は変化しない結果となる．一方，災害保険を導入した場合，集合リスクの規模が大きくなる程，社会全体で負担すべき保険料が増加し，マークアップ率は増加する．**図-3**は地域１への防災投資水準zの防災投資と２つの地域における家計のオプション価格の総和の関係を示す．リスク分散方式として，１）リスク分散の手段がない場合(HR)，２）相互保険が利用可能な場合(MI,Mutual Insurance)，３）災害保険が利用可能な場合(DI)を想定する．期待被害額の減少額で評価した防災投資の便益(EL,Expected Loss)も併記している．災害保険が導入されてもオプション価格による防災投資の便益評価は期待被害額による便益評価に一致しない．現行のように災害保険が十分に整備されていない場合や災害保険のカバー率が低い場合，オプション価格は期待被害額より相当大きな値を示す．期待被害額を用いた費用便益分析は，防災投資の経済便益を過小評価する危険性がある．防災施設水準zが大きくなれば，期待被害額やオプション価格は減少する．

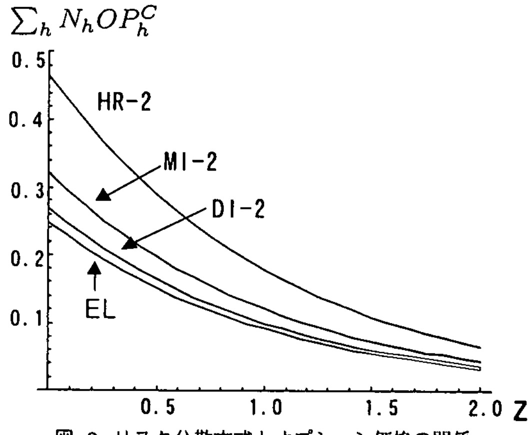


図-3 リスク分散方式とオプション価格の関係

b) 被害額のみが変化する場合

防災投資が，被災した場合の損失のみを軽減する場合をとりあげる．防災投資水準zの下でのランクsの損失を$L(s:z)$で表現し，防災投資の経済効果を$dL(s:z)/dz(<0)$と表現する．式(7),(13),(21)より，災害保険を用いた場合の状況依存的富は任意のtに対して

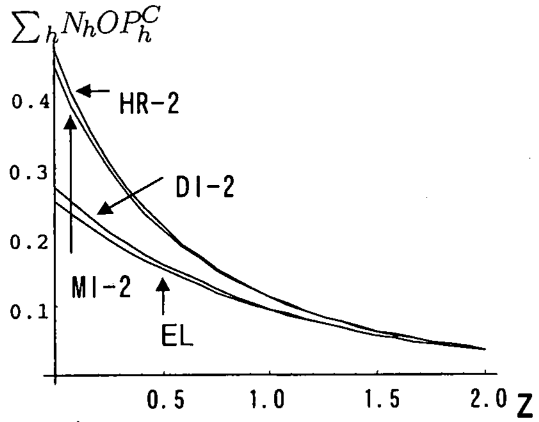
$$\hat{x}_h(t) = e_h(0) - \sum_{s=1}^{S}\pi_h(s|t)L(s:z) + a_h(t) - y_h \tag{57}$$

で表される．防災投資による被害額$L(s:z)$の軽減は，上式(57)の右辺第2項に明示的に表されるように同じタイプの全ての家計の相互保険料を減少させ，第3項・第4項のArrow証券の購入水準を変化させる．一方，災害保険が存在しない場合，個人リスクsを被った家計の状況依存的富$e_h(s)$が防災投資より$-dL(s:z)$変化する．被害額のみが変化する場合，式(32)を展開することより，災害保険が存在する場合と存在しない場合の補償オプション価格dOP_h^C，$dOP_h^{C(HR)}$ $(h = 1, 2)$はそれぞれ

$$dOP_h^C = \frac{\sum_t \pi(t)\frac{\partial v_h(\hat{x}_h(t))}{\partial \hat{x}_h(t)}\frac{\partial \hat{x}_h(t)}{\partial z}}{\sum_t \pi(t)\frac{\partial v_h(\hat{x}_h(t))}{\partial \hat{x}_h(t)}}(-dz) \tag{58}$$

$$dOP_h^{C(HR)} = -\frac{\sum_{s,t}\pi_h(s,t)\frac{\partial v_h(e_h(s))}{\partial e_h(s)}\frac{\partial e_h(s)}{\partial z}}{\sum_{s,t}\pi_h(s,t)\frac{\partial v_h(e_h(s))}{\partial e_h(s)}}dz \tag{59}$$

と定義される．ここで，防災投資水準がzのときの家計の被害額を$L(1:z) = L_{10}\exp(-z)$と表そう．L_{10}は$z = 0$の時の被害額である．$L_{10} = 5$とし，残りのパラメータはa)の基本ケースと同様に設定する．本ケース



図–4 リスク分散方式とオプション価格の関係

でもケースa)と同様の結果が得られたが，図-4に防災投資水準zとオプション価格の和$\sum_h N_h OP_h^C$の関係を示す．先述のようにタイプ2の家計のオプション価格はゼロとなる．ケースa)と同様に，期待被害額の減少で評価した防災投資の便益（EL）がオプション価格で評価した便益に比べて過小になっている．災害保険が利用可能な場合，防災投資は事前における災害保険料支払いの減少をもたらす．災害保険が利用可能でない場合，災害による損害の（事後の）軽減のみをもたらす．この場合でも，防災投資に対する家計の支払い意思額は，災害保険の導入により小さな値となる．特に，Malinvaud=Arrow型災害保険の導入によりパレート最適なカタストロフ・リスクの分散を行った場合（DI-2）には，オプション価格の和がもっとも小さくなっている．この場合でも，オプション価格の和は総期待被害額よりも大きい値となっており，防災投資の便益を総期待被害額の減少で計測すると，便益の過小評価をもたらすことがわかる．

7．おわりに

本研究では，災害リスクが個人リスクと集合リスクの組み合わせにより表現できることに着目し，相互保険と状況依存的証券を組み合わせた災害保険によりパレート最適な災害リスク配分を分権的に達成することが可能であることを示した．さらに，このような災害保険が完備された状況の下で，防災投資による災害リスクの軽減便益を計測する方法を提案した．本研究を通じて，防災投資の経済便益の計測問題に対する1つの方向性を示しえたと考える．しかし，今後に，多くの研究課題が残されている．第1に，家計の道徳的危険，リスクの不完全認知等，情報の非対称性に起因する保険市場の失敗の問題があげられる．今後は，不完備情報を前提とした災害保険システムについて考察する必要がある．第2に，災害リスクの衡平な配分方法に関して分析する必要がある．災害保険によるリスクの配分は逆進的な富の配分をもたらす可能性がある．今後，衡平性を考慮した望ましい災害リスクの配分方法について検討していく必要がある．第3に，本研究では閉鎖的な1つの社会における災害リスクの配分問題をとりあげた．災害リスクの配分パターンは地域間の人口移動に影響を及ぼす．地域間の人口移動はタイプ間の家計移動に他ならない．タイプ間の移動が生じる場合，災害保険がパレート最適な災害リスク配分を達成しない可能性がある．今後は，人口移動が可能な多地域システムにおける災害リスクの配分問題を分析する必要がある．第4に，災害保険は証券市場において他の金融資産と競争関係にある．また，すべての集合リスク事象に関して細分化された保険契約を記述することは不可能であり，現実には不完全な災害保険にとどまらざるを得ない．災害保険の価格メカニズムを詳細に分析するためには，証券の不完全性を考慮した一般均衡モデル[19]を開発する必要がある．第5に，防災投資水準に不可分性が存在する場合の費用便益分析の方法を開発する必要がある．

最後に，本研究の遂行にあたって文部省科学研究補助金（特定領域(A-1)研究08248112）のご援助を賜っている．また，多々納裕一助教授（京都大学防災研究所）との議論を通じて多くの知見を得ている．また，査読者の方から貴重なご示唆を賜った．ここに，感謝の意を表します．

付録I 性質の証明

期待効用を確実同値な確定効用関数$v_h(\bar{x}_h) = E[v_h(x_h^*) : \pi_h]$で表現する．$OP^C$が非状況依存的であることに留意すれば，プロジェクト前後の期待効用の格差は$\Delta v_h = v_h(\bar{x}_h^1) - v_h(\bar{x}_h^0) = v_h(\bar{x}_h^1) - v_h(\bar{x}_h^1 - OP^C) \geq 0$と表せる．補償オプション価格は符号保存性を満足する．等価オプション価格も同様である．$\Delta v_h = v_h(\bar{x}_h^1) - v_h(\bar{x}_h^1 - OP_h^C) = v_h(\bar{x}_h^0 + OP_h^E) - v_h(\bar{x}_h^0)$．ゆえに$v_h(\bar{x}_h^0 + OP_h^E) + v_h(\bar{x}_h^1 - OP_h^C) = v_h(\bar{x}_h^1) + v_h(\bar{x}_h^0)$が成立．いま，$(v_h(\bar{x}_h^1) + v_h(\bar{x}_h^0))/2 = v_h(\bar{\bar{x}}_h + \iota)$が成立するようなリスクプレミアム$\iota$を考える．ただし，$\bar{\bar{x}}_h = (\bar{x}_h^1 + \bar{x}_h^0)/2$．危険回避効用関数の仮定より$\iota \leq 0$．$(\bar{x}_h^0 + OP_h^E + \bar{x}_h^1 - OP_h^C)/2 - \bar{\bar{x}} = (OP_h^E - OP_h^C)/2 = \iota \leq 0$．よって，$OP_h^E \leq OP_h^C$．

付録II 保険可能性と期待被害額

家計$(h = 1, \cdots, H)$は等確率πでランダムに被災すると考える．家計は初期富eを持ち被害額をLとする．

家計は保険料μを支払い，被災時にmを受け取る．完全競争的保険市場では$\mu = \pi m$が成立．家計が危険回避的であれば，限度額Lに等しい保険金を受け取る契約を締結する．この時，平常時の富は$x(0) = e - \pi L$，被災時の富は$x(1) = (e - L) + L - \pi L = e - \pi L$となり，個人リスクは保険により完全にカバーされる．この時，期待効用は$(1 - \pi)v_h(x(0)) + \pi v_h(x(1)) = v_h(x(0))$．防災投資により$\pi$が$\bar{\pi}$に減少した時，補償変分は期待被害額の変化$C = (\pi - \bar{\pi})L$で表せる．等価変分も同様．

参考文献

1) Johansson, P.-O.: *Cost-Benefit Analysis of Environmental Change*, Cambridge University Press, 1993.
2) 上田孝行: 防災投資の便益評価-不確実性と不均衡の概念を念頭において，土木計画学研究・論文集，No. 14, pp.17-34, 1997.
3) 多々納裕一: 不確実性下のプロジェクト評価：課題と展望，土木計画学研究・論文集, No.15, pp. 19-30, 1998.
4) 高木朗義，上田孝行，森杉寿芳他：立地均衡モデルを用いた治水投資の経済便益評価手法に関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 13， pp.339-348， 1996.
5) Lundberg, F.: Über die Theorie der Rück- versicherung, *Trans VI International Congress Actuaries*, Vol. I, pp. 877-955, 1909.
6) Crameér, H.: *Collectiverisktheory*, Skandia Jubilee Volume, Stockholm.
7) Borch, K.: *Economics of Insurance*, North-Holland, 1990.
8) Arrow, K.J.: Le role des valeurs boursieres pour la repartition la meilleure des risques, *Econometrie*, 41-47, English translation as The role of securities in the optimal allocation of risk-bearing, *Review of Economic Studies*, Vol. 31, pp. 91-96, 1964.
9) Borch, K.: Equilibrium in a reinsurance market, *Econometrica*, Vol. 30, pp. 424-444, 1962.
10) Cass, D., Chichilinsky, G., and Wu, H.-M.: Individual risk and mutual insurance, *Econometrica*, Vol.64, pp. 333-341, 1996.
11) Johansson P.-O. and Löfgren , K.-G.: Wealth from optimal health, *Journal of Health Economics*, Vol. 14, pp.65-79, 1995.
12) 山口光恒: 現代のリスクと保険，岩波書店，1998.
13) Froot, K. A. (ed.): *The Financing of Catastrophe Risk*, The University of Chicago Press, 1999.
14) Malinvaud, E.: The allocation of individual risks in large markets, *Journal of Economic Theory*, Vol. 4, pp. 312-328, 1972.
15) Malinvaud, E.: Markets for an exchange economy with individual risks, *Econometrica*, Vol. 41, pp.383-410, 1973.
16) de Finettti, B.: Forsight: its logical laws, its subjective sources, in: Kyburg, Jr. H. E. and Smokler, H. E. (eds.), *Studies in Subjective probability*, Wiley, 1964.
17) Arrow, K.J. and Lind, R. C.: Uncertainty and the evaluations of public investments, *American Economic Review*, Vol. 53, pp. 941-973, 1970.
18) 酒井泰弘：不確実性の経済学，有斐閣，1982.
19) Geanakopolos, J.: An introduction to general equilibrium with incomplete asset markets, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 19, pp. 1-38, 1990.
20) Starret, D. A.: *Foundations of Public Economics*, Cambridge University Press, pp. 233-245, 1988.

(1999. 1. 20 受付)

CATASTROPHE RISKS AND ECONOMIC VALUATION OF DISASTER PREVENTION INVESTMENT

Kiyoshi KOBAYASHI and Muneta YOKOMATSU

Catastrophe risks by natural disaster can be characterized by composition both of individual risks and collective risks. The major result of this paper is: Catastrophe risks can be optimally, but not fully, insured by Malinvaud=Arrow insurances, which are state-dependently composed of mutural insurances to mitigate individual loss across individual households and of contingent securities to hedge collective risks. The valuation methods are proposed to measure economic benefits of disater prevention investment, which is made in conjunction with the optimal allocation of disater risks by Malinvaud=Arrow insurances.