

凍結膨張による未凍結領域内の土圧と変位の経時変化

ON THE STRESS AND DISPLACEMENT IN UNFROZEN SOIL ZONE AROUND ARTIFICIAL FROZEN SOIL

高 志 勤*

By Tsutomu Takashi

1. 結 言

土が凍結するとき、その土の成分に 20 μ 以下の微粒子を含む場合には、大なり小なり膨張現象を伴うことは、自然凍上として古くから知られている事実である¹⁾。この凍結膨張現象は、地盤を人工的に凍結して地下構造物を建設する地盤凍結工法の最大の欠点といえることができる。

著者らは、凍結中の土の間げき水の出入りを自由しながら熱流方向に一致する拘束力（上載荷重）を変化させることのできる開放型凍上実験装置を製作し、これによって数多くの試料で実験を行なった結果、次の 2 つの法則性を発見した^{2),3)}。

1) 凍結膨張率 ξ と拘束圧 σ とはほぼ逆比例関係にあり、

$$\xi = \xi_0 + \frac{c}{\sigma}, \quad (\xi_0, c: \text{定数}) \dots\dots\dots (1.1)$$

で表わされる。ここで興味あることは式 (1.1) の拘束圧力 σ が大きくなっても、凍結膨張率は ξ_0 だけ残ることである。この残留膨張率は土粒子のまわりの不凍水の凍結によるものと考えられ、細粒分の多い土ほど大きくなる傾向にある。

2) 凍結進行中の間げき水収支に関しては、拘束圧 σ が小さいときは周囲の水を吸引しながら膨張し、拘束圧が大きいつきは排水しながら膨張する。一般に吸水と排水の限界は拘束圧 σ が 0.5 kg/cm² と 2 kg/cm² の間にあり、細粒分の多い土ほど限界圧力は大きくなる傾向にある（例外として約 50 試料中 6.4 kg/cm² でもなお吸引する試料がただ一例あった。）

本論文はこれらの凍上特性を用いて、凍結地点周囲の地山中の水平土圧と変位の理論計算法を述べるとともに、この方法で算出される結果を用いて、凍結膨張の影

響を軽減するいくつかの対策³⁾のうち優先順位と効果の数量的評価を行なう一助としたい。

なお、本論文の計算例は、凍結管 1 本だけの場合と低温液化ガス貯蔵用地下タンクの場合の周囲未凍結地山中の水平土圧と変位に焦点をあわせて計算しているが、適切な仮定のもとに一般的な凍結工法にも適用できることはもちろんである。

2. 問題の概要と仮定

問題を単純化するため、無限の拡がりをもつ等方均質な土の中に 図-1 に示すような円筒状（または球殻状）の凍土が外側にだけ成長してゆく場合を考える（補遺 1）。さて、このような状態で凍結領域に膨張が起こると、外側の未凍結領域は δ_1 だけ外側に押し出されるとともに、内側の構造物または未凍結土は δ_0 だけ内側に圧縮される。後者の δ_0 は構造物の温度収縮と外圧増加による弾性収縮量で、後の計算例で示すように、前者の δ_1 に比較してはるかに小さい量であるう え容易に計算することができる。したがって、本論文は次の順序にし

$$\sigma = \frac{Q}{r} = \frac{Q_0}{r_0} = \frac{Q_1}{r_1}$$

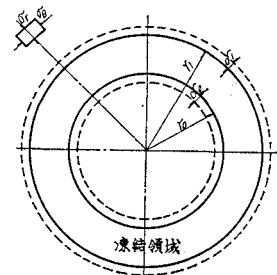


図-1 凍結モデル（円筒または球殻）

* 正会員 理博 精研冷機（株）地盤凍結部部长

たがって、凍結領域の外側の未凍結領域内の土圧主応力と変位とを時間の関数として表わすことを目的とするものである。

まず、凍結領域内に膨張が生じると外側の未凍結領域内に変位 δ_1 が発生するとともに、この変位に対抗するために土圧が上昇する。この対抗土圧は凍土領域と未凍結領域の境界で最大となり、境界から離れるにつれて減少する。そこで、この境界上の対抗土圧を σ_{r_1} とすると、変位 δ_1 と対抗土圧（最大主応力） σ_{r_1} との相互関係を量的に結合できれば、次の順序で凍結領域の外側の対抗土圧 σ_{r_1} と変位 δ_1 を時間の関数として表わすことができる。

1) まず、凍結領域外側の半径方向の対抗土圧（最大主応力） σ_{r_1} を与える。

2) σ_{r_1} によって生じる変位 δ_0, δ_1 を計算する。

3) δ_0, δ_1 がわかると凍土が膨張した総容積がわかる。

4) 凍土の膨張容積と膨張中の拘束圧力 σ_{r_1} がわかっていると、式 (1.1) から凍土の全容積がわかる。

5) 凍土の容積がわかると凍結半径 r_1 を計算することができる。

6) 凍結半径 r_1 と時間 t は文献 4), 5) によって結びつけることができる。

本論文では上述の順序に従って、凍結領域の外側未凍結領域中の土圧主応力と変位分布を時間の関数として表わす方法を示すが、その誘導過程で多くの仮定を用いている。これらの仮定については、なるべく土質工学、凍結工学上周知されたものを導入したが、中にはそのために生ずる誤差の評価のむずかしいものもある。これらについては、そのつど文末の補遺で解説したい。

3. 未凍結領域中の土圧分布および変位の考え方

いま、無限の拡がりをもつ等方均質な土の中に図-1に示すような円筒状（または球殻状、補遺2）の凍結領域が出現し、この領域の外半径 r_1 が時間の経過とともに増大し、それに伴って膨張が発生して外側未凍結部の半径方向の主応力 σ_r と変位 δ が増大してゆく場合を考えよう。

まず、凍結が始まる前の地盤内の応力分布は三軸とも等しく、

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_\infty \dots\dots\dots (3.1)$$

であると仮定する（補遺3）。

ここに、

σ_r : 半径方向の主応力

σ_θ : 切線方向の主応力

σ_z : 軸方向の主応力

である。

さて、このような地盤中に凍結膨張が起こり、そのための土圧増加や変位が比較的小さい間は、外側の未凍結地盤は純弾性的挙動を示すことになる⁹⁾。しかしながら、凍結領域が成長するに従って、最大主応力は増大し最小主応力は減少するためにその差

$$\sigma = \sigma_r - \sigma_\theta \dots\dots\dots (3.2)$$

は次第に増大し、ついには σ が地盤の下限降伏値を越えると、その領域では地盤は粘弾性的挙動を示すようになり、膨張力がなくなってももとの状態に回復しないようになる。しかしながら、その応力と変位はこの領域でも実用的には弾性体と全く同じ方法で計算することができる（補遺4）。

凍結がさらに進行すると、主応力差 σ はますます増加して、ついには土はその構造の一部が破壊して、これまでのような弾性的変形法則にしたがわなくなる。このような場合の土の挙動については2つの様相が考えられる。その1つは三軸圧縮試験にみられるようなせん断破壊であり、他の1つは圧密現象を伴う塑性降伏である。一般に、土かぶりが浅くて σ_∞ が小さいときにはせん断破壊が先に発生し、土かぶりが深くて σ_∞ も大きいときには塑性降伏が先に発生する（補遺5）。本論文では、主応力差 σ がその地盤の上限降伏値を越えたとき塑性降伏を起こして塑性領域ができ、この領域内では最大最小主応力差 σ は上限降伏値 σ_u に等しくなっているととして解析を進める。また、塑性領域内での変形法則は圧密の法則によって変形するものとする¹⁾。本論文でせん断破壊の場合を取り扱わない理由は、せん断破壊後のつりあいおよび変形の法則性が明らかでないことと、補遺5で例示するように、せん断破壊と塑性降伏を示す境界の応力 σ_{r_1} にそれほど大きな差がないという二つの理由のためである。したがって、土かぶりの浅い場合に本論文の結果を適用する場合には、わずかながら応力は過大評価の傾向にあることを考慮しなければならないであろう。

さて、すでに述べたように、凍結領域が大きく成長した段階では、凍土外側の未凍結領域中には図-2に示すように最大最小主応力差の大きさに従って3つの領域が形成されることになる。これらのうち、弾性領域と粘弾性領域とは土圧・変位について同じ取り扱いができるから、結局われわれは2つの領域について考えればよいことになる。すなわち、

$$\sigma_r - \sigma_\theta < \sigma_u \dots\dots\dots \text{弾性領域}$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta \geq \sigma_u \dots\dots\dots \text{塑性領域}$$

これら2つの領域内では応力つりあい・変位の様式が異なるので、それぞれについて計算することにする。

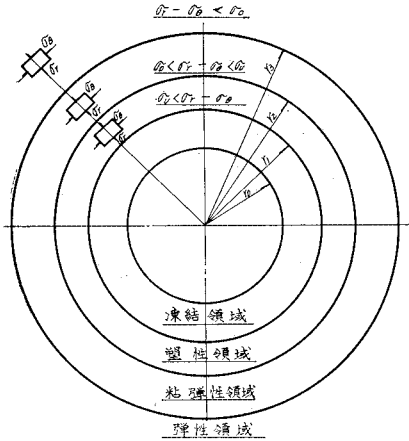


図-2 凍土が成長した段階の凍結モデル (円筒または球殻)

4. 未凍結土が純弾性体または粘弾性体として挙動する場合 (凍土領域は円筒状)

図-1 に示すような無限に広がる等方均質な弾性体の中に半径 r_1 の円周上で膨張力 σ_{r1} が等しく働くときの応力と変位の分布は、弾性力学あるいは材料力学の教科書に載っているの、ここではその結果だけを述べることにする⁶⁾。さて、このような場合、半径 r の未凍結土中の3つの主応力は次のように表わされる。

$$\sigma_r = \sigma_\infty + (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{r_1^2}{r^2} \dots\dots\dots(4.1)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\infty - (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{r_1^2}{r^2} \dots\dots\dots(4.2)$$

$$\sigma_z = \sigma_\infty \dots\dots\dots(4.3)$$

したがって、凍結膨張の始まった後の主応力の増減は、

$$\sigma_r' = \sigma_r - \sigma_\infty = (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{r_1^2}{r^2} \dots\dots\dots(4.1)'$$

$$\sigma_\theta' = \sigma_\theta - \sigma_\infty = -(\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{r_1^2}{r^2} \dots\dots\dots(4.2)'$$

$$\sigma_z' = \sigma_z - \sigma_\infty = 0 \dots\dots\dots(4.3)'$$

となり、平均主応力の増減は0となる。すなわち、

$$\frac{\sigma_r' + \sigma_\theta' + \sigma_z'}{3} = 0 \dots\dots\dots(4.4)$$

これはつりあいが弾性的であることを示すと同時に、圧密が生じないことを示している。次に、これらを用いて半径 r の点の外側への変位 δ_r は、

$$\delta_r = \int_r^\infty \frac{1}{r} (\sigma_r' - \nu \sigma_\theta') dr \dots\dots\dots(4.5)$$

で計算される。ここに、

E : 未凍結地盤のヤング率

ν : 未凍結地盤のポアソン比

である。この積分を遂行した結果は、

$$\delta_r = (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{1+\nu}{E} \frac{r_1^2}{r} \dots\dots\dots(4.6)$$

を得る。式 (4.1)~(4.6) をみると、未凍結土が弾性体として挙動するときは応力は距離の二乗に反比例して減少し、変位は一乗に反比例して減少することがわかる。次に、凍結領域のすぐ外側の変位 δ_1 は式 (4.6) の r に r_1 を代入して

$$\delta_1 = (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{1+\nu}{E} \cdot r_1 \dots\dots\dots(4.7)$$

を得る。この式の右辺は一見、膨張圧 σ_{r1} だけの関数のようにみえるが実は r_1 が確定していない。そこで図-1 について考えると凍結領域の外半径が r_0 から出発して時間の経過とともに r_1 まで成長する間に、対抗圧は σ_∞ から出発して σ_{r1} まで増大することになるが、その間の平均凍結膨張率を $\bar{\epsilon}$ とすると次の関係が成立しなければならない。

$$\pi(r_1^2 - r_0^2)(1 + \bar{\epsilon}) = \pi\{(r_1 + \delta_1)^2 - (r_0 - \delta_0)^2\} \dots\dots\dots(4.8)$$

この式中の δ_1, δ_0 は r_0 にくらべて 1/50 以下の小さい量であるから r_0^2 に対して δ_1^2, δ_0^2 を無視すると、

$$(r_1^2 - r_0^2)\bar{\epsilon} = 2(r_1\delta_1 + r_0\delta_0) \dots\dots\dots(4.9)$$

を得る。式 (4.7), (4.9) を δ_1, r_1 に関する連立方程式として解くと、

$$r_1 = \sqrt{\frac{\frac{\bar{\epsilon}}{2} r_0^2 + r_0 \delta_0}{\frac{\bar{\epsilon}}{2} - (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{1+\nu}{E}}} \dots\dots\dots(4.10)$$

$$\delta_1 = (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\frac{\frac{\bar{\epsilon}}{2} r_0^2 + r_0 \delta_0}{\frac{\bar{\epsilon}}{2} - (\sigma_{r1} - \sigma_\infty) \frac{1+\nu}{E}}} \dots\dots\dots(4.11)$$

となる。式 (4.10), (4.11) の右辺の $r_0, \sigma_\infty, E, \nu$ は既知数、 $\bar{\epsilon}, \delta_0$ は膨張圧 (対抗土圧) σ_{r1} の関数であるから σ_{r1} が与えられれば r_1, δ_1 を計算することができる。したがって、ある時間 t における r_1 が文献 4), 5) によって決まると、土圧分布・変位分布を時間の関数として表わすことができる。

5. 凍土領域が球殻で外側の未凍結土が弾性体として挙動する場合

前節では凍土領域が円筒状で軸方向には無限の長さをもつ場合について解析した。この結果は凍結管 1 本の場合や、直径に対して深さが大きい立坑のような場合にはそのまま役立つけれども、よく行なわれる都市土木の凍結や液化天然ガス貯蔵用地下タンクの場合は、その底部付近では円筒よりもむしろ球殻状凍土として計算するほうがより真実に近いと考えられる。

表-1 未凍結領域が弾性体として挙動する場合の諸表式

	凍結領域が円筒の場合	凍結領域が球殻の場合
半径方向主応力	$\sigma_r = \sigma_{\infty} + (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{r_1^2}{r^2}$	$\sigma_r = \sigma_{\infty} + (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{r_1^3}{r^3}$
切線方向主応力	$\sigma_{\theta} = \sigma_{\infty} - (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{r_1^2}{r^2}$	$\sigma_{\theta} = \sigma_{\infty} - \frac{1}{2} (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{r_1^3}{r^3}$
垂直方向主応力	$\sigma_z = \sigma_{\infty}$	$\sigma_{\phi} = \sigma_{\infty} - \frac{1}{2} (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{r_1^3}{r^3}$
半径方向の変位	$\delta_r = (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{1+\nu}{E} \frac{r_1^2}{r}$	$\delta_r = (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{1+\nu}{2E} \frac{r_1^3}{r^2}$
凍結面における変位	$\delta_1 = (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{1+\nu}{E} r_1$	$\delta_1 = (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{1+\nu}{2E} r_1$
σ_{r1} が与えられたときの凍結半径	$r_1 = \sqrt{\frac{\frac{\xi}{2} r_0^2 + r_0^2 \delta_0}{\frac{\xi}{2} - (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty})} \cdot \frac{1+\nu}{E}}$	$r_1 = \sqrt[3]{\frac{\frac{\xi}{3} r_0^3 + r_0^2 \delta_0}{\frac{\xi}{3} - (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty})} \cdot \frac{1+\nu}{2E}}$
最大膨張土圧の決定式	$\sigma_{ECmax} = \sigma_{\infty} + \frac{E\xi}{2(1+\nu)}$	$\sigma_{ESmax} = \sigma_{\infty} + \frac{2E\xi}{3(1+\nu)}$

球殻状凍土の場合も、円筒状凍土と全く同様の考え方で解を導き出すことができる。途中の計算を省略して結果だけを示すと、未凍結土中の応力分布は

$$\sigma_r = \sigma_{\infty} + (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{r_1^3}{r^3} \dots\dots\dots(5.1)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\phi} = \sigma_{\infty} - \frac{\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}}{2} \frac{r_1^3}{r^3} \dots\dots\dots(5.2)$$

となる。ここに σ_{ϕ} は $\sigma_r, \sigma_{\theta}$ に直角方向の主応力である。また、半径方向の変位は次式となる。

$$\delta_r = (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{1+\nu}{2E} \frac{r_1^3}{r^2} \dots\dots\dots(5.3)$$

また、 r_1, δ_1 は

$$r_1 = \sqrt{\frac{\frac{\xi}{3} r_0^3 + r_0^2 \delta_0}{\frac{\xi}{3} - (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty})} \cdot \frac{1+\nu}{2E}} \dots\dots\dots(5.4)$$

$$\delta_1 = (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty}) \frac{1+\nu}{2E} \sqrt{\frac{\frac{\xi}{3} r_0^3 + r_0^2 \delta_0}{\frac{\xi}{3} - (\sigma_{r1} - \sigma_{\infty})} \cdot \frac{1+\nu}{2E}} \dots\dots\dots(5.5)$$

となる。これらを比較対照するためにまとめると表-1 のようになる。

6. 最大膨張土圧について

式 (4.10), (5.4) の根号内の分子は常に正数である。したがって、 σ_{r1} が徐々に増大してゆくと分母は 0 に近づくが、分母が 0 に近づくことは r_1 が無限大に近づくことになる。いいかえると、これら両式の分母を 0 にするような σ_{r1} が最大の膨張圧であるということになる。すなわち、最大膨張圧を σ_{Emax} とすると次の結果を得

る。

円筒状凍土の場合の最大膨張圧：

$$\sigma_{ECmax} = \sigma_{\infty} + \frac{E\xi}{2(1+\nu)} \dots\dots\dots(6.1)$$

球殻状凍土の場合の最大膨張圧：

$$\sigma_{ESmax} = \sigma_{\infty} + \frac{2E\xi}{3(1+\nu)} \dots\dots\dots(6.2)$$

これらの結果からまず最初にわかることは、凍土領域周辺に発生する最大膨張圧は、地盤の力学的性質と凍土領域が二次元的(長い円筒状)か三次元的(球状)かということだけによって決まり、その絶対的寸法には無関係であることである。次にわかることは、凍結膨張が始まってから発生する増加土圧だけについて考えると、

$$\frac{\sigma_{ESmax} - \sigma_{\infty}}{\sigma_{ECmax} - \sigma_{\infty}} = \frac{4}{3} \frac{\xi(\sigma_{ESmax})}{\xi(\sigma_{ECmax})} \leq \frac{4}{3} \dots\dots\dots(6.3)$$

となり、球殻状の凍土のほうが円筒状凍土の場合より約 30% 程度大きくなるのがわかる。

最後に、著者は文献 3) で凍土領域周辺の最大水平土圧がその地盤の受働土圧までは増加しても、それ以上にはなり得ないことを指摘している。上の計算方法で種々の土について計算すると、軟弱地盤についてはほぼ受働土圧まで増加するが、圧密の進んだ硬質粘土・シルトについては、最大膨張圧は受働土圧よりもはるかに小さくなる。したがって、文献 3) の表現は軟弱地盤にはそのまま適用できるが、硬質粘性地盤については正しいとはいえない。そこで、このような地盤では、式(6.1), (6.2) で計算された最大水平土圧を基準にすべきであろう。

7. 平均膨張率について

式(4.10), (4.11), (5.4), (5.5) 中の ξ は、対抗土圧が

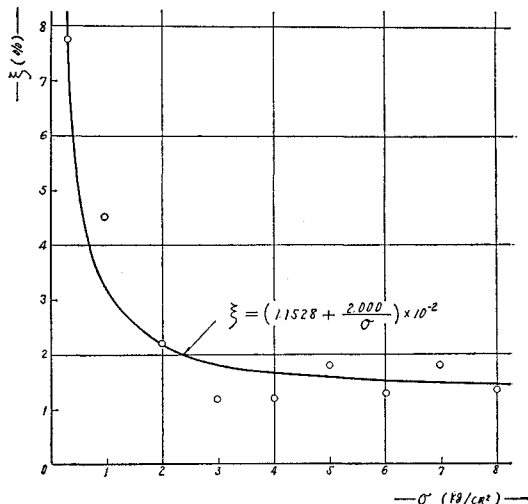


図-3 軟弱シルト地盤の σ - ξ 曲線の一例

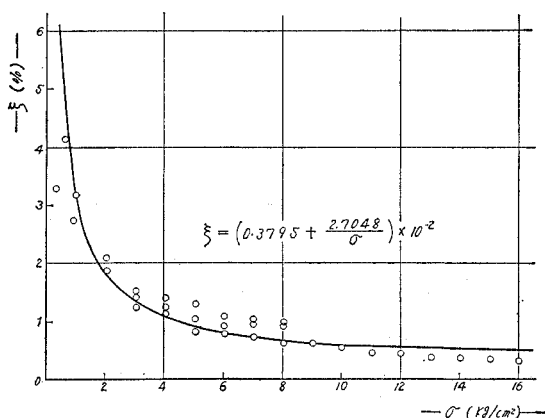


図-4 硬質粘土地盤の σ - ξ 曲線の一例

σ_∞ から σ_{r_1} まで増加する間の平均膨張率である。したがって、凍土の膨張率 ξ と拘束圧 σ との関係がわかっているならば、 ξ は次のように表わされる。

$$\xi(\sigma_{r_1}) = \frac{1}{\sigma_{r_1} - \sigma_\infty} \int_{\sigma_\infty}^{\sigma_{r_1}} \xi(\sigma) d\sigma \quad (7.1)$$

すでに述べたように ξ と σ の関係は図-3、図-4 に示すように、一般的には双曲線関係にあり式 (1.1) のように表式化できる。このときは、式 (1.1) を式 (7.1) に入れて計算すると次の結果を得る。

$$\xi(\sigma_{r_1}) = \xi_0 + c \frac{\log \sigma_{r_1} - \log \sigma_\infty}{\sigma_{r_1} - \sigma_\infty} \quad (7.2)$$

図-3、図-4 に例示する土では

軟弱シルト地盤 : $\xi_0 = 0.011528, c = 0.02000$

硬質粘土地盤 : $\xi_0 = 0.003795, c = 0.027048$

となる。 ξ と σ の関係が式 (1.1) のように表式化できないときは、式 (7.1) にたち帰って計算すればよい。

8. 未凍結土が純弾性(粘弾性)・塑性の二領域に分かれて挙動する場合 (凍土領域は円筒状)

凍結膨張が進行して未凍結領域中の最大最小主応力差が増大し、ついに上限降伏値を越えると、その部分の土は部分的な破壊を起こして図-2 に示すような3つの領域に分れて挙動することはすでに説明したとおりである。いま、塑性領域の外側の限界半径 r_2 よりさらに外側の弾性領域中の応力分布は式 (4.1), (4.2), (4.3) の r_1, σ_{r_1} を r_2, σ_{r_2} におきかえることによって容易に知る事ができる。

$$\sigma_r = \sigma_\infty + (\sigma_{r_2} - \sigma_\infty) \frac{r_2^2}{r^2} \quad (8.1)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\infty - (\sigma_{r_2} - \sigma_\infty) \frac{r_2^2}{r^2} \quad (8.2)$$

$$\sigma_z = \sigma_\infty \quad (8.3)$$

ここに、 σ_{r_2} は半径 r_2 の面上に働く半径方向の主応力

である。また、この部分の変位は式 (4.5) より、

$$\delta_r = (\sigma_{r_2} - \sigma_\infty) \frac{1 + \nu}{E} \frac{r_2^2}{r} \quad (8.4)$$

となる。一方、境界 r_2 の上では

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \sigma_u$$

が成立しなければならないから、式 (8.1), (8.2) より

$$\sigma_{r_2} = \frac{1}{2} \sigma_u + \sigma_\infty \quad (8.5)$$

を得る。式 (8.5) を (8.1), (8.2), (8.3), (8.4) に入ると弾性領域内の主応力分布と変位を次のように表わすことができる。

$$\sigma_r = \sigma_\infty + \frac{\sigma_u}{2} \frac{r_2^2}{r^2} \quad (8.6)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_\infty - \frac{\sigma_u}{2} \frac{r_2^2}{r^2} \quad (8.7)$$

$$\sigma_z = \sigma_\infty \quad (8.8)$$

$$\delta_r = \frac{\sigma_u}{2} \frac{1 + \nu}{E} \frac{r_2^2}{r} \quad (8.9)$$

次に塑性領域内での応力つりあい方程式は軸対称であることを考慮すると、

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \quad (8.10)$$

であり、かつこの領域内では至るところ

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \sigma_u$$

が成立しなければならない⁷⁾。したがって、

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_u}{r} = 0 \quad (8.11)$$

を得る。これを解いて $r = r_1$ で $\sigma_r = \sigma_{r_1}$ という境界条件を満足するように積分定数を決めると、

$$\sigma_r = \sigma_{r_1} - \sigma_u \log \frac{r}{r_1} \quad (8.12)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_{r_1} - \sigma_u - \sigma_u \log \frac{r}{r_1} \quad (8.13)$$

を得る。弾性領域と塑性領域の境界面では半径方向の主応力 σ_r と切線方向の主応力 σ_θ がそれぞれ連続でなければならないから、式 (8.6), (8.12) および (8.7), (8.13) の右辺に $r = r_2$ を入れて等置すると全く同じ条件式

$$\sigma_\infty + \frac{\sigma_u}{2} = \sigma_{r_1} - \sigma_u \log \frac{r_2}{r_1} \quad (8.14)$$

を得る。これより σ_{r_1} と r_1 がわかれば r_2 を知ることができる。すなわち r_2 は、

$$r_2 = r_1 \exp \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_\infty - \frac{\sigma_u}{2}}{\sigma_u} \quad (8.15)$$

となる。これで σ_{r_1}, r_1 が決まると弾性領域・塑性領域内の主応力分布および弾性領域内の変位が計算できるようになった。

次に、塑性領域内の変位は、この領域内の土が平均主応力の増加によって圧密される結果発生するものと仮定して計算を進めることにする⁷⁾ (補遺 6)。この場合、塑

性領域内の3つの主応力増加分は式(8.6),(8.7),(8.8)より,

$$\begin{aligned} \sigma_r - \sigma_\infty &= \sigma_{r_1} - \sigma_\infty - \sigma_u \log \frac{r}{r_1} \\ \sigma_\theta - \sigma_\infty &= \sigma_{r_1} - \sigma_\infty - \sigma_u - \sigma_u \log \frac{r}{r_1} \\ \sigma_z - \sigma_\infty &= 0 \end{aligned}$$

であるから, 平均主応力増加は,

$$\sigma_m - \sigma_\infty = \frac{2}{3} \left(\sigma_{r_1} - \sigma_\infty - \frac{1}{2} \sigma_u - \sigma_u \log \frac{r}{r_1} \right)$$

となる。これに式(8.14)を入れると,

$$\sigma_m - \sigma_\infty = \frac{2}{3} \sigma_u \log \frac{r_2}{r} \dots\dots\dots(8.16)$$

を得る。したがって, 前出の ξ と同じ考え方で平均主応力 σ_∞ と σ_m の間の平均圧密体積変化率 \bar{m}_v を導入すると*, 塑性領域内の半径 r と r_2 の間の圧密容積は,

$$\begin{aligned} \Delta V_{Pr} &= \bar{m}_v \int_r^{r_2} 2\pi r (\sigma_m - \sigma_\infty) dr \dots\dots\dots(8.17) \\ &= \frac{4}{3} \pi \bar{m}_v \sigma_u \int_r^{r_2} r \log \frac{r_2}{r} dr \end{aligned}$$

この積分を遂行すると,

$$\Delta V_{Pr} = \frac{2}{3} \pi \bar{m}_v \sigma_u \left\{ \frac{1}{2} (r_2^2 - r^2) - r^2 \log \frac{r_2}{r} \right\} \dots\dots\dots(8.18)$$

を得る。これより塑性領域中の半径 r の点の半径方向の変位量は,

$$\begin{aligned} \delta_{Pr} &= \frac{1}{2\pi r} (2\pi r_2 \delta_{r_2} + \Delta V_{Pr}) \\ &= \frac{\sigma_u}{2} \frac{1+\nu}{E} \frac{r_2^2}{r} + \frac{1}{3} \bar{m}_v \sigma_u \frac{1}{r} \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{1}{2} (r_2^2 - r^2) - r^2 \log \frac{r_2}{r} \right\} \dots\dots\dots(8.19) \end{aligned}$$

として計算することができる。

さて, 次に塑性領域内の総圧密容積 ΔV_P は式(8.18)の r に r_1 を代入して得られる。

$$\Delta V_P = \frac{2}{3} \pi \bar{m}_v \sigma_u \left\{ \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) - r_1^2 \log \frac{r_2}{r_1} \right\}$$

式(8.14),(8.15)を用いて右辺の r_2 を消去すると,

$$\begin{aligned} \Delta V_P &= \frac{2}{3} \pi \bar{m}_v \sigma_u \left\{ \frac{1}{2} r_1^2 \left(\exp \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_\infty - \frac{\sigma_u}{2}}{\frac{\sigma_u}{2}} - 1 \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} r_1^2 \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_\infty - \frac{\sigma_u}{2}}{\frac{\sigma_u}{2}} \right\} \end{aligned}$$

いま,

$$\zeta_c = \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_\infty - \frac{\sigma_u}{2}}{\frac{\sigma_u}{2}} \dots\dots\dots(8.20)$$

* m_v については11.で説明する。

とおくと, 上式は

$$\Delta V_P = \frac{\pi}{3} \bar{m}_v \sigma_u r_1^2 (e^{\zeta_c} - 1 - \zeta_c) \dots\dots\dots(8.21)$$

となる。

一方, 弾性領域内の体積変化 ΔV_E は式(8.9)から,

$$\Delta V_E = 2\pi r_2 \delta_{r_2} = \pi \sigma_u \frac{1+\nu}{E} r_2^2 = \pi \sigma_u \frac{1+\nu}{E} r_1^2 e^{\zeta_c} \dots\dots\dots(8.22)$$

したがって,

$$\begin{aligned} \Delta V_E + \Delta V_P &= \pi \sigma_u r_1^2 \left\{ \frac{1+\nu}{E} e^{\zeta_c} + \frac{1}{3} \bar{m}_v (e^{\zeta_c} - 1 - \zeta_c) \right\} \\ &= \pi \sigma_u r_1^2 \left\{ \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{1}{3} \bar{m}_v \right) e^{\zeta_c} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} \bar{m}_v (1 + \zeta_c) \right\} \dots\dots\dots(8.23) \end{aligned}$$

を得る。ところで, 凍結領域における膨張量のうち, 内側へ膨張した量 $2\pi r_0 \delta_0$ を差し引いた残りの膨張量

$$\pi (r_1^2 - r_0^2) \xi - 2\pi r_0 \delta_0$$

は当然外側に膨張したもので, 上の $\Delta V_E + \Delta V_P$ に等しくならなければならない。したがって,

$$\begin{aligned} \pi (r_1^2 - r_0^2) \xi - 2\pi r_0 \delta_0 &= \pi \sigma_u r_1^2 \left\{ \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{1}{3} \bar{m}_v \right) e^{\zeta_c} - \frac{1}{3} \bar{m}_v (1 + \zeta_c) \right\} \end{aligned}$$

$$\therefore r_1 = \sqrt{\frac{\xi r_0 + 2 r_0 \delta_0}{\xi - \sigma_u \left\{ \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{1}{3} \bar{m}_v \right) e^{\zeta_c} - \frac{1}{3} \bar{m}_v (1 + \zeta_c) \right\}}} \dots\dots\dots(8.24)$$

となる。これは膨張圧 σ_{r_1} が与えられたときの凍結半径 r_1 を決定する式である。また, 凍結面における外側への変位 δ_1 は,

$$2\pi r_1 \delta_1 = \Delta V_E + \Delta V_P$$

より

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{\Delta V_E + \Delta V_P}{2\pi r_1} = \frac{\sigma_u}{2} r_1 \left\{ \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{1}{3} \bar{m}_v \right) e^{\zeta_c} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} \bar{m}_v (1 + \zeta_c) \right\} \dots\dots\dots(8.25) \end{aligned}$$

を得る。これは式(8.19)の r に r_1 を代入して得られる変位量と一致することはもちろんである。

最後に, 発生する最大膨張圧は,

$$\xi = \sigma_u \left\{ \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{1}{3} \bar{m}_v \right) e^{\zeta_c} - \frac{1}{3} \bar{m}_v (1 + \zeta_c) \right\} \dots\dots\dots(8.26)$$

を満足する σ_{r_1} を求めればよい。いま, この式を満足する σ_{r_1} , ξ をそれぞれ σ_{cmax} , $\xi(\sigma_\infty, \sigma_{cmax})$ と書くと, σ_{cmax} は時間が無限大に経過した後の膨張圧を示すことになるから, 式(8.25)より,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1} = \frac{1}{2} \xi(\sigma_\infty, \sigma_{cmax}) \dots\dots\dots(8.27)$$

を得る。一方10.で示すように, 凍結領域が球殻の場合には同じ計算法によって,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1} = \frac{1}{3} \bar{\xi}(\sigma_{\infty}, \sigma_{E, \max}) \dots \dots \dots (8.28)$$

を得る。これらの2式は、時間が無限に経過した極限においては、半径方向の変位率 δ_1/r_1 は凍結領域が2次元(円筒)的であるときは平均凍結膨張率 $\bar{\xi}$ の1/2で、凍結領域が3次元(球殻)的であるときは $\bar{\xi}$ の1/3となることを示し、常識と一致する。また、このことは塑性領域が現われない場合にも式(4.10), (4.11), (5.4), (5.5), (6.1), (6.2) を用いて容易に証明することができる。

9. 塑性領域発生の条件

未凍結領域中に塑性領域が発生するためには 3. で述べたように、凍結領域のすぐ外側で

$$\sigma_r - \sigma_{\theta} \geq \sigma_u \dots \dots \dots (9.1)$$

が成立しなければならない。これに式(4.1), (4.2) を入れ $r=r_1$ とおくと、

$$(\sigma_{r_1} - \sigma_{\infty}) \geq \frac{1}{2} \sigma_u \dots \dots \dots (9.2)$$

を得る。 σ_{r_1} は時間の経過とともに増大するが、それには限度があって式(6.1), (6.2) で示される $\sigma_{E, \max}$ より大きくなることはできない。そこで式(9.2)に式(6.1), (6.2) を代入すると、

$$\text{円筒状凍土の場合: } \frac{E \bar{\xi}(\sigma_{\infty}, \sigma_{E, \max})}{1 + \nu} \geq \sigma_u \dots \dots \dots (9.3)$$

$$\text{球殻状凍土の場合: } \frac{4}{3} \frac{E \bar{\xi}(\sigma_{\infty}, \sigma_{E, \max})}{1 + \nu} \geq \sigma_u \dots \dots \dots (9.4)$$

を得る。これが塑性領域が発生するか否かの判定条件である。これらの関係から次のことがいえる。

- 1) 塑性領域が発生するためには、地盤の上限降伏値 σ_u に比較してヤング率と平均凍結膨張率の積が大きくなければならない。
- 2) 式(9.4)の左辺は式(9.3)の左辺より4/3があるだけ大きくなっている。したがって、球殻状凍土の場合の方が円筒状凍土の場合よりも塑性領域の発生する可能性が高いといえることができる。

表-2 未凍結領域が弾性、塑性の二領域に分かれて挙動する場合の諸表式

	凍結領域が円筒の場合	凍結領域が球殻の場合	
弾性領域	半径方向主応力	$\sigma_r = \sigma_{\infty} + \frac{\sigma_u}{2} \frac{r_2^2}{r^2}$	$\sigma_r = \sigma_{\infty} + \frac{2}{3} \sigma_u \frac{r_2^3}{r^3}$
	切線方向主応力	$\sigma_{\theta} = \sigma_{\infty} - \frac{\sigma_u}{2} \frac{r_2^2}{r^2}$	$\sigma_{\theta} = \sigma_{\infty} - \frac{1}{3} \sigma_u \frac{r_2^3}{r^3}$
	垂直方向主応力	$\sigma_z = \sigma_{\infty}$	$\sigma_{\phi} = \sigma_{\infty} - \frac{1}{3} \sigma_u \frac{r_2^3}{r^3}$
	半径方向の変位	$\delta_r = \frac{\sigma_u}{2} \frac{1 + \nu}{E} \frac{r_2^2}{r}$	$\delta_r = \frac{\sigma_u}{3} \frac{1 + \nu}{E} \frac{r_2^3}{r^2}$
塑性領域	半径方向主応力	$\sigma_r = \sigma_{r_1} - \sigma_u \log \frac{r}{r_1}$	$\sigma_r = \sigma_{r_1} - 2 \sigma_u \log \frac{r}{r_1}$
	切線方向主応力	$\sigma_{\theta} = \sigma_{r_1} - \sigma_u - \sigma_u \log \frac{r}{r_1}$	$\sigma_{\theta} = \sigma_{r_1} - \sigma_u - 2 \sigma_u \log \frac{r}{r_1}$
	垂直方向主応力	$\sigma_z = \sigma_{\infty}$	$\sigma_{\phi} = \sigma_{r_1} - \sigma_u - 2 \sigma_u \log \frac{r}{r_1}$
	弾塑性境界半径	$r_2 = r_1 \exp \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_{\infty} - \frac{\sigma_u}{2}}{\sigma_u}$	$r_2 = r_1 \exp \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_{\infty} - \frac{2}{3} \sigma_u}{2 \sigma_u}$
領域	平均主応力の増加	$\sigma_m - \sigma_{\infty} = \frac{2}{3} \sigma_u \log \frac{r_2}{r_1}$	$\sigma_m - \sigma_{\infty} = 2 \sigma_u \log \frac{r_2}{r_1}$
	半径方向の変位	$\delta_{Pr} = \frac{\sigma_u}{2} \frac{1 + \nu}{E} \frac{r_2^2}{r} + \frac{1}{3} \frac{\sigma_u}{m_v} \frac{\sigma_u}{r} \left\{ \frac{r_2^2 - r^2}{2} - r^2 \log \frac{r_2}{r} \right\}$	$\delta_{Pr} = \frac{\sigma_u}{3} \frac{1 + \nu}{E} \frac{r_2^3}{r^2} + \frac{2}{3} \frac{\sigma_u}{m_v} \frac{\sigma_u}{r^2} \left\{ \frac{r_2^3 - r^3}{3} - r^3 \log \frac{r_2}{r} \right\}$
	ζ の定義	$\zeta_c = \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_{\infty} - \frac{\sigma_u}{2}}{\frac{\sigma_u}{2}}$	$\zeta_s = \frac{\sigma_{r_1} - \sigma_{\infty} - \frac{2}{3} \sigma_u}{\frac{2}{3} \sigma_u}$
領域	σ_{r_1} が与えられたときの凍結半径	$r_1 = \sqrt{\frac{\bar{\xi} r_0^2 + 2 r_0 \delta_0}{\bar{\xi} - \sigma_u \left\{ \left(\frac{1 + \nu}{E} + \frac{1}{3} \frac{1}{m_v} \right) e^{\zeta_c} - \frac{1}{3} \frac{1}{m_v} (1 + \zeta_c) \right\}}}$	$r_1 = \sqrt[3]{\frac{\bar{\xi} r_0^3 + 3 r_0^2 \delta_0}{\bar{\xi} - \sigma_u \left\{ \left(\frac{1 + \nu}{E} + \frac{2}{3} \frac{1}{m_v} \right) e^{\zeta_s} - \frac{2}{3} \frac{1}{m_v} (1 + \zeta_s) \right\}}}$
	凍結面での半径方向の変位	$\delta_1 = \frac{\sigma_u}{2} r_1 \left\{ \left(\frac{1 + \nu}{E} + \frac{1}{3} \frac{1}{m_v} \right) e^{\zeta_c} - \frac{1}{3} \frac{1}{m_v} (1 + \zeta_c) \right\}$	$\delta_1 = \frac{\sigma_u}{3} r_1 \left\{ \left(\frac{1 + \nu}{E} + \frac{2}{3} \frac{1}{m_v} \right) e^{\zeta_s} - \frac{2}{3} \frac{1}{m_v} (1 + \zeta_s) \right\}$
	最大膨張土圧の決定式	$\bar{\xi} = \sigma_u \left\{ \left(\frac{1 + \nu}{E} + \frac{1}{3} \frac{1}{m_v} \right) e^{\zeta_c} - \frac{1}{3} \frac{1}{m_v} (1 + \zeta_c) \right\}$	$\bar{\xi} = \sigma_u \left\{ \left(\frac{1 + \nu}{E} + \frac{2}{3} \frac{1}{m_v} \right) e^{\zeta_s} - \frac{2}{3} \frac{1}{m_v} (1 + \zeta_s) \right\}$

10. 凍結領域が球殻で外側の未凍結土が純弾性(粘弾性)・塑性の二領域に分かれて挙動する場合

この場合も凍結領域が円筒の場合と全く同様にして解くことができる。途中の過程を省略して、円筒の場合と比較対照して表示すると表-2 のようになる。

11. 平均圧密体積変化率について

圧密体積変化率 m_v は次のように定義される。

$$m_v = \lim_{d\sigma_m \rightarrow 0} \frac{1}{V} \frac{dV}{d\sigma_m} \dots\dots\dots(11.1)$$

ここに、

V : 土の容積

$dV : d\sigma_m$ なる平均主応力増加に対する圧密容積

したがって、

$$m_v = \frac{1}{V} \frac{dV}{d\sigma_m} \dots\dots\dots(11.2)$$

となる。いま、平均主応力が σ_∞ から σ_m に増加したときの平均圧密体積変化率 \bar{m}_v は、

$$\bar{m}_v(\sigma_\infty, \sigma_m) = \frac{1}{\sigma_m - \sigma_\infty} \int_{\sigma_\infty}^{\sigma_m} \frac{1}{V} \frac{dV}{d\sigma_m} d\sigma_m = \frac{\log \frac{V_0}{V_1}}{\sigma_m - \sigma_\infty} \dots\dots\dots(11.3)$$

を得る。ここに、 $m_v(\sigma_\infty, \sigma_m)$ は平均主応力が σ_∞ と σ_m の間の平均圧密体積率という意味である。また、 V_0, V_1 はそれぞれ平均主応力 σ_∞, σ_m の場合の土の体積である。いま、 σ_∞, σ_m のときの土の間げき比をそれぞれ e_0, e_1 とすると、

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{1+e_0}{1+e_1}$$

であるから式 (11.3) は次のように表わせる。

$$\bar{m}_v(\sigma_\infty, \sigma_m) = \frac{\log \frac{1+e_0}{1+e_1}}{\sigma_m - \sigma_\infty} = \frac{\log \frac{1+e_0}{1+e_1}}{\frac{2}{3} \sigma_u \log \frac{r_2}{r}} \dots\dots\dots(11.4)$$

さて、式 (8.17) はその成立過程を考えると正確には

$$\Delta V_{Pr} = \int_r^{r_2} 2\pi r \bar{m}_v(\sigma_\infty, \sigma_m) (\sigma_m - \sigma_\infty) dr \dots\dots(11.5)$$

でなければならない。ところが、後の計算例からわかるように、凍結膨張を起こしやすい土でしかも軟弱地盤の場合には、塑性領域が大きく現われる可能性があっても平均主応力の増加は式(8.16)の σ_u が小さいためきわめて小さいことになり、 $\bar{m}_v(\sigma_\infty, \sigma_m)$ は定数とみなすことができる。一方、硬質粘土の場合は塑性領域が発生しても実用的な時間範囲では小部分にすぎないため \bar{m}_v の変化

が小さく、この場合も $\bar{m}_v(\sigma_\infty, \sigma_m)$ が定数と考えて大きな誤差は生じないと考えることができる。したがって式 (11.5)は、

$$\Delta V_{Pr} = \bar{m}_v \int_r^{r_2} 2\pi r (\sigma_m - \sigma_\infty) dr$$

となり式 (8.17) が成立することがわかり、式中の \bar{m}_v は式 (11.3) または (11.4) によって計算できることとなる。

12. 計算例

本節ではこれまで誘導した諸式に実際の数値を入れて、地盤内の圧力・変位が経時的にどのように変化するかを示すことにする。対象地盤は2種類で、その1つは東京、大阪に遍在するシルト質の軟弱地盤で、他の1つは京浜地方の下部にある硬質粘土地盤を選んだ。どちらも凍結膨張には比較的敏感な土で、その物理的特性は表-3 の 16 欄までに示すとおりである。

計算例としては、小さい代表として著者らが最も頻度高く用いる凍結単管と、大きい代表として直径 40 m、深さ 40 m の液化天然ガス貯蔵用地下タンクを採用することにした。計算深度はどちらも G.L. -20 m である。

まず、土質と深度が決まると、先に述べたように凍結範囲の大小にかかわらず決定する量がある。受働土圧 σ_P 、地盤が弾性として挙動する場合の最大膨張圧 $\sigma_{E\max}$ 、地盤が塑性領域を伴う場合の最大膨張圧 $\sigma_{P\max}$ 、弾塑性境界の極限 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r_2}{r_1}$ 、塑性領域内平均主応力増加の極限などがそれである。これらを凍結領域が円筒の場合と球殻の場合について計算し、結果を表-3 の 17 欄以下に示す。

この表よりまず最初に分かることは、両地盤ともに凍結過程で塑性領域が現われるけれども、塑性領域が現われないとして計算した弾性最大膨張圧 $\sigma_{EC\max}$ と塑性領域を伴う $\sigma_{PC\max}$ はほとんど一致することである。このことは最大変位率についてもいえるので、実用計算では塑性領域中の応力分布が特に問題になる場合や、 E, \bar{m}_v とともにかなり大きい特殊の地盤以外では、塑性領域を伴わないとして計算しても応力・変位ともに大きな誤差は生じないことがわかる。次に弾塑性境界比 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r_2}{r_1}$ は軟弱地盤で大きく、硬質地盤では小さく、塑性領域内の平均主応力の増加 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma_m - \sigma_\infty)$ はその逆になる。このことは、11. で述べた、 \bar{m}_v が凍結過程で定数とみなせるという仮定が裏付けられたことになる。

(1) 凍結単管の場合

凍結領域が比較的小さい場合の代表として表-3 に示す地盤中にただ1本の凍結管をそう入し、これを冷却し

て周囲の地盤を凍結する場合を考えてみよう。この計算に用いた凍結管の諸元および境界条件などは表-4に示すとおりである。数値計算の結果は、図-5、図-6に示す。

図-5は横軸に時間、縦軸に半径方向の最大主応力および凍結面における原位置からの変位をとってある。まず、最大主応力については軟弱地盤中では、その静止土圧からの増加が非常に小さいけれども、硬質粘土中では非常に短時間に増加して静止土圧の4倍にも達することがわかる。このように、硬質粘土の凍結では地盤中の応力が異常に増加するので注意しなければならない。次に変位については、軟弱地盤中では大きく現われ硬質粘土中では比較的小さいことがわかる。以上のように、応力増加が小さくて変位が大きいのが軟弱地盤の一般的傾向で、硬質粘土地盤では応力増加が大きくて変位は小さくなる。

図-6は横軸に時間、縦軸に弾塑性境界半径 r_2 を示したものである。この計算例では軟弱地盤中で塑性領域が大きく発展することを示しているが、いま E の変動に対して $\xi(\sigma_{\infty}, \sigma_{ECmax})$ の変動が小さいとして式(9.3)および表-3の数値を用いて塑性領域の発生するヤング率の下限を求めると、

軟弱シルト地盤で $E_{crit} = 16.15 \text{ kg/cm}^2$

硬質粘土地盤で $E_{crit} = 4007.0 \text{ kg/cm}^2$

となる。地盤のヤング率がこれらの数値より小さく、ほかの物理特性が表-3の数値と同じであるような地盤では、全凍結過程を通じて塑性領域は発生しない。著者らが行なった他の地盤の計算例でも、塑性領域の発生しな

表-3

	記号	シルト質軟弱地盤	硬質粘土地盤	
ヤング率	E	40.00 kg/cm ²	4500.0 kg/cm ²	
ポアソン比	ν	0.4	0.3	
一軸圧縮破壊応力	q_u	0.2891 kg/cm ²	30.925 kg/cm ²	
上限降伏値	σ_n	0.2023 kg/cm ²	21.650 kg/cm ²	
平均圧密体積変化率	\bar{m}_v	0.1202 cm ² /kg	0.001417 cm ² /kg	
内部摩擦角	ϕ	3 kg/cm ² ~4 kg/cm ² の平均	3 kg/cm ² ~11 kg/cm ² の平均	
粘着力	c	0.48°	22.37°	
比重	γ	0.1536 kg/cm ²	9.003 kg/cm ²	
土粒子比重	G	1602.0 kg/m ³	1861.0 kg/cm ²	
含水比	w	2673.0 kg/m ³	2675.0 kg/cm ²	
液性限界	w_L	68.98%	29.78%	
塑性限界	w_P	61.14%	55.60%	
塑性指数	I_P	23.02%	26.92%	
凍結膨張特性	ξ	38.12	28.68	
計算深度	z	0.011528 + $\frac{0.02000}{\sigma_{r1}}$	0.003795 + $\frac{0.027048}{\sigma_{r1}}$	
静止土圧	σ_{∞}	20m	20m	
働土圧	σ_P	3.204 kg/cm ²	3.722 kg/cm ²	
		3.567 "	35.173 "	
凍結領域が円筒	弾性最大膨張圧	σ_{ECmax}	3.455 "	15.879 "
	塑性最大膨張圧	σ_{PCmax}	3.380 "	15.730 "
	弾性最大変位率	$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1}$	0.008769	0.0035120
	塑性最大変位率	$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1}$	0.008802	0.0035213
	弾塑性境界	$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r_2}{r_1}$	4.3928	1.2443
	塑性領域内平均主応力増加	$\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma_m - \sigma_{\infty})$	0.1996 kg/cm ²	3.1547 kg/cm ²
凍結領域が球殻	弾性最大膨張圧	σ_{ESmax}	3.537 "	19.120 "
	塑性最大膨張圧	σ_{PSmax}	3.425 "	19.030 "
	弾性最大変位率	$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1}$	0.008234	0.003336
	塑性最大変位率	$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1}$	0.008282	0.003344
	弾塑性境界	$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r_2}{r_1}$	6.7931	1.1994
	塑性領域内平均主応力増加	$\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma_m - \sigma_{\infty})$	0.7751 kg/cm ²	7.8728 kg/cm ²

表-4

諸元	記号	
凍結管外半径	r_0	5.08 cm
肉厚		0.57 cm
管材ヤング率	E_i	$2.2 \times 10^7 \text{ kg/cm}^2$
線膨張係数	β_i	$1.23 \times 10^{-1}/^{\circ}\text{C}$
凍結管表面温度	θ_c	-20°C
周辺地盤温度	θ_{∞}	+18°C
計算深度		G.L. -20 m
$\delta_0 = 2.0579 \times 10^{-6} \sigma_{r1} + 2.37444 \times 10^{-3} \text{ (cm)}$		
軟弱地盤で塑性領域がはじめて出現する凍結半径	r_1	6.73 cm
硬質地盤で塑性領域がはじめて出現する凍結半径	r_1	13.37 cm

い例の方が多いように思われる。特に硬質粘土地盤では塑性領域が発生する機会はきわめてまれであるといっても過言ではないであろう。

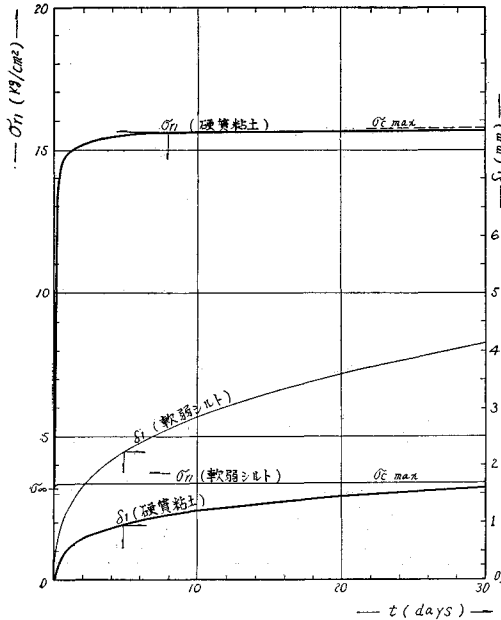


図-5 凍結単管周辺の未凍結土内の半径方向主応力 (σ_r) と変位 (δ_r) の経時変化

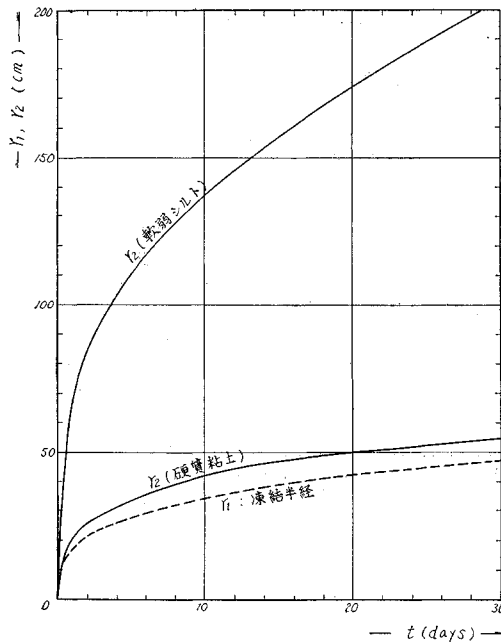


図-6 凍結単管周辺の未凍結土内の弾塑性境界半径 (r_2) の発展

最後に、土圧の増加は凍結開始後 10 日以内にほぼ飽和状態に到達していることがわかる (図-5)。これは次の計算例 (たとえば 図-7) にくらべると非常に短時間であるといえる。このような相違は凍結範囲が小さいために起こる現象で、Fourier Number⁴⁾ を考慮すると、凍結範囲の代表長が n 倍になると飽和状態に到達する

表-5

諸元	記号	
タンク内容積		50 000m ³
タンク内半径		20m
タンク深さ		40m
断熱層厚み		15 cm
断熱層熱伝導率	k_1	0.03 kcal/m·h·°C
躯体コンクリート厚み		2m
躯体内半径	r_0	22.15m
躯体ヤング率	E_c	2.55×10^6 kg/cm ²
躯体内膨張係数	β	1×10^{-5} 1/°C
タンク内面温度	θ_c	-160°C
周辺地盤温度	θ_∞	+18°C
計算深度		G.L. -20 m

$\delta_0 = 0.07843 \sigma_{r1} + 1.1000(\text{cm})$

塑性領域がはじめて出現する凍結半径		
軟弱地盤 (円筒)	r_1	26.987m
" (球殻)	r_1	24.690m
硬質地盤 (円筒)	r_1	63.606m
" (球殻)	r_1	68.000m

時間は n^2 倍になることが理論的に証明できる。

(2) 液化天然ガス貯蔵用地下タンクの場合

燃焼排気公害の最も少ないといわれる天然ガスを液化してわが国に運び、発電用燃料・都市ガスなどに用いることはすでに 1969 年より開始されている。この場合受入れ基地には当然 -162°C の非常に低温の液体を大量に貯蔵するタンクが必要で、現在ではこのような低温と台風・地震に耐え得る構造の地上式二重殻タンクに蓄えられている。しかしながら、この地上式二重殻タンクは暴走時に液が周囲に流出しないため防液堤に広い面積を占有される上に、わが国で起こり得るいかなる地震にも耐え得るかといふかなり多くの問題点が残されている。そこで地上タンクのこれら 2 つの問題点を解決するために地下タンクが注目され、現在実用規模の実験用地下タンクが東京ガス根岸工場内で稼働を開始している⁹⁾。このようにタンクを地下に入れると上記の自然災害からの被害は小さくなるが、著者が文献⁵⁾で指摘したように、いかに断熱層を厚くしても、積極的に周囲地盤を加熱しない限りは周囲地盤は凍結し、その膨張によってタンク躯体の破壊あるいは周囲地盤中にかなり広範囲の変位を生ずる危険がある。ここに示す例では、直径・深さともに 40 m の地下タンクを例にとって計算したもので、諸元は 表-5 に示すとおりである。この表中、断熱層厚みを 15 cm、躯体コンクリート厚みを 2 m としているが、このタンクが仮想的なものであるため実際には問題があろう。数値計算の結果は 図-7~図-12 に示す。

図-7 は横軸に時間、縦軸に凍結面に働く半径方向の主応力 σ_r および凍結面における原位置からの変位 δ_r

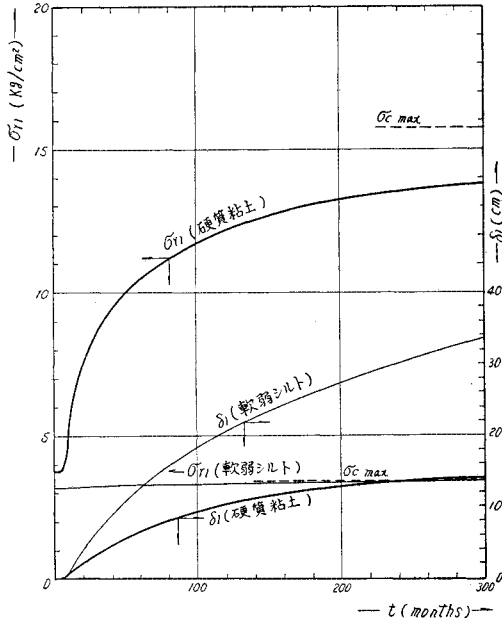


図-7 L.N.G. タンク周辺の未凍結土内の半径方向主応力 (σ_{r1}) と変位 (δ_1) の経時変化 (円筒状凍土の場合)

を示したものである。硬質粘土地盤では応力 σ_{r1} の増加が著しく、変位 δ_1 の増加は比較的小さいのに反して軟弱シルト地盤では主応力の増加はほとんどなくて変位の増加が著しいことは凍結単管の場合と全く同様である。この例のように大きいタンクでは、半径方向の主応力の増大はタンク躯体の安全性に大きい影響をもつ上、半径方向の変位の増大は周囲の構造物の安全性に大きい影響をもつ。この図では深度 20 m の地点での結果を示しているが深度が深くなると σ_{r1} はさらに増大する傾向にあるし、深度が浅くなると δ_1 はますます大きくなる傾向にある。これらの事情を明らかにするために、縦軸に深度、横軸に最大応力 σ_{cmax} および最大変位率 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1}$ をとったのが図-8である。この図より、深度の浅い地点では軟弱地盤の変位率が增大すること、硬質地盤では深度の大小にかかわらず土圧の増加が大きいことがよくわかる。なお、この図で深度 5 m より浅いところの数値を点線で示したのは、この程度の深度では地表面からの加熱のために文献 5) で計算されるような凍結進行が行なわれないこと、および変位が地表面に逃げるために土圧・変位ともに信頼度が低いためである。

図-9 は軟弱シルト地盤内の深度 20 m における塑性領域の発生を示したものである。このように軟弱シルト地盤では塑性領域は大きく発展するが、硬質粘土地盤内では表-5 に示すように、凍土厚みが約 43.5 m になるまでは塑性領域は発生しない。したがって、タンクの推定稼働期間 300 ヶ月の間には塑性領域は表われない。

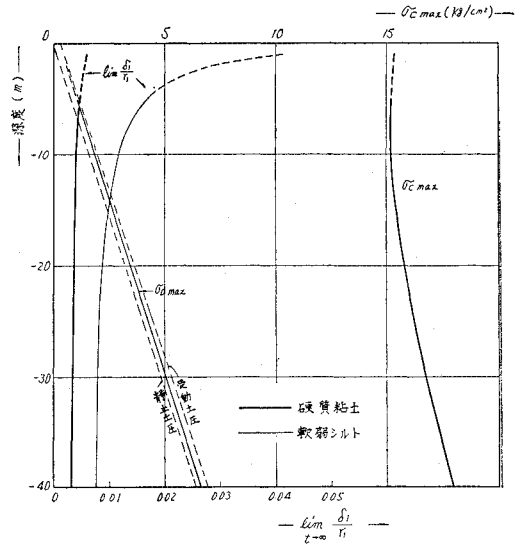


図-8 最大応力 (σ_{cmax}) と最大変位率 ($\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\delta_1}{r_1}$) の深度変化

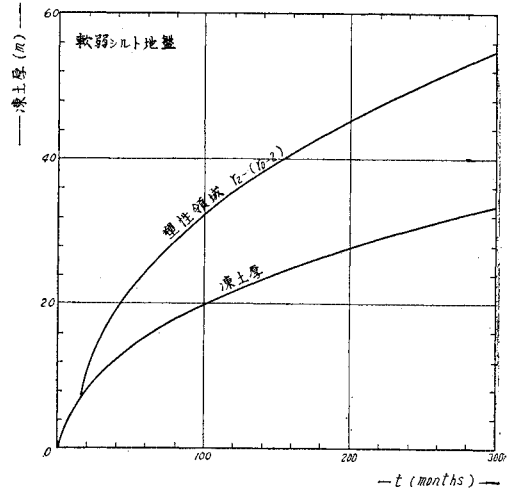


図-9 軟弱シルト地盤における凍土厚と塑性領域の発展

図-10 は硬質粘土地盤内のタンク周囲の凍土を円筒状凍土と考えた場合および球殻状凍土と考えた場合の膨張力 σ_{r1} と変位 δ_1 とをそれぞれ比較したものである。この図より、球殻状凍土の方が円筒状凍土より膨張圧が大きく変位は小さいことがわかる。地下タンク周辺の凍土は、深度 5 m 以下底面近くまでは円筒状凍土と考えてよいが、底面隅角部では球殻状凍土的性質を帯びてくる。したがって、この付近では膨張圧 σ_{r1} は 2 つの曲線に囲まれた範囲内に入ってくるものとするのが安全であろう。

さて、以上の計算結果をみると、地下タンクをつくる地盤が凍上性の地盤である場合には、硬質地盤であれば土圧が異常に増加してタンク躯体に大きな力がかかるおそれがあり、軟弱地盤であれば周囲未凍結土中の変位が

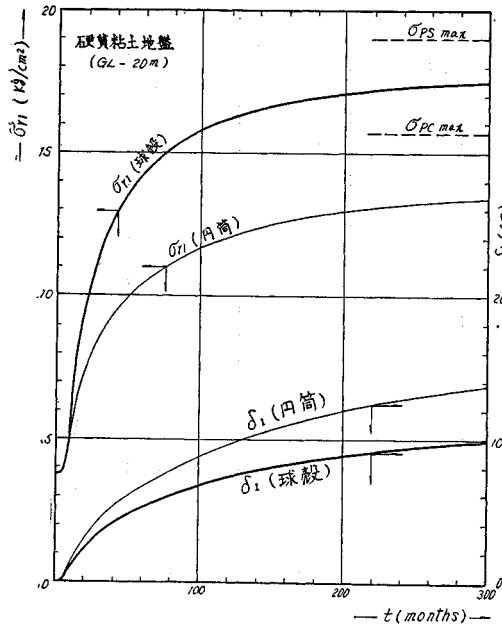


図-10 硬質粘土地盤における、球殻と円筒状凍土に対する膨張力 (σ_{r_i}) と変位 (δ_i) との比較 (深度 20 m)

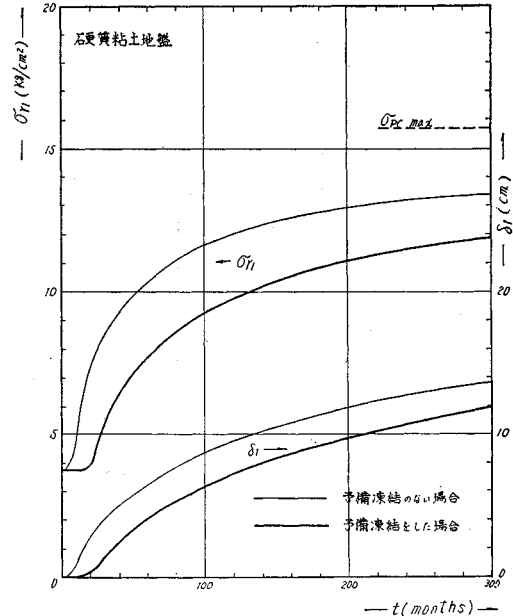


図-12 硬質粘土地盤における予備凍結の効果 (予備凍結厚 7 m)

大きくて、しかもその変位は式 (4.6) に示すようにタンク中心からの距離の一乗に反比例して減衰するためかなり遠距離までその影響範囲に入ることになる。

そこでこれらの問題を解決する方法の一つに、タンク建設の掘削を行なう前にその周囲の地盤を人工凍結して、この凍土を支壁として掘削・構築を行なえば、先行して発生した応力は掘削時に開放されると同時に次の利点が期待できる。

- 1) タンク建設時の湧水を完全に阻止できる。
- 2) タンク完成時には、クールダウン後の膨張圧に耐えるだけの凍土厚みがあるので躯体の強度をそれほど大

きくしくなくともよい。

3) タンクの完成後の膨張圧・変位の増加は少なく経時変化も緩慢になる。

4) タンク完成後はすでに凍土が完成しているので液化ガス蒸発量 (ボイルオフ) が少なくなる。

これらの利点を見こんで、クールダウン前にすでに躯体の外側に厚さ 7 m の凍土があり、この凍土の膨張圧は掘削時に開放されたものとしてその後の σ_{r_i} と δ_i を比較したのが 図-11 と 図-12 である。

まず、図-12 の硬質粘土地盤の場合には 7 m の予備凍結層のためにクールダウン後の外圧増加に対して十分対抗できる上に外圧そのものも減少するので躯体は安全になることがわかるが、図-11 の軟弱シルト地盤では変位は期待したほど減少しない。すなわち、予備凍結はタンク建設中および完成後の躯体の安全確保には絶大な効果があるが、周囲地盤の変位についてはまだ問題が残ることになる。

そこで変位を小さくする対策としては、技術的にも経済的にも最も効果の高いのは断熱層を厚くすることである。この計算例では、発泡ポリウレタンの 15 cm の断熱層を想定して計算しているが、文献 5) に示すように、断熱層の厚みを 3 倍にすれば凍土の成長は半分程度となるに加えて、地表面からの加熱が相対的に大きくなって変位は半分以下になる。これらの対策を行ってもなお問題が残る場合は、周囲地盤にウェルポイント、電気固結などの方法で圧密を促進して変位を吸収したり、積極的に加熱して凍土の成長を抑制するなどの対策が考えら

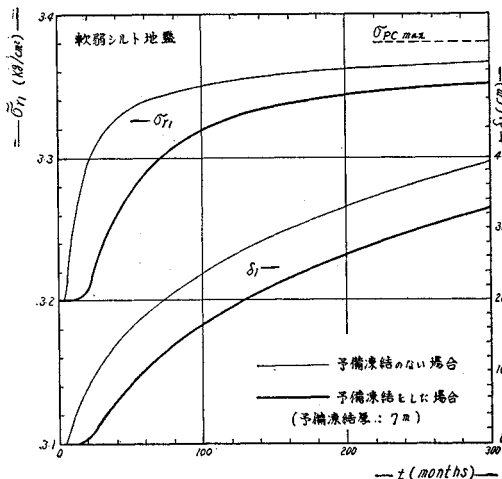


図-11 軟弱シルト地盤における予備凍結の効果 (予備凍結厚 7 m)

れるが、これらの対策には必ず副作用を伴うので現場計測と並行して慎重に順位を選定しなければならない。

13. 結 論

本論文の解析によって、著者らが永年その解明に苦しんできた凍結地点周囲の土圧増加および変位の法則性的一端を明らかにすることができた。本解析および数値計算の結果より誘導される結論を列挙すると次のようになる。

(1) 土質の影響

凍結膨張を起こしやすい地盤を凍結すると、その地盤が軟弱地盤である場合には変位が大きく現われ、その減少は凍結領域の代表長に反比例する。また、地盤が支持層になりうるような硬質粘土、シルトのようなものであれば土圧増加が著しい。しかしながら、その減少は凍結領域の代表長の自乗に反比例するので変位の影響ほど遠くまでおよびない。

(2) 塑性領域

凍結領域の外側地盤には、凍結膨張による応力増加のために構造が破壊された塑性領域が発生する。しかしながら、この領域が土圧増加・変位に与える影響はそれほど大きくないので、実用的には凍結領域外側の凍結地盤の挙動は弾性体として計算しても大きい誤差は生じない。

(3) 変位および土圧変化の発生時間

直径 10 cm の凍結単管の場合は 10 日あまりで変位・土圧がほぼ飽和点に達しているが、直径 40 m の地下タンクの場合では 300 ヶ月経過してもなお変化が続いている。これは凍結領域の代表長が 400 倍になっているため、時間はその自乗の 160 000 倍にひきのばされるためである。

(4) 円筒状凍土と球殻状凍土

凍結領域が球殻状の場合の方が同じ代表長でも土圧は大きくなるが変位は小さい。したがって凍結領域外の地点での変位・土圧を考える場合に、どちらの数値を採用すべきかは慎重に検討すべきであるが、原則としてはその大きい方を採用するのが安全であろう。

(5) 液化低温ガス貯蔵用地下タンク

液化低温ガス貯蔵用地下タンク周囲の地盤が凍上性の土質である場合には、当然土圧・変位の増加が問題となる。本論文の解析により、予備凍結、断熱層の検討など

上記問題の解決方法をほぼ確立できたと考える。

以上の結論はかなり有効なものと思えるが、この解析には地表面の影響が力学的に全く入っていない。地表面近くでは、この解析から計算された変位・土圧は地表面に逃げて緩和されるであろう。したがってこの解析の結果は地表面近くでは過大評価となる可能性がある。また、この解析は無限に広がる等方均質な地盤中に一つの凍結領域が存在する場合を解いている。したがって、キャンベイ基地¹⁰⁾のように直径 40 m、深さ 40 m の L.N.G. 用地下タンクが 4 基正方形の頂点上に設置されたときに、その間の土圧がどうなるかというような問題は重要かつ興味深い問題であるが、この解析では検討できない。

最後に、この解析を行なうにあたって多忙な時間をさいて有益な指導と討論を賜った京都大学防災研究所所長村山朔郎教授、適切な示唆を賜った清水建設土木技術部山田正男氏、数値計算・作図に従事された精研冷機研究課 益田稔、後藤耕司、角谷徹君に感謝の意を表したい。

補 遺

(1) 円筒状(または球殻状)凍土壁が外側にだけ成長すると仮定したのは凍結管や低温液化ガス貯蔵用地下タンクを想定したためである。一般の凍結工法では、凍土は当然内側にも成長する。このような場合には、内側の未凍結土内の土圧は非常に高くなり問題の取扱いが複雑になるのでここには触れないが、実際問題としては内側の未凍結土内の高土圧はボーリング等の方法で比較的容易に軽減しうる場合が多い。したがって、この仮定は問題の本質を変えるものではないと考えられる。

(2) ここでは主として円筒状として計算を進めるが、後節で示すようにほとんど同じ方法で球殻状の場合も計算することができる。

(3) この仮定は静止土圧係数 K を 1.0 とするもので、土かぶり大きいときには、たとえば文献 7) にみられるように普遍的に用いられる仮定である。土かぶりが小さいところで円筒の軸が垂直のときは、静止土圧係数 K がわかっているならば、

$$\sigma_{r\infty} = K \Sigma r z$$

$$\sigma_{\theta\infty} = K \Sigma r z$$

$$\sigma_z = \Sigma r z$$

として計算すればよい。ここに、

r : 土の比重量

z : 層の厚み

(4) 正確にいえば、粘弾性領域では完全弾性領域中にくらべてヤング率は小さくなりポアソン比は大きくなるはずであるが、ここでは E および ν はこれらの領

域をも含んだ範囲の実験値を用い、定数として計算する。

(5) せん断破壊と塑性降伏のどちらが先に発生するかは初期主応力 σ_{∞} によって決まる。いま表-3に示す硬質粘土の場合を例にとって説明しよう。周知のようにせん断破壊が起こるのは、最大主応力 σ_{r1} と最小主応力 $\sigma_{\theta1}$ の間に次の関係が成立するとき起こる。

$$\sigma_{r1} = \sigma_{\theta1} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \tan \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) \dots\dots(12.1)$$

一方、 $\sigma_{\theta1}$ は式(4.2)で $r=r_1$ とおいて

$$\sigma_{\theta1} = 2\sigma_{\infty} - \sigma_{r1} \dots\dots(12.2)$$

として与えられる。したがってこれを上式に代入して、 σ_{r1} について解くと、

$$\sigma_{r1} = \frac{2\sigma_{\infty} \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \tan \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)}{1 + \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)} \dots\dots(12.3)$$

となる。すなわち、凍結面のすぐ外側の最大主応力(対抗土圧) σ_{r1} が徐々に増大して上記値になったとき地盤はせん断破壊を起こすことになる。この式の右辺は σ_{∞} の一次式であるから、摩擦角 ϕ 、粘着力 c に表-3の数値を入れて計算すると図-13の点線で示すように、 σ_{r1} と σ_{∞} は直線関係で表わされる。

一方、地盤が塑性降伏を起こすのは

$$\sigma_{r1} - \sigma_{\theta1} = \sigma_u \dots\dots(12.4)$$

の関係が成立するときであるから、これに式(12.2)を代入して、

$$\sigma_{r1} = \sigma_{\infty} + \frac{1}{2} \sigma_u \dots\dots(12.5)$$

を得る。この式も σ_{∞} の一次式であるから、 σ_u に表-3の値を代入して図示すると図-13の実線のような直線

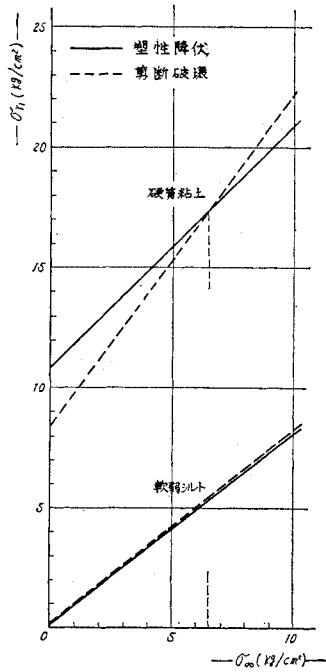


図-13 塑性降伏とせん断破壊

関係で表わされる。さて、この図よりわかるように2つの直線は硬質粘土の場合 $\sigma_{\infty} = 6.5 \text{ kg/cm}^2$ の点で交っている。したがって、 σ_{∞} が 6.5 kg/cm^2 以下ではせん断破壊が先に発生し、 6.5 kg/cm^2 以上では塑性降伏が先に発生することになる。いま、土の比重量を表-3に示すように 1861 kg/m^3 とし静止土圧係数を 1.0 とすると、土かぶり約 35 m より小さいところではせん断破壊が先行し、それより深いところでは塑性降伏が先行することになる。

一方、軟弱シルトの場合はこれら2直線はほとんど平行でしかも塑性降伏が常に先行することを示している。これらの2種類の土は両極端を示すもので、一般の凍結膨張しやすい土はこの間に入り2つの直線はほとんど平行するものと考えられる。よって本論文では、変形法則の比較的明らかな塑性降伏をするものとして解析を進めている。

(6) 塑性領域内での平均主応力の増加は式(8.16)に示すように正の形で表われ(この論文では圧縮応力を正とする)これによって圧密変形が生じると考える。一方弾性領域内では式(8.6)、(8.7)、(8.8)よりわかるように平均主応力の増加は0である。したがって、この領域では圧密変形は全く発生しないものと考える。

参考文献

- 1) Penner, E.: Pressures Developed during the Unidirectional Freezing of Water-Saturated Porous Materials. In Physics of Snow and Ice, Part 2, Inst. Low Temp. Sci., Sapporo, 1967
- 2) 高志 勤・住吉正光: 土載荷重がある場合の開放型凍上における凍上量の増減について, 土木学会第24回年次学術講演会講演概要, III-120, 1969.
- 3) 高志 勤: 凍上・沈下と施工対策, 施工技術, 第3巻, 第3号 p. 12-18, 1970.
- 4) 高志 勤・和田正八郎: 土壌凍結工法について, 冷凍, 第36巻, p. 889-903, 1961.
- 5) 高志 勤・住吉正光: 液化低温ガス貯蔵用地下タンク周囲の地盤の凍結について, 冷凍, 第44巻, p. 910-922, 1969.
- 6) 村山朔郎・柴田 徹: 粘土のレオロジー的特性について, 土木学会論文集, 第40号, p. 1-31.
- 7) 村山朔郎: トンネル背面地山の吸水膨張, 京都大学防災研究所年報, 第9号, 1966.
- 8) 湯浅亀一: 材料力学, 中巻, p. 65, コロナ社, 1964
- 9) 野尻正信: セグメント式 L.N.G. 地下タンク, 石油学会誌, 第14巻, 第2号, p. 40.
- 10) Ward, J.A. and Egan, P.C.: Experience with frozen inground storage units for liquefied natural gas—Canvey Island (U.K.). Conference on Liquefied Natural Gas, its production, handling and use, London, 25-28 th, March, 1969. Session 5; Storage, p. 1-24.

(1971.5.4・受付)