

土被りの浅い未固結地山トンネルの非線形逆解析

奥田 庸¹・阿部敏夫²・桜井春輔³

¹正会員 日本鉄道建設公団 新幹線部新幹線第二課長 (〒100-0014 東京都千代田区永田町2-14-2)

²正会員 日本鉄道建設公団 計画部積算課係長 (〒100-0014 東京都千代田区永田町2-14-2)

³正会員 工博 Ph.D 神戸大学教授 工学部建設学科 (〒657-0013 神戸市灘区六甲台町1-1)

土被りの浅い未固結地山にトンネルを掘削する場合、塑性化やゆるみの発達により、地山には非線形的な挙動が現れ、地表面沈下等に問題を及ぼすことが多い。そこで、本ノートでは、このような地山の非線形挙動をせん断ひずみ量に依存するせん断剛性の低下に起因するものと考え、逆解析により簡易にせん断ひずみ分布を決定する方法を開発するとともに、さらに、地山の非弾性の体積変化を考慮することにより計算値は、計測された変位により精度良く追従できることを論述している。さらに、これらの逆解析法を実際に掘削したトンネルの計測結果に適用し、地山の評価を行って、本方法が十分実用に供し得ることを検証した。

Key Words : shallow tunnel, non-linear back-analysis, ground surface settlement, shear-stiffness, shear-strain, non-elastic volumetric change

1. はじめに

トンネルが掘削の対象とする自然の地山には、破碎帶や断層に代表される不連続面が存在する。地中部で線状に続くトンネル構造物の場合には、いくら詳細に調査を行ったとしても、地山の全ての不連続面を詳細に把握することはほとんど不可能である¹⁾。また、土被りの浅い未固結地山を掘削する場合には、トンネル周辺の地山に塑性化されたゆるみ領域の発生が避けられず、地山の力学特性に関する必要な全情報を把握することはきわめて困難である。

このような状況を背景に、トンネルの分野においては情報化施工によって、設計に用いたモデルの適否を施工中に検討する方法がとられることが一般化している。情報化施工においては、「設計」と「施工」を有機的に結合する方法として、計測値を入力し地山の物性値を逆算する「逆解析法」が有効である。

逆解析では、的確な地山のモデル化が極めて重要である。しかし、地山のモデル化については、地山の挙動を十分説明できることが必要であるとともに、施工現場においてリアルタイムに設計にフィードバックさせるためには、簡単かつ単純で取り扱いが容易な逆解析法が是非とも必要であり、数少ない入力データで解析できることが必須の要件となる。

本論文では、このような点を考慮し、地表面沈下の支配的な要因と考えられる塑性やゆるみの挙動は、せん断ひずみ量に依存するせん断剛性の低下で表さ

れるとして構成式を提案し、土被りの浅い未固結地山を対象に、地表面とトンネル天端の沈下量が同程度となる「とも下がり」現象や、さらに地表面沈下量に影響を与える「非弾性の体積変化」現象²⁾を考慮し得る逆解析法を開発した。また、実際に掘削されたトンネルの計測結果にこの方法を適用して地山を評価し、十分実用に供し得ることを検証した。

2. 異方性損傷パラメータを考慮した解析

(1) 応力一ひずみ関係

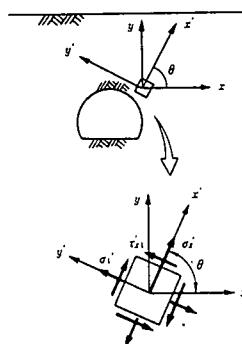
トンネル掘削による地山の塑性やゆるみの挙動を、せん断ひずみ量に依存するせん断剛性の低下に起因するものと考え、応力 $\{\sigma'\}$ とひずみ $\{\varepsilon'\}$ の関係を 2 次元平面ひずみ状態における局所座標系 (X', Y') において、次のように表されるものと仮定する。

$$\{\sigma'\} = [D'] \{\varepsilon'\} \quad (1)$$

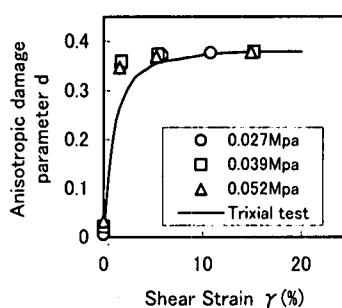
ここで、 $[D']$ は局所座標系における応力ひずみマトリックスであり、次式で与えられる。

$$[D'] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & m(1+\nu)(1-2\nu) \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 E は弾性係数、 ν はポアソン比、 m は



図一1 局所座標系³⁾



図一2 異方性損傷パラメータ d とせん断ひずみ γ の関係⁴⁾

$$m = \frac{1}{2(1+\nu)} - d \text{ と表される}^4) . d \text{ は塑性やゆるみによる損傷 (damage) の程度を表し, 異方性損傷パラメータ (Anisotropic Damage Parameter) と名付けられ, 損傷がない場合, すなわち } d = 0 \text{ において } m \text{ は弾性体の値となることを示している. なお, 局所座標系は, 図一1に示すとおり, } X' \text{ 軸がせん断すべり線の方向に一致するように設定する.}$$

(2) 異方性損傷パラメータ

土や岩等の材料は, 応力が増加するにつれ変形特性に非線形性が現れるることは良く知られている.

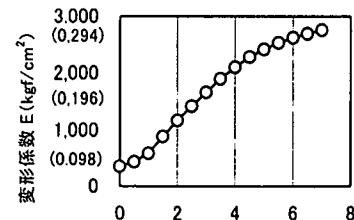
筆者の一人は, この非線形性は, せん断剛性の低下によるものと考えた. なおこの時, 弹性係数 E は変化せず常に一定と考えた. そしてこれを, 砂を用いた実験によって検証した⁴⁾. 実験によって得られた d と γ の関係を図一2に示しておく.

なお, この図には, ねじりせん断試験と三軸圧縮試験による2つの異なる試験結果を示している. このように, m はせん断ひずみによる損傷度 d との差として, 室内実験により求められる.

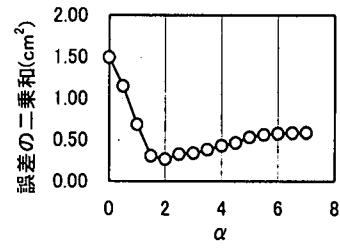
本ノートでは, これらの結果を考慮し, せん断ひずみの関数として次式のように近似できるものとした.

$$d = f(\gamma) \\ = (m_e - m_r)[1 - \text{Exp}\{-100\alpha(\gamma - \gamma_l)\}] \quad (3)$$

ここに, γ および γ_l は, それぞれ最大せん断ひずみおよび損傷の始まるせん断ひずみである. また, m_e , m_r は, それぞれ m の初期値 (弾性体の場合の値) および残留値 (収束値) を表し γ_l , m_e , m_r は室内実験等により求める. さらに, α はせん断ひずみの増大とともに顕著になる非線形性を表現する. 異方性損傷パラメータ d の変化の度合いを表す係数であり, 逆解析によって求める. なお, 地山特性が明らかに異なる領域が存在する場合, それぞれの領域に対し, $d = f(\gamma)$ の関係を設定する必要がある.



(a) 内は MPa
αと変形係数の関係



αと解析精度の関係

図一3 解析精度および見かけの変形係数

(3) 定式化

式 (1) を通常の重力場における全体座標系で表すと次のようになる.

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (4)$$

$$[D] = [T][D'][T]^T \quad (5)$$

ここで, $[T]$ は座標変換マトリックスである.

今, せん断滑りの方向が最大主応力方向と土 ($45^\circ + \phi/2$) の二つの共役な滑り面に生ずるとした場合, それぞれの滑り面から得られるひずみ $\{\varepsilon_1\}$ と $\{\varepsilon_2\}$ の平均ひずみ $\{\varepsilon\}$ は, 全体座標系において次のように表される⁵⁾.

$$\{\varepsilon\} = 1/2[\{\varepsilon_1\} + \{\varepsilon_2\}] \\ = [D]^{-1}\{\sigma\} \quad (6)$$

したがって, これに対応する応力ひずみマトリックスを $[D_1]$ $[D_2]$ とすると $[D]$ は次式のように与えられる.

$$[D] = [1/2([D_1]^{-1} + [D_2]^{-1})]^{-1} \quad (7)$$

また, 有限要素法による全解析領域の節点におけるつり合い式は, 一般に, 次式で表される.

$$\{P\} = [K]\{u\} \quad (8)$$

ここで, $\{P\}$ は外力ベクトル, $\{u\}$ は変位ベクトルをそれぞれ表す. さらに式 (8) の両辺を弾性係数 E で除し, $[K^*] = [K]/E$, $\{P^*\} = \{P\}/E$ とすると次のようになる⁶⁾.

$$\{P^*\} = [K^*]\{u\} \quad (9)$$

$$[K^*] = \int_V [B]^T [D^*] [B] dV \quad (10)$$

$$\{P^*\} = \int_{V_e} [B]^T [\sigma^*] dV - \int_{V_e} [N]^T \begin{cases} 0 \\ -\gamma_w/E \end{cases} dV \quad (11)$$

ただし, $[D^*] = [D]/E$, $[B]$ は変位ひずみマトリックス, $[N]$ は形状関数, V は解析領域, V_e は掘削領域, γ_w は地山材料の単位体積重量である。また, $\{\sigma^*\}$ は $\{\sigma_{ox}/E, \sigma_{oy}/E, \tau_{oxy}/E\}^T$ と表し, 初期応力パラメータと呼ぶ⁶⁾。また, $\sigma_{ox}, \sigma_{oy}, \tau_{oxy}$ は潜在応力を表し $\sigma_{oy} = \gamma_w H$ と仮定すれば, 地表からトンネル中央までの深さ H は既知量であるので, 逆解析で求める未知パラメータとして $\{x\} = \{\sigma_{ox}/E, \gamma_w/E, \tau_{oxy}/E\}^T$ を定めた。

次に, 未知パラメータの各々の成分を 1 として計算された変位ベクトルから与えられる応力変位マトリックスを $[A]$ とすると次式を得る。

$$\{u\} = [A]\{x\} \quad (12)$$

ここで, 式 (12) から計測に係る部分を取り出し $[A_m]$ とすると次式のようになる。

$$\{u_m\} = [A_m]\{x\} \quad (13)$$

ただし, $\{u_m\}$ は計測変位を表す。

式 (13) の $\{x\}$ は, 未知パラメータ数が計測数と同じ場合は, 一義的に求められる。しかし, 未知パラメータの方が少ない場合は, 最小二乗法により, 逆に多い場合は, ノルム最小化法により決定される。そして, 得られた $\{x\}$ を式 (12) に代入し全変位を求めることができる。

ここで, $[A_m]$ には, 異方性損傷パラメータ d によって与えられる塑性やゆるみの影響が含まれる。この結果は $\{u\}$ に反映され, 次式によりひずみ分布が求められる。

$$\{\epsilon\} = [B]\{u\} \quad (14)$$

これからさらに, 最大せん断ひずみ γ を求め, (3) 式に代入して d の分布が決定される。

なお, 異方性損傷パラメータは, 剛性マトリックス $[K]$ に含まれるため, その値の決定には繰り返し計算が必要となる。

(4) 逆解析の手順

未知パラメータを求める具体的な手順は以下のとおりである。

- ① 計算に先立ち, 計測変位 U_m , 地山の単位体積重量 γ_w , トンネル中央点の鉛直方向応力 σ_y もしくは土被り H , ポアソン比 ν , 係数 α 等を入力値として与える。
- ② 先ず, 異方性損傷パラメータ $d = 0$ とおき, 即ち, 地山を線形弾性体と仮定して, 逆解析を実施する。

③ 次に, ②の結果から得られたガウスの積分点毎の最大せん断ひずみ γ から $d = f(\gamma)$ を決定し, 新たな剛性マトリックス $[K]$ を作成し, それを用いて節点変位 $\{u_n\}$ を再び求める。

④ これを前回求めた $\{u_{n-i}\}$ と比較し, 有意な変位の進行がないと判断されるまで繰り返し計算を実施し, 最終的な d の分布を決定する。

⑤ 通常, 逆解析は係数 α を変化させた数ケースを実施し, 誤差の二乗和が最小になるときの係数 α を採用する。

このようにして, 未知パラメータが決定される。これを設計々算において用いた値と比較して, もし大きく異なる場合には, 求められたパラメータにより修正設計が実施される。

(5) 適用例

ここで, 適用例としてとり上げたトンネルは, 土被り比 H/D (トンネル掘削巾に対する土被りの比) が, ほぼ 1 の第四紀洪積世に属する成田砂層中に掘られた未固結な地山のトンネルである。

逆解析においては地山の単位体積重量を 1.9 t f/m^3 (18.6 kN/m^3), ポアソン比 ν は 0.3, m の残留値 γ_1 は 0.02, 滑りの方向は $\pm 45^\circ$ とし, 支保効果は地山の剛性に含めた方が良いとの考え方⁷⁾ から特に支保構造物としてモデル化せず地山の等価変形係数として取り扱う。また, 異方性損傷パラメータの設定領域は, ワシントン地下鉄における最大せん断ひずみの実測結果⁸⁾ および桜井ら⁹⁾, 足立ら¹⁰⁾ の室内実験に見るようにトンネル側壁近傍から地上に向かい発達する塑性領域を包含する範囲を設定域とした。

なお, 計測方法については, 地表面沈下はレベル測量, 鉛直方向変位は地山変位計による測点間の相対変位, 水平方向は傾斜計で測定している。

(3) 式の係数 α を変化させた場合の誤差の二乗和および変形係数 E との関係を図-3 に示す。

ここでいう誤差の二乗和 Π は, 次式で表される。

$$\Pi = 1/n \sum_{i=1}^n (u_i^m - u_i^e)^2 \quad (15)$$

ここに, i は計測点の番号, n は計測数, u_i^m , u_i^e はそれぞれ i 点の計測および解析変位を表す。

図から分るように, 弾性を表す $\alpha = 0$ から α を増加させるに従って, 解析精度 (誤差の二乗和) が向上する様子が分る。この状態は, 異方性損傷パラメータが増大し, 塑性が進行することを示している。さらに, α が増加すると $\alpha = 2$ 付近を境に解析精度は逆に悪くなり, α として実用上の最適解を決定する。

また, 変形係数 E は α の増加とともに増大する傾向を示す。ここで言う E は, 支保の効果を含めた見

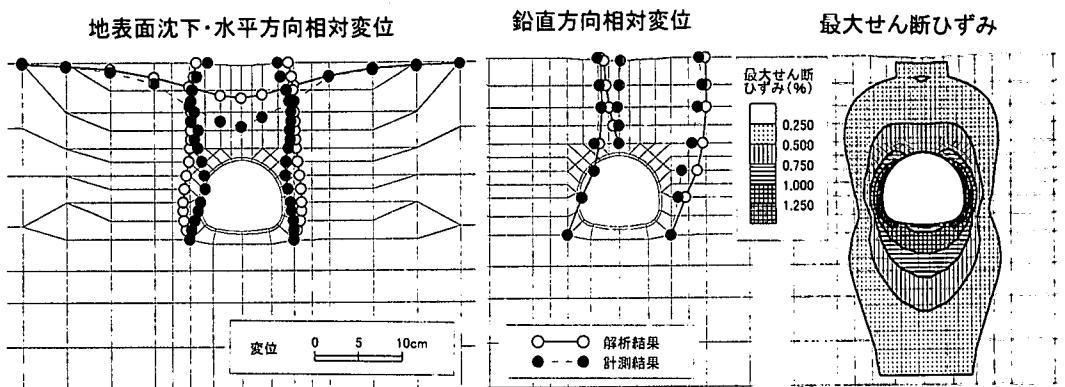


図-4 弹性解析結果

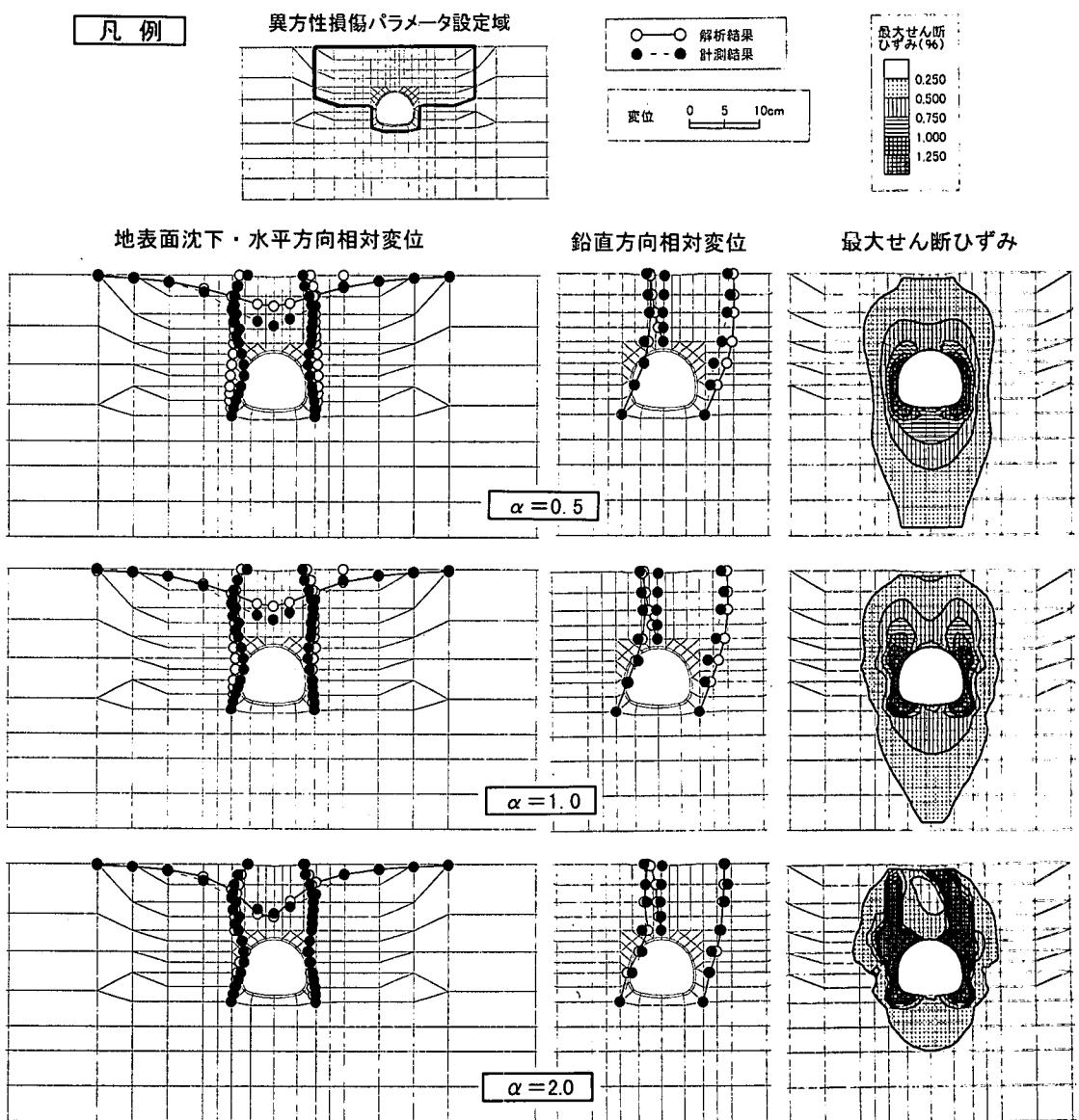


図-5 異方性損傷パラメータを考慮した解析結果

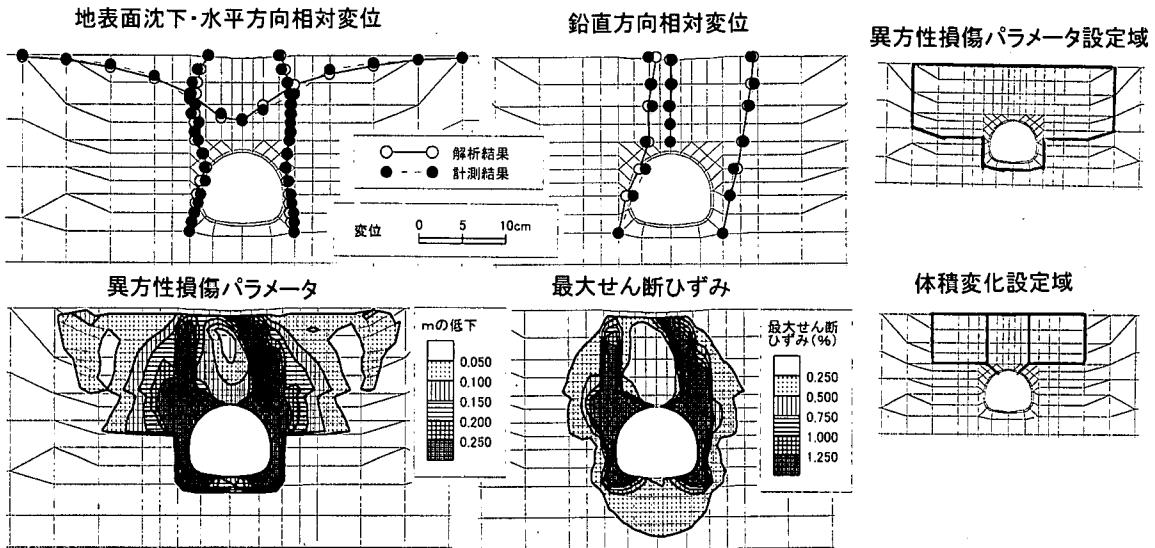


図-6 異方性損傷パラメータと地山の非弾性の体積変化を併せ考慮した解析結果

掛けの変形係数を表している。従って、地山の評価は、 E と α の双方で判断する必要がある。

一連の解析により、地山の力学モデルの変化によって、計測値に解析値がどの程度追従できるかを検証する。まず、 $d=0$ （等方弾性体の場合）の解析結果を図-4に示す。明らかに計測値に解析値が追従できていないことが分る。すなわち、地表面沈下では計測値がトンネルセンターで大きく、沈下が進行するのに対して、解析値の沈下の進行は緩慢で1/2程度の沈下量となっている。また、水平変位も追従性が悪く、トンネル側壁付近では変位方向が逆転している。さらに、地中変位では、特に、トンネル上部のとも下がりに解析値が追従できないことも確認できる。いずれも、土被りの浅い未固結地山特有の変位挙動に対して弾性解が対応できないことを示している。図-5に α を変化させた場合の解析結果を示す。解析結果から $\alpha=0.5$ では、弾性解析に比べて大きな違いは見られない。しかし、 $\alpha=1.0$ 、 2.0 と α が増加するに従って、トンネル中央部での地表面沈下が大きくなり、後進坑側の側壁部で逆転していた変位は計測値に急速に近づいていく。また、トンネル肩部のせん断破壊領域もさらに進行して地表にまで達する。すなわち、地山に不連続面が生じていることが分る。このように、異方性損傷パラメータを考慮することにより、弾性計算では表現できない土被りの浅い未固結地山特有の現象を捉えることができる。しかし、結果を詳細に見るとトンネル天端と直上の地表面の「とも下がり」については、計測結果に追従できていないことも確認される。この点に着目した解析を次章で示す。

3. 地山の非弾性の体積変化を併せ考慮した解析

(1) 定式化

土被りの浅い未固結地山では、トンネル天端と地表面間で「とも下がり」や「非弾性の体積変化」などの現象がよく見られる。これらの現象は、地質によっては地表面沈下に重大な影響をもたらす場合がある。ここでは、前節に述べたせん断ひずみ成分により非線形性を表す異方性損傷パラメータを用いる方法のみでは、うまく表現できないこの現象を、地山の非弾性の体積ひずみ成分 $\{\varepsilon_c\} = \{\varepsilon_v, \varepsilon_v, 0\}^T$ に起因するものと考え、掘削によって生ずるひずみ $\{\varepsilon\}$ を、次のように表す。

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_c\} + \{\varepsilon_e\} \quad (16)$$

ここで、 $\{\varepsilon_c\}$ は弾性ひずみを表す。

このとき、応力 $\{\sigma\}$ は、次のように定義することができる。

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_c\}) \quad (17)$$

一方、式(8)は、式(16)を考慮すると次式のようく表される。

$$\{p\} + \{p_c\} = [K]\{u\} \quad (18)$$

$$\text{ここで, } [K] = \int_V [B]^T [D^*] B dV$$

$$\{p_c\} = \int_{V_c} [B]^T [D^*] \{\varepsilon_c\} dV$$

$$\{p\} = \int_{V_c} [B]^T \{\sigma\} dV - \int_{V_c} [N]^T \begin{cases} 0 \\ -\gamma_w/E \end{cases} dV$$

ここで、 $\{\varepsilon_c\}$ の領域数を n とすると、未知パラ

メータ { x } は次のように表すことができる。

$$\{x\} = \{\sigma_{0x}/E, \gamma_w/E, \tau_{0xy}/E, \epsilon_c^1, \dots, \epsilon_c^n\}^T \quad (19)$$

式(19)を式(12) (13)へ代入し、前節と同様の手順によって未知パラメータを決定できる。

(2) 適用例

ここで示す適用例は前節に示したものと同じ事例である。なお、非弾性の体積ひずみの設定域は、前章で述べた非弾性のせん断ひずみによる解析では、説明が出来ない「とも下がり」現象を示す範囲を包含して設定した。

図-6に逆解析結果を示す。これは異方性損傷パラメータの最適解に加え、地山の非弾性の体積変化を併せて考慮した逆解析の結果である。図から分るように、前章で合わなかったトンネル直上の「とも下がり」に解析値が良く追従できている。なお、体積ひずみは、0.1%程度の小さい圧縮ひずみを示すに留まった。因みに、各逆解析における計算精度（誤差の二乗和）を示すと弾性解析では 1.494cm^2 、異方性損傷パラメータを考慮した解析では 0.267cm^2 、さらに、地山の非弾性の体積変化を考慮すると 0.143cm^2 と精度は向上している。

4. おわりに

本ノートにおいては、土被りの浅い未固結地山特有の変位挙動を、数少ない地山情報から簡単なモデルを用いて、逆解析する方法を開発した。

そして、この方法を実際に掘削されたトンネルの計測結果の逆解析に適用し、地山状態の評価を試みた。その結果、次の結論を得た。

- ① 弾性解析では、まったく合わなかった変位分布を、本方法を適用することにより表現できる。
- ② 適用例に見るようにこの逆解析によって、トンネル肩部周辺から地上に向かって塑性領域が発達する様子が表現できる。これは、Hansmire らの現場実験⁸⁾および桜井ら⁹⁾、足立ら¹⁰⁾のモデル実験とも一致し、土被りの浅いトンネルの地表面沈下のメカニズムを良く捉えているものと考えられる。

A NON-LINEAR BACK-ANALYSIS PROCEDURE FOR SHALLOW TUNNELS EXCAVATED IN UNCONSOLIDATED GROUNDS

Mitsugi OKUDA, Toshio ABE and Shunsuke SAKURAI

The excavation of shallow tunnels in unconsolidated grounds causes non-linear displacements in many cases, which leads to a serious problem. In this paper the authors defined and analyzed these displacements by reducing the shear-stiffness related to the shear-strain in geo-materials. They applied this procedure to simulate actual soil behaviors, and succeeded to demonstrate the practical applicability. Further the authors analyzed the non-elastic volumetric changes together with this procedure and concluded that the vertical displacements between ground surface and tunnel crown are more precise with the measurements than the case using only anisotropic damage parameters.

③ さらに、地山の非弾性の体積変化を考慮すれば、土被りの浅いトンネルの一つの特徴²⁾ともいべき、地表面とトンネル天端間の「とも下がり」についても良く表現できることが分る。

④ 地山物性の変化を実験結果に基づき忠実に採り入れたモデルであり、仮定するパラメータも少なく、モデル自体が簡易であるため、容易に計測結果の逆解析ができる。また、最大せん断ひずみ分布と限界ひずみの関係、さらに計算された未知パラメータを用いた修正設計から、リアルタイムに施工へのフィードバックが可能となる。

参考文献

- 1) 矢田篤、柳瀬洋、北条明、平川芳明：大規模地下空洞掘削時の情報化施工における逆解析の適用性、第14回国西日本岩盤工学シンポジウム論文集、pp. 15-20, 1992.
- 2) 奥田 康、阿部敏夫：垂直縫地ボルトを利用した地表面沈下の抑止に関する実験結果の評価と考察、土木学会論文集、No. 588/VI-38, pp. 61-74, 1998.
- 3) 桜井春輔：都市トンネルの実際、鹿島出版会、pp. 49, 1998.
- 4) Sakurai, S., Hiraoka, A. and Hori, K.: Strain-Induced Damage of Rocks, International Conference on Mechanics of Jointed and Faulted Rock, Vienna, pp. 21-27, 1998.
- 5) Sakurai, S. and Ine, T.: Strain analysis of jointed rock masses for monitoring the stability of underground openings, Proc. of the Int. Sympo. on Computer and Physical Modelling in Geotechnical Engineering, Bangkok, pp. 221-228, 1986.
- 6) 桜井春輔、川嶋幾夫、皿海章雄、芥川真一：地盤の非弾性挙動の解析、土木学会論文集、No. 505/III-29, pp. 133-140, 1994.
- 7) 桜井春輔、藤井 浩、進士正人：土被りの浅いトンネルの変形挙動の逆解析、建設工学研究所報告第36号、pp. 1-15, 1994.
- 8) Hansmire, W. H. and Cording, E. J.: Soil tunnel test section, Case history summary, J. Geotech. Engng. ASCE, Vol. 111, No. 11, pp. 1301 - 1320, 1985.
- 9) 桜井春輔、川嶋幾夫、川端康祝、皿海章雄：土被りの浅いトンネルの力学挙動に関するモデル実験、土木学会論文報告集、第487号/III-26, pp. 271-274, 1994.
- 10) 足立紀尚、田村 武、八島 厚、上野 洋：砂質地山トンネルの挙動と解析に関する研究、土木学会論文報告集、第358号/III-3, pp. 129-136, 1985.

(1998. 9. 25 受付)