

# 剛塑性有限要素法によるトンネル切羽の 安定性評価について

田村 武<sup>1</sup>・足立 紀尚<sup>2</sup>・小西 真治<sup>3</sup>・辻 鉄也<sup>4</sup>

<sup>1</sup>フェロー 工博 京都大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup>フェロー 工博 京都大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>3</sup>正会員 工修 (財)鉄道総合技術研究所技術開発事業本部 主任技師(〒185 国分寺市光町2の2の38)

<sup>4</sup>正会員 工修 NKK鋼構造・鉄構建設部(〒230-8611 横浜市鶴見区末広町2-1)

本研究は、2次元平面ひずみ剛塑性有限要素法によりトンネル切羽の安定性を評価する手法を述べたものである。まず、ここで用いた数値解析手法の概要と特徴を述べたあと、トンネル切羽周辺地山の極限解析を行い、切羽の安定性を支配する要因について考察した。その結果、真下が指摘するように砂質地山のトンネル切羽の安定性にはわずかの(見掛けの)粘着力が大きな役割を果たしており、それを無次元化した量で、無支保区間やプレライニングがある場合の切羽の安定性も議論できることが明らかになった。また、剛塑性有限要素法はトンネル切羽の安定問題など、地盤構造物の極限状態を解析する1つの数値モデルとして有効であることがわかった。

**Key Words :** tunnel heading, stability, rigid-plasticity, finite element method, friction angle, cohesion, pre-lining

## 1. はじめに

都市部山岳工法(いわゆる都市NATM)によるトンネル施工を行う場合、支保や補助工法の設計においてもっとも重要な論点は切羽の安定性評価である。むろん施工時の制約条件として地表面沈下や地下水対策などを考慮しなければならないが、最終的には施工時から完成後を含めてトンネルが安全であるかどうかが何にもまして優先される。この安定性評価でとくに問題となり、かつ取扱いが複雑な部分はトンネル切羽周辺である。これまでにもこれについて種々の考察がされているが、いまだ定説はない。その大きな理由は、切羽周辺の地山と支保の相互作用が複雑であることに起因している。近年、有限要素法を中心とした数値解析法がトンネル工学に広く適用され、切羽周辺の問題については3次元解析も行われている。しかし、弾性あるいは弾塑性有限要素法による結果は、用いる材料定数や初期応力、解析領域の設定に大きく依存するばかりでなく、切羽の安定性のように地山周辺部の「極限状態」を扱うには適当でないことが多い。一方、切羽周辺で極めて簡単な崩壊メカニズム(崩壊機構)を仮定し、極限つまりあいから切羽安定性の簡易計算が行われる場合もあるが、簡略化したことによる誤差を評価する手段がな

い。そこで望まれるのは、なるべく少ない材料定数で解析ができる誤差の少ない極限解析法である。その1つが近年、地盤工学にしばしば用いられている剛塑性有限要素法である。これは降伏関数を定めるのに必要な材料定数だけを用いて有限要素法による極限解析を行なう手法で、これまでの簡易極限解析法と比べてはるかに精度のよい結果を与えることが知られている。本研究は、この剛塑性有限要素法の要点を示すとともに、これを2次元解析の範囲でトンネル切羽の安定問題に適用し、その実用性を検証したものである。

## 2. 切羽の安定に関する従来の研究

切羽後方のトンネル横断面に対する支保の設計については、種々の研究<sup>1)</sup>があるが、切羽周辺の安定性については下記のような研究が見られる。

土木学会トンネル示方書(山岳工法編)・同解説<sup>2)</sup>には、1)天端部の安定、2)鏡面の安定、3)脚部の安定の3つに分けて湧水対策とともに総合的なトンネル切羽の安定性を判断すると記されている。種々の安定対策工が紹介されているが、安定性の評価法には言及していない。

村山<sup>3)</sup>は(開放型)シールドトンネルの切羽の安定性を評価するために、土留めの安定解析に対する

Terzaghi の方法にならって対数螺旋状のすべり線を用いる方法を提案している。

Peck<sup>4)</sup> は、地下水、地質あるいは施工法により切羽の自立時間が異なること、粘性地山を除いて切羽の安定性を理論的に評価することは困難であることを述べている。

木村ら<sup>5)</sup> は遠心載荷実験により、粘性地山における切羽の安定性を検討している。とくに無支保区間の短い場合には Broms ら<sup>6)</sup> のいう荷重係数が大きく変化すること、被り高さが大きくなると荷重係数は無支保区間の長さに応じて定まるある値に収束することを述べている。

真下<sup>7)</sup> は砂質土に若干の水分を含ませたうえでモデル地山を作成し、3次元のトンネル掘削実験を繰り返し、その結果から切羽が自立するための条件を導いた。すなわち、地山の見掛けの粘着力を無次元化した「安定指標」が切羽安定の評価に有効であることを実験的に見い出した。

岩井ら<sup>8)</sup> は、蓄積された切羽観察記録を分析する一方、切羽の安定性評価法をいくつかに分類している。これによれば 1) 相対密度、細粒分含有率による方法、2) 粘性土に対する Schofield<sup>9)</sup> あるいは Broms らの荷重係数を用いる方法、3) 砂質土に対する上記の真下の方法、4) 見掛けの弾性係数による方法等を挙げている。

以上のように、トンネル切羽の安定性に着目した研究はいくつかあるが、いずれも簡易計算法、半経験式あるいは実験式を基本としている。そのため、特定の条件のもとで切羽の安定性が評価されることがあっても、応用力学の観点から一般的な議論がなされたことはほとんどないといえる。

### 3. 剛塑性有限要素法

地盤工学において構造物の安定性を議論する場合、弹性的な変形を無視して極限状態のつりあい条件から定量的な評価をすることが多い。たとえば円弧すべりによる安全率の算定はその 1 つの典型である。とくに最近では、数値計算による極限解析として剛塑性有限要素法<sup>10),11),12)</sup> が実用化されている。ここではその特徴とともにその概要を述べる。

剛塑性有限要素法などの極限解析法の利点は

- 1) 構造物が崩壊を起こす瞬間の諸量を直接に求めることができる、
- 2) 必要な材料定数の数が少ない、
- 3) 初期応力に関する情報が不要である、

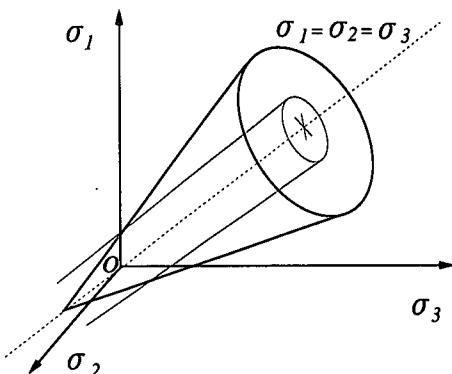


図-1 Drucker-Prager および von Mises の降伏曲面

4) 変形する主要な部分を含む限り解析領域の設定に大きく依存しない、

等であり、一方、欠点としては

- 1) 崩壊が生じるまでの変位量が求められない、
- 2) 一般に非線形方程式を解く必要がある、
- 3) 全領域が塑性状態として計算をするため塑性領域と非塑性領域(弾性領域)の分離に伴う数值上の誤差が生じる、

等である。これらの欠点について種々の対処法が提案されているが、完全に解決するには至っていない。しかし、剛塑性有限要素法は極限状態の解析手法として十分な価値があるものと考えられる。

#### (1) 降伏関数と材料定数

ここでは砂質材料を仮定し、Drucker-Prager の降伏基準：

$$f = -\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k \quad (1)$$

を用いる。ここに  $I_1$  は(圧縮)応力  $\sigma_{ij}$  の第 1 不変量、 $J_2$  は偏差応力  $s_{ij}$  の第 2 不変量、そして  $\alpha$  と  $k$  は材料定数である。とくに  $\alpha = 0$  とすれば von Mises の降伏条件となる。(以下、この降伏条件に従う材料を Mises 材料と呼ぶ。) 平面ひずみ条件においてこれらは Mohr-Coulomb の降伏条件のパラメータである内部摩擦角  $\phi$  と粘着力  $c$  と以下の関係を有する<sup>12)</sup>。

$$\begin{cases} \alpha &= \frac{\sin \phi}{\sqrt{3(3 + \sin^2 \phi)}} \\ k &= \frac{3ac}{\tan \phi} \end{cases} \quad (2)$$

なお、主応力空間の中で Drucker-Prager の降伏曲面を描けば図-1 のように等方応力線を軸とする円

錐となる。一方、Mises 材料では同じ軸を共有する円筒となる。

## (2) ひずみ速度に課せられた制約条件

関連流れ則を仮定する場合、(圧縮) 塑性ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  は式(1)で表す降伏曲面の法線方向に向く。したがって、 $\Lambda$  を正の係数として

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \Lambda \left( -\alpha \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} \right) \quad (3)$$

となる。ここに  $\delta_{ij}$  は Kronecker の記号である。また(圧縮) ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  と座標  $x_i$  方向の速度  $\dot{u}_i$  との関係は

$$\dot{\epsilon}_{ij} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

である。両辺を自乗すれば

$$\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \Lambda^2 \left( 3\alpha^2 + \frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

となる。ここで総和規約に従って同じ添え字については 1 から 3 の範囲で和をとるものと約束する。上式を用いて式(3)から  $\Lambda$  を消去すれば、

$$\frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\bar{e}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+6\alpha^2}} \left( -\alpha \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} \right) \quad (6)$$

なる関係を得る。ここに

$$\bar{e} = \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (7)$$

であって、これは塑性ひずみ速度の絶対値を表わす。式(6)において  $i = j$  とおくと次式が求まる。

$$h(\dot{\epsilon}_{ij}) = \dot{\theta} + \frac{3\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{1+6\alpha^2}} \bar{e} \quad (= 0) \quad (8)$$

ここに

$$\dot{\theta} = \dot{\epsilon}_{kk} \quad (9)$$

は、塑性ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  の(圧縮) 体積成分である。式(8)は、Drucker-Prager の降伏曲面(図-1 の円錐)の法線となるために塑性ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  に課せられた条件である。いいかえるなら、これを満足しないひずみ速度を外向き法線方向にもつ降伏面上の点は存在しない。とくに  $\alpha = 0$  とすれば式(8)は、Mises 材料に対するよく知られた非圧縮条件に帰着する。

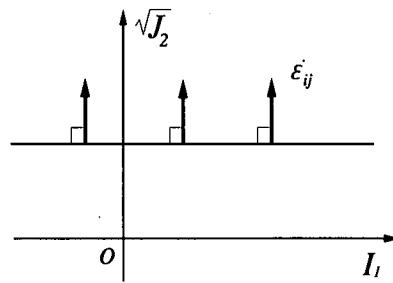


図-2 応力の不定性(Mises 材料)

## (3) 不定応力の方向

Mises 材料の場合、等方応力成分は構成関係としては不定である。つまり、図-2に示すように非圧縮のひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  を 1 つ与えても、これを法線ベクトルとする降伏曲面上の点は母線に沿って無限にあるので応力の等方成分は塑性ひずみ速度からは一意的に定まらない。同様に式(1)の Drucker-Prager の降伏関数の場合、たとえ、式(8)の制約条件を満たすひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  を与えても、これを法線ベクトルとする降伏曲面上の点は図-3に示す母線に沿って無限にある。この母線の方向に対応する応力成分を不定応力という。この成分の方向を具体的に表わしてみる。そのために、式(8)に示すひずみ速度の制約条件の幾何学的意味を応力空間の中で考える。これも 1 つの円錐の方程式であるが、これを満たすひずみ速度はいつも降伏曲面に対し法線方向に向く。するとこの式(8)により示される円錐の法線は、Drucker-Prager の降伏曲面(円錐)の法線と直交することになる。つまり、式(8)の円錐の法線の方向:

$$\frac{\partial h}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}} = \delta_{ij} + \frac{3\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{1+6\alpha^2}} \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\bar{e}} \quad (10)$$

は、式(1)の Drucker-Prager の降伏曲面の母線、すなわち、先に述べた不定応力の方向に一致する。

## (4) 応力-ひずみ速度関係

以上のことから、関連流れ則に基づく剛塑性材料の応力-塑性ひずみ速度関係を 2 つの成分として表現するのが自然である。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \quad (11)$$

ここで

$$\sigma_{ij}^{(1)} = \kappa \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\bar{e}} \quad (12)$$

い式:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \mu f_i = 0 \quad (17)$$

と速度の大きさを定める式:

$$\int_V f_i u_i dV = 1 \quad (18)$$

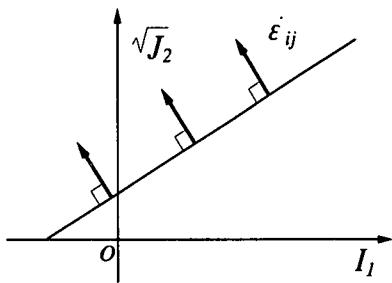


図-3 応力の不定性 (Drucker-Prager 材料)

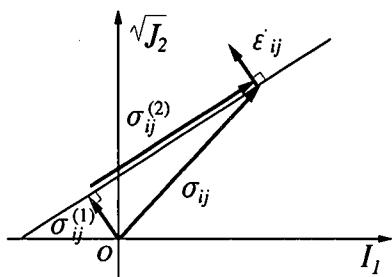


図-4 2つの応力成分  $\sigma_{ij}^{(1)}, \sigma_{ij}^{(2)}$  への分解

$$\sigma_{ij}^{(2)} = \lambda \left( \delta_{ij} + \frac{3\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{1+6\alpha^2}} \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\dot{\epsilon}} \right) \quad (13)$$

である。すなわち図-4に示すように、 $\sigma_{ij}^{(1)}$  は応力空間の原点から降伏曲面に降ろした  $\dot{\epsilon}_{ij}$  と平行な垂線と等しい応力成分であり、一方、 $\sigma_{ij}^{(2)}$  は降伏曲面が作る円錐の母線に平行な不定応力である。ただし、式(12)の係数  $\kappa$  は、 $\sigma_{ij}^{(1)}$  の先端が降伏曲面上にあること:

$$f(\sigma_{ij}^{(1)}) = k \quad (14)$$

から定められる。実際、式(12)を(1)に代入すると

$$\kappa = \frac{\sqrt{2}k}{\sqrt{1+6\alpha^2}} \quad (15)$$

であることがわかる。上記のことをまとめると

$$\sigma_{ij} = \frac{\sqrt{2}k}{\sqrt{1+6\alpha^2}} \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\dot{\epsilon}} + \lambda \left( \delta_{ij} + \frac{3\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{1+6\alpha^2}} \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\dot{\epsilon}} \right) \quad (16)$$

を得る。これが、Drucker-Prager型の剛塑性材料の構成関係となる。しかし、式(16)の係数  $\lambda$  はここでは不定のままである。この値は、拘束条件式(8)と表裏の関係にある。式(8)とともに、つりあ

を連立させることにより、3種類の未知量  $u_i$  (変位速度)、 $\lambda$  (不定応力の係数) および  $\mu$  (塑性崩壊時の物体力  $f_i$  の荷重係数) を求める。式(18)の必要性は式(16)の応力が変位速度  $u_i$  の0次の齊次式であることに起因する。

以上が、剛塑性連続体の境界値問題である。ここでは簡単のため変位速度と応力に関する境界条件はともに齊次とした。なお、応力を粘着力  $c$  で、座標をトンネル径  $D$  でそれぞれ無次元化するとつりあい式は

$$\frac{\partial(\sigma_{ij}/c)}{\partial(x_j/D)} + \mu \frac{f_i D}{c} = 0 \quad (19)$$

と書けることを注意しておく。

## (5) 有限要素法への定式化

トンネル切羽周辺の安定性を検討するには、本来、3次元解析を行わねばならない。これは不可能ではないが、応力や変形の状態を詳細に議論するには十分多くの要素を用いる必要があり、また計算時間が膨大となる。一方、トンネル縦断面内の平面ひずみ条件のもとでも切羽の存在の効果はある程度、考察することはできるので、ここではもっぱら2次元解析を行った。以下の数値計算の手順は次のとおり。

- 1) 速度場には4節点四角形アイソパラメトリック要素を用いる。
- 2) 不定応力の係数  $\lambda$  は要素ごとに一様とする。
- 3) 解くべき方程式は、式(16)の応力-ひずみ速度関係を代入した有限要素法のつりあい式、式(8)を各要素ごとに表現した要素ひずみ速度の制約条件、全外力仕事率を単位の大きさとする1つの式(18)の3種類である。
- 4) 未知数は節点変位速度、各要素の応力の不定係数および崩壊時の外力にかかる1つの係数の3種類である。
- 5) 標準となる要素分割は図-5のとおり。隅角部の節点以外はすべて滑らかな境界である。(要素数544、節点数606)

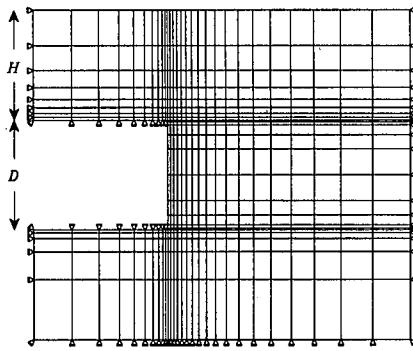


図-5 基本となる要素分割と境界条件

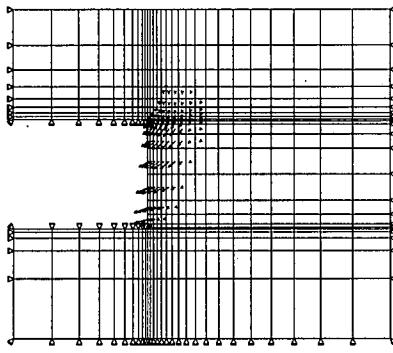


図-6  $\phi = 30^\circ, H/D = 1$  の速度場

- 6) トンネル高さを  $D$ , トンネル頂部からの被り高さを  $H$ , 地山材料の内部摩擦角を  $\phi$ , 粘着力を  $c$ , 単位体積重量を  $\gamma$ としたうえ, この  $\gamma$  を増加させたとき, 切羽が崩壊するときの極限状態を剛塑性有限要素法で計算する. このとき, 切羽は無応力状態とする. つまり, 砂質地山の小さな(見掛けの)粘着力により, どの程度の重力にまで切羽が耐えられるかを調べたものである. なお, 無次元量である  $c/\gamma D$  で粘着力の大きさを表す. これは真下の研究<sup>7)</sup>でとくに用いられている量であるが, 以下ではこれを「安定指標」と呼ぶことにする.

なお, 上記の剛塑性有限要素法による解法の詳細については参考文献<sup>10),11),12)</sup>に従う.

#### 4. 数値解析結果

図-6は内部摩擦角  $\phi = 30^\circ$ , 被り高さ  $H/D = 1$  のもとで崩壊時の速度場を示す. トンネル掘削部分は上下に完全に支保されているという条件であることから, 切羽前方からの押し出しと上部のアーチ状の領域の降下のモードが認められる. あたか

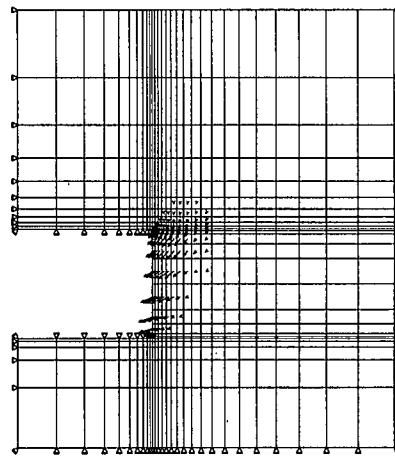


図-7  $\phi = 30^\circ, H/D = 2$  の速度場

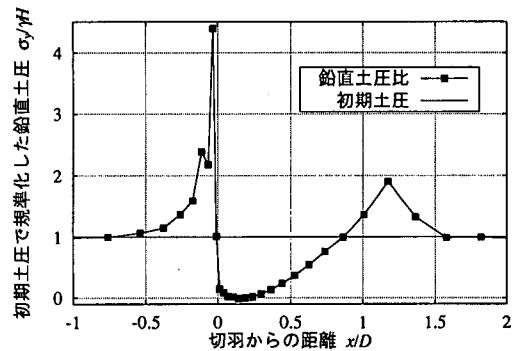


図-8 切羽高さの水平線上での鉛直応力  $\sigma_y$  の分布

も切羽前方の天端直上部で落とし戸のような現象があり, それに惹起されて切羽部分がトンネル内に押し出されているように見える. 図-7は  $H/D = 2$  の場合の速度場を示しているが, 同様のモードが生じている. したがって,  $H/D$  が 1 以上ではほとんど同様な崩壊モードが見られる. 図-8は, 図-6に対応する場合の天端高さの水平線上での鉛直応力  $\sigma_y$  の分布を示したものである. 縦軸はトンネルのない場合のその高さの被り土圧によって, また, 横軸  $x$  はトンネル高さ  $D$  によってそれぞれ規準化している. 横軸の原点は切羽位置を表す. 切羽のごく近傍でわずかの応力の振動が見られるが, これを除去する工夫はとくに施さなかった. 先述したように切羽前方での落とし戸現象による鉛直応力の低下と周辺部での増加が現れる. とくに切羽の最先端に大きな応力集中があるほか, 切羽前方  $1D$  程度の位置においても鉛直応力の増大が見られるが, これも落とし戸現象特有の結果と考えられる. なお, 図-9,10にはポアソン比  $\nu$  を  $1/3$  とした場

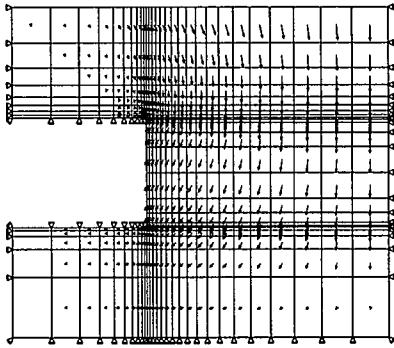


図-9 弾性解析による変位モード

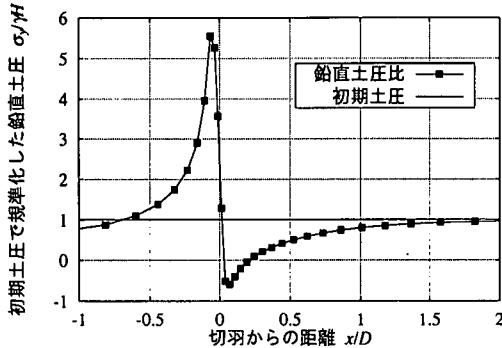


図-10 弾性解析による鉛直応力  $\sigma_y$  の分布

合の弾性解析の結果を示している。すなわち、同じ境界条件のもとで全要素の自重を作用させたものである。図-9は変位モード、図-10は図-8に相当する鉛直応力  $\sigma_y$  の分布をそれぞれ表す。図-6と図-9を比べると、剛塑性解析では変形が切羽周辺に限定されていることがわかる。これは、崩壊前の弾性的な変形モードと崩壊時の変形モードが大きく異なること意味している。また、図-8と図-10を比較すると、弾性解析でも切羽の最先端で大きな応力集中が見られるものの内部には応力集中は認められない。したがって、変形の初期段階を表す弾性解析と比べて、極限状態に対応する剛塑性解析では切羽前方の鉛直応力の分布が異なり、切羽の安定性を論じる場合に両者のどちらの応力分布を用いるべきかに注意しなければならない。もちろん本論文では極限状態に注目するという観点からもっぱら剛塑性解析の結果を用いる。

図-6,8の結果が無支保区間のない理想的な施工に対応していることに対し、図-11,12は、現実的な施工として  $0.2D$  の無支保区間を設けた場合の結果を示している。これらの図を比較すると、 $0.2D$  程度の無支保区間があるとしても、落とし戸現象

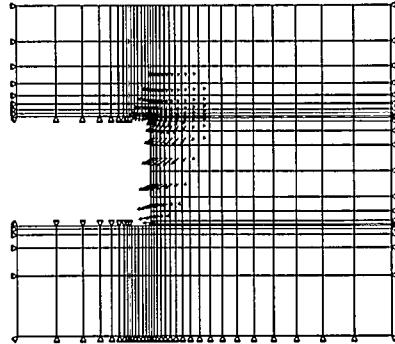


図-11  $0.2D$  の無支保区間が存在する場合の速度場

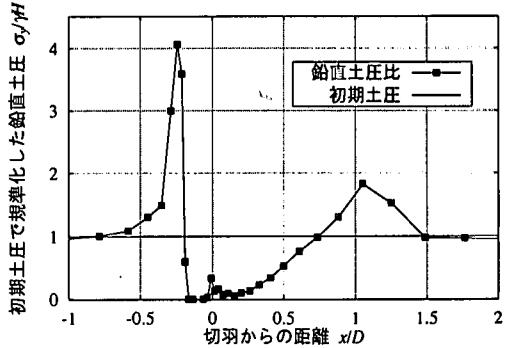


図-12 鉛直応力  $\sigma_y$  の分布 (無支保区間有り)

が若干、切羽後方(坑口側)へ移動するものの、変形モードや鉛直応力分布はそれほど変化していないことがわかる。一方、図-13,14は、トンネル頂部に沿って示す範囲に予め十分に剛な支保、すなわち、はり形式のプレライニングを設けた場合の結果を示している。ここでプレライニングは十分大きな粘着力を有する Mises 材料でモデル化した。図-13 からわかるように、プレライニングの上部ではほとんど変形が見られない。図-14 は、プレライニング直上、直下の 2 つの水平線に沿う鉛直応力  $\sigma_y$  の分布を示している。この直上の線に沿う鉛直応力の分布を図-8 の分布と比較すると、先述した落とし戸現象による応力集中の度合いがプレライニングの存在により軽減されていることがわかる。また、直下の水平線に沿う鉛直応力の分布と比較すると、切羽前方に少し長く奥に向かって応力の小さい範囲が続いていることがわかる。このことによる切羽の安定化への効果については後述する。

これまで(わずかの粘着力をもつ)砂質地山を想定して計算結果を説明してきたが、(内部摩擦角が 0 で、粘着力のみを有する)粘性地山からなる場

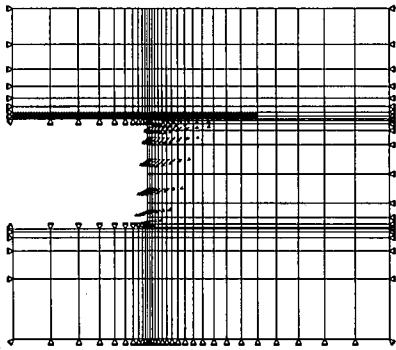


図-13 プレライニングを設けた場合の速度場

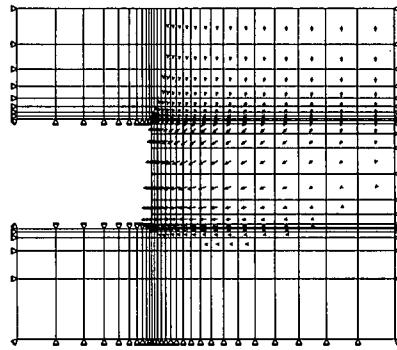


図-15 粘性地山の速度場

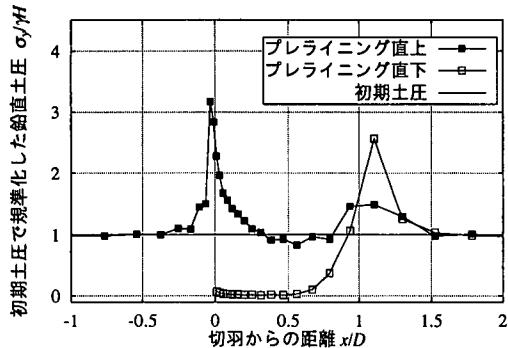


図-14 鉛直応力  $\sigma_y$  の分布 (プレライニング有り)

合には、Mises 材料を仮定すればよい。図-15,16 はその場合の結果を示す。砂質地山と比べて変形モード、鉛直応力の分布とも大きな差異が見られる。図-15 に示す粘性地山の崩壊時の変形モードは、切羽の前後で分離されることがわかる。すなわち、掘削区間が完全に支保されていると、切羽前方の地山が押し出されるとともに、その上部の地山が地表面まで到達するような沈下を呈している。また、図-16 に示すトンネル頂部の高さにおける鉛直応力  $\sigma_y$  の分布は、図-8 の砂質地山の場合と比べると初期状態からの変化は少ない。したがって切羽周辺における地山の安定性を議論する場合にも、砂質地山と粘性地山とでは評価方法を別にすべきであると思われる。

## 5. 切羽の安定性に関する考察

### (1) 砂質地山の場合

図-17 は、砂質地山に対する切羽の安定解析の結果を集約したグラフである。横軸はトンネル高さ  $D$  で無次元化した被り高さ、縦軸は無次元化した(見掛けの)粘着力、すなわち先に定義した安定

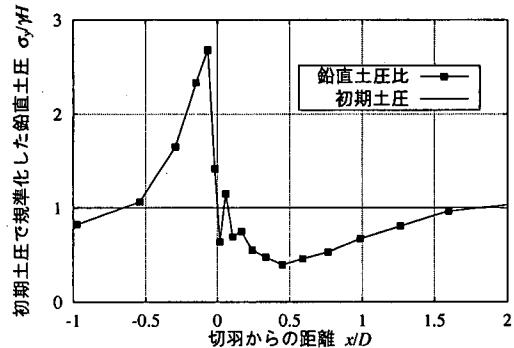


図-16 鉛直応力  $\sigma_y$  の分布 (粘性地山)

指標であり、ある被り高さのとき、切羽が自立するために必要な地山の限界の粘着力を示している。したがって、縦軸方向に大きくなるようなトンネルは、地山に大きな粘着力が必要であることを意味し、切羽がより不安定であることを指す。逆に地山から見れば、この限界値よりも大きな粘着力をもてば切羽は安定を保つことになる。ここでは、内部摩擦角を  $\phi = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  の 3 つの場合に分け、さらにそれぞれについて、切羽まで完全に支保した場合(黒丸—実線)と  $0.2D$  の無支保区間がある場合(白丸—破線)に分けて図示している。さてこの図-17について考察する。まず  $\phi = 30^\circ$  の場合、被り高さが変化しても切羽の安定性はほとんど変化しない。真下<sup>7)</sup>は、豊浦標準砂( $\phi = 32^\circ$ )を用いた重力場における 3 次元トンネル掘削実験から、被り高さによらず安定指標  $c/\gamma D$  が 0.13 程度を境界として安定、不安定に分離できると述べている。図-17 は 2 次元平面ひずみ条件のものであることから、直接、真下の実験の結果と比較することはできないが、安定指標が 0.11 程度を限界値としていることから定性的には類似した内容を表している。また、 $0.2D$  の無支保区間を設けた場

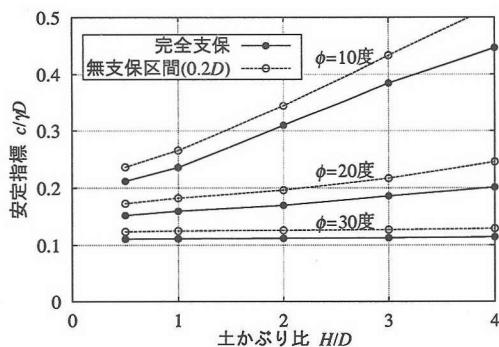


図-17 土被り比と安定指標

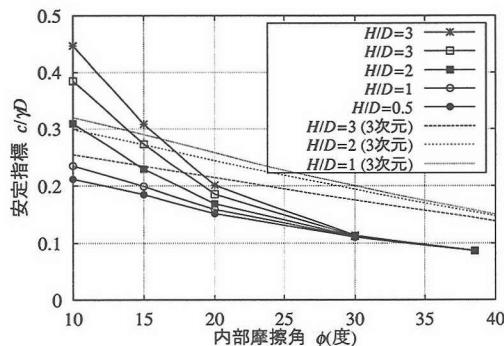


図-18 内部摩擦角と安定指標

合でも、 $\phi = 30^\circ$  のもとでは切羽の安定はそれほど低下していないことがわかる。3次元の場合と比べて2次元の仮定で計算した方が、無支保区間の影響は大きいと思われることから、たとえ3次元解析を行ったとしても無支保区間の存在の影響は小さいと考えられる。図-17には、 $\phi = 10^\circ, 20^\circ$ の場合も描かれているが、内部摩擦角が小さい場合、被り高さが大きくなると切羽の安定性が低減することになる。また、無支保区間の影響もやや増大する。図-18は、図-17の無支保区間の結果を座標を換えて表したものである。すなわち、横軸に内部摩擦角 $\phi$ をとり、被り高さをパラメータにとり、切羽の安定に必要な粘着力の大きさ(安定指標)の変化を見たものである。この図からも、 $\phi$ が $30^\circ$ より小さくなると被り高さに応じて、切羽が急激に不安定になることがわかる。なお、図中の細線は真下<sup>7)</sup>が行なった分割法を用いた3次元極限つりあい法による結果に対応している。

2次元の極限つりあい法による切羽の安定性評価法についてシールドトンネルを対象とし対数螺旋線を用いた村山<sup>3)</sup>の研究があるが、ここでは以

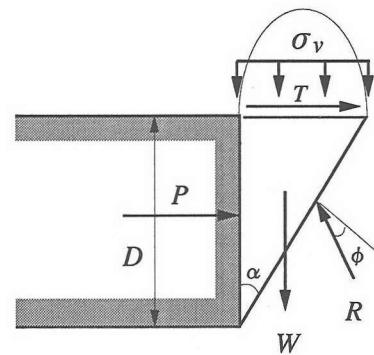


図-19 三角形領域に作用する外力

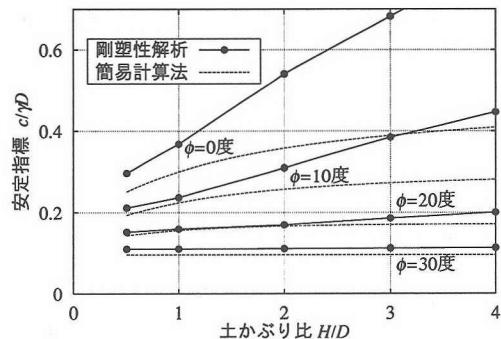


図-20 簡易計算法と解析結果

下のように直線すべり線を用いた簡易解析法<sup>13)</sup>との比較を行なった。図-19は、切羽周辺の三角形領域の極限つりあいにおいて作用する外力を示している。上部からはTerzaghiのゆるみ土圧 $\sigma_v$ が作用させるほかに、摩擦力による水平抵抗が働いているところも村山の方法と異なる。つりあい式を解くことにより、三角形領域が切羽から突出しないための必要な水平支持力 $P$ が

$$P = \{1/2\gamma D \tan \alpha + \sigma_v(\tan \alpha - \tan \phi) - 3c\} \times D \tan \alpha \quad (20)$$

のように計算される。ただし、 $\alpha = 45^\circ - \phi/2$ と仮定した。この式において $P = 0$ となる $c$ を求めた結果と図-17のうち完全支保の場合を比較したのが図-20である。内部摩擦角 $\phi$ が $30^\circ$ から $20^\circ$ の範囲では剛塑性有限要素法の結果と上記の簡易計算法の結果はよく一致している。しかし、内部摩擦角が小さくなると両者に大きな差が生まれてくる。この理由は図-6と図-15に示す崩壊時の変形モードを見れば明らかのように、内部摩擦角が小さい粘性土地山になると崩壊モードが図-19の三角形

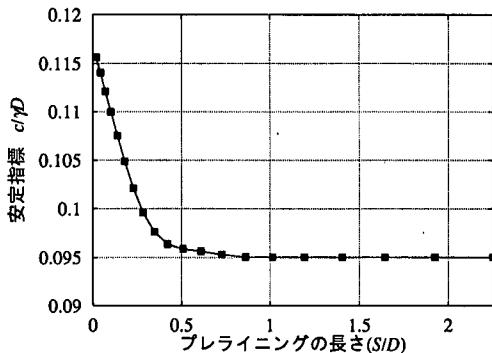


図-21 プレライニングの長さと安定指標

領域の突出モードと大きく異なることに起因すると考えられる。内部摩擦角が $30^\circ$ 程度の場合、真下のいう「安定指標」が一定値となること、および、簡易計算法が数値計算結果とよく対応することは、この切羽の崩壊モードとの関係から説明できる。つまり、トンネル径 $D$ を代表長さをとしてつりあい式を無次元化すると式(19)のようになつたが、荷重係数 $\mu$ を含む外力項は、この場合、安定指標の逆数 $\gamma D/c$ となる。内部摩擦角がある程度大きい場合がそうであるように、被り高さによらずトンネル切羽周辺のみで崩壊するようなモードについては、座標を無次元化するときの代表長さとしてトンネル径 $D$ が適切であることから、安定指標は力学的に意味のある無次元量となる。そのため被り高さに依存しない一定値の安定指標が得られると考えられる。逆にいえば、粘着力が強度を支配するような地山では、切羽の安定性に被り高さによる影響を加味しなければならない。

## (2) プレライニングの効果

図-21は、 $H/D = 1$ ,  $\phi = 30^\circ$ の場合について、図-13のようなはり型式のプレライニングを施すとき、切羽前方への先き受け長さ $S$ によって切羽の安定性がどのように変化するかを示したものである。 $S/D = 0.5$ 程度の先き受けで安定指標が2割程度小さくなっている。つまり、切羽の安定に必要な地山の粘着力を小さくする効果がある。しかし、それ以上に先き受け長さを延ばしても、その効果は認められない。なお、プレライニングには種々のタイプのものがあるが、シェル形式の場合にはトンネル横断面での応力低減効果が現れるので、ここで示した結果より大きな切羽安定効果が期待される。

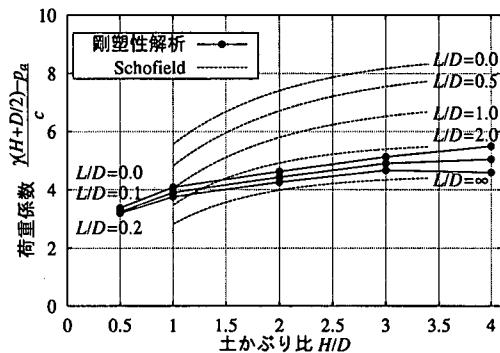


図-22 荷重係数と解析結果

## (3) 粘性地山の場合

粘性地山で無支保区間のない切羽の安定評価についてBroms<sup>6)</sup>らによって提案された荷重係数:

$$N = \frac{\gamma(H + D/2) - p_a}{c} \quad (21)$$

がしばしば用いられる。ここに $p_a$ はトンネル内部に作用させる圧力である。Bromsらは、この値が6程度以下で安定すると述べている。また、Schofield<sup>9)</sup>は、無支保区間の長さ $L$ をパラメーターにして図-22に示す破線を極限解析および実験データから描いた。図-17等とは反対にこれらの曲線の下部が安定領域となる。ここに $L/D = 0$ は無支保区間がない場合、また、 $L/D = \infty$ は素掘りトンネルあるいは支保のない2次元横断面解析に相当する。本研究での剛塑性有限要素法は縦断面の2次元解析であり、これらと直接に比較することはできないが、計算結果を示すと図中の実線となる。数値は相対的に小さくなるが、定性的な傾向はSchofieldの曲線と類似している。

## 6. まとめ

本研究では、2次元剛塑性有限要素解析を用いてトンネル切羽の安定性を種々の観点から評価した。得られた主たる知見は以下のとおりである。

- 1) 剛塑性有限要素法は、トンネル切羽の安定性を議論するのに有用な1つの手段である。とくに、内部摩擦角や粘着力以外の材料定数の不要な一般性高い極限解析法である。
- 2) 弹性計算による切羽周辺の応力分布は、塑性崩壊状態の応力分布とは大きく異なる。極限状態を議論する場合、後者を用いるべきである。
- 3) 砂質地山の切羽安定性は、真下のいうように

安定指標を用いて議論できる。本研究の剛塑性解析の結果は、真下の実験結果や他の評価法の結果と定性的によい一致を示した。

- 4) 砂質地山の(縦断面の2次元)切羽安定解析では、ここで示した簡易解析法で十分な近似ができる。
- 5) 切羽周辺に $0.2D$ 程度の無支保区間が存在しても、切羽全体の安定性が大きく失われることはない。
- 6) はり型式のプレライニングは切羽の安定に効果的であるが、先き受け長さをおよそ $0.5D$ 以上にても安定性は変わらない。
- 7) 粘性地山の切羽周辺の挙動は、砂質地山の場合と大きく異なり、その安定性評価法も別の指標が必要である。

ここでは切羽の安定性を対象としているにもかかわらず、2次元平面ひずみ問題の枠組みの中で議論した。本来、3次元解析をすべきであることはいうまでもない。しかし、ここでの議論を顧みれば、2次元解析でもある程度、定性的にも定量的にも3次元解析の結果を想像できるものと思われる。しかも、一般に2次元解析は、3次元解析に対して安全側の評価をしており、これでも重要な情報を提供しているものと考えられる。今後、3次元解析を実際にを行うことにより、いっそうより現実に近い切羽の安定性を評価する予定である。また、ダイラタンシーの影響を調べるために非関連流れ則に基づく数値解析も行なった。これによると速度場

が切羽周辺からさらに拡大する傾向が見られたが、応力場や安定指標の大きさはほとんど関連流れ則の結果と変らなかった。

謝辞： なお、本研究は文部省科学研究費補助金基盤研究(展開研究)の援助を得て行われたものである。

## 参考文献

- 1) たとえば、田村 武、足立 紀尚、梅田 昌彦、岡部 哲也：吹き付けコンクリートの支保機械に関する数値解析的評価、土木学会論文集、No.603/III-44, pp.11-20, 1998.
- 2) トンネル標準示方書(山岳工法編)・同解説：土木学会、1996.
- 3) 村山 肇郎：機械化シールドについて、シールド工法(土木学会関西支部、建設機械化協会関西支部編), pp.45-58, 1966.
- 4) Peck, R.B.: Deep Excavation and tunneling in soft ground, 7th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., State of the Arts Volume, pp.225-290, 1969.
- 5) Kimura, T. and Mair, R. J.: Centrifugal Testing of Model Tunnel in Soft Clay, Proc. ICSMFE, pp.319-322, 1977
- 6) Broms, B. B. and Bennermark, H.: Stability of Clay at Vertical Openings, Proc. ASCE, SM1, pp.71-94, 1987.
- 7) 真下 英人：トンネルに作用する荷重と周辺地山の挙動に関する研究、京都大学工学研究科博士論文、1998.
- 8) 岩井 勝彦、中田 雅博、矢野 寛：トンネル切羽安定性の評価手法に関する一考察、トンネルと地下、pp.41-48, 1998.
- 9) Schofield, A. N.: Cambridge Geotechnical Centrifuge Operations, Geotechnique, No.3, pp.227-268, 1980.
- 10) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.: Limit analysis of soil structure by rigid plastic finite element method, Soils and Foundations, Vol.24, No.1, pp.34-42, 1984.
- 11) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.: Rigid-plastic finite element method for frictional materials, Soils and Foundations, Vol.27, No.3, pp.1-12, 1987.
- 12) Tamura, T.: Rigid-plastic Finite Element Method in Geotechnical Engineering. Computational Plasticity, pp.135-164, 1990.
- 13) 梅田 昌彦：剛塑性有限要素法による切羽周辺土圧の数値解析、京都大学工学部土木工学科卒業論文、1994.
- 14) 辻 鉄也：剛塑性有限要素法によるトンネル切羽安定性評価に関する研究、京都大学工学研究科土木工学専攻、1999.

(1999.2.26 受付)

## STABILITY ANALYSIS OF TUNNEL HEADING BY RIGID-PLASTIC FINITE ELEMENT METHOD

Takeshi TAMURA, Toshihisa ADACHI, Shinji KONISHI and Tetsuya TSUJI

The stability analysis of the tunnel heading is studied by means of the rigid-plastic finite element method which is exclusively applicable to the behavior of the critical state of the surrounding ground of the tunnel. It is confirmed that the apparent cohesion of the soft sandy ground, even if it is of a small value, plays an important role to sustain the stability of the tunnel face as was pointed out by Mashimo. The effects of the existence of the un-supported region and the pre-lining on the stability are also considered in relation to the required minimum value of the apparent cohesion.