

物質移動を伴う密度依存地下水水流の 3次元数値解析手法に関する研究

菱谷智幸¹・西垣 誠²・橋本 学³

¹正会員 工修 (株)ダイヤコンサルタント(〒330-8660 埼玉県大宮市吉野町2-272-3)

²正会員 工博 岡山大学教授 環境理工学部(〒700-8530 岡山県岡山市津島中3-1-1)

³三菱マテリアル(株)(〒112-0002 東京都文京区小石川1-3-25)

本研究では、オイラリアン・ラグランジアン法を密度依存を考慮した不飽和領域の3次元移流分散問題に拡張した。本手法による解析結果と実験結果および既存の解析コードによる解析結果との比較を行い、本手法の妥当性を検証した。また、従来の移流項の演算手法の代わりにブロック探査手法を提案し、演算時間を大幅に短縮した。

Key Words: three-dimension, eulerian-lagrangian, finite element method, groundwater flow, saturated-unsaturated, density dependent, mass transport analysis

1. はじめに

環境保全の観点から、地下水汚染に対する定量的な予測評価手法の確立が望まれており、これまで多くの研究がなされてきた。地下水中の物質移動問題の多くは移流分散方程式によりモデル化され、差分法、有限要素法等¹⁾を用いた数値解析が行われている。これらの数値解析手法の内、オイラリアン・ラグランジアン法（以下、EL法）^{2), 3), 4)}は、移流分散方程式を安定かつ高精度で解析出来ることから、各種問題に対応するため拡張されてきている。2次元問題では、Sorekにより不飽和領域に拡張され⁵⁾、国内では、著者らが密度依存を考慮した飽和・不飽和問題に拡張している(Dtransu2D·ELの名称で平成6年無償公開)⁶⁾。

また、3次元問題に対しては、CadyがEL法にContinuous Forward Particle Tracking Method(以下、CFPT法)を併用することで飽和問題において安定で高精度な解析手法を示し⁷⁾、YehらはCFPT法の代わりにZoomable Meshを用いて密度依存を考慮した飽和・不飽和問題に拡張している⁸⁾。しかしながら、これら従来のEL法に関する研究では、解析解の安定性や精度における有効性についての研究がほとんどであり、実際のEL法による解析では、記憶容量の縮小や解析解の安定性および高精度化の代償として、他の解析手法と比較して多くの演算時間を必要とする。この演算時間の負荷がEL法の実用化上大きな問題点となっていた。

本研究では、EL法をCFPT法を用いた密度依存を考

慮した飽和・不飽和3次元問題に拡張を行い、3次元化に伴い膨大となる演算時間の新しい短縮手法を提案し、実際の物質移動現象の解析が可能な数値解析法について論述し、その例を示す。

2. 密度依存を考慮した浸透と移流分散の基礎方程式

(1) 浸透の基礎理論

密度依存を考慮した飽和・不飽和浸透流方程式は、質量保存則とダルシーの方程式から次式で表せる⁹⁾。

$$\rho_f \theta \gamma \frac{\partial c}{\partial t} + \rho \{ \beta S_s + C_s(\theta) \} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \{ \rho K_{ij}^s K_r(\theta) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + \rho K_{ij}^s K_r(\theta) \rho_r \} \quad (1)$$

ここで、 φ : 圧力水頭、 θ : 体積含水率、 S_s : 比貯留係数、 $C_s(\theta)$: 比水分容量、 K_{ij}^s : 飽和透水テンソル、 $K_r(\theta)$: 透水係数、 c : 濃度 ($0 \leq c \leq 1$ 、飽和濃度を1として正規化)、 t : 時間、 ρ_f : 溶媒の密度、 ρ : 流体の密度、 ρ_r : 溶媒の密度に対する流体の密度比(ρ / ρ_f)、 $\beta = 1$: 飽和領域、0: 不飽和領域、 γ : 溶質の密度比(一般に海水で $\gamma = 1.025$)。

ここで、式(1)での密度は次式で濃度と関連づけられる。

$$\rho = \rho_f (1 + \gamma c) \quad (2)$$

式(1)を解くための初期条件としては、解析領域にお

ける初期圧力水頭が既知であることである。また、境界条件として一般に次の3種類の条件が考えられる。

①境界面上で圧力水頭が既知の境界

$$\varphi(x_i, t) = \varphi_b(x_i, t) \quad (3)$$

②出入り流量が既知である境界

$$-\{K_y^s K_r(\theta) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + K_{iz}^s K_r(\theta) \rho_r\} \hat{n} = q_b(x_i, t) \quad (4)$$

③浸出面上の境界

$$\varphi(x_i, t) = 0 \quad \text{かつ} \quad q_s(x_i, t) \geq 0 \quad (5)$$

ここに、 φ_b , q_b , q_s はそれぞれ既知圧力水頭、既知流入出量、浸出面流出量である。

(2) 移流分散の基礎方程式

移流分散の基礎方程式は、

$$R\theta\rho \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta\rho D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta\rho V_i c) - \theta\rho\lambda R c - Q_c \quad (6)$$

ここで、 R : 遅延係数, D_{ij} : 分散テンソル, V_i : 実流速, Q_c : 源泉項, λ : 減衰定数。

E L法では式(6)をNeuman³⁾の手法を用いて、ラグランジュ微分により移流項と分散項に分離する。また、濃度 c を移流に関する濃度 \bar{c} と分散に関する濃度 \hat{c} に分ける。

$$c(x_i, t) = \bar{c}(x_i, t) + \hat{c}(x_i, t) \quad (7)$$

式(7)より、移流項に対する次式が得られる。

$$\frac{d\bar{c}}{dt} = -\lambda c \quad (8)$$

また、移流による濃度を除いた分散方程式は次式となる。

$$R\theta\rho \left(\frac{dc}{dt} - \frac{d\bar{c}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta\rho D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j}) - \theta\rho\lambda R(c - \bar{c}) - Q_c \quad (9)$$

a) 移流項の初期条件および境界条件

式(8)に関する初期条件は移流による濃度は全濃度の初期分布と等しいとする。

$$\frac{d\bar{c}}{dt} = 0 \quad (10)$$

$$\bar{c}(x_i, t) = c_0(x_i, t) \quad (11)$$

境界条件は次式のように考える。

$$V_i \cdot \hat{n} \bar{c}(x_i, t) + \alpha \{\bar{c}(x_i, t) - c_b(x_i, t)\} = Q_b(x_i, t) \quad (12)$$

c_b , Q_b が境界条件で、 $\alpha \rightarrow \infty$ で濃度既知境界となり、 $\alpha = 0$ とすると流量既知境界となる。

b) 分散項の初期条件および境界条件

式(9)の初期条件は次式のように考える。

$$R\theta\rho \frac{d\hat{c}}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta\rho D_{ij} \frac{\partial \hat{c}}{\partial x_j}) - \theta\rho\lambda R \hat{c} - Q_c + \bar{g} \quad (13)$$

ここで、

$$\bar{g} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta\rho D_{ij} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}) - \theta\rho\lambda R \bar{c} \quad (14)$$

$$\hat{c} = 0 \quad (15)$$

また、境界条件は移流項と同様に考える。

$$-(\theta\rho D_{ij} \frac{\partial \hat{c}}{\partial x_j} - V_i \hat{c}) \hat{n} + \alpha \hat{c} = (\theta\rho D_{ij} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}) \hat{n} \quad (16)$$

このように移流項に対して式(10)～(12)を先に満足させてから、式(13)～(16)を分散項に与えることで分散方程式を移流と分散それぞれの初期値・境界値問題に分離し解いて行く⁶⁾。

(3) E L法による離散化

浸透方程式の離散化は、Galerkin法により離散化を行い、移流分散方程式はE L法による離散化を行った⁶⁾。

移流分散方程式の内、移流方程式の離散化はSingle-Step Reverse Particle Tracking (以下 SRPT法) を用いた⁴⁾。SRPT法による濃度の補間法では、メッシュサイズに補間精度が依存するため、粗いメッシュ部では高精度な補間が望めない。このためCadyはCFPT法を併用した⁷⁾。CFPT法では濃度変化がシャープなフロントを持つ領域に初期濃度を持たせた移動粒子を配置し、濃度フロントとともに移流させ、移動後の移動粒子を含めた解析領域全体の有限要素メッシュの細分割を行うことで精度の高い補間が可能になる。しかし、Cadyの提案する方法では解析領域全体を一括してメッシュ分割を行うため、材料境界を考慮した分割が出来ない。

このため、本研究では、著者らが2次元問題で用いた分割を要素単位で行うModified Continuous Forward Particle Tracking (以下、MCFPT法)⁸⁾を3次元に拡張した。MCFPT法では、要素単位でメッシュの細分割を行うことで材料境界を保つことができ、不均質地盤に適用することが可能になる。メッシュ分割手法にはデラウニー手法を用いた⁹⁾。分割対象となる要素毎に要素を完全に内包する四面体領域を設定し、この四面体要素内にある節点に対してデラウニー分割を行い四面体に分割する。最後に、分割要素の外側に生成された四面体要素を除去することで各要素の細分割を終了する。

式(9)の分散方程式の離散化は、Galerkin法を用いて離散化を行った。移流項と分散項を分離しない従来の手法では、係数マトリクスに式(6)右辺第2項の移流項が

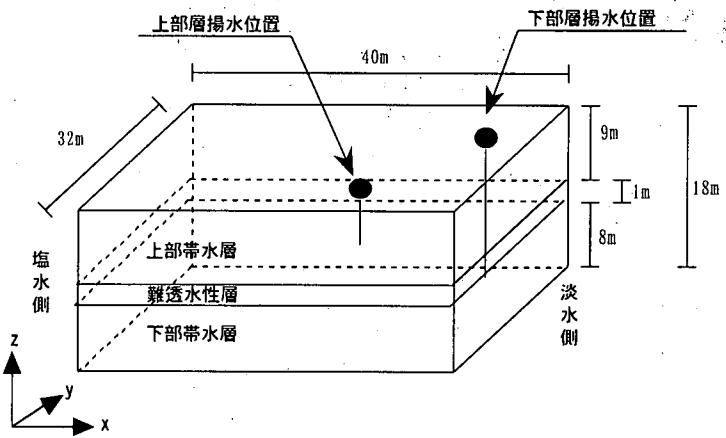


図-1 3次元海水浸入解析モデル概念図

表-1 3次元海水浸入解析に用いた入力物性値

	上部帶水層	難透水性層	下部帶水層
透水係数 (m/sec)	5.0×10^{-5}	1.0×10^{-8}	1.0×10^{-5}
有効間隙率	0.3	0.02	0.3
縱分散長 (m)	1.0	1.0	1.0
横分散長 (m)	0.1	0.1	0.1
拡散係数 (m^2/sec)	1.0×10^{-9}	1.0×10^{-9}	1.0×10^{-9}
淡水密度 (t/m^3)	1.000	—	—
塩水密度 (t/m^3)	1.025	—	—

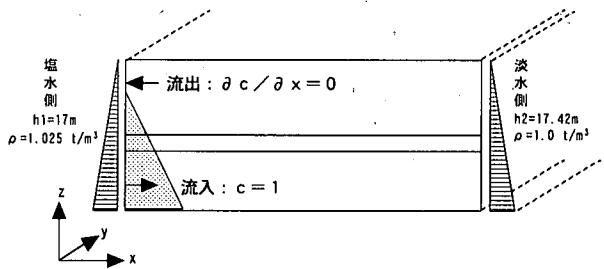


図-2 境界条件図

含まれるため非対称となるが、本手法では分散項のみの対称マトリクスとなり、全ての係数マトリクスが対称になるため、演算に必要なメモリ容量が半分となる。EL法ではこのようなメリットがあるものの、3次元解析では節点数が膨大になり、連立一次方程式の解法にバンドマトリクス法やスカイライン法のような直接解法を用いると2次元解析に比較して多くの非ゼロ項を含むため、必要なメモリ容量が増大してしまう。

このため、本手法ではマトリクスの対称性を利用し、連立一次方程式の解法として反復法の一種である前処理付き共役勾配(PCG法)¹⁰⁾を用い、Ajiz and Jenningsが示したマトリクス格納法¹¹⁾を応用し、非ゼロ項のみをメモリーに格納して解くことで、必要なメモリー容量を最小限にとどめるようにした。一般に直接解法では、節点数の増加に伴いバンド幅も増加するため指数的に必要メモリー容量が増大する。しかし、本PCG法では、節点数の増加に対してほぼ線形に必要メモリー容量が増加するため、大規模な解析を行うのに適している。

3. 演算時間の短縮化

(1) 3次元場での解析モデル

密度依存を考慮した3次元飽和・不飽和解析例として、沿岸部の帶水層で3次元的に揚水を行った場合、どのように海水が淡水側に浸入するかモデル解析を行った。図-1に解析モデルを示す。難透水性層で分けられた上部帶水層と下部帶水層で揚水を行い、各帶水層における海水浸入の解析を行った。表-1に入力物性値、図-2に境界条件を示す。塩水側は塩水水位で17m(淡水水位で17.425mに相当)、淡水側は淡水水位で17.42mの静水圧状態に設定した。揚水時は、上部帶水層で揚水部に相当する節点($x=24m, y=10m, z=10 \sim 14m$)の水頭を16mに、下部帶水層では($x=30m, y=20m, z=1 \sim 15m$)17mに水頭固定し揚水条件をモデル化した。また、要素分割は x, y 方向(水平方向)を2mピッチとし、上部、下部帶水層は z 方向(鉛直方向)を1mピッチ、難透水性層は50cmピッチに分割し、節点数7140、要素数6080とした。

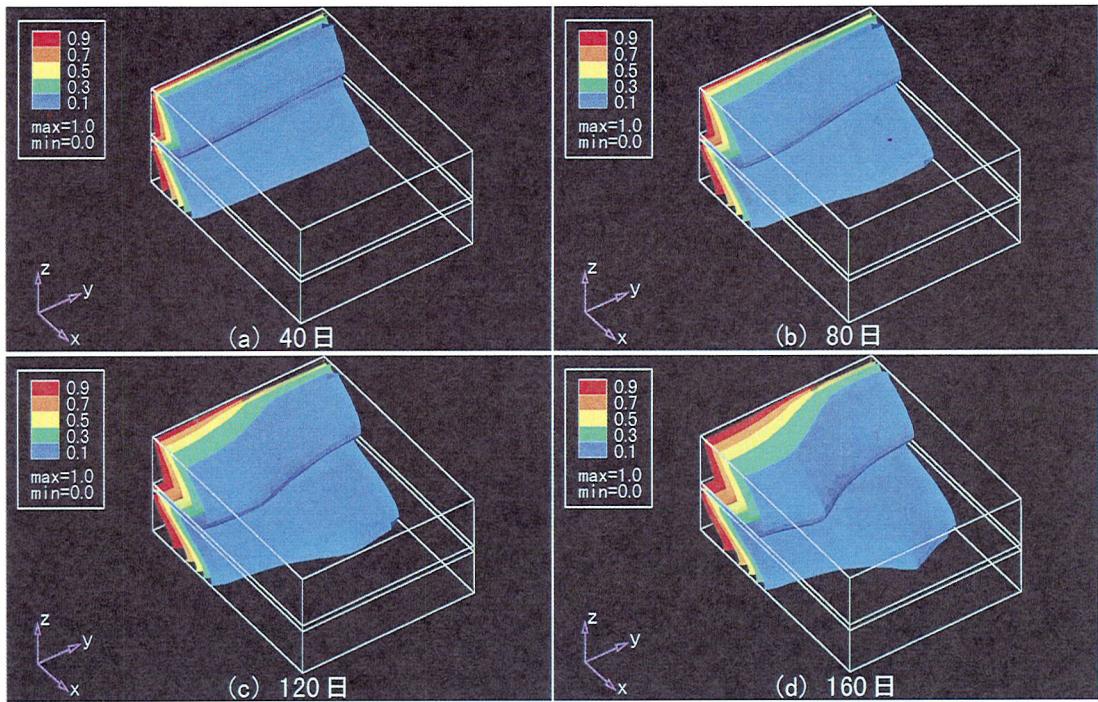


図-3 解析塩水濃度分布経日変化図

図-3に揚水開始後(a)40日,(b)80日,(c)120日,(d)160日における塩水濃度分布の経日変化を示す。各色の面が等塩水濃度面を示し、飽和濃度1.0に対して赤(0.9), オレンジ(0.7), 黄緑(0.5), 緑(0.3), 水色(0.1)の等塩水濃度面を示す。水色の濃度0.1の等濃度面の形状を見ると上部, 下部層ともにxy平面において揚水点をピークとして, 舌状に塩水が浸入している状況を示し, 3次元的な濃度分布が得られた。このような現象を2次元モデルで評価することはほとんど困難であり, 実務上も3次元効果が大きいと考えられる場所では3次元モデルによる解析が必要になると考えられる。

(2) ブロック探査手法

EL法では, 解析解の安定性と解析精度の高精度化の代償として, 従来の手法に比べて多くの演算時間が必要となる。この傾向は3次元解析では顕著に現れ, 節点数の増加に伴い演算時間も大幅に増加することから, 実用に際して演算効率の向上が必要となる。

このため, 一例として実規模程度と考えられる3次元移流分散解析(節点数27450, 要素数23520)を行い, 各サブルーチン単位での演算時間をプロファイル(演算時間計測ユーティリティ)にて測定を行った(OS:Digital-UNIX ver. 3.2, CPU:DEC Alpha21164 300MHz)。その

表-2 演算時間比率一覧表

項目	従来手法	ブロック探査法
	演算時間比率	演算時間比率
浸透流演算部	2%	16%
移流項演算部	91%	30%
分散項演算部	2%	15%
その他	5%	39%
合計	100%	100%

結果, 表-2に示すように移流項の演算時間(ラグランジュ法による移動粒子の軌跡の演算時間)が全演算時間の90%に達することが判明した。

EL法ではラグランジュ法により移流項の演算をする際, 全節点に対する移動粒子の後向き軌跡を求める必要がある。この演算過程において, 移動中の移動粒子の座標がどの要素に内包されているか(以後, 内包要素と呼ぶ)を求めなくてはならない。差分法では, 移動粒子の座標が与えられればどのセル内に移動粒子が内包されるかは単純な演算で求めることが出来る。しかし, 有限要素法では要素形状が任意であり, 移動粒子の座標から単純に内包要素を決定することは出来ない。このため, Cadyや筆者らによる従来のEL法では内包要素を求める際, 移動粒子の座標がどの要素に内包されているかの探索を要素番号1から順次探索しており探査時間が増大

していると考えられる。

本研究では、E L 法の実用性を向上するため、内包要素の探査手法としてブロック分け探査手法(以下ブロック探査手法)を提案し、演算効率について検討した。

ブロック探査手法では、内包要素探査時間を短縮するため格子状のブロックを仮想し、各ブロックに属する要素番号を記録したブロック番号-要素番号対応表(以下、ブロックテーブル)を用意した。このブロックテーブルをもとに、内包要素の探査において、移動粒子の座標に対応するブロックに属する要素から探査を行うことで探査の効率化を考えた。ブロックテーブルは以下のような手順で作成した。

- 1) 解析領域の各 x , y , z 座標軸における空間長, M_x, M_y, M_z を求める。
- 2) 全要素について x, y, z 座標軸における空間長を求め、その最大値を E_x, E_y, E_z とする。
- 3) $M_x/E_x, M_y/E_y, M_z/E_z$ から各軸方向のブロック分割数 N_x, N_y, N_z を求める。
- 4) 各軸方向に解析領域を仮想的に $N_x \times N_y \times N_z$ 個のブロックに区切る。
- 5) 全要素の重心座標を求め、要素重心座標がどのブロックに内包されるかを演算し、解析領域のブロックテーブルを作成する。

手順 2) の分割長は、後述する探査手順を成立させるため、1つの要素に複数のブロックが入らないように要素空間長の最大値である E_x, E_y, E_z を各軸の分割長とした。

図-4 にブロックテーブルの概念図を示す。3次元要素では表示が困難なため、2次元表示で概略を示す。実線で要素分割、点線で各ブロック分割、①～⑩は要素番号および重心位置を示す。また、(a)～(p)はブロック番号を示す。(c)ブロックに着目すると、要素重心がこのブロックに属する要素は横線でハッチングされた②, ③要素となる。このように、ブロックに対する要素番号の対応表(例えば、(b) - ①, (c) - ②③, (g) - ⑧⑨⑩)をブロックテーブルとする(表-3)。

また、解析領域の外形面に対しても同様のブロックテーブル(外形面ブロックテーブル)を作成する。これらのブロックテーブルを用い図-5 に示す手順で移動粒子の内包要素の探査を行った。

- 1) 移動粒子の座標よりどのブロックに内包されているかを求める。
- 2) 対象ブロックのブロックテーブルにある要素について、移動粒子を内包しているかどうかを探索する。
- 3) 手順 2) で見つからない場合は、対象ブロックに隣接する8ブロック(3次元では26ブロック)について順に探査を行う。
- 手順 3) の処理が発生するパターンを図-6 を用いて

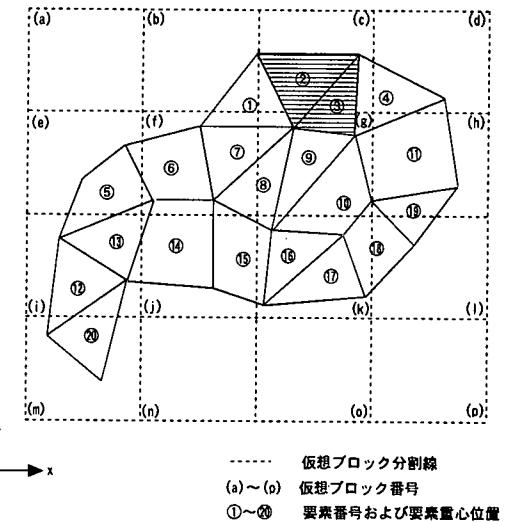


図-4 ブロック分割概念図

表-3 図-4 に対応したブロックテーブル(例)

ブロック番号	所属要素
(a)	無
(b)	①
(c)	②, ③
(d)	④
(e)	⑤
(f)	⑥, ⑦
(g)	⑧, ⑨, ⑩
(h)	⑪, ⑯
(i)	⑫, ⑬
(j)	⑭, ⑮
(k)	⑯, ⑰
(l)	⑱
(m)	⑲
(n)	無
(o)	無
(p)	無

示す。図中(f)ブロックでは、パターンハッチングされた部分に移動粒子がある場合、ブロックテーブルに記録された要素を探査してもブロック内に移動粒子が存在しないこととなる。この場合、3次元では隣接する26ブロック(2次元では8ブロック)を探査することで移動粒子の内包要素を特定することができる。これは、ブロック分割の際、各軸方向の分割長を要素の最大軸長に

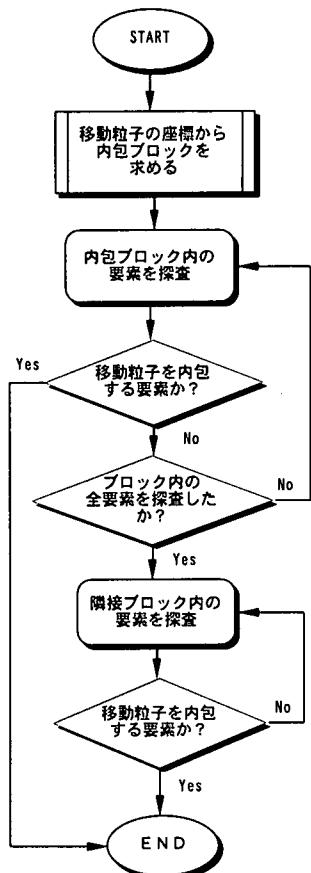


図-5 ブロック探査法フロー図

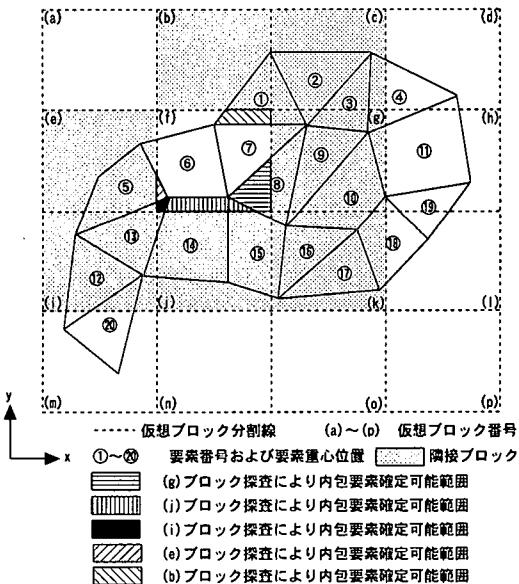


図-6 隣接ブロック探査概念図

することで、最大の要素でも隣接ブロックまで探査すれば要素内にある移動粒子を必ず見つけることが出来るよう分割することで可能となる。

また、移動粒子の軌跡が解析領域外に出てしまうような場合、移動粒子の軌跡がどの要素のどの面と交差して領域外に出ているかの探査が必要となる。この軌跡と外形面の交差点を求める際、解析領域の外形面について同様のブロックテーブルを作成して、探査を行った。

(3) 従来手法との比較

ブロック探査法の演算効率を評価するため、ブロック分割数を変化させ、演算時間測定を行った3次元モデルを用い、同様の3次元解析を行った。図-7に分割数と演算時間比を示す。ブロック分割数はx, y, z軸に対して、 $1 \times 1 \times 1$ （従来手法・分割なし）、 $2 \times 2 \times 2$ （8分割）、 $4 \times 4 \times 4$ （64分割）、 $20 \times 20 \times 1$ （400分割）、 $30 \times 30 \times 1$ （900分割）、 $66 \times 53 \times 4$ （13992分割）、 $N_x \times N_y \times N_z$ による分割の6パターンについて解析を行った。横軸に分割数、縦軸に従来手法（分割なし）の場合の演算時間を1として、分割した場合の演算時間との比を演算時間比とした。●印が全演算時間に対する演算時間比、■印が全演算時間の内、移流項の演算に関する部分の演算時間に対する演算時間比を示している。分割数が大きくなるにつれて演算効率が向上し、移流項演算部では演算時間比が約0.05となり、演算時間を大幅に短縮することが出来た。また、全演算においても演算時間比が約0.12とかなり短縮することが出来た。実用上、実際にかかった演算時間（全実演算時間）が重要な指標となるが、全実演算時間は解析モデルの規模や時間ステップ、CPU性能やOSの種類等の計算機環境に大きく影響を受けるため比較が難しい。ちなみに、本比較演算に用いたOS:Digital-UNIX ver. 3.2, CPU:DEC Alpha 21164 300MHzのシステムの場合、全実演算時間は従来手法で24時間程度であったが、ブロック探査手法では3時間程度に短縮された。また、この解析では分割を $N_x \times N_y \times N_z$ よりかなり粗くしても演算時間比がほとんど変わらず、十分な演算効率の向上がなされた。

従来手法（分割なし）の状態で移流項以外の演算時間が全体の約10%であり、移流項演算部の演算時間がゼロになった場合で演算時間比が0.1になることから、ブロック探査手法により、かなり演算効率が向上されたと考えられる。これにより、演算時間の比率が、浸透流部を1とすると、分散項部1、移流項部2程度の比となった。従来のFEMでは、浸透流部1、移流項+分散項部で1程度であり、本手法はFEMと比較して2倍程度の時間で演算することが出来るようになり、解析解の安定性と高精度化を考えれば実用的な演算手法と考えられる。

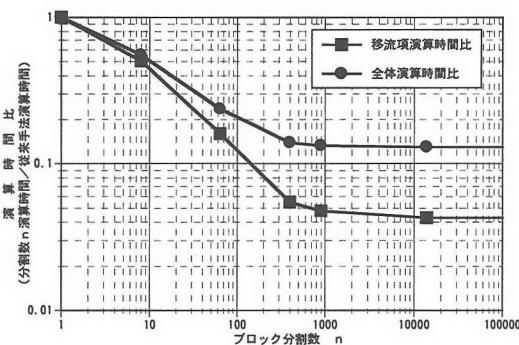


図-7 3次元解析におけるブロック分割数と演算時間比

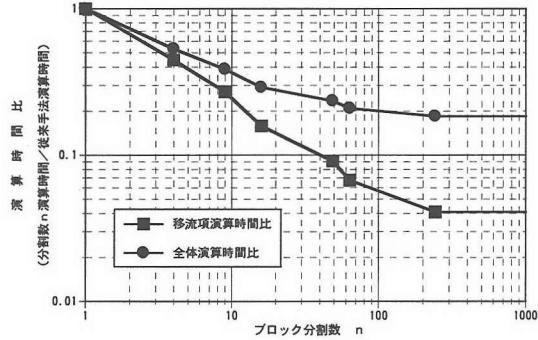


図-8 2次元解析におけるブロック分割数と演算時間比

同様の手法を2次元のE-L法にも適応した。2次元解析(節点数231、要素数200)を従来手法(分割なし)で演算した場合、移流項の演算時間が全演算時間の約85%であった。この場合、移流項以外の演算時間が全体の約15%であったことから、移流項演算部の演算時間がゼロになると最小で演算時間比が0.15程度になると推定される。図-8に2次元解析での分割数と演算時間比を示す。ブロック分割数はx,y軸方向に対して、1×1(従来手法・分割なし), 2×2(4分割), 3×3(9分割), 4×4(16分割), 7×7(49分割), 8×8(64分割), 22×11(242分割, Nx×Nyによる分割)の7パターンについて解析を行った。2次元解析でも3次元解析と同様に移流項演算部では演算時間比が0.04となり、演算時間を大幅に減らすことが出来た。また、全演算においても演算時間比が約0.17となり、3次元解析と同様に演算時間の短縮が可能となった。これらのことから、E-L法における移流項の演算効率向上において、ブロック探査法が有効であると考えられる。

4. 解析手法の妥当性の検討

3次元に拡張した本E-L法の妥当性を検証するため、

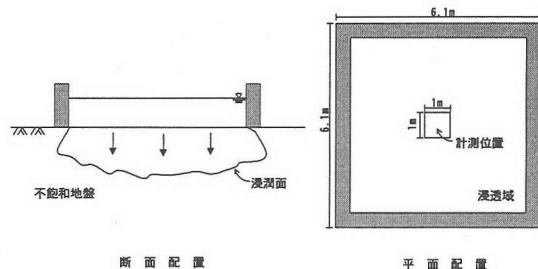


図-9 Warricほかの浸透実験概念図

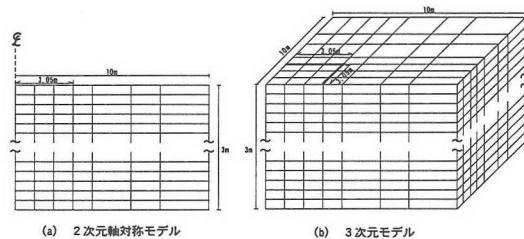


図-10 解析モデル図

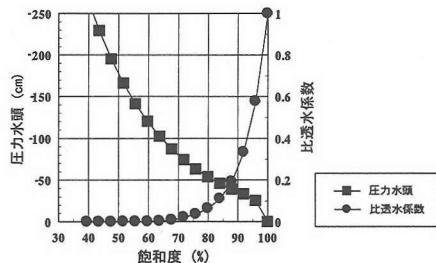


図-11 Warricほかの浸透地盤の不飽和特性曲線

表-4 比較解析に用いた入力物性値

透水俗数 (m/sec)	0.011808
有効間隙率	0.38
縦分散長 (m)	0.01123
横分散長 (m)	0.0
拡散俗数 (m ² /sec)	0.0

Warricほかが行った不飽和土中の物質移動実験¹²⁾と2次元軸対称解析と3次元解析結果の比較検討を行った。また、3次元的挙動の検証を行うため、Yehらが開発した3次元移流分散解析コード3DFEMFAT⁸⁾による解析結果との比較検討を行った。

(1) 不飽和土中の物質移動実験との比較

Warricほかは、図-9に示すような6.1×6.1mの浸透域を地表に設定し、浸透域中央部の初期体積含水率の深度分布を測定した後、物質浸透原位置実験を行った。

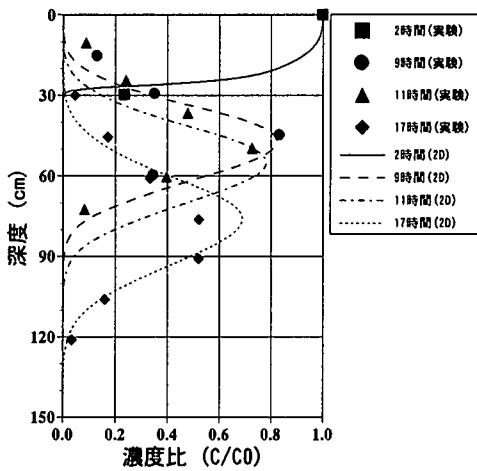


図-12 深度-濃度分布図
(2次元軸対称解析)

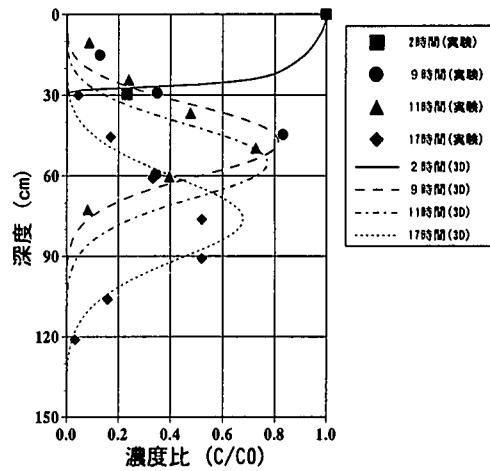


図-14 深度-濃度分布図
(3次元解析)

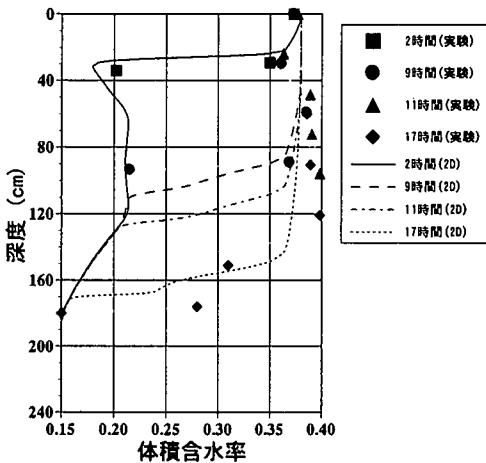


図-13 深度-体積含水率分布図
(2次元軸対称解析)

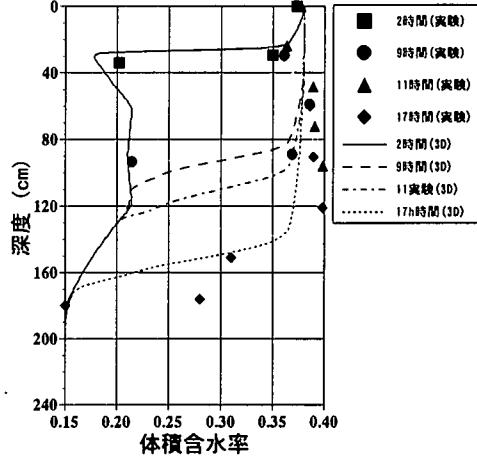


図-15 深度-体積含水率分布図
(3次元解析)

実験は不飽和状態の地表の浸透域に最初に CaCl_2 溶液を地表から 7.62 cm 高さに張り、溶液全てが 2.8 時間で地中に浸透した。その後、真水を地表から 22.9 cm 高さに張り、測定開始から真水の全てが 17.5 時間後に地中に浸透するまで飽和度と濃度の深度分布が測定された。Warricほかはこの実験を疑似的に鉛直 1 次元問題として考察を行っているが、浸透域が矩形であることを考慮し、図-10 に示す 2 次元軸対称および 3 次元モデルで解析を行い比較検討を行った。本解析では深度方向のメッシュ幅を 1 cm として分割を行った。入力パラメータは Warricほかが実験で示した値を用い、表-4 に入力物性

値を、図-11 に水分特性曲線を示す。図-12, 13 に 2 次元軸対称モデル、図-14, 15 に 3 次元モデルを用いた浸透域中央における各時間の深度-濃度分布図と深度-体積含水率分布図を示す。図は縦軸に地表からの深度を、横軸に注入した CaCl_2 溶液濃度で正規化した濃度と体積含水率を示している。また、実験開始後 2, 9, 11, 17 時間後における実験値を記号で示し、各曲線が解析値を示している。濃度分布、体積含水率分布共に各時間において実験結果に近い解析結果が得られた。また、2 次元軸対称解析結果と 3 次元解析結果を比較するとほとんど同じ解析結果が得られた。

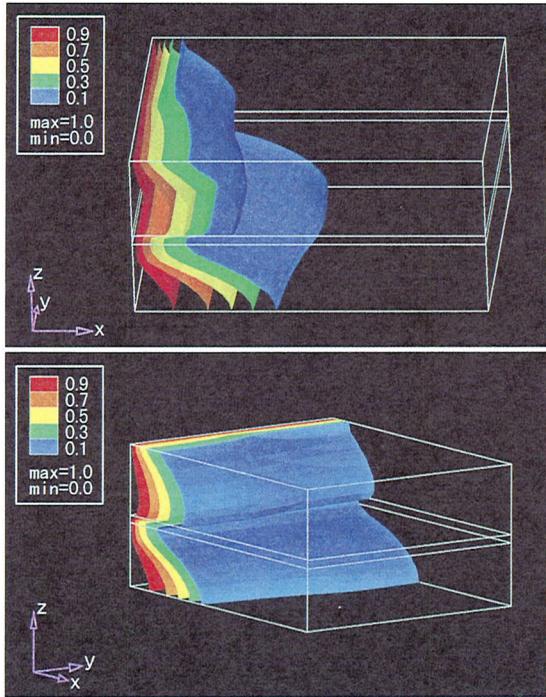


図-16 3DFEMFATによる解析塩水濃度分布図(120日)

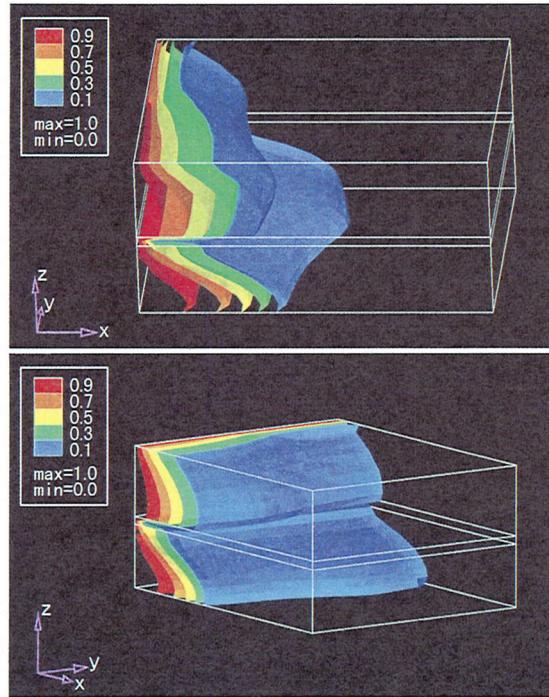


図-17 本EL法による解析塩水濃度分布図(120日)

(2) 3DFEMFATとの比較

図-1, 2で示した解析モデルと同じデータを用い、3DFEMFAT⁸⁾で密度依存を考慮した3次元解析を行った。図-16に揚水開始後120日における3DFEMFATによる塩水濃度分布を示し、図-17に本EL法の解析結果を示す。両者共に舌状に塩水が浸入している状況を示し、同様な3次元的濃度分布が得られた。また、両者の濃度分布を比較するため、水平断面および鉛直断面における濃度分布を示す。下部帶水層中央 $z=4\text{m}$ における水平断面(xy平面)、モデル奥行き中央に相当する $y=16\text{m}$ と $y=28\text{m}$ における鉛直断面(xz平面)上の等濃度線(0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9)の比較図をそれぞれ図-18, 19, 20に示す。図-18では、下部層揚水位置付近($y=20 \sim 32\text{m}$)において、実線で示す本EL法の等濃度線が揚水点に向かって若干先行し、揚水位置から離れるに従って点線で示す3DFEMFATの方が先行するような分布となつたが、ほぼ同じ傾向の分布となつた。また、図-19, 20の鉛直断面における濃度分布を見ると、上部帶水層では、3DFEMFATに比較して本EL法が全体に早く塩水浸入するような濃度分布となつたが、下部帶水層では、ほぼ本EL法と3DFEMFATで同様の濃度分布が得られ、全体として本EL法と3DFEMFATで、ほぼ同様な解析結果が得ら

れた。

本EL法と3DFEMFATで得られた濃度分布の差については、移流項における移動粒子の軌跡の演算方法の違いによるものと思われる。本EL法ではルンゲ・クッタ法を用いているが、3DFEMFATでは、要素内流速に時間をかけて軌跡を要素毎に線形に計算して追跡しているため、解析結果に差が生じたと考えられる。

また、本解析モデルによる80日における解析結果の数値誤差に着目すると、どちらも濃度比1.0を越えるオーバーシュートは起こらなかったが、計算濃度が負の値となるアンダーシュートが発生した。3DFEMFATでは、淡水領域において絶対値で濃度比0.0001以上のアンダーシュートが全節点の1%程度の節点で発生し、最大で濃度比0.03程度の数値誤差が起こった(図-21)。濃度比0.03は、塩分濃度で800ppm程度に相当し、飲料水としての適用限界以上の値になることから、飲料水適用を検討する場合は無視出来ない数値誤差と思われる。これに対して、本EL法ではモデル側面の1節点で濃度比0.002程度のアンダーシュートのみであつた。これは、移流項の演算手法に演算精度の良いルンゲ・クッタ法を用いたことによる計算精度の差によるものと思われる。

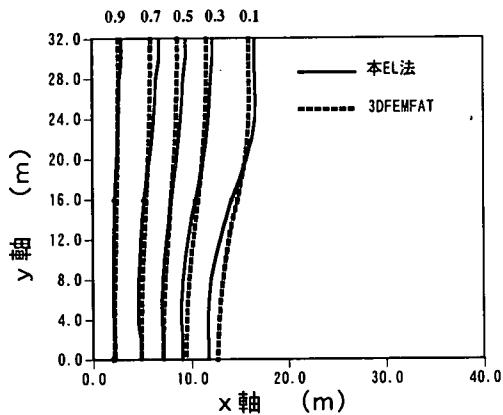


図-18 水平断面濃度分布比較図 ($z=4\text{m}$)

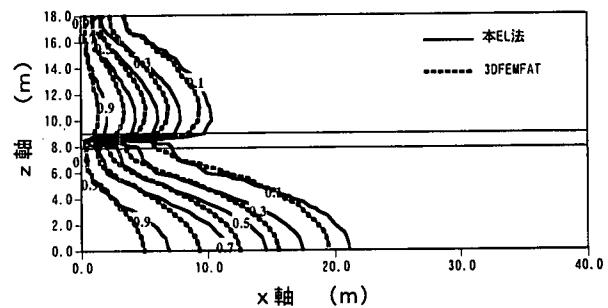


図-20 鉛直断面濃度分布比較図 ($y=28\text{m}$)

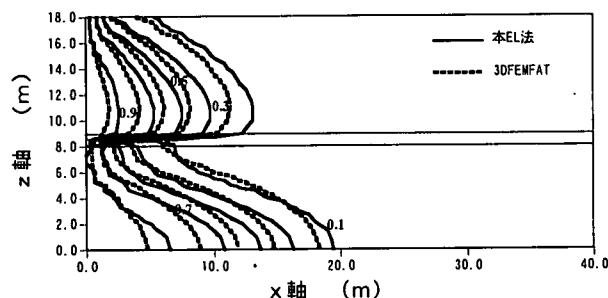


図-19 鉛直断面濃度分布比較図 ($y=16\text{m}$)

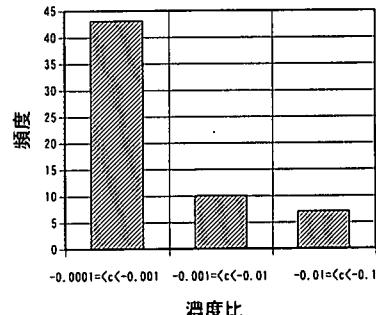


図-21 数値誤差頻度分布図 (3DFEMFAT)

5. 結論

本研究では、EL法を3次元飽和・不飽和領域における密度依存流を考慮した手法に拡張し、実験結果および2次元軸対称解析結果と比較し、また、既存の3次元移流分散解析コード解析結果と比較検討することで本手法の妥当性の検討を行った。

また、本手法の3次元化に伴う演算時間の増加に対して、ブロック探査法を提案し、従来の手法と比較して演算効率を大幅に向上させ、本手法の実用性の検討を行った。

本研究で得られた成果をまとめると以下のようになる。

- (1) EL法を3次元の不飽和領域における密度依存流を考慮した解析手法に拡張し、定式化を行った。
- (2) 2次元解析手法で不均質地盤に対応した部分要素分割法 (MCFPT法) を3次元に拡張した。
- (3) 連立一次方程式の解法として非ゼロ項のみを対象とするPCG法を用いることで、直接解法に比較し

て少ないメモリー容量で大規模な解析が行えるようにした。

- (4) 従来の移流項の演算手法の代わりにブロック探査手法を提案し、演算効率を向上することによって、3次元解析あるいは2次元解析において演算時間が従来のEL手法と比較して大幅に短縮されることを示した。

EL法は、高精度かつ安定に解析結果を得ることが可能な解析手法であるが、多くの解析時間を必要とすることが短所であった。しかし、ブロック探査手法により、演算時間の短縮が可能となり、実用的な解析手法を開発した。

謝辞:本研究を行うにあたり、貴重な御意見を頂いた岡山大学環境理工学部の河野伊一郎教授に謝意を表します。また、検証解析などに尽力を頂いた清水建設(株)（元岡山大学大学院）光増朝久氏および元岡山大学大学院のTeddy Sudinda博士に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 粕井和朗:誌面講座 地下水数值計算法(1)2-2. 差分法と特性曲線法による物質輸送解析の応用, 地下水学会誌, 第33巻, 第3号, pp.177-184, 1991.
- 2) Neuman, S. P. :A Eulerian-Lagrangian Numerical Scheme for the Dispersion-Convection Equation Using Conjugate Space-Time Grids, *Journal of Computational Physics* 41, pp.270-294, 1981.
- 3) Nueman, S. P. and Sorek, S. :Eulerian-Lagrangian Method for Advection-Dispersion, *Finite Elements in Water Resources, Proceedings of the 4th International Conference*, Hanover, Germany, June, pp.14-41-14-68, 1982.
- 4) Nueman, S. P. :Adaptive Eulerian-Lagrangian Finite Element Method for Advection-Dispersion, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 20, pp.321-337, 1984.
- 5) Sorek, S. :Eulerian-Lagrangian method for solving transport in aquifers, *Adv. Water Resources*, Vol. 11, June, pp.67-73, 1988.
- 6) 西垣誠, 菱谷智幸, 橋本学, 河野伊一郎:飽和・不飽和領域における物質移動を伴う密度依存地下水流の数値解析手法に関する研究, 土木学会論文集, No. 511 / III-30, pp. 135-144, 1995.
- 7) Cady, R. and Nueman, S.P. :Three-Dimensional Adaptive Eulerian-Lagrangian Finite Element Method for Advection-Dispersion, *Computational Method in Water Resources, Proceeding of the VII International Conference*, MIT, USA, June, pp.183-193, 1988.
- 8) Yeh, G. T., Cheng J. R. and Cheng, H. P.:3DFEMFAT ver2.0 Manual, *Scientific Software Group*, pp. 3-10, 1994.
- 9) 谷口健男, 太田 親:三次元凸体の四面体有限要素自動分割, 土木学会論文集, No. 432 / I -16, pp. 137-144, 1991.
- 10) Gambolati, G. :Fast Solution to Finite Element Flow Equations by Newton Iteration and Modified Conjugate Gradient Method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15, pp.661-675, 1980.
- 11) Ajiz, M. A. and Jennings, A. :A Robust Incomplete Cholesky-Conjugate Gradient Algorithm, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.20, pp.949-966, 1984.
- 12) Warrick, A. W. , Bigger, J. W. and Nielsen, D. R. :Simultaneous Solute and Water Transfer for Unsaturated Soil, *Water Resources Research*, Vol. 7, No. 5, pp.1216-1225, 1971.

(1998.8.20 受付)

THE THREE DIMENSIONAL NUMERICAL ANALYSIS METHOD FOR DENSITY DEPENDENT GROUNDWATER FLOW WITH MASS TRANSPORT

Tomoyuki HISHIYA, Makoto NISHIGAKI and Naro HASHIMOTO

In this study, the Eulerian-Lagrangian method was extended to a three dimensional mass transport problem for a density dependent saturated-unsaturated flow. Validity of this method was proved in comparison with experiments and another 3-dimensional program(3DFEMFAT). A new algorithm was also proposed here. It decreased a computation time sharply compared with a usual algorithm.