

多方向ひび割れを考慮したRC構成則の 部材・構造挙動からの検証

前川宏一¹・福浦尚之²

¹正会員 工博 東京大学大学院社会基盤工学専攻教授 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

²正会員 工博 大成建設株式会社 技術研究所 (〒245-0051 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)

本研究は、著者らが提案し、既にRC要素レベルでの検証を経た多方向ひび割れを有する鉄筋コンクリート構成モデルの、部材レベルでの検証を行なったものである。静載荷耐震壁実験との比較解析、5層耐震壁の動的載荷実験と国際blindベンチマーク解析、実構造物の縮小模型実験との比較解析、さらに、構造物レベルで3方向以上の多方向ひび割れ状態が生じるケースについての試解析を行い、本RCモデルが構造物の高非線形領域での挙動を求めるに必要な実用性を有していることを示した。あわせて、使用したRCモデルの適用領域と、これが組み込まれた非線形応答解析の実用範囲を示し、なおもって技術的に不十分な点を明らかにすることで、今後の課題を示した。

Key Words : constitutive model, multi-directional cracks, reversed cyclic loading, FEM, smeared crack

1. 序論

鉄筋コンクリートの非線形有限要素解析は、過去20年にわたる鉄筋コンクリートに関する材料モデル研究の進展と計算環境の向上を背景に、構造物の非弾性挙動予測や新構造形式の開発支援などに適用され、成果を上げつつある。また今日、構造設計の枠組みを性能規定型に発展させるべく、活発な議論が重ねられている。耐震性能設計の過程において、設計者には、仮定した材料構造諸元と荷重境界条件のもとで構造物の保有耐震性能を事前照査し、要求性能を満たすことを確認・保証することが求められる。鉄筋コンクリートの非線形有限要素解析は、この性能照査に資する強力なツールと期待されている。

著者らは、岡村・前川らによる平面応力下での2方向ひび割れRC構成モデル¹⁾を、必要にして十分な精度を維持出来る範囲で簡略化するとともに、新たな知見を組み込む事により再構築した²⁾。そして、これを基本として独立4方向までのひび割れを有するRCの履歴依存型構成モデルを構築した³⁾。

この鉄筋コンクリート構成則は、先ず、それを構成する材料及びひび割れ単独レベルでの挙動に対して検証を受けている¹⁾（材料レベルの検証）。次に、一様応力場ではあるが、種々の応力経路を受けた鉄筋コンクリート要素レベルでの実験との検証が既に実施されている^{2), 3)}（要素レベルの検証）。構

造解析の基本となるRC構成モデルは、さらに非一様応力場で、しかも場所ごとに異なる応力経路を受ける部材中の力学環境下での検証を受けなければ、適用範囲と精度を把握したことにはならない（部材レベルでの検証）。

本研究の目的は、著者らが提案した多方向ひび割れを有する鉄筋コンクリートの構成モデル^{2), 3)}の検証をさらに進め、部材レベルでの検証を行なうことである。本RCモデルを2次元、3次元RC非線形FEM解析プログラムWCOMD¹⁾、COM3⁴⁾に組み込み、検証解析を進める。

本論文では、まず、既往の静載荷耐震壁実験を対象として詳細な検証を行った後に、5層耐震壁の動的実験を対象とした国際blindベンチマーク解析結果を示す。そして、実構造物の縮小模型実験を対象として比較解析を行い、検討・評価を行う。さらに、構造物レベルで3方向以上の多方向ひび割れ状態が生じるケースについての試解析を行う。これにより、RCモデルの適用領域と、これが組み込まれた非線形応答解析の実用範囲を示し、なおもって技術的に不十分な点を明らかにすることで、今後の展開の方向を示すことを意図するものである。

2. 耐震壁の挙動解析による部材レベルの検証

要素レベルの実験との比較^{2), 3)}を通して、RCモ

デルの基本システムの機能は検証済だが、本章で扱う部材の応答解析結果と実験結果の比較検討は、非均一応力ひずみ場での検証である。これは、構造物中で展開される応力・ひずみ履歴下でのモデルの検証を与える上で重要である。そこで、日本コンクリート工学協会鉄筋コンクリート構造のせん断強度研究委員会によって選定された、面内力を受ける耐震壁構造についての実験（耐震壁選定試験体⁵⁾）との比較解析を本章で行う。

(1)選定試験体グループー1

a)実験概要

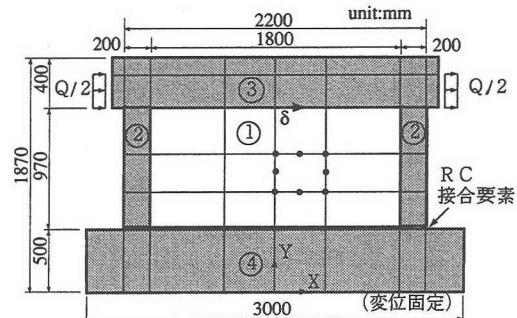
対象とする検証実験は、青山らが行った耐震補強に用いる増設耐震壁についての一連の実験において、比較試験体として実施された一体打ち耐震壁の交番載荷実験⁶⁾である。この試験体#1”は、せん断スパン比0.55・壁筋比0.85%の1層1スパン型断面壁で、実建物において高さ方向および横方向に壁が連なることを想定し、その拘束効果を表すために壁板の周囲は梁と柱で囲まれている。水平力の載荷には、梁の一端を押すと同時に、梁に埋め込まれたネジフシ鉄筋を介して他端を引く、押し・引き同時加力方式が採られた。柱軸力は一定で、柱1本当たり12tであった。

b)解析モデルおよび解析条件

図-1に解析モデルを示す。8節点平面応力要素を用い、耐震壁を要素分割した。本RCモデルは分散ひび割れモデルに属するものであり、1つのRC要素内に複数本のひび割れを含んだ有限領域を連続体と考え、空間平均化した挙動にモデル化している。すなわち、1つのRC要素内に複数本のひび割れが生じている事が前提である。本解析で用いた要素分割からさらに、細かく分割しても解析結果はほぼ変わらない事が確認されている¹⁾。

解析モデルの基礎梁と耐震壁・柱の間には、三島らにより開発されたRC接合要素⁷⁾を用いている。接合面の粗さは、コンクリートの引張破壊面と同じとして解析を行った。具体的には使用した接触密度関数は一般コンクリートひび割れ面と同じものとした⁸⁾。このRC接合要素は離散ひび割れモデルに基づくものであり、部材厚の異なる異種部材間の接合面に生じる鉄筋の抜け出し・接合面でのズレ・3次元的なめりこみという局所的な不連続変形を代表するものである¹⁾。耐震壁の挙動において、この効果は無視できないものであり、全体の剛性・変形に影響を及ぼす¹⁾。

加力は、実験での載荷点位置に強制変位を与える方法を行った。これは、最大荷重点以降の挙動を求



記号	部位	板厚 (cm)	配筋(%)		材料	材料物性値
			P _X	P _Y		
①	壁	10	0.85	0.85	X : (1) Y : (1)	・コンクリート $f_c = 297 \text{ kgf/cm}^2$ ・鉄筋 $f_t = 15 \text{ kgf/cm}^2$ (解析に用いた値)
②	柱	20	1.1	3.8	X : (1) Y : (2)	
③	梁	30	3.4	1.3(*)	X : (2) Y : (1)	(1)D6 $f_y = 3620 \text{ kgf/cm}^2$
④	梁	60	4.8	1.3(*)	X : (2) Y : (1)	(2)D13 $f_y = 3680 \text{ kgf/cm}^2$

(*): 柱交差部の要素には、これに柱筋を加える。

図-1 解析モデル図—試験体#1”—

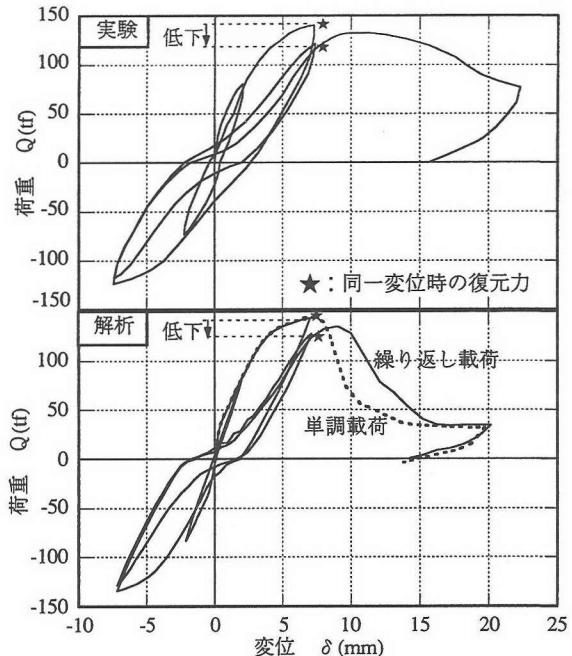


図-2 実験と解析比較—試験体#1”—
(接合面を打ち継ぎ面と仮定しない場合)

めるためである。

c)解析結果と実験との比較

単調載荷条件、繰り返し載荷条件で解析を行った。図-2に比較結果を示す。解析による最大荷重は143tfであり、実験の141tfとほぼ一致している。

本解析で使用した引張強度は、シリンドー試験値

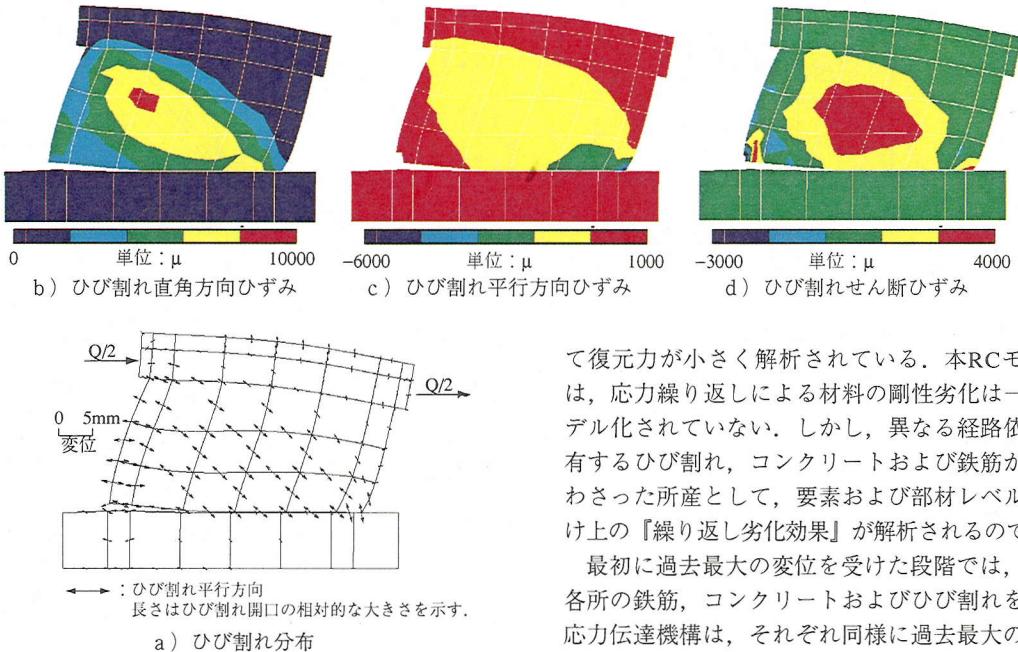


図-3 ひび割れ・ひずみ分布－試験体#1”－
(単調載荷ケース、最大耐力時)

(23.6kgf/cm²)から35%低減したものを用いた。一般に、構造体中の見かけの引張強度は、材料シリンダー試験値よりも小さい。これは、乾燥収縮や鉄筋による拘束・自己初期応力などによるものである。構造体中の引張強度をシリンダー強度と構造諸元・養生状態から推定することは、現状においては困難である。最大荷重までの挙動は、主としてひび割れ以後のTension-stiffnessにより大きく影響を受けることから、本研究では、引張強度は実験のひび割れ発生荷重に適合するように逆推定して定めている。また、解析におけるコンクリートの圧縮挙動の基本指標である1軸圧縮強度には、シリンダー試験値を用いている。

図-2に示した最大荷重までの荷重-変位関係は、ほぼ解析と実験結果は適合している。しかし僅かながら解析結果の方が剛性が高い。この理由としては、構造体中の引張強度の推定に問題を残しているか、又は今回の解析では接合要素を下面のみに設けており、他の柱梁・壁接合部には接合要素を用いていないことの影響が考えられる。

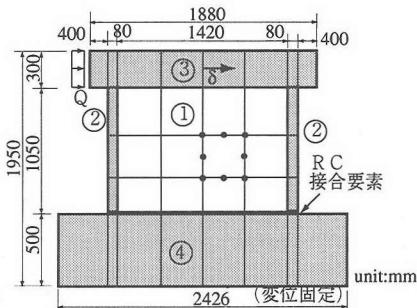
繰り返し載荷解析の結果は、実験の繰り返し挙動と同様な挙動を示しており、実験に見られる同一変位の繰り返しによる復元力の低下が、表現できている(図-2中★)。また、単調荷経路での応答と交番繰り返し経路での応答解析結果を比較しても、明らかに交番載荷経路を受けたものは、同一変位に対し

て復元力が小さく解析されている。本RCモデルには、応力繰り返しによる材料の剛性劣化は一切、モデル化されていない。しかし、異なる経路依存性を有するひび割れ、コンクリートおよび鉄筋が組み合わされた所産として、要素および部材レベルで見かけ上の『繰り返し劣化効果』が解析されるのである。

最初に過去最大の変位を受けた段階では、耐震壁各所の鉄筋、コンクリートおよびひび割れを介した応力伝達機構は、それぞれ同様に過去最大の変形状態にある。これが一旦、逆方向に大きく載荷され再度、過去最大の変位に戻ってきた段階では、鉄筋およびひび割れ面での応力伝達モデルは、同時に過去最大の変形状態に戻っているわけではない。そのために、復元力の低下が構造機構上、生じている。これは、逆方向載荷によって、最初に過去最大の変位を受けたときとは塑性状態が変化しているからでもある。特に、本解析では、最初の載荷において圧縮を受けた壁・柱が、逆方向載荷によって鉄筋降伏を伴う大きな引張を受けている。この鉄筋の塑性とひび割れ面での応力伝達機構が複合した結果、図-2のような、再載荷時の見かけ上の繰り返し効果が生じてくる。この場合、ひび割れ面でのずれ変形が進行することにより耐力は低下するが、変形能は大きくなる。繰り返し解析では単調載荷に比較して、作用力が急激に低下する時の変形は約25%増加している。

この『復元力の繰り返し劣化効果』の機構は、既に三島らがせん断劣化に対して指摘している機構⁹⁾と同様である。一見、繰り返しによって構成材料が力学的に劣化したように見える挙動も、実は異なる履歴則の合成に起因することが、解析結果を詳細に見ることで分かる。

図-3に最大耐力時の、ひび割れおよびひび割れ面に関する引張・圧縮・せん断ひずみ分布を示す。ひび割れ分布の矢線は、要素内の各積分点で求められるひび割れに関する情報を節点位置で補間して表示している。以後の解析結果のひび割れ分布の表示も同様である。図より、壁対角部に沿ったひび割れの



記号	部位	板厚 (cm)	配筋(%)		材料物性値
			P _x	P _y	
①	ウェブ壁	16	1.2	1.2	・コンクリート $f_c' = 305 \text{kgf/cm}^2$ ・鉄筋 $f_y = 3840 \text{kgf/cm}^2$
②	フランジ壁	158	0	1.2	$f_t = 15 \text{kgf/cm}^2$ (解析に用いた値)
③	スラブ	120	-190	4.0(*1)	・鉄筋 $D6 f_y = 3840 \text{kgf/cm}^2$
④	スラブ	283			

図-4 解析モデル図—試験体# 2 —
(*1) : データ不明に付き仮定値

開口、せん断ずれが大きいことがわかる。FEM解析では、対象構造物をそのまま有限要素分割することから、対象構造物のすべての位置での挙動を数値的に求めることができる利点を有している。これにより構造物の全体的な挙動、局所的な挙動を評価することができる。破壊状況に関しても、比較的良好に予測できている。解析での破壊状況は、壁部の対角方向に沿ったせん断・引張ひずみの増大に伴う壁脚部と圧縮側柱脚部の圧壊である。その後、圧縮側柱脚部のせん断スリップにより急激な耐力低下を生じている。これに対し、実験での破壊状況は、#1”では柱近傍の壁脚部にスリップ状の破壊が生じるとともに壁中央部のコンクリート圧壊が生じている。この破壊モードの共通点と差異の両者については、後節で改めて詳細に検討する。

(2)選定試験体グループー 2

a)実験概要

これは、原子炉建屋の耐震要素の1つである箱形壁について、秋野・稻田ら¹⁰⁾の行った実験である。#2はせん断スパン比0.8・壁筋比1.2%の1層箱形壁である。試験体への水平力は片側から与えられている。載荷位置は、立面で加力スラブ芯、平面でウェブ壁芯位置の2点である。

b)解析モデルおよび解析条件

図-4に解析モデルおよび解析条件を示す。試験体は立体的な箱形壁であるが、壁直角方向に加力していることから、全体を2次元モデル化した。有限要素モデルには、グループー1と同様に8節点平面応力要素を用い、基礎スラブと耐震壁・柱の間には接

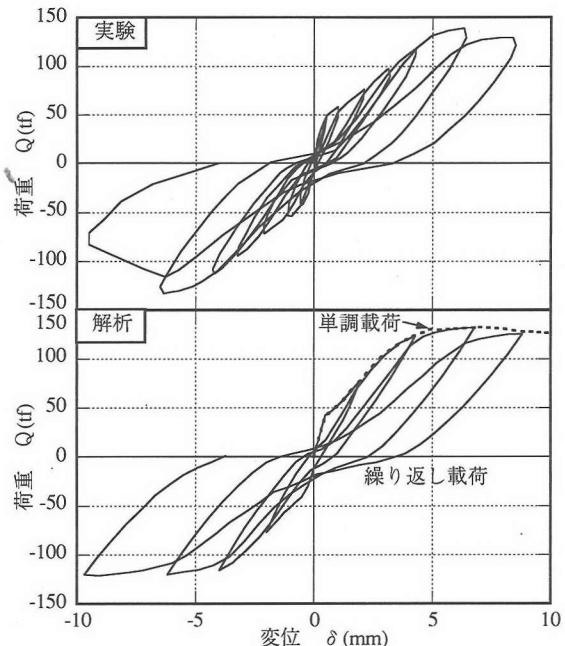


図-5 実験と解析比較—試験体# 2 —

合要素⁷⁾を用いている。加力は、実験の載荷点位置に強制変位を与えた。

c)解析結果と実験との比較

単調載荷条件、繰り返し載荷条件で解析を行った。図-5に比較結果を示す。解析による最大荷重は131tfであり、実験の138tfとほぼ一致している。最大荷重までの荷重一変位関係は、良好に一致しているが、僅かに解析の方が実験よりも大きな剛性を示している。#1と同様の理由によると考えられる。また、繰り返し載荷解析結果についても、実験の繰り返し挙動と同様な挙動を表現できている。

図-6に最大耐力時の、ひび割れおよびひび割れ面に関する引張・圧縮・せん断ひずみ分布を示す。これより、最大荷重点において、ウェブに生じている斜めひび割れに沿ったせん断ずれ変形は比較的小さく、箱形壁全体としては、加力側フランジが引張、反対側フランジが圧縮となる曲げ挙動を強く呈している事がわかる。解析での破壊状況は、圧縮側フランジ下部と近傍の壁下端部の圧縮ひずみの増大による圧壊である。実験での破壊状況は、フランジ壁の曲げ圧壊とウェブ脚部コンクリートのせん断圧壊により最大耐力が定まっており、実験と解析は良好に一致している。

(3)選定試験体グループー 3

a)実験概要

対象は、柱帯筋量や荷重履歴を変えた2層のI型断

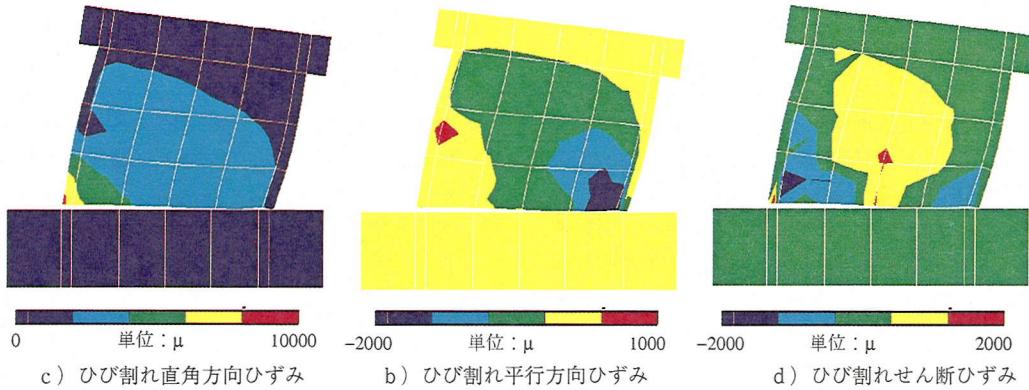
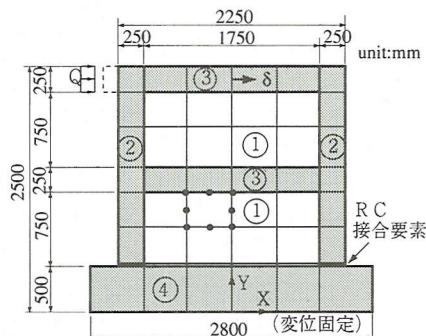


図-6 ひび割れ・ひずみ分布－試験体# 2－
(単調載荷、最大耐力時)



記号	部位	板厚 (cm)	配筋(%)	材料	材料物性値
①	壁	6	0.24	X : (1) Y : (1)	・コンクリート $f_c = 23\text{kgf/cm}^2$
②	柱	25	0.22 (*1)	1.6	X : (1) Y : (2) (解析に用いた値)
③	梁	25	0.8	0.22	X : (2) Y : (1)
④	梁	50	2.4 (*2)	0.4 (2)D13 Y : (1)	$f_y = 3740\text{kgf/cm}^2$ $f_y = 3240\text{kgf/cm}^2$

(*1)：梁交差部の要素にはこれに梁筋を加える。
(*2)：柱交差部の要素にはこれに柱筋を加える。

図-7 解析モデル図－試験体# 3－

面壁に関する小野・安達ら¹¹⁾の実験であり、試験体W7502に対応している。# 3はせん断スパン比0.94の2層独立壁であり、壁筋比は0.21%である。試験体への水平力は、壁頂部の片側を押して載荷する1方向加力である。

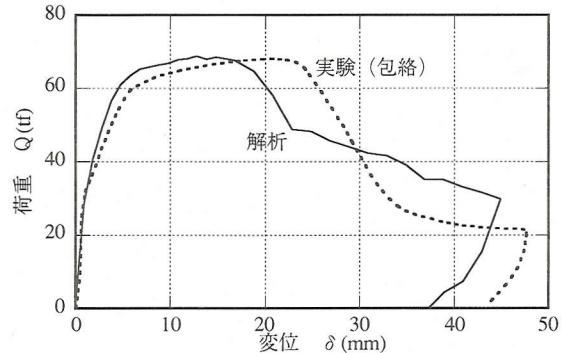


図-8 実験と解析比較－試験体# 3－

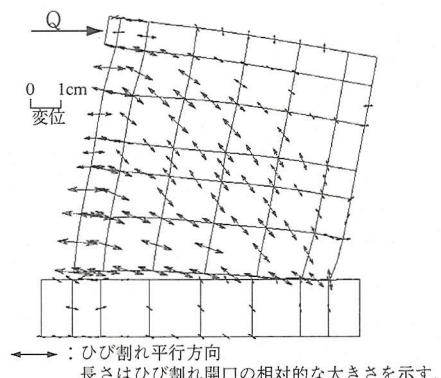


図-9 変形図－試験体# 3－

b) 解析モデルおよび解析条件

図-7に解析モデルおよび解析条件を示す。8節点平面応力要素を用い、基礎梁と耐震壁・柱の間には接合要素⁷⁾を用いている。加力は、載荷点位置に強制変位を与える方法を行った。

c) 解析結果と実験との比較

単調載荷条件で解析を行った。図-8に比較結果を、図-9にひび割れパターンを示す。解析による最大荷重は68tfであり、実験の68tfと一致している。最大荷重までの荷重-変位関係は、解析の方が僅かに

実験よりも大きな剛性を示している。#1と同様の理由によると考えられる。

解析での破壊状況は、引張側柱の降伏と壁部の対角方向に沿ったせん断・引張ひずみの増大による壁部のスリップと圧縮側柱脚部の圧壊である。その後、圧縮側柱脚部のせん断スリップにより急激な耐力低下を生じている。実験での破壊状況は、引張側柱の降伏による急激な変形の増大の後、圧縮側柱の圧壊とせん断破壊、さらに壁板の圧壊へと破壊が進展していおり、良好に一致している。

(4) FEM解析による耐震壁の最大耐力以降の軟化挙動

前節のJCI選定試験体との検証解析では、最大耐力以降も比較的安定した解析結果が得られている。そこで、前記耐震壁の最大耐力以降の軟化挙動を解析結果に基づき、さらに詳細に検討する。

a) 収束計算アルゴリズム

軟化領域までの解析を行なう場合には、変形が少數の要素（領域）に集中し、その周辺が除荷に入る局所化状態の釣り合い解を正しく求める収束計算アルゴリズムを採用する必要がある。

局所化状態を厳密に求めるには、各要素の除荷・載荷状態に関して、起こり得るすべての動力学的変形モードに対し、それぞれ構造系全体で必要とされる仕事を算定し、その中から最も安定したモードを与える釣り合い解（最小仕事を与えるモード）を選択する方法によらなければならない。ただし、応力場が一様でなく、場所ごとに値が大きく変化しているような場合では、ニュートン法による繰り返し演算を採用すれば、最大強度に最も近い要素から軟化していく事から、隣接要素がともに軟化域にある状態の釣り合い解を選択することにはならない。一方、応力ひずみ場が均一に近い状態で、どの要素にでも軟化・局所化が起こってもおかしくないような場合には、上記の厳密な手法が有力である。

本研究で対象とする壁構造物は、はり・柱などの棒部材と比較すれば、応力場は相対的に一様である。このような場合、軟化要素を応力状態で自動選択していくニュートン法を採用し、しかも大きな荷重増分を採用すると、隣接要素がともに軟化している状態での釣り合い解に収束してしまうことがある。この解は釣り合い条件を満たしてはいるが、局所化状態の釣り合い解に比べて、大きなエネルギーを要するモードとなり、熱力学第2法則に反する。高エネルギーモードの釣り合い解ではなく、安定解を効率よく探し出す演算法を採用する必要がある。

本論文では、動的交番繰り返し荷重に対して非線

形動的応答解析を行う際に採用されてきた、予測子-修正子（predictor-corrector）法を、そのまま適用することとした^{12), 13)}。非線形動的解析では、構造部位の各所で載荷状態と除荷状態、あるいは再載荷状態が混在する。また、動的作用下では短時間に作用方向が大きく変化する。そのため、前ステップの状態が次の荷重ステップにおいても継続しているとして剛性行列を組み、外力と不平衡節点力を配分すると、しばしば釣り合い解を求める繰り返し演算中に発散や振動を呈することになる。軟化を含む要素特性を用いた解析では、単調載荷であっても上記と同様の現象が発生するので、動的非線形解析において有効なアルゴリズムは、本件においてもそのまま適用が可能かつ有効と考えられる。

まず、最初の節点変位の候補値を算定する際には、大きな修正変位を与えないように、除荷剛性を用いて不平衡力を仮に配分し（predictor）、各要素の載荷・除荷を判定した。これは、小さな荷重増分を与えることと同等である。そして、次の繰り返し演算では、材料の履歴状態に対応した剛性を再構成した（corrector）。これを順次繰り返し、釣り合い解に漸近させていった¹²⁾。

b) 最大耐力以降の軟化過程

図-10に示される#1の解析における軟化挙動について、以下説明する。図-3a)に示したように、最大耐力に至るまでに耐震壁の対角方向にはひび割れが生じている。この時、図-11a)に示すように、加力点から反対側柱基部に向ってコンクリートの圧縮ストラットが形成されており、滑らかに圧縮応力が伝達されている(21STEP)。しかし、耐力が下がりきった時(27STEP)には、図-11c)からわかるように耐震壁下端部にせん断変形が集中して進行し、圧縮ストラットは僅かに壁左側と圧縮側柱に向う応力の流れが形成されているにすぎない。この軟化過程におけるコンクリート圧縮ストラットの変化に対応して、圧縮側柱・壁下端部分にせん断変形集中域の伝播が見られる。

これは、図-12に示す柱下部でのひび割れ平行方向の圧縮応力-ひずみ関係に示されるように、圧縮軟化の進行と同時にその直上においてはひずみの徐荷が生じている事による。そして、同様な現象が順次、隣り合う要素に生じている。引張応力-ひずみ関係は、ほぼ圧縮応力の軟化・徐荷状況と同様の傾向にある。せん断応力-ひずみ関係には明瞭な傾向は判別できなかった。

軟化の進行過程は次のようであると判断される。まず、ひび割れに沿った方向にひずみが増大し、コンクリートが圧縮軟化域に入る。この時、圧縮塑性

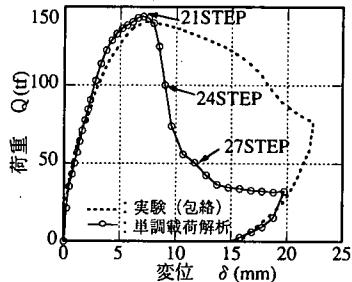


図-10 実験と解析の比較－試験体#1”－
(接合面にコンクリート破壊面
と同じ粗度を仮定した解析)

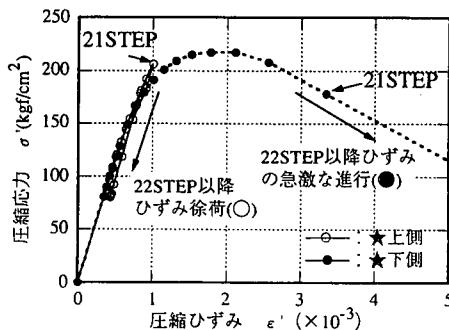


図-12 柱下端の応力ひずみ関係

化の進行程度は下面（基礎側）の方が大きいことから、その直上はひずみ（応力）徐荷が生じる。そして、再配分された応力は隣の要素に伝播し、同様の圧縮軟化・ひずみ徐荷の現象が生じ、壁下部に水平に広がる局所化したせん断帯（破壊領域）が形成される。このような圧縮軟化の解析においては、コンクリートの圧縮強度以降の軟化時の平均応力-平均ひずみ関係が重要である。圧縮軟化時の試験体の平均応力ひずみ関係は、試験体寸法に依存することが知られているが、圧縮破壊領域が局所化されることに起因するものである。解析においても、要素内で規定される圧縮軟化時の平均応力ひずみ関係を要素寸法に応じて変化させるモデル化が提案されている¹⁴⁾。

本解析で使用した軟化領域でのコンクリートの応力ひずみ関係は、高さ20cmの試験体による実験¹⁵⁾から求められたものである。従って、軟化領域でのコンクリートのモデルは、構成則が組み込まれた有限要素の寸法も20cm程度である場合に適合するものである。但し、ここで対象とする解析に限定すれば、使用する要素寸法と軟化特性を規定するに際して基準とした試験体寸法が1.5～2倍程度の差であることから、軟化挙動を要素寸法に応じて変更させてはいけない。

本検証試験体の実験では、壁下端で明瞭に局所破

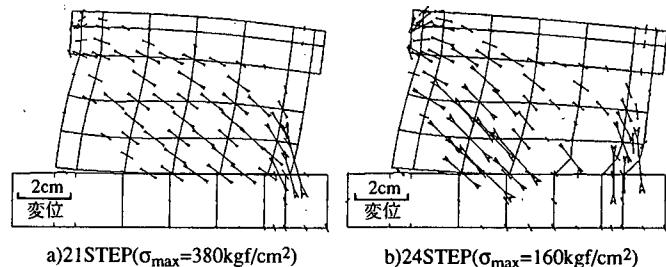


図-11 主圧縮応力の流れ－試験体#1”－

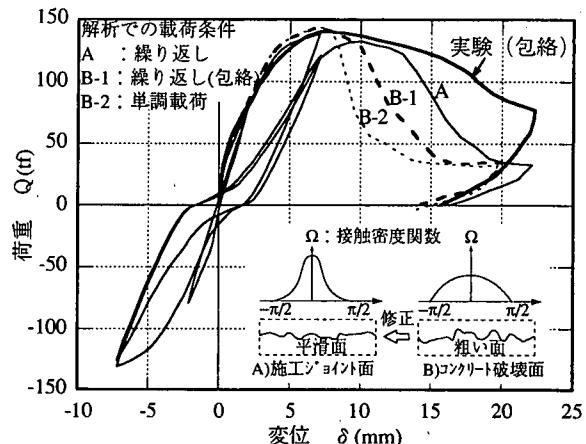


図-13 施工ジョイントの接触面密度関数が
軟化に及ぼす影響

壊領域が水平に伝播する破壊形態は生じていないが、他の実験では変形集中による破壊も見られる。このような耐震壁の軟化挙動のメカニズムは、今後、詳細な実験挙動の観察と解析による現象シミュレーションにより明らかにしていく必要があるが、本RCモデルは耐震壁破壊後の挙動を検討するに必要な条件を備えていると言える。

c)接合部の性状が構造軟化挙動に及ぼす影響

解析の軟化曲線と実験のそれは定性的には一致するものの、良好に一致しているわけではない。この点について、さらに検討を加える。

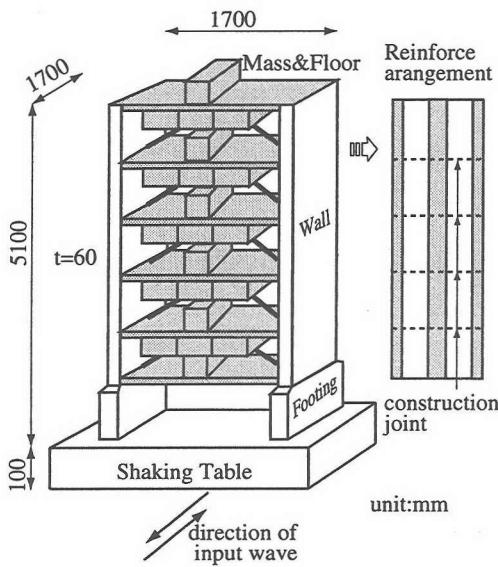


図-14 "CAMUS" プロジェクト実験概要

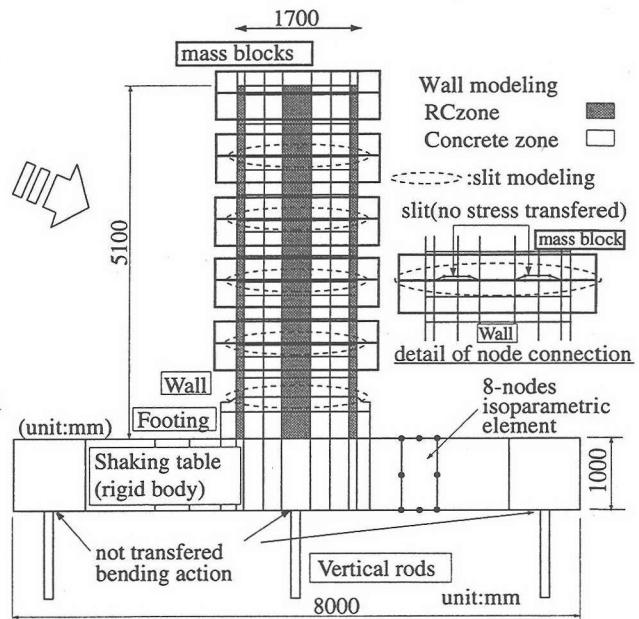


図-15 "CAMUS" 解析モデル

実験では、最大耐力以降も解析ほど急激な作用力の低下は生じていない。実験と解析の差は、解析には柱の3次元帯筋拘束によるコンクリートの強度・韌性增加および鉄筋のダボ効果などによる影響をモデル化していない事、および実験試験体の壁柱部と基礎梁の打継ぎ面状況が関連していると考えられる。耐震壁部材の終局変形を精度よく求めるには、前述の要因を精度よくモデル化する必要がある。これらの要因を考慮していない本解析結果は、最も安全側の小さな終局変形を与えていたものと考えられる。

ここで、基礎梁と柱・壁部の打継ぎ目条件に着目する。実験試験体は一体打ちされたものであるが、詳細な打設方法については不明な点が有ることから、壁部と基礎梁との接合面を施工ジョイントとした場合の試解析を行った。施工ジョイントとすることにより、接合部のひび割れ面でのせん断伝達能力が低下する。Bujadhanらはひび割れ面での接触密度関数を用いた任意の載荷履歴に適用可能なユニバーサルジョイントモデルを提案しており、施工ジョイント面についてもモデルが提案されている⁸⁾ことから、これを用いた。図-13に示すように、急激な耐力の低下は生じず、滑らかな耐力の低下が得られている。

圧縮軟化を伴う構造問題は過去においても検討が重ねられてきたが、接合面の粗度とせん断伝達機構が構造体全体の軟化挙動に影響を及ぼす点については、これまで検討されていなかった。しかし、耐震壁の変形能には接合面の影響が反映されること、

多くの実験によても認められる現象である。圧縮軟化が卓越する壁基部に接合面が近接していることから、両者に相互作用が認められること自体は、むしろ当然とも言える。接合面の非線形性が、圧縮軟化領域に及ぼす影響はおいて一層、大きな影響を及ぼし得ることは、これまでの構造研究で見落としてきた論点である。

3. 5層耐震壁の動的破壊実験との比較

本章で、振動台を用いた5層耐震壁の動的破壊実験との比較解析結果を示す。この解析は、blindベンチマークとして実験供試体の諸元・入力地震波のみがベンチマーク解析参加者に提示され、実験結果が公表される前に行われたものである。1998年9月にフランスで開かれた国際workshopにて正式にデータが公表され、各解析結果が実験とどのように適合したか否かの判定が公開された¹⁶⁾。著者らはこの国際blindベンチマークに参加しており、本解析結果は後に公開された実験結果と良好に一致し、22機関のエンタリー、最終応募8機関の中で最も高い適合性を発揮したものであったことが示された。

(1) 実験概要と解析モデル

図-14に試験体を示す。2枚の耐震壁が各階の床版とボルトにて接合されており、床版にはカウンターウエイト（コンクリートブロック）が付加されてい

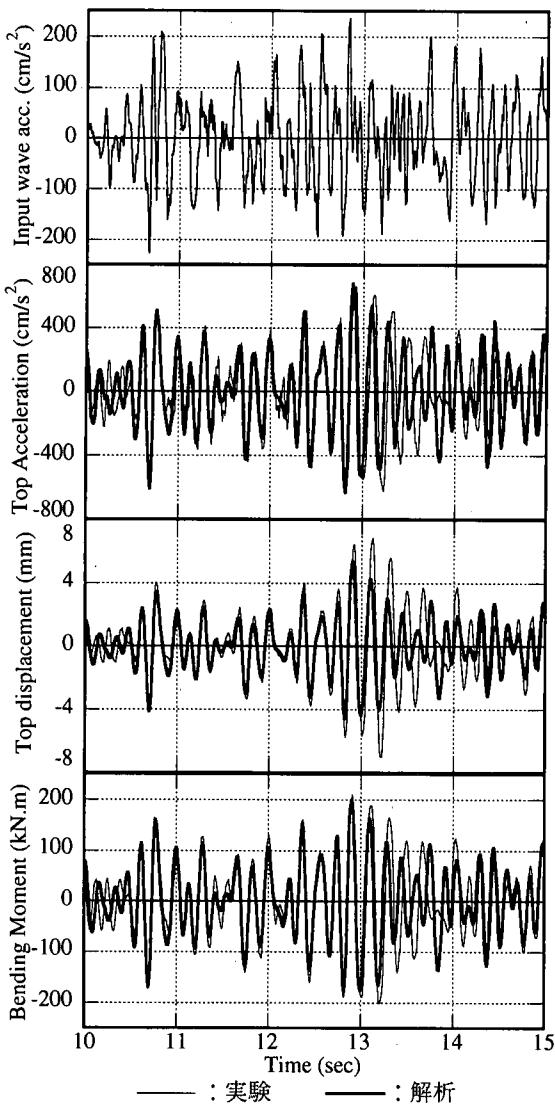


図-16 解析と実験の比較 (CAMUS02)

る。加振方向は、壁の面内水平方向のみであり、入力地震波に抵抗する構造部材は2枚の耐震壁のみである。また耐震壁面外方向の2次的な振動を防止するために、床版に鋼製プレースが設置されている。

この耐震壁は以下のような構造的な特徴を持っている。1)鉄筋は壁の両側と中央のみに設置されており、低鉄筋比部材である。2)コンクリート打設は各層毎に行われており、各層間には明らかな施工打継ぎ目が存在する。FEMモデルの作成においては、以上の点を考慮することとした。図-15にモデル図を示す。解析モデルは2次元モデルとし、8節点平面応力要素を用いた。また、Anら¹⁷⁾のZoning手法を用い、鉄筋が配置されている部分と、そうでない部分のモデル化を行った(図-15)。打継ぎ目に関して

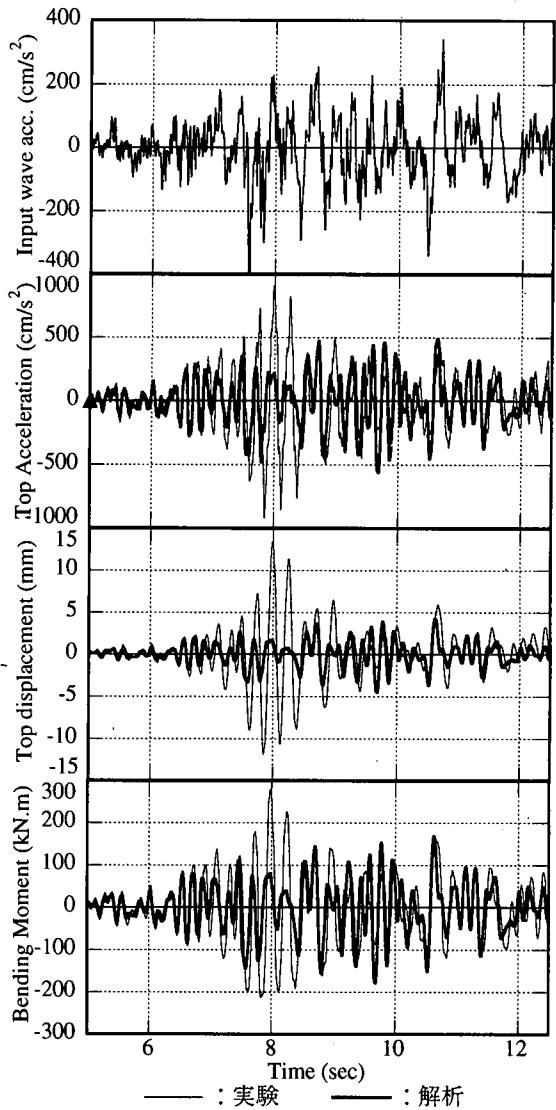


図-17 解析と実験の比較 (CAMUS17)

は、提供された実験供試体の作製方法・施工方法・配筋詳細から総合して、開口方向に応力伝達は行なわれない諸元であると判断した。そこで、この部分のモデル化は、図-15に示すように、鉄筋が配置されていない打継ぎ目部に関しては、FEM要素を結合しないこととした。床版及びカウンターウエイトについては構造要素としてではなく、重量を換算したFEM要素を床版接合位置で耐震壁要素と結合した。振動台部分の剛性、回転特性は主催者からの指定に従つたものである。

入力地震波は3種類提示された。それぞれ最大加速度は0.24G, 0.4G, 0.7Gである。動的解析は、直接積分による時刻歴応答解析によつた。この解析においては材料・構造粘性減衰を用ひず、材料構成モデル

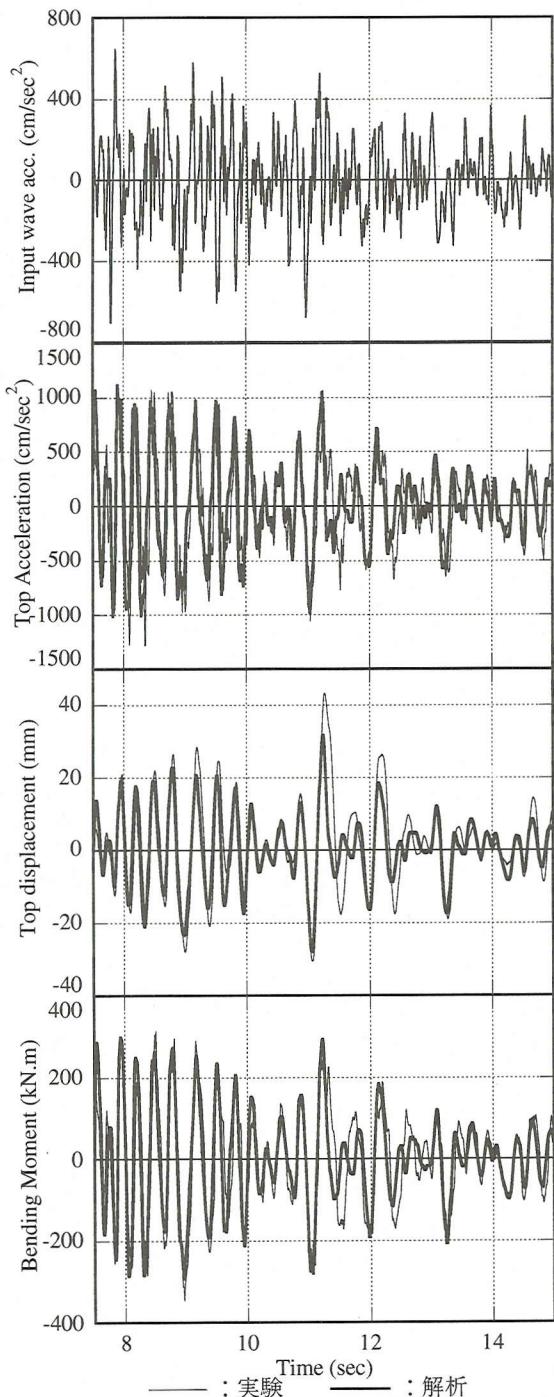


図-18 解析と実験の比較 (CAMUS19)

レベルで記述される履歴減衰のみで構造全体の復元力特性に表れる減衰特性が解析される。構造の非線形が大きく進行した状態においては、材料レベルでの履歴減衰が主たる復元力特性を担うことから、履歴モデルを正しくモデル化することが重要である。

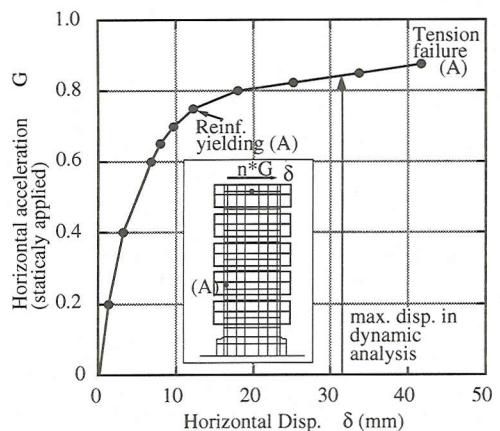


図-19 静解析結果

at maximum disp.

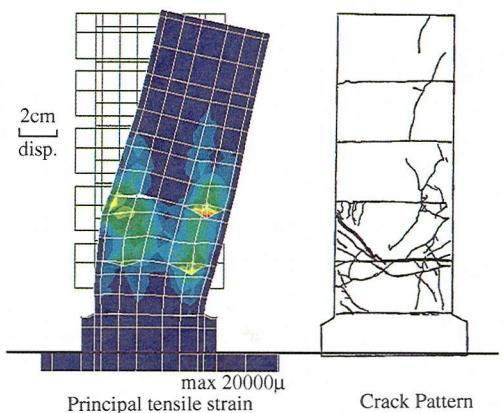


図-20 試験体の損傷比較—CAMUS19—

但し、非線形性が小さい領域では粘性減衰の効果（材料の速度効果、床と構造間の摩擦損失など）も無視できないものと考えられる。

解析に用いるコンクリートの引張強度は、前章の検証通り、提示されたシリンダーテストの値を低減したものを入力した。今回の解析では、試験体引張強度と本体コンクリートの強度との差を40%と見積もった。これは、試験体の厚さ・諸元・コンクリートの配合と鉄筋量からおよそ導入されると考えられる乾燥収縮変形と、拘束応力ならびにこれまでの要素レベルでの検証の経験から事前に決定したものである¹⁾。

(2) 実験結果との比較

図-16～18に解析結果と、後に公開された実験結果との比較図（主要動部分のみ）を示す。

図-16に示すCAMUS02（最大入力加速度0.24G）のケースでは、構造物に導入された損傷は軽微であり、ひび割れは発生するものの、鉄筋は弾性範囲に

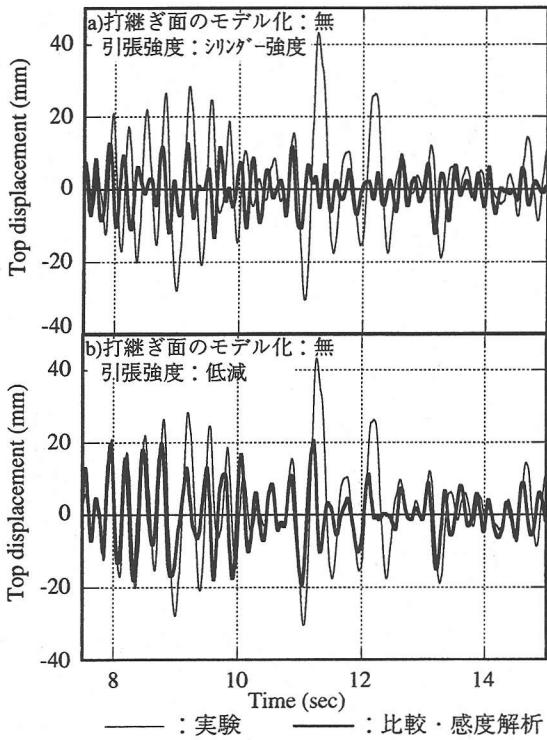


図-21 影響因子の感度解析を目的とした
パラメーター計算結果

留まっている。最大応答変位は数mmであり、図-19に示す静的解析結果からも、ほぼ弾性範囲内の応答である事が示される。図-16の実験と解析との比較より、最大応答およびそれ以後の振動特性とともに良好に予測されていることが分かる。ただし、前述の通り、構造物を構成する要素・材料の非線形レベルは小さく、CAMUS02のみでは本モデルの検証にならない。あくまで、振動台特性のモデル化や有限要素構成が適当であったことを示すに留まるものである。

図-17に中規模入力に相当するCAMUS17（最大入力加速度0.4G）の結果を示す。最大応答を経験する時間帯で実験と解析結果は異なっている。実験・解析ともに鉄筋の塑性に至っていない弾性的応答の範囲で、解析と実験に差が出ている点については、当該国際workshopでも話題となつたが、理由は現時点では不明である。ただし、構造物の弾性範囲内での固有周期が僅かに変化すると、最大応答値が敏感に変化する特性を入力加速度が有していることが指摘されている¹⁸⁾。

図-18は、構造物に大きな非線形性を導入することを目的としたCAMUS19（最大入力加速度0.7G）の入力と、その応答結果である。鉄筋は塑性状態に至り、斜め方向のせん断ひび割れも発生しているの

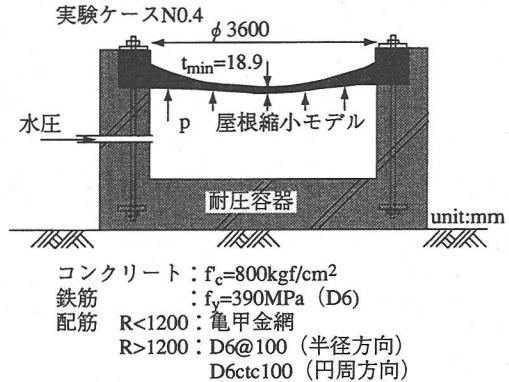


図-22 実験概要¹⁸⁾ —ドーム屋根—

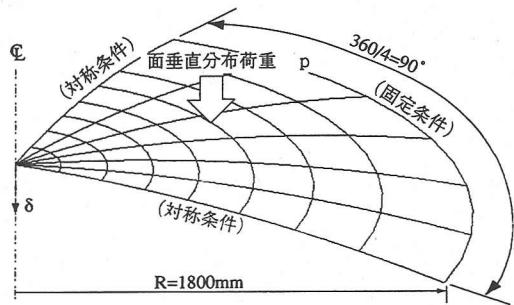


図-23 解析モデル—ドーム屋根—

で、多方向ひび割れを有する本構成モデルの検証に相応しい対象である。最大応答およびそれ以後の振動特性と残留変位が、ほぼ実験と一致していることが分かる。最大応答以後の振動特性は復元力特性の内部履歴曲線の精度に大きく依存することから、構成モデルの除荷・再載荷時の履歴特性も妥当に予測されているものと判断される。図-20に、CAMUS19での最大応答変位時の解析での最大主引張ひずみ分布と実験のひび割れ分布図を比較する。これより、コンクリート損傷部位に関して良好に予測できていたことがわかる。

モデル化の影響を見るために比較解析を行った。図-21a)はコンクリートの引張強度をシリンダー強度とし、打継ぎ目のモデル化をしないケースであり、図-21b)は打継ぎ目のモデル化をしないケースである。振動モード・最大値応答に大きな差が生じており、実強度と打ち継ぎ面のモデル化がこのケースでは重要であることが確認される。本解析でのモデル化が妥当であった事が示されていると考えられる。

以上のように、5層耐震壁を対象として、試験体仕様と入力地震波のみが提示された状態での本動的ベンチマーク解析は、実用に耐える精度で実験の挙動を予測できていることが示された¹⁶⁾。

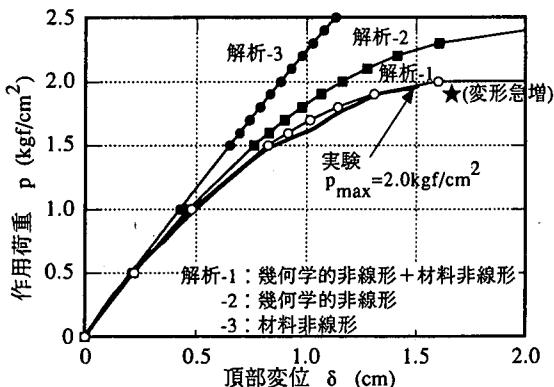


図-24 実験と解析との比較－ドーム屋根－

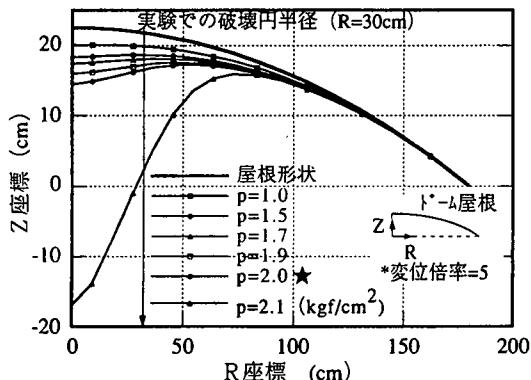


図-25 拡大したドーム屋根変形

4. 実構造物の縮小模型実験との比較解析

実構造物の縮小模型実験との比較解析は、RCモデルの検証であると同時に、実構造物への適用を評価するものもある。以下に、比較解析例を示す。但し、構造体中の引張強度に関してはこれまでの検証と同様に、シリンドラー強度からの推定ができないので、実験でのひび割れ発生荷重から逆算して求めた。

(1) RCドーム屋根の縮小模型実験との比較解析

LNG地下式貯槽の屋根構造形式の1つとしてRCドーム屋根がある。これは、LNG地下式貯槽全体を地中に埋設する場合に用いられる屋根形式であり、屋根上面には覆土荷重が作用する。ドーム構造は圧縮力で外力に抵抗する膜構造であり、その破壊形態としては、コンクリートの圧壊・座屈など非常に不安定かつ急激な挙動が想定される事から、十分な安全が確保されなければならない。この様なRCドーム屋根の構造安定性を確認する目的で実施された縮小模型実験¹⁹⁾との比較解析を、次に行った。試験体

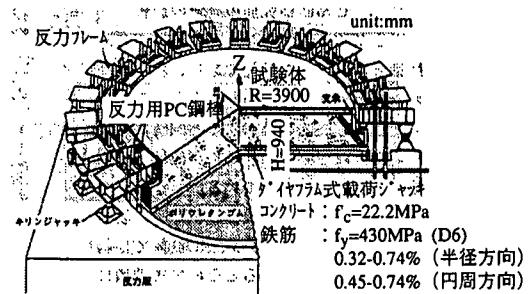


図-26 実験概要¹⁹⁾ -円形スラブ-

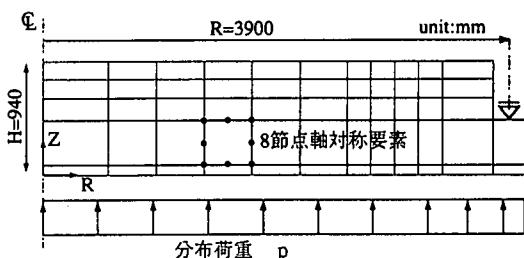


図-27 解析モデルー円形スラブー

は、図-22に示すように、実構造の約1/20縮小モデルであり、ライズスパン比(h/D)は実構造と同じ16である。圧力容器上部に、屋根部分を逆さにして固定し、内に水を満たし加圧することにより等分布載荷を実現した。

図-23に示すように、解析モデルは、対象条件から屋根構造の1/4を3次元積層シェル要素を用いてモデル化した⁴⁾。解析においては材料非線形性のみならず、Total lagragian formulationによる幾何学的非線形性も考慮した。

図-24に実験との比較結果を示す。解析は実験と良好に一致している。材料の非線形性のみではほとんど構造体としての非線形性を示さないものの、幾何学的非線形性により生じる変形が、材料非線形性と相互に関連し構造体として大きな非線形性が生じている事がわかる。解析は、荷重増分載荷によっているため、荷重低下後の挙動を求める事はできないが、図-24中の★点以降は不釣り合い力の収斂が遅く、繰り返し演算時の変形が急激に進行することから、少なくともこの荷重レベルより上には釣り合い解がないことは明らかである。また、★点において屋根中央部上面が圧壊に至っている。図-25に、解析での変形分布の変化図を示すが、★点前後でモードの変化が生じており、屋根中央部に変形が集中している。実験の破壊円の半径は300mmであり、破壊モードに対しても良好な一致を示していると考えられる。

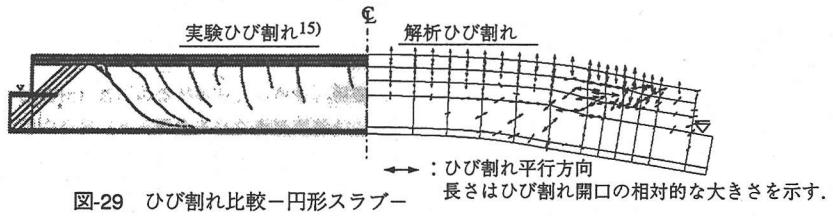


図-29ひび割れ比較-円形スラブ

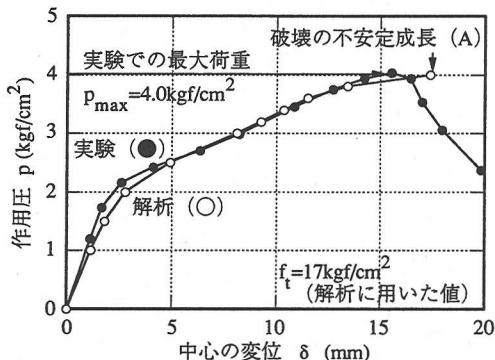


図-28 実験との比較-円形スラブ

(2)等分布荷重を受ける大型RC円形スラブ縮小模型のせん断実験との比較

コンクリート製大型容器や、海洋構造物に用いられる円形スラブの縮小模型実験²⁰⁾との比較解析を行った。実験は、直径50-70m・部材厚さ5-7m程度の大型構造物に等分布荷重が作用する場合の押し抜きせん断破壊挙動の特性を明らかにする事を目的として、この1/8程度の縮小模型にて実施されたものである(図-26)。RC梁の寸法効果は、有効高さの4乗根に反比例することが実験により明らかになっており、円形スラブのせん断強度についても梁と同様の寸法効果が有ることが実験により明らかになっている。また、近年では解析により梁のせん断破壊解析が可能になってきている。

本論文では、解析によりRCの寸法効果を表現できるAnら¹⁷⁾のZoning手法と本解析モデル組み合わせてせん断破壊解析を行った。解析ケースは、せん断補強筋を持たない実験ケースNo.1とした。解析モデルを図-27に示す。軸対象構造であることから、R-Z平面をモデル化した軸対象解析を行った。図-28,29に、荷重-変位関係、ひび割れパターンの比較結果を示す。解析は荷重増分載荷によっていることから、荷重低下後の挙動を求めるることは出来ないが、図-28中A点にて不釣り合い力が増加し、この前後で斜めひび割れの進展が急激に生じている。この位置よりも高い荷重レベルには、釣り合い解は存在しないと判断してよい。すなわち、せん断破壊点と判断でき

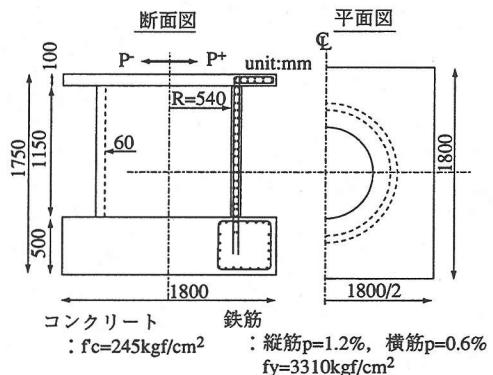


図-30 実験概要²⁰⁾-円形シェル

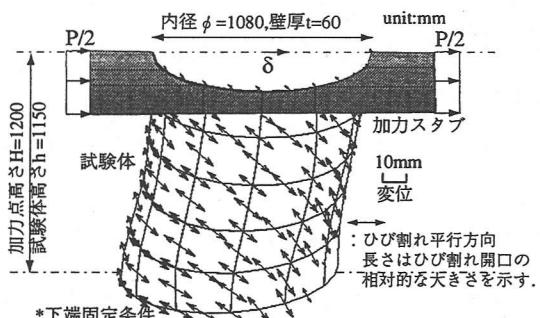


図-31 解析モデルと変形・ひび割れ-円形シェル

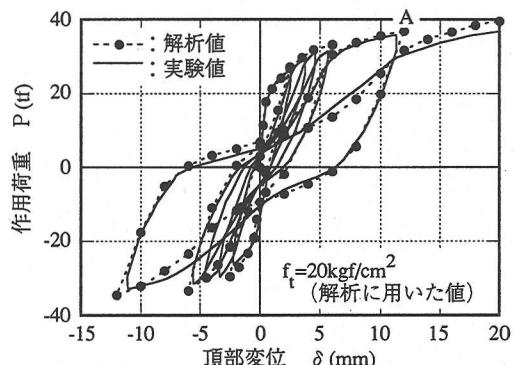


図-32 実験との比較-円形シェル

る¹⁷⁾。解析と実験の比較結果は、荷重-変形関係・ひび割れパターン共に良好に一致している。

(3) 円筒形耐震壁の縮小模型実験との比較解析

原子力建屋の重要な構造部材である円筒形耐震壁

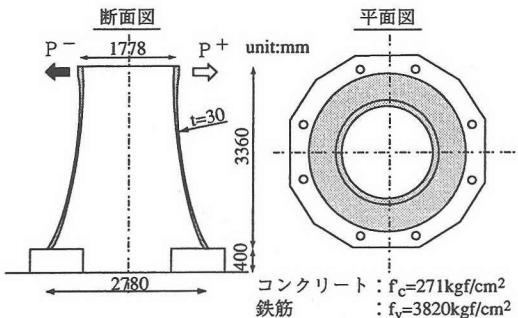


図-33 実験概要²¹⁾ -H.P. シェル-

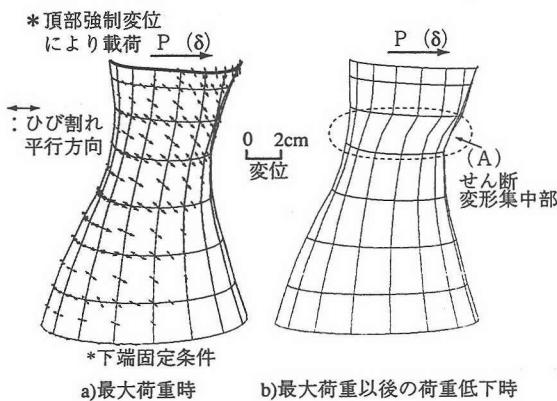


図-35 解析モデルと変形・ひび割れ-H.P. シェル-

に関する縮小模型実験、回転H.P.シェル構造の大型冷却塔の模型実験を対象として、比較解析を行った。

図-30は、実機の約1/38の縮小円筒形耐震壁の正負交番載荷実験²¹⁾である。解析モデルは図-31に示すように、対称条件より円筒壁の1/2を3次元シェル要素⁴⁾に要素分割した。解析結果と実験との比較結果を図-32に示すが、これより包絡線・内部曲線ともに良好に一致していることがわかる。また、図-31に示すひび割れ分布(図-32中A点)も、実験と同様の引張側フランジ面の水平曲げひび割れ、ウェブ面での斜めひび割れが生じている。解析では繰り返し載荷により2方向のひび割れが生じているが、図中には開口の大きいアクティブクラックのみを表示した。

図-33は、大型冷却塔模型の載荷実験²²⁾であり、頂部に繰り返し荷重を載荷している。この場合も同様に、対称条件から1/2を3次元シェル要素⁴⁾を用いてモデル化した。図-34に示す荷重-変形図より、実験と解析は良好に一致している。ひび割れ発生状況も実験と同様である。また、この実験での最終破壊形態は、上部(ストロー部)で明瞭な破壊面を伴う急激な直接せん断破壊であった。解析においても図-35の変形図(A領域)に示すように、同様な変形形態を

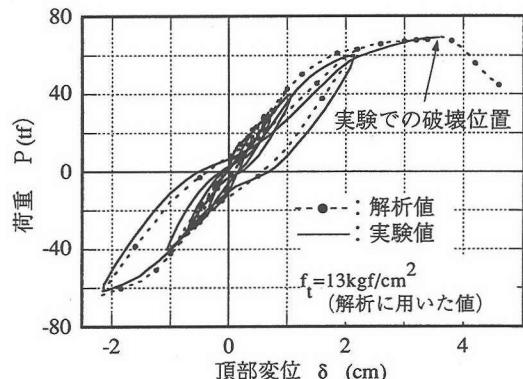


図-34 実験との比較-H.P. シェル-

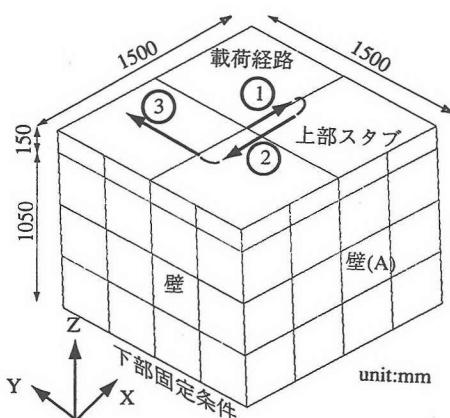


図-36 解析モデルと載荷パターンー多方向入力ー

示して作用荷重が低下している。解析において、ひび割れ直角方向の引張ひび割れによる圧縮強度の低減^{1)~3)}を考慮しないとこのような現象は生じず、作用荷重は変形とともに漸増していく。

5. 多方向（3方向以上）ひび割れ状態の解析シミュレーション

近年、原子力施設の耐震安全性の評価技術の精度向上を目的として、多方向荷重入力を想定した検討が行われつつある²³⁾。この場合、1方向からの荷重入力では生じない3方向以上のひび割れパターンが生じる事になる。そこで、平面応力要素を用いた2次元モデルにより検証解析（2章参照）を行ったJCI選定耐震壁試験体（#2）を対象に、これを3次元シェル要素を用いた立体モデルにより試験を行った。図-36に解析モデルを示す。加力パターンは、X方向に1方向正負加力の後、これと直交するY+方向に加力した。多方向ひび割れ状態の解析シミュレーション結果を図-37に示す。

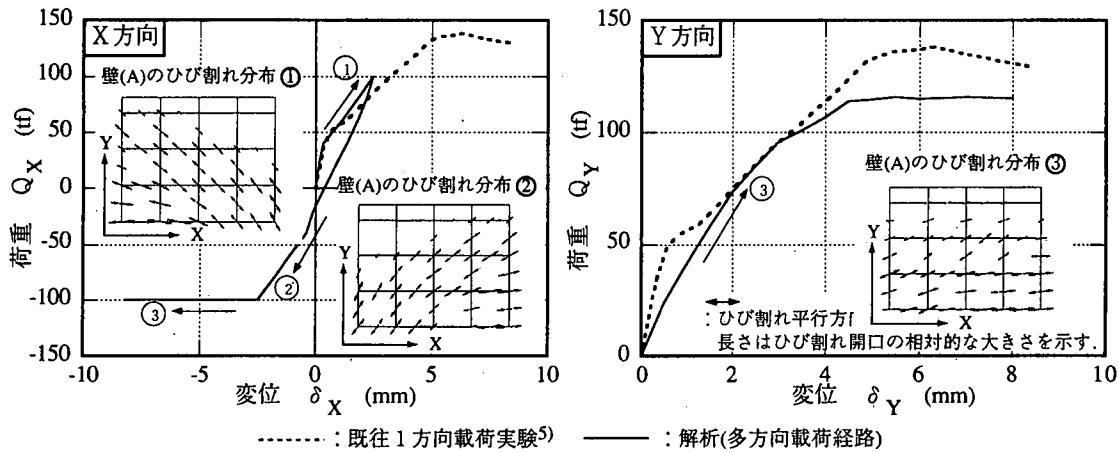


図-37 解析結果－多方向入力－

Y^+ 方向載荷時に引張フランジになる壁(A)について、多方向荷重作用時に解析で生じたひび割れ分布を図-37に併記した。X方向正負加力（載荷過程⁵⁾）により、交番斜めひび割れが発生している。 Y^+ 方向載荷時（載荷過程⁵⁾）により水平ひび割れが発生し、合計3方向のひび割れが生じている事が分かる。なお、ひび割れ分布については、3方向に生じたひび割れの内、開口の大きいアクティブクラックのみを表示した。

図-37中の既往の1方向載荷実験と多方向荷重入力解析との荷重-変位関係の比較において、まず、 X^+ 方向載荷時（載荷過程⁵⁾）のひび割れ発生後の剛性が、解析の方が実験より大きいのは、このモデルではRC接合要素を用いたモデル化を行っていないことによる。そして、X方向正負加力による損傷を受けた後は、 X^- 方向に荷重を保持した状態で Y^+ 方向加力（載荷過程⁵⁾）を受けることから、箱形壁は2方向からの荷重を受けている。これより、 Y^+ 方向加力時の最大作用力は、何も損傷を受けていない状態からの1方向加力時の最大作用力よりも小さくなっている。今後、実験による検討が進むものと考えられるが、解析による挙動検討に、独立4方向までのひび割れを扱うことのできる本RCモデルは有効となると考えられる。

6. 結論

著者らが提案し、要素レベルの検証を経た多方向ひび割れRCモデルの構造解析への適用性の検討を目的として、部材・構造レベルでの検証を行った。このRCモデルは、既往の2方向ひび割れRCモデルを、実用レベルを踏まえた上で必要にして十分な精度を維持出来る範囲において簡略化し、さらにひび割れ

間でのせん断に関する相互作用に対して高度化を進めて再構築した上で、3・4方向のひび割れRC挙動までを扱うことのできるものである。

部材・縮小構造体レベルでの実験との比較検討から、本構成モデルと解析システムの適用可能領域のみならず、十分に説明できない、解析の及ばない点についても整理がなされた。耐震壁構造のポストピーク挙動については、要素の圧縮軟化化と、それに連結する接合要素の非線形性が相互関連して、構造体の耐力以後の挙動が影響を受けることが示されたが、定量的にはまだ十分な精度を得ているとは言えない。現時点では、本構成モデルと解析システム(predictor-corrector型Newton法)の組み合わせは、部材・構造の最大耐力までの経路依存性と繰り返し特性、並びに動的特性に限定して適用されるべきものと考えている。動的静的を問わず、軟化域の挙動を数値的に安定して捉えることは可能であるが、あくまで最大耐力を確度よく捉えることができることに意義を求め、定量的な信頼性については、その観点から集中的な研究が再度、展開されるべきものと考える。

検証の結果を以下にまとめる。

1) 既往の耐震壁繰り返し静載荷実験との比較より、最大荷重に至るまでの包絡線・内部曲線ともに良好に一致した。本解析では、実験に見られる繰り返し載荷による復元力の低下を表現可能である。さらに、再構成したRCモデルにより数値計算の安定性が向上し、耐震壁の耐力軟化過程も数値計算により精度良く求められることが示された。

2) 5層耐震壁の振動台上での動的載荷実験と国際blindベンチマーク解析との比較結果を示した。これは、ベンチマーク参加者に試験体仕様・動的入力波・振動台特性のみが提示された上で、実験結果が

公開される前に行った解析である。実験と本解析は良好に一致し、参加機関中、最も高い適合性を有するものであったことが示された。

3)既往の実構造物の縮小模型実験を対象とした比較解析より、実験結果との良好な一致を見た。RCドーム屋根実験との比較では、材料の非線形性と幾何学的非線形が相互に組み合わされ、構造としての非線形性が生じている事が示された。円形大型スラブ実験との比較では、せん断補強筋を持たない円形スラブのせん断耐力を、軸対称解析により求めた。円筒形耐震壁との比較では、3次元シェルモデルを用い解析を行い、包絡線・繰り返し拳動共に良好に一致していることが示された。

4)多方向ひび割れ状態の解析シミュレーションを、順次2方向からの荷重を受ける箱形壁を対象に実施した。解析より、載荷荷重方向に応じた多方向ひび割れの発生と閉合が、表現可能であることが示された。

謝辞：本研究は、拡張された構成モデルの検証を通じて、実用化への足掛かりを得ることを目的とした統合研究としての性格を有するため、設計・技術開発の実務に関与する方々からの貴重な助言を頂いた。特に、東京大学・岡村 甫博士、大成建設・田中良弘博士、東電設計・安雪揮博士、前田建設工業・三島徹也博士に甚大なる謝意を表する。

参考文献

- 1)岡村 甫、前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則、技報堂出版、1991.
- 2)前川宏一、福浦尚之：疑似直交2方向ひび割れを有する平面RC要素の空間平均化構成モデルの再構成、土木学会論文集、No.634/V-45, pp.??~??, ??~??.
- 3)福浦尚之、前川宏一：非直交する独立4方向ひび割れ群を有する平面RC要素の空間平均化構成則、土木学会論文集、No.634/V-45, pp.??~??, ??~??.
- 4)Irawan, P. and Maekawa, K. :Path-dependant nonlinear analysis of reinforced concrete shell, J. Materials Conc. Struct., Pavements, JSCE, No.557/V-34, pp.121-134, 1997.
- 5)第2回RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウムー解析モデル検証用試験体の実験データ集一、JCI-C6, 1983.10.
- 6)青山博之、加藤大介、勝又英雄：増設RC耐震壁の耐力と変形能の評価に関する実験的研究、日本建築学会学術講演梗概集（東北），pp.1407-1410, 1982.
- 7)三島徹也、B. BUJADHAM、前川宏一：正負交番載荷に適用可能なRC離散ひびわれモデルの開発とその適用範囲、土木学会論文集、No.442/V-16, pp.181-190, 1992.
- 8)Bujadham, B. , Mishima, T. and Maekawa, K. : Verification of the universal stress transfer model, J. Materials Conc. Struct., Pavements, JSCE, No.451/V-1, pp.289-300, 1992.8.
- 9)三島徹也、原 夏生、前川宏一：交番載荷によるRCひびわれ面でのせん断剛性低下のメカニズム、土木学会論文集、No.442/V-16, pp.191~200, 1992.
- 10)秋野金次、杉田和直、稻田泰生：原子力建屋の復元力特性実験（小型及び部分模型、その4）、日本建築学会学術講演梗概集（東北），pp.963-964, 1982.
- 11)小野新、安達洋、中西三和、清水泰、杉山公章：鉄筋コンクリート造耐震壁の耐震性能に関する総合研究（その7）荷重履歴・柱帯筋量シリーズ、日本建築学会学術講演梗概集（東海），pp.1601-1602, 1976.
- 12)Song, C. and Maekawa, K. : Dynamic nonlinear finite element analysis of reinforced concrete, Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo (B), Vol.XLI, No.1, 1991.
- 13)Owen, D. R. J. and Hinton, E. : Finite element in plasticity: theory and practice, Pineridge Press Limited, 1980.
- 14)山谷 敦、中村 光、檜貝 勇：回転ひび割れモデルによるRC梁のせん断拳動解析、土木学会論文集、No.620/V-43, pp.187~199, 1999.5.
- 15)Maekawa, K. and Okamura, H. : The deformational behavior and constitutive equation of concrete using the elasto-plastic and fracture model, Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo (B), Vol.37, No.2, pp.253-328, 1988.
- 16)Commissariat à l'Energie Atomique : "CAMUS" INTERNATIONAL BENCHMARK - Experimental Results Synthesis of the participants' report - Organized by CEA and GEO, a French research network, part of the CAMUS Working Group under the auspices of the French Association of Earthquake Engineering(AFPS), 1998.7.
- 17)An, X., Maekawa, K. and Okamura, H. :Numerical simulation of size effect in shear strength of RC beams, J. Materials Conc. Struct., Pavements, JSCE, No.564/V-35, pp.297-316, 1997.
- 18)Mazars, J., Ragueneau, F. and La Borderie, C. : Material dissipation and boundary condition in seismic behaviour of reinforced concrete, Computational Modeling of Concrete Structures, EURO-C, pp.579-592, 1998.
- 19)岡本剛治、峯岸孝二、黒田正信、渡辺宗樹：コンクリート製ドームの構造安定性について、土木学会論文集、No.620/V-43, pp.15~24, 1999.5.
- 20)秋山暉、後藤貞雄、中沢亨：等分布荷重下における大型鉄筋コンクリート円形スラブのせん断耐力：コンクリート工学年次論文報告集、Vol.18, No.2, pp.1097-1102, 1996.
- 21)瀬戸川 葦：円筒形鉄筋コンクリート耐震壁に関する水平加力実験、日本建築学会論文報告集、第290号, pp.57-67, 1980.4.
- 22)大内 一、小池健仁、伊藤雅保、武田寿一：RC大型冷却塔の水平加力実験と弾塑性解析、土木学会論文報告集、No.266, pp.39~50, 1977.10.
- 23)（財）原子力発電技術機構：耐震安全解析コード改良試験・原子炉建屋の多入力試験に関する報告書、1995.3.

(1999.2.19受付)

VERIFICATION OF THE SPATIALLY AVERAGED CONSTITUTIVE MODEL
WITH MULTI-DIRECTIONAL CRACKS
ON THE BEHAVIOR OF RC STRUCTURE

Koichi MAEKAWA and Naoyuki FUKUURA

Verification of the proposed RC constitutive model stirng multi-directional cracks up to 4-way is conducted on stress field of RC structure which has non-uniform and different stress paths on each point. RC nonlinear FEM analyses which are object of comparison with statically loaded shear wall test, international blind benchmark analysis of dynamic shaking test of 5 story shear wall building and comparison with test of scale-down models for real structures are carried out. Further analysis of multi-directional cracks on box-type shell structure which is subjected to multi-directional loading is examined. These results confirm good performance for predicting highly nonlinear behavior of RC structures, and also show fair applicability and future enhancement for structural analysis by FEM.