

# 疑似直交 2 方向ひび割れを有する平面RC要素の 空間平均化構成モデルの再構築

前川宏一<sup>1</sup>・福浦尚之<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 東京大学大学院社会基盤工学専攻教授 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 大成建設株式会社 技術研究所 (〒245-0051 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)

本研究は、高精度化を追求した第1著者による既往のRC 2方向ひび割れモデルを、動的応答解析上の要件を念頭に置いた上で、必要にして十分な精度と数値モデルとしての完備性と簡便性を追求し、再構築したものである。構成則の経路依存性の表現に必要な履歴変数は少数であるが、本RCモデルを構成する個々の材料挙動モデルは、既往モデルと同等の精度を有する。再構築したRCモデルの適用性を検証するために、一様応力場で種々の応力経路を受けるRC板要素との比較解析を、過去に用いた実験結果のみならず、それ以後蓄積された実験結果も含めて広範囲に行った。その結果、既往モデルと同等の精度を有していることを確かめた。

**Key Words :** constitutive model, multi-directional cracks, reversed cyclic loading, FEM, smeared crack

## 1. 序論

局所ひずみと応力を空間平均化した分散ひび割れ構成モデルは、領域内に不連続なひび割れを含む有限要素の力学モデルとして、非線形数値解析に適用することができる。特に、ひび割れ面で骨材の割裂を伴わないコンクリートを用い、最小鉄筋比以上の異形鉄筋或いは溶接鉄筋網を配置する場合には、要素内のひび割れ密度には依存することなく、構成則の一意性が確保される<sup>1)</sup>。それ故に、要素寸法に依存しないRC構成則が成立し、交番繰り返しを含む経路に対して、RC数値構成式が提案してきた<sup>2)</sup>。これらを用いて、静的・動的作用を受ける鉄筋コンクリート構造の応答解析が可能となっている。最近では、要素内での破壊の局所化を考慮した無筋コンクリート要素と組み合わせることで、大型はり・柱にも適用の幅が広がっている<sup>3)</sup>。

動的解析に適用する場合、要素内に最低、独立2方向にひび割れが導入されることを考慮する必要がある。出雲ら<sup>4)</sup>は、主たる非線形性は2方向ひび割れのいずれか1方向のひび割れに支配されるとするアクティブクラックの概念を採用し、構成モデルを提示した。せん断剛性の小さいひび割れ面にのみ選択的にせん断ずれが発生するとし、精度を保持した上で構成モデルの簡略化を図るものである<sup>2)</sup>。交番繰り返し荷重を受ける耐震壁やRCシェル構造など、一方向のひび割れが開口する際に他方向のひび割れが閉合するようなケースでは、アクティブクラック

の仮定は十分に現実と適合している。2方向ひび割れがともに開口している場合でも、ひび割れ幅の大小でアクティブクラックを判定すれば、2方向面外曲げを受けるRC板の解析に対しても、十分、精度が確保されることが検証されている<sup>5)</sup>。

一方、面内作用のみならず、多様な荷重経路を受ける鉄筋コンクリートの応答解析も、構造安全性能や耐震性能評価の観点から必要となってきている。組み合わせ荷重や多方向入力、あるいは鉄筋配置の急激な変化は、構造要素内に独立3・4方向のひび割れをもたらす。適用範囲の拡大を図るには、非直交する多方向ひび割れを含む、RC構成則を確立することが不可欠である。この命題に対し、筆者らは多方向ひび割れの相互作用を考慮しつつ、アクティブクラックの概念が非直交4方向ひび割れまで適用可能であることを、速報にて報告した<sup>6)</sup>。ここで使用した、ひび割れ面に直交・平行方向の応力伝達機構の基本構成則、即ちTension-stiffness<sup>7)</sup>, shear transfer<sup>8)</sup>, 壓縮軟化則<sup>9)</sup>は従来通りである。これらを組み合わせてRC構成モデルを構築した。

多方向ひび割れへ拡張する段階で、高精度化を目標とした数値モデル<sup>2)</sup>を今回、動的構造応答解析上の要求精度を念頭においた上で、必要にして十分な精度と数値モデルとしての完備性の両者を追求し、再構成した。2方向ひび割れを考慮できる構成モデルを提示してから既に10年以上が経過し、その間、動的応答解析を含む、多くの適用実績を持つに至った<sup>10)</sup>。本論文では、材料モデルが構造レベルの解析

結果に及ぼす重要度や感度に関する知見の蓄積を基に、過度の複雑さを解消し、同時に構造解析精度に深く関わる事象の強化を行なうものである。あわせて、鉄筋配置に対応した、ひび割れ以後の平均化応力伝達機構の高精度化を、破壊力学の知見を導入しつつ図ることを試みる。

本論文の目的は、多方向ひび割れへの拡張に際して再構成した材料構成モデルと、その連結を論ずるものである。従来の精度を確保しつつ、材料の塑性・損傷履歴を代表する変数を極力減らして構成則を数量化したことは、複雑な4方向ひび割れを数値制御する際のプログラム化を容易なものとし、繰り返し演算回数の低減と数値演算安定性の向上に実質的な貢献を果たすこととなった。材料特性を代表する力学構成則そのものは、本論文では既往のものと変わらない。ここでは主として数値解析手法向上の視点を、議論の中心に据える。

一方、アクティブクラック法で簡略化して扱ってきた独立2方向ひび割れのせん断相互作用については、今回、簡略化を行なわない厳密な定式化を提示した。アクティブクラック法は、非線形性を支配する(剛性の小さい)一方向のひび割れに沿ってのみ、せん断ずれが発生し、他のひび割れ面にせん断ずれは進行しないとするものである。ただし、ひび割れが直交あるいは直角に近い角度で交差し、しかも両ひび割れがともに同程度に開口するような場合には、2方向のひび割れ両者に沿って、せん断ずれが同時に生じる状況が起こる。ただし、2方向にのみひび割れを有するRC部材では、このような材料力学環境は寧ろ稀である。部材が正方向から負方向に荷重が転換する際には、部材の一部にこのような状況が再現されることも数値解析上、見られる。しかし、部材復元力はゼロに近い領域であるため、アクティブクラックで簡略化して扱っても、厳密に2方向せん断ずれを扱っても、実質的には構造解析結果に有為な差となって現れてこない。

それにも関わらず、直角に近い交差ひび割れの相互作用を厳密に考慮する理由は、独立4方向にまで広がった、多方向ひび割れの多重相互作用の力学的扱いを合理化する狙いがあるからである。ある方向のひび割れは、他の独立3方向のひび割れと、それぞれ連関を有する。その内、直交に近い交差ひび割れが最も強く、せん断に関して相互作用を呈する相手となる。これに対して厳密解で対処すれば、残り2方向ひび割れとのせん断相互作用を無視した簡略化が可能となり、直応力伝達の観点からアクティブクラックを選択・設定できるからである。本研究の第2の目的は、直角に近い交差角を有する疑似直交2

方向ひび割れのせん断伝達に関する相互作用に対して、厳密な扱いを行なうモデル化を提示し、4方向非直交ひび割れを有するRC構成則への拡張の基盤を構築することである。なお、本論文では、疑似直交2方向ひび割れを、交差角が $\pi/2 \pm \pi/8$ 内にある独立2方向ひび割れの集合と定義する。

本論文では式を直列的に配置、引用するのではなく、式群をまとめて図中に表記することとした。これは、式の直列的な展開が重要なのではなく、構成則が幾つかの式によって連結されて構築されている事を明示することが表記上、意味があると判断したものである。図中の式群には記号を付し、本文中に引用することとした。

## 2. 直交2方向ひび割れを有する2次元コンクリート領域の力学モデル

本論文では完全直交2方向ひび割れ(交差角 $\pi/2$ )に対する定式化を行なった後に、疑似直交ひび割れ(交差角 $\pi/2 \pm \pi/8$ )に対する拡張を論ずる。図-1のごとく、直交2方向ひび割れに沿ってCartesian直交座標系(x, y)を定義する。最初に導入されたひび割れを第1ひび割れと定義し、そのひび割れに直交する軸をx軸に設定する。1方向のみにひび割れが導入されているケースとは、y軸に直交する第2ひび割れがまだ発生していない状態と規定される。ここで、ひび割れを含む有限領域(control volume)の平均ひずみを $\epsilon_{ij}$ と定義する。

与えられた要素の平均変形と過去の履歴に対して、要素内に発生する局所応力は均一ではない。ここで、コンクリートと鉄筋の局所応力を空間平均化した平均応力 $\sigma_{ij}$ を算定し、これを加算する事で、鉄筋コンクリートの構成則が規定される<sup>2)</sup>。本節では、直交2方向ひび割れを有するコンクリートの応力伝達分の算定を、既往の構成則を組み合わせることで定式化する。なお、鉄筋は多方向に配筋されているものとし、それぞれの方向の鉄筋軸にそった平均応力を鉄筋比を乗じたものが、RC要素内における鉄筋の負担応力である。

第1、第2ひび割れに直交する方向のコンクリートの平均応力 $\sigma_{xx}$ と $\sigma_{yy}$ は、それぞれの方向の直ひずみ $\epsilon_{xx}$ と $\epsilon_{yy}$ を用いて、1次元tension-stiffness/softeningと弾塑性破壊則から算定される。既往の研究から、平均せん断ひずみ $\epsilon_{xy}$ と独立であると仮定することができる。せん断伝達応力 $\sigma_{xy}$ は、従来のモデル化<sup>2)</sup>ではアクティブひび割れ方向に関する要素平均せん断ひずみと、2つの直ひずみの内の大きい方の成分で規定されるとしている。即ち、ひび割れがより大きく開

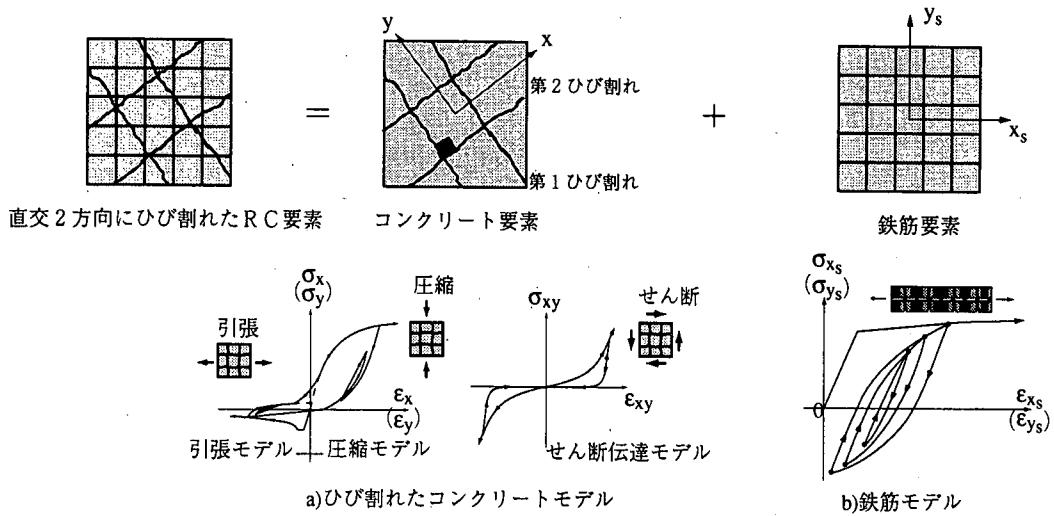


図-1 直交2方向にひび割れた鉄筋コンクリート要素

口している方のひび割れに沿ってのみ、せん断ずれが発生するとし、その方向に対して、ひび割れ面のせん断伝達構成則を適用する。

しかし、直交2方向にひび割れがともに開口している場合には、要素の平均せん断ひずみは、2方向のひび割れに沿ったずれ変形と、ひび割れに囲まれる連続体コンクリート部分のせん断変形によって構成されている。この時、直交2方向のひび割れに関するずれ変形は、両方向のひび割れに沿って伝達される局所伝達応力が等しくなるように(回転テンソルの釣り合い)，相互依存性をもって配分される。したがって、要素平均せん断応力は、全ての平均ひずみ成分の非線形関数として扱われるのが厳密である。序論の通り、本研究では、両ひび割れが同時にずれ変形を呈するkinematicsを新たに扱う。多方向ひび割れにせん断変形が同時進行する様態を提示するモデル化に際して、異なるひび割れ同志の相互作用と履歴依存性を厳密に考慮する点に本研究の主眼がおかれていている<sup>11)~13)</sup>。

### (1) ひび割れ直交方向の圧縮-引張応力伝達

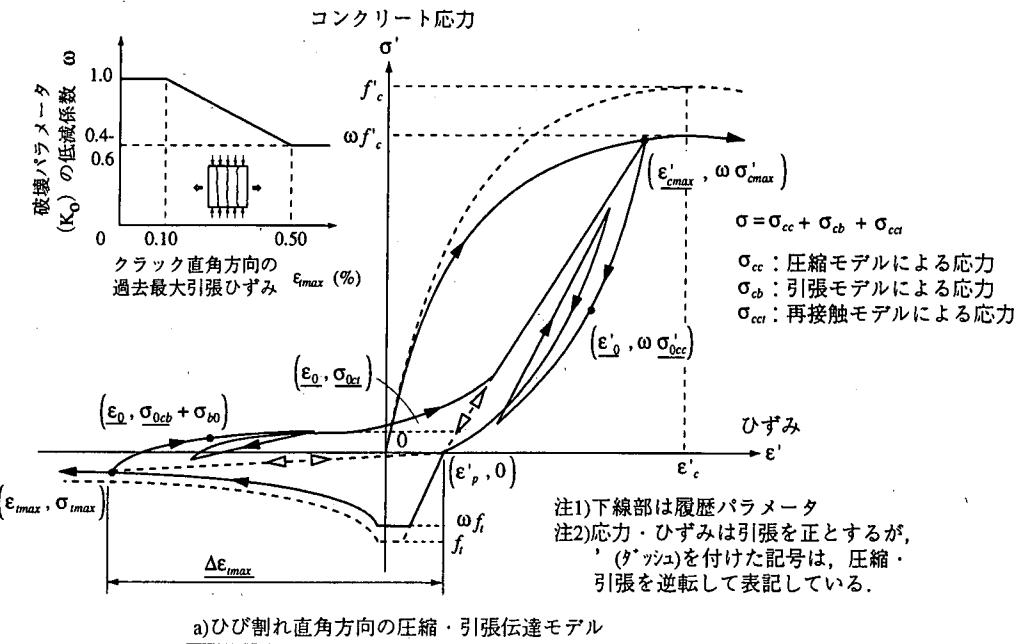
#### a) 圧縮・引張応力経路下のコンクリートの複合履歴

図-2a)は、ひび割れ直交方向の複合圧縮引張応力伝達モデルの概要を示したものである。図-2b)に示すように、圧縮側の履歴則は弾塑性破壊構成則<sup>9)</sup>に従う。ひび割れに直交する方向のひずみ如何に関わらず、圧縮塑性進行のモデル化は影響を受けず、ひび割れに平行方向のひずみ履歴のみで圧縮塑性ひずみは確定する。一方、圧縮損傷の機構は、直交ひずみに応じて進行が早まるという、従来の弾塑性破壊

構成則を踏襲している。ひび割れ以後の引張側構成則はtension-stiffness則<sup>7), 20)</sup>に従う。包絡線は、既往の提案式と同じ非線形双曲線関数で与えられ、引張強度と応力開放率を規定する係数が与えられることで、確定する(図-2c-1)。

圧縮と引張の構成則は、圧縮塑性ひずみ点と引張モデルの原点で結合した。この点においても、既往のモデル<sup>2)</sup>と変わりない。材料履歴変数としては、1)圧縮塑性ひずみと、2)過去に経験した最大引張ひずみ(圧縮塑性点から起算したひずみ増分)である。圧縮塑性ひずみが記憶されていれば、過去最大の圧縮ひずみは一意的に算定される。この2変数を持てば、圧縮塑性・軟化と引張非線形が更に進行して履歴変数が更新される領域/loading conditionと、除荷・再載荷領域(経路依存性はあるが、材料の塑性損傷は進行しない)が一意的に特定される。もし、除荷・再載荷領域の応答を線形と簡略化するならば、2履歴変数のみで、それ以後にひずみが変化した際の応力を簡単に確定かつ履歴変数を更新することができる。この場合、微小時間前のひずみと応力値(updated)を履歴変数として、記憶しておく必要もない。このように履歴を考慮した上で全ひずみ形式で構成式が記述されると、比較的大きな荷重増分に対しても精度を落すことなく、しかも安定した収束解を得ることが可能となる。この点も既往の数値モデルの戦略<sup>2)</sup>と同じである。

圧縮・引張の包絡線は、単調載荷時の部材や構造の荷重変形特性を大きく支配する。一方、除荷・再載荷時に現れる材料非線形性を単純に線形化してしまうと、構造解析において部材のエネルギー吸収能を正しく扱うことができない。本研究では、図-2a)



a)ひび割れ直角方向の圧縮・引張伝達モデル

b)圧縮モデル

b-1)載荷 (loading) :  $\epsilon \leq \epsilon_{max}$

$$\sigma_{cc} = \omega K_0 E_{c0} (\epsilon - \epsilon_p)$$

$$E_{c0} = E_0 \frac{f_c}{\epsilon_c}$$

b-2)再載荷 (re-loading) :  $\epsilon > \epsilon_{max}$  かつ  $\epsilon \leq \epsilon_0$

$$\sigma_{cc} = \omega \left( \sigma_{cmax} - \left( \sigma_{cmax} - \sigma_{0cc} \right) \frac{(\epsilon_{cmax} - \epsilon)}{(\epsilon_{cmax} - \epsilon_0)} \right)$$

b-3)除荷 (unloading) :  $\epsilon > \epsilon_{cmax}$  かつ  $\epsilon > \epsilon_0$

$$\sigma_{cc} = \omega K_0 E_{c0} (\epsilon - \epsilon_p) \alpha$$

$$\alpha = slop + \left( \frac{\sigma_{0cc}}{K_0 E_{c0} (\epsilon_0 - \epsilon_p)} - slop \right) \left( \frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_0 - \epsilon_p} \right)^{PN}$$

$$\epsilon_p : \text{塑性ひずみ}^2) = \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_c} - \frac{20}{7} \left( 1 - e^{-0.35 \frac{\epsilon}{\epsilon_c}} \right) \right) \cdot \epsilon$$

$$K_0 : \text{破壊パラメータ}^2) = e^{\left( -0.73 \frac{\epsilon}{\epsilon_c} \left( 1 - e^{-1.25 \frac{\epsilon}{\epsilon_c}} \right) \right)}$$

$$E_{c0} : \text{初期剛性} = E_0 \frac{f_c}{\epsilon_c}$$

$E_0$  : 定数 (2.0)

$\sigma_{cmax}$  : 最大圧縮応力, 但し  $\omega$  による低減前

$\epsilon_{cmax}$  : 最大圧縮ひずみ

$\sigma_{0cc}$  : 現時点の応力, 但し  $\omega$  による低減前

$\epsilon_0$  : 現時点のひずみ

$\omega$  : ひび割れ直角方向の引張ひずみ

による破壊パラメータ  $K_0$  の低減係数

slop : 徐荷時曲線の係数 (2.0)

PN : 徐荷時曲線の係数 (2.0)

$f_c$  : 1 軸圧縮強度 (< 0)

$\epsilon_c$  : 1 軸圧縮強度時のひずみ (< 0)

c)引張モデル

c-1)載荷 (loading) :  $\epsilon \geq \epsilon_{max}$

$$\sigma_{cb} = \omega f_i \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)^c$$

c-2)再載荷 (re-loading) :  $\epsilon < \epsilon_{max}$  かつ  $\epsilon \geq \epsilon_0$

$$\sigma_{cb} = \left( \sigma_{cmax} - \left( (\sigma_{cmax} - \sigma_{bo}) - \sigma_{0cb} \right) \frac{(\epsilon_{cmax} - \epsilon)}{(\epsilon_{cmax} - \epsilon_0)} \right) + \sigma_{bo}$$

$$\sigma_{bo} = -f_i \left( 0.05 + 0.15 \frac{\Delta \epsilon_{max}}{5 \epsilon_{tu}} \right) > -0.2 f_i$$

c-3)除荷 (unloading) :  $\epsilon < \epsilon_{max}$  かつ  $\epsilon < \epsilon_0$

$$\sigma_{cb} = E_{bo} (\epsilon - \epsilon_p) \alpha + \sigma_{bo} \leq R_f f_i$$

$$\alpha = slop + \left( \frac{\sigma_{0cb}}{E_{bo} (\epsilon - \epsilon_p)} - slop \right) \left( \frac{\epsilon - \epsilon_p}{\epsilon_0 - \epsilon_p} \right)^{PN}$$

$$E_{bo} = \frac{(\sigma_{cmax} - \sigma_{bo})}{\Delta \epsilon_{max}}$$

$f_i$  : 1 軸引張強度 (> 0)

$C$  : 付着性状を表す係数

$\epsilon_{tu}$  : クレック発生限界ひずみ

$\sigma_{cmax}$  : 最大引張応力

$\epsilon_{max}$  : 最大引張ひずみ

$\sigma_{0cb}$  : 現時点での応力

$\epsilon_0$  : 現時点でのひずみ

$\sigma_{bo}$  : 付着による残留応力 (< 0)

$\epsilon_p$  : 圧縮載荷による塑性ひずみ

$\Delta \epsilon_{max}$  : 最大引張ひずみ量

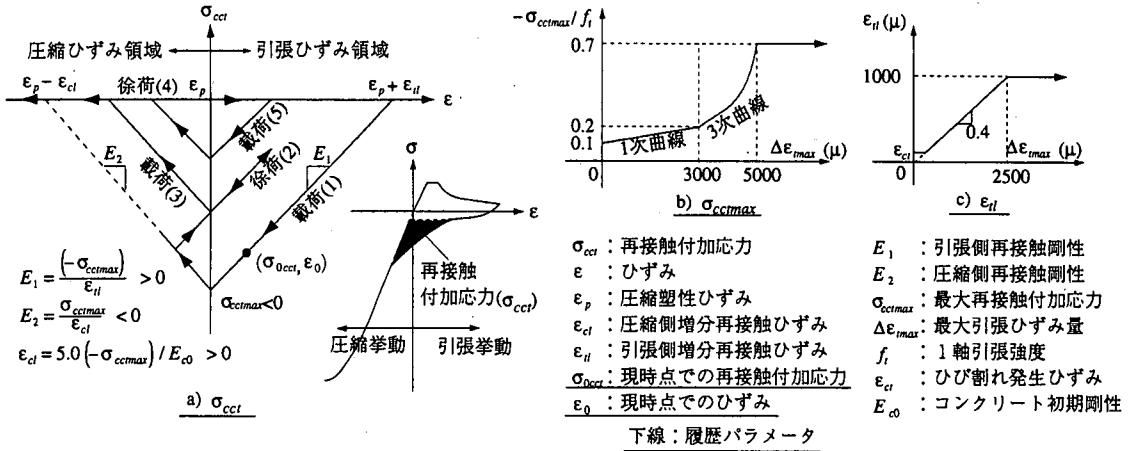
$E_{bo}$  : 徐荷時基本剛性

slop : 徐荷時曲線の係数 (0.0)

PN : 徐荷時曲線の係数 (3.0)

下線 : 履歴パラメータ

図-2 ひび割れ直角・平行方向のコンクリートモデル (直応力伝達機構)



のような内部曲線を、既往の構成モデルとほぼ等価となるように、圧縮側と引張側それぞれに同じ定式化手法を適用した。その際、微小時間前の全応力・全ひずみ値のみを記憶しておけば、その後の除荷・再載荷領域での非線形性が一意的に確定する履歴特性を、本研究で新たに採用することとした。

図-2,b-2),c-2)に示すように、圧縮あるいは引張応力が増加する方向にひずみが変動する場合は、既往の応力・ひずみ点から包絡線上の過去最大ひずみ点に向かう直線応答を仮定した。その逆をたどる場合には図-2,b-3),c-3)に示すように、それぞれ圧縮塑性点に向かう曲線とした。実験結果によれば、圧縮および引張側の除荷非線形性は相似形ではなく、同一の関数形で記述できる理論的根拠を筆者らは持ち合っていない。しかし、再載荷履歴では、圧縮・引張ともに最大点に直線的に向かう挙動を呈することは共通である。そこで、数値モデル化としての簡便さと最小限の履歴変数と精度の要件を勘案して、除荷・再載荷履歴モデルを圧縮・引張共通の数値モデル化として与えることとした。履歴変数を2つ追加することのみで、圧縮引張両方の内部曲線を規定することができ、既往の構成則とほぼ同じ結果が得られる。

#### b)再接触および残存付着に関する付加応力

高非線形領域を経験する繰り返し応力下では、引張除荷時から圧縮側に転ずる領域で、ひび割れが開口状態であっても早期にひび割れが接触を開始し、圧縮応力を伝達し始める事が知られている<sup>14)</sup>。ひび割れ面の開口に伴う内部欠損の進行と、それが再閉合に抵抗する内部機構、ならびに鉄筋とコンクリートとの局所付着に現れる交番履歴性状に依存するものと考えられる。機構の異なる事象なので、前項a)の圧縮・引張下での除荷履歴モデルを無理に適合さ

せて対応すべきものではない。

この非線形性は、引張から圧縮に転ずる領域で顕著となり、十分に圧縮あるいは開口すれば、再接触・再開口の非線形性は消滅する。本論文では、図-3に示すように、徐荷状態にある付着の抵抗機構とひび割れ面での再接触・再開口の局所非線形性を、これらの機構によって付加される伝達応力として、新たに加算するモデル化を構成した。この再接触付加応力( $\sigma_{ccr}$ )は、解析対象の構造・部材の残留変形や、高い非線形性を経過した後に中程度の後振動を受ける時のRC部材の応答には、無視できない程度の影響力がある。即ち、主動後の構造振動減衰の解析精度向上に意味がある。さらに、主たる水平動的荷重のもとで、鉛直方向(曲げひび割れが閉合する方向)の時刻歴加速度の算定値に大きな影響を及ぼす<sup>15)</sup>ので、精度の面で再接触時の剛性回復を精度よく規定する必要があるのである。

従来のモデル化では、再接触に関わる非線形性も、tension-stiffnessに現れる除荷非線形性もすべて含めた形で構成式を与えていた。精度向上を重視すると、引張モデル・圧縮モデルとともに複雑な履歴関数を与えざるを得なく、しかも多くの経路選択を考えなくてはいけなかった。本論文で付加応力を基本伝達応力に追加するモデル化により、精度を確保した上で少ない履歴変数を達成し、同時に計算コード化に際して大幅な簡略化に繋がった。

#### c)圧縮履歴と引張履歴の連関

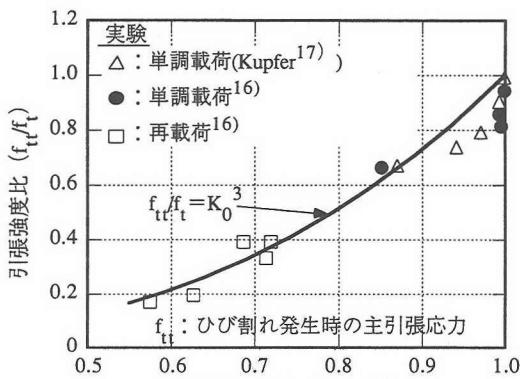
圧縮塑性破壊モデルとtension-stiffnessモデルの結合に際しては、圧縮履歴が引張強度に及ぼす効果を考慮した。圧縮履歴を受けると、塑性ひずみが進行するのみならず、除荷時の剛性が低下する。弾塑性破壊構成則では、除荷時剛性的低下は材料組織に非回復の損傷が蓄積した結果と理解される<sup>16)</sup>。その影響

a)履歴依存型ひび割れ発生基準

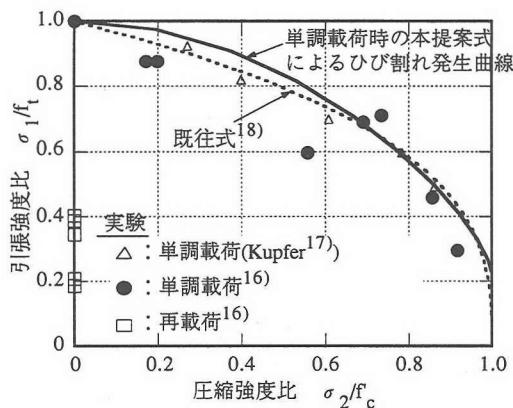
$$\sigma_1 / (R_f \cdot f_t) = 1.0 \quad (\text{圧縮-引張領域})$$

$$(\sigma_1 / (R_f \cdot f_t)) + 0.26 (\sigma_2 / \sigma_1) = 1.0 \quad (\text{引張-引張領域})$$

$\sigma_1, \sigma_2$ : 主応力 (引張を正,  $\sigma_1 > \sigma_2$ )  
 $f_t$ : 1 軸引張強度  
 $R_f$ : 引張強度低減パラメータ  
 $= K_0^3$ ,  $K_0$ : 破壊パラメータ



b)引張強度と破壊パラメータの比較

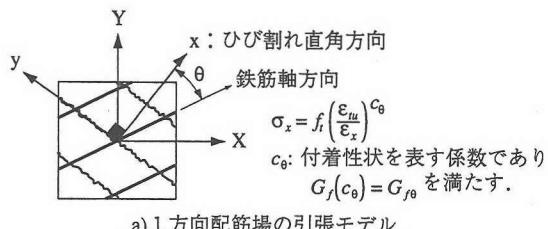


c)圧縮-引張応力面上での比較

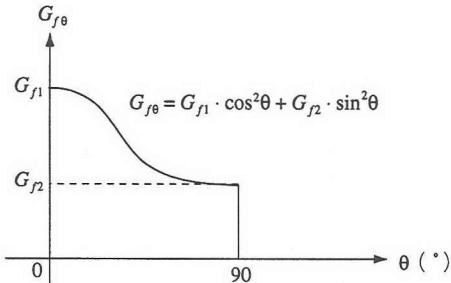
図-4 ひび割れ発生基準

は引張側にも当然、現れる。本モデルでは、tension-stiffnessを規定する引張強度および引張剛性が、圧縮側の損傷に応じて等しく低下するという連関を設定した。なお、低下率は既往の実験結果から、圧縮側の平均除荷剛性低下率と同じに設定した(図-2,c-1)。したがって、材料定数として与えられた引張強度を用いて引張側の伝達応力を算定した後に、その応力に圧縮側の平均除荷剛性低下率を乗じることで、簡単に算定することができる。

本RCモデルの提案においては、さらに図-4a)に示す履歴依存型のひび割れ発生基準を与えた。引張強度自体も載荷履歴の影響を受ける事から、引張発生基準においても、圧縮応力履歴を考慮しなければな



a) 1方向配筋場の引張モデル



$G_{f\theta}$ : 鉄筋軸と  $\theta$  の角度で交差するひび割れに関する引張解放エネルギー

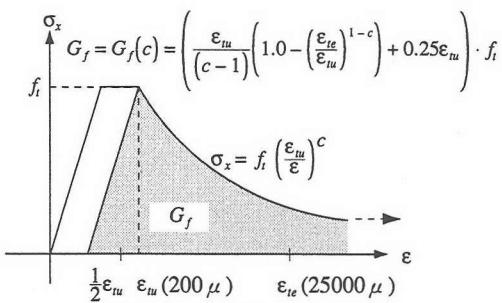
$G_{f1}$ : 鉄筋軸に直角 ( $\theta = 0^\circ$ ) にひび割れが入った場合の引張解放エネルギー

$$= G_f(c_1) \quad c_1: \text{付着性状を表す係数}$$

$G_{f2}$ : 鉄筋軸に平行 ( $\theta = 90^\circ$ ) にひび割れが入った場合の引張解放エネルギー

$$= G_f(c_2) \quad c_2: \text{無筋コンクリートの引張破壊性状を表す係数}$$

b)引張解放エネルギー ( $G_{f\theta}$ ) の補間



c)引張解放エネルギー ( $G_f$ )

図-5 1方向配筋場のTension-stiffness

らない<sup>16)</sup>。特に圧縮応力による損傷が大きい場合、圧縮応力方向にもそれに直交する方向にも、ひび割れ強度は低下することが知られている<sup>16)</sup>。本研究で採用した弾塑性破壊モデルでは、損傷の程度を定量的に破壊パラメータに代表させている。単調載荷や繰り返し載荷の区別なく、破壊パラメータでひび割れ発生応力を記述できるのであれば、これは引張強度を経路依存性を導入したことになる。そこで単調載荷と繰り返し載荷を受けたコンクリートの引張強度と、そのときの破壊パラメータ(弾性剛性低下率)の

関係に着目したところ、図-4b)に示すように、ほぼ一意的な関係を与えることができた。このひび割れ判定基準による単調載荷時のひび割れ発生曲線と既往式、及び実験値とを2次元圧縮・引張応力下で比較すると、図-4c)のようになる。これより、本ひび割れ発生基準は、従来から2次元応力面で与えられていたひび割れ判定基準とほぼ等しいものであることが分かる。従来の、現応力のみでのひび割れ判定<sup>17), 18)</sup>では履歴の影響を考慮できない。本モデルは、単調載荷での応力規定のひび割れ基準を包含した上で、さらに経路依存性を考慮できるものに再構築されたものである。

#### d) 鉄筋配置方向とひび割れ方向に関するTension-stiffnessの異方性

従来のRC構成則では、ひび割れの分散性が確保される程度に十分な鉄筋が、しかも2方向に配置されることを前提としていた。そのため、tension-stiffnessモデルでの引張応力開放率は、鉄筋配置方向に関わらず、一定と簡略化することができた<sup>2)</sup>。しかし、1方向のみに鉄筋が配置され、しかも鉄筋に平行方向にひび割れが発生する場合、ひび割れ直交方向の応力開放は無筋コンクリート同様、極めて急激なものとなることは自明である。この場合には、コンクリートの引張破壊エネルギーと要素寸法から求められる引張応力開放率（図-2c）中の係数C）を設定しなければならない<sup>3)</sup>。一方、鉄筋に直交する方向にひび割れが導入される場合は、最小鉄筋比以上であれば一定の応力開放率を設定することが可能である<sup>2)</sup>。低鉄筋比の場合は、安らのZoning法によって、平均引張応力開放率を算定することができる<sup>3)</sup>。

本文では、無筋コンクリートが引張破壊に至るまでに要するエネルギーを、引張破壊エネルギーと定義する。即ち、単位ひび割れ面積において消費されるコンクリート材料の力学特性値と位置づける。一方、引張開放エネルギーは、無筋・鉄筋コンクリートを問わず、一軸引張応力下でRC要素内のコンクリートが消費する単位体積あたりのエネルギー総量と定義する。RC要素の場合、引張開放エネルギーは、領域内に導入される巨視的なひび割れ形成に要する破壊エネルギーの総量と、鉄筋との付着によって消費されるエネルギーの総和に等しい。一般に、鉄筋比が最小鉄筋比を上回る場合は、後者が卓越する。

鉄筋に沿った直交2方向に対して引張応力開放率が異なる場合は、ひび割れ角度と鉄筋方向の位置関係によって異なる引張応力開放率を算定して、tension-stiffness/softeningモデルを同定しなければならない。本研究では、図-5に示す通り、鉄筋軸に直

#### a) 1方向ひび割れ場での平均せん断応力

$$\tau = G \gamma$$

$\tau$ ：平均せん断応力  $\gamma$ ：平均せん断ひずみ  
 $G$ ：ひび割れたコンクリートの割線せん断剛性

$$G = \frac{1}{1/G_c + 1/G_{cr}}$$

$G_c$ ：ひび割れのないコンクリートの割線せん断剛性

$G_{cr}$ ：ひびわれ面の割線せん断剛性

$$G_{cr} = \frac{\tau_{st}(\beta)}{\gamma_{cr}} \quad (\beta = \gamma_{cr} / \epsilon_t)$$

$$\gamma = \gamma_c + \gamma_{cr} = \gamma_{cr}$$

$\tau_{st}(\beta)$ ：ひびわれ面でのせん断伝達応力（下図b）

$\gamma_{cr}$ ：ひび割れに沿ったせん断ずれによる平均せん断ひずみ

$\epsilon_t$ ：ひび割れ直角方向の平均引張ひずみ  
 $\gamma_c$ ：ひび割れのないコンクリート部分の平均せん断ひずみ

$f_{st}$ ：ひび割れ面でのせん断伝達強度

$$f_{st} = 3.8 f'_c^{1/3} \quad f'_c : 1\text{軸圧縮強度(MPa)}$$

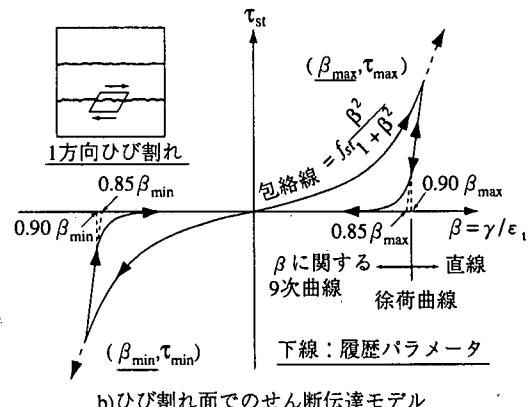


図-6 1方向ひび割れ場でのせん断伝達モデル

角及び平行方向にひび割れが入った場合の引張開放エネルギー( $G_n, G_p$ )から、任意の方向に発生したひび割れに直交する方向の開放エネルギー( $G_{tp}$ )を内挿によって求め、それに相当する開放率Cを用いる方法を提案する。2.(1).c)節で算定される引張強度と併せて、引張側の包絡線が履歴と鉄筋配置から決定されるのである。引張側の内部曲線と履歴則は、包絡線を基準にして規定されているので、同様に確定する。

#### (2)ひび割れに沿ったせん断応力の伝達

##### a) 接触面密度関数に基づく応力伝達基本モデル

基本となるせん断伝達構成則として、接触面密度関数に基づく応力伝達モデルを採用した<sup>8)</sup>。接触面密度関数に基づく厳密形は、方向積分方程式によって記述されるものであるが、単調載荷状態では、方向積分に関する厳密解および簡略解が存在する。こ

### a)直交2方向ひび割れ場での平均せん断応力

$$\tau = G\gamma$$

$\tau$  : 平均せん断応力

$\gamma$  : 平均せん断ひずみ

$G$  : ひび割れたコンクリートの割線せん断剛性

$$G = \frac{1}{1/G_c + 1/G_{cr1} + 1/G_{cr2}}$$

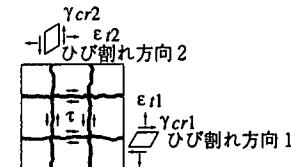
$G_c$  : ひび割れのないコンクリートの割線せん断剛性

$G_{cr1}, G_{cr2}$  : ひび割れ方向1、2に沿ったひびわれ面の割線せん断剛性

$$G_{cr1} = \tau_{st}(\beta_1) / \gamma_{cr1} \quad (\beta_1 = \gamma_{cr1} / \epsilon_{r1}) \quad \tau_{st}(\beta) : \text{ひびわれ面でのせん断伝達応力}$$

$$G_{cr2} = \tau_{st}(\beta_2) / \gamma_{cr2} \quad (\beta_2 = \gamma_{cr2} / \epsilon_{r2}) \quad \gamma_{cr1}, \gamma_{cr2} : \text{ひび割れ方向1, 2に沿ったせん断ずれによる平均せん断ひずみ}$$

$$\gamma = \gamma_c + \gamma_{cr1} + \gamma_{cr2} \approx \gamma_{cr1} + \gamma_{cr2}$$



直交2方向ひび割れ状態

$\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$  : ひび割れ方向1, 2に直角方向の平均引張ひずみ

$\gamma_c$  : ひび割れのないコンクリート部分の平均せん断ひずみ

### b)各ひび割れ面での載荷履歴を考慮したせん断応力のつり合い基本パターン

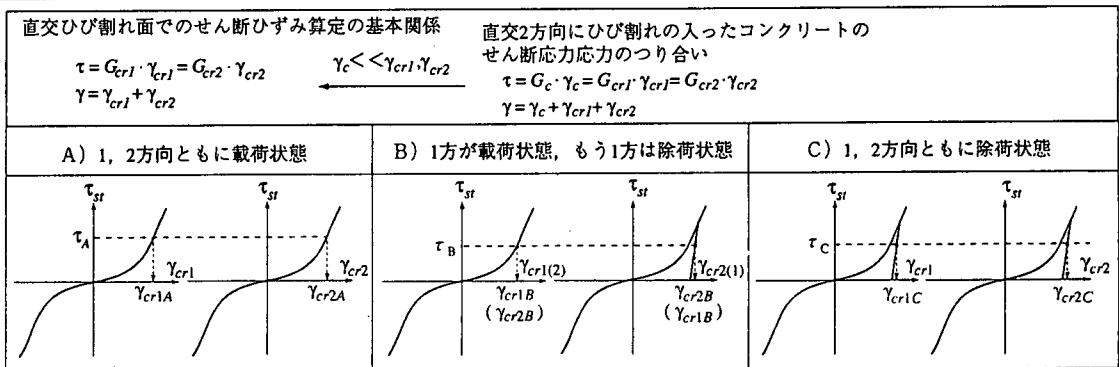


図-7 直交2方向ひび割れ場でのせん断伝達モデル

れによれば、伝達応力はひび割れ直交方向のひび割れ幅に起因する平均ひずみで正規化したせん断ずれひずみによって、一意的に求めることができる。そのため、ひび割れ間隔に依らず、平均ひずみから構成式を与えることもできるのである<sup>1), 2)</sup>。

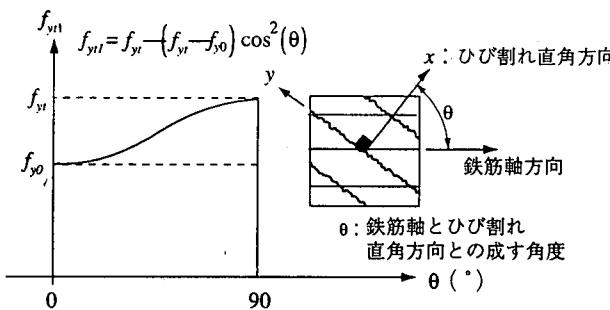
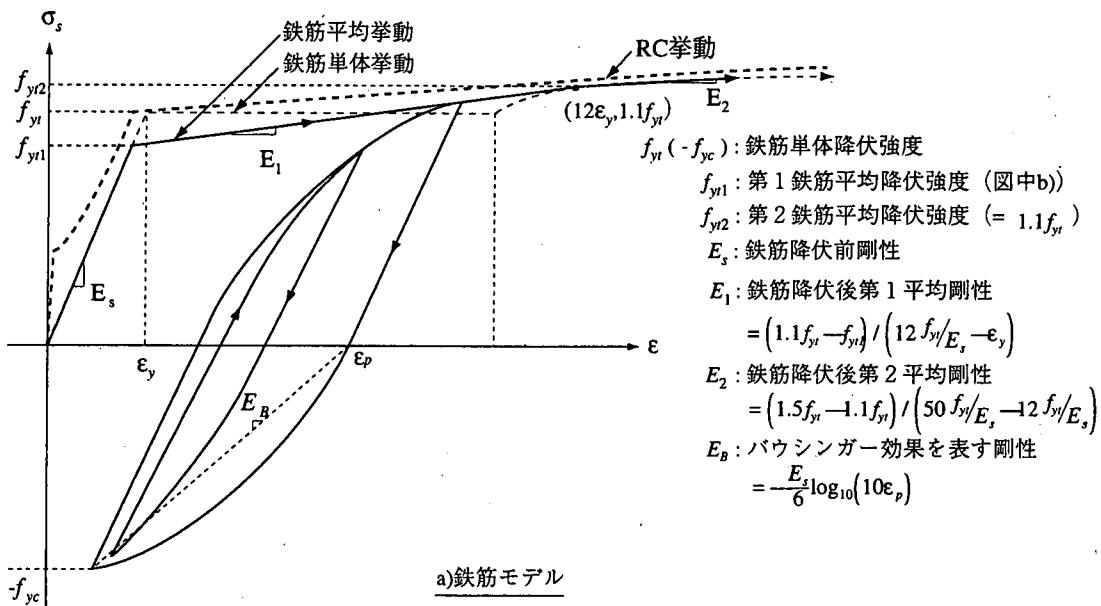
1方向のみにひび割れが導入されている場合には、ひび割れに沿ったずれに起因するせん断変形と、ひび割れ間に挟まれた連続体コンクリートのせん断変形の合計が、要素全体の平均せん断ひずみに等しい。したがって、図-6a)のように、平均せん断ひずみと、ひび割れに直交方向の直ひずみから、容易に平均せん断応力を求めることができる。交番載荷では、ひび割れが閉合する際にひび割れ位置での剛性が急激に大きくなる。そのため、鉄筋コンクリート要素としてのせん断剛性を評価するには、ひび割れ間にあるコンクリートのせん断剛性も無視しないで取り入れておくことが重要である。図-6b)に、本研究で用いた伝達せん断応力と正規化せん断ひずみの関係を示す。単調包絡線は既往のモデル化<sup>2)</sup>となんら違いはない。

既往モデルのせん断伝達除荷・再載荷時には、経路に依存する内部曲線を設定している。しかし、本研究では最大せん断塑性に関わる経路依存性は考慮

するものの、除荷・再載荷時の内部曲線は簡単な非経路依存型の非線形関数を仮定した。実験においてもせん断伝達による繰り返しエネルギー消費は小さく、しかも構造解析のなかで大きくせん断ずれが動くのは、ひび割れが開口したままで荷重方向が反転する場合に限定される。そのときにはひび割れに沿って伝達されるせん断応力の絶対値は小さい。このように、徐荷・再載荷時のせん断伝達応力の算定は、構造挙動の精度向上の観点からは2次的であるので、モデルの簡略化を優先してよい。そこで、本研究では履歴変数の最小化とモデル化の簡略化を優先させることとした。この場合、1方向のひび割れのせん断履歴を表現するには、正負両方向の最大正規化せん断ひずみの2者で十分となる。

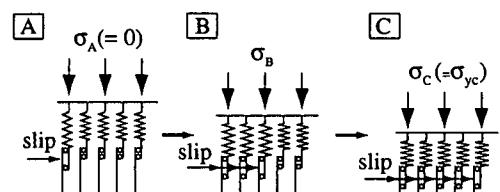
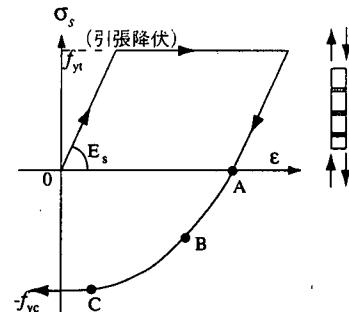
### b)直交2方向にひび割れを有するコンクリートの平均伝達せん断応力

直交2方向にひび割れが開口している状態でせん断を受ける場合、要素の平均せん断ひずみはそれぞれ2方向のひび割れに沿ったせん断ずれ変形によるひずみと、ひび割れに挟まれたコンクリート自身のせん断ひずみの加算となる。この場合の平均せん断応力は図-7a)に示される。1方向のみにひび割れた状況は、2方向のひび割れの内、一方のひび割れは



$f_y$  : 鉄筋単体降伏強度  
 $f_{y0}$  : 鉄筋軸とひび割れが直交している場合の平均降伏強度であり、下式を満たす。  
 $f_{y0} + \sigma_x/p = f_y$   
 $\sigma_x = f_y \left( \frac{\epsilon_{uc}}{\epsilon_x} \right)^c$        $p$  : 鉄筋比  
 $f_{y0} = E_s \cdot \epsilon_s$        $\sigma_x$  : コンクリート平均応力

b) 第1鉄筋平均降伏強度( $f_{y1}$ )の補間



c) 加藤モデルと等価な多重塑性要素モデル<sup>23)</sup>

図-8 鉄筋履歴挙動モデル

閉じており、せん断ズレが生じていない状況に含まれる。直交2方向のひび割れに関するせん断ひずみの分離には、図-7b)に示すように各方向のひび割れ面での載荷・徐荷・再載荷状態の組み合わせを考慮した場合分けが必要である。それぞれの場合において、比較的簡易な数式によりひずみの分離が可能である。

各方向のひび割れに沿ったせん断ひずみから求めたひび割れ面での割線せん断剛性と、ひび割れのないコンクリートのせん断剛性より、平均伝達せん断応力が求められる。履歴変数は2方向それぞれのひ

び割れ面での正負両方向の最大正規化せん断ひずみとなる。

### 3. 鉄筋の平均化構成モデル

#### (1) 平均化された塑性強度の算定

本研究では、出雲・島・岡村ら<sup>19), 20)</sup>の鉄筋平均挙動モデルを基本とし、これを一部拡張する。島らが行った、鉄筋降伏以降の載荷を含む1軸引張実験の知見から、ひび割れ発生後のひび割れ間の鉄筋応力分布を三角関数に仮定し、コンクリートのTension-

stiffeningと組み合わせることにより、鉄筋の平均応力－平均ひずみ関係を導いている。これにより、鉄筋の降伏はひび割れ位置で最初に生じ、平均応力－平均ひずみ関係において非線形性が表れるときの鉄筋の平均応力（平均降伏応力）は、単体の降伏強度よりも低いことが解析的に初めて取り込まれることになった。鉄筋降伏後の平均挙動剛性は、従来においてはバイリニア型でモデル化しているが、今日、Hamedらにより鉄筋が破断するような高ひずみ領域までも良好に挙動を表現するRC引張モデルが提案されており<sup>21)</sup>、本研究ではこれを適用している。

(図-8a)

1次元引張部材の場合における鉄筋の平均降伏応力は、コンクリートの平均引張挙動モデルと組み合わせることで正しく求めることができる。2次元部材では、ひび割れ位置での鉄筋応力を解析において常に算定し、これと鉄筋単体の降伏応力を比較する方法でなければ正確に求める事はできない<sup>22)</sup>。しかし、2次元部材に対するこの方法は、プログラムが複雑になる事を勘案し、本研究ではひび割れ角度と鉄筋軸方向との成す角度により平均降伏応力を定める簡略式を用いる。図-8b)に示すこの方法は厳密ではないが、厳密解とほぼ等しい値を与える。検証は5章以降に示す。

## (2)多重塑性関数モデルによる内部曲線

出雲・島らは、RC中の鉄筋の徐荷・再載荷時モデルとして、鉄筋単体の繰り返し挙動を表現する加藤モデル<sup>22)</sup>を用いる事を提案し、良好な精度を有する事を確かめている<sup>19), 20)</sup>。加藤モデルは鉄筋の繰り返し挙動を精度よく与えるモデルである反面、繰り返し履歴において応力反転位置での応力・ひずみをすべて記憶しておく必要がある。そのため、地震時など多くの繰り返しを受ける問題を解析するためには、自ずから応力・ひずみの反転が増え、記憶領域が大きくなり、またプログラム構造も複雑になる。

筆者らは、加藤モデルと同じ履歴挙動を効率的に計算することのできる多重塑性要素による数値モデルを提案している<sup>23)</sup>。この数値モデルは、図-8c)に示すように、鉄筋を異なった降伏強度を持ち単純な履歴則に従う複数の微小要素の集合体（多重塑性要素）にモデル化したものである。この数値モデルとRC中の鉄筋の平均履歴挙動モデルを組み合わせることにより、簡易かつ高精度なRC中の鉄筋の平均履歴挙動を求める事が可能となる。このモデルにおける必要な履歴変数は、引張側圧縮側それぞれでの最大ひずみ、最大塑性ひずみ及び各多重塑性要素の塑性ひずみであり、その数（20個を採用）は繰り返し回

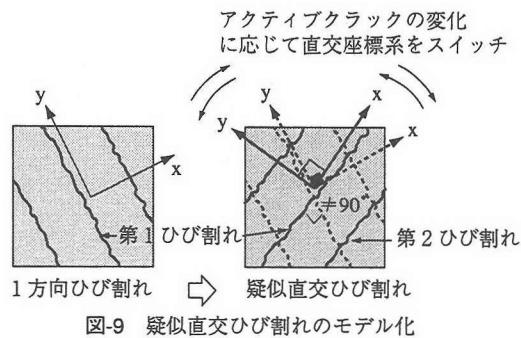


図-9 疑似直交ひび割れのモデル化

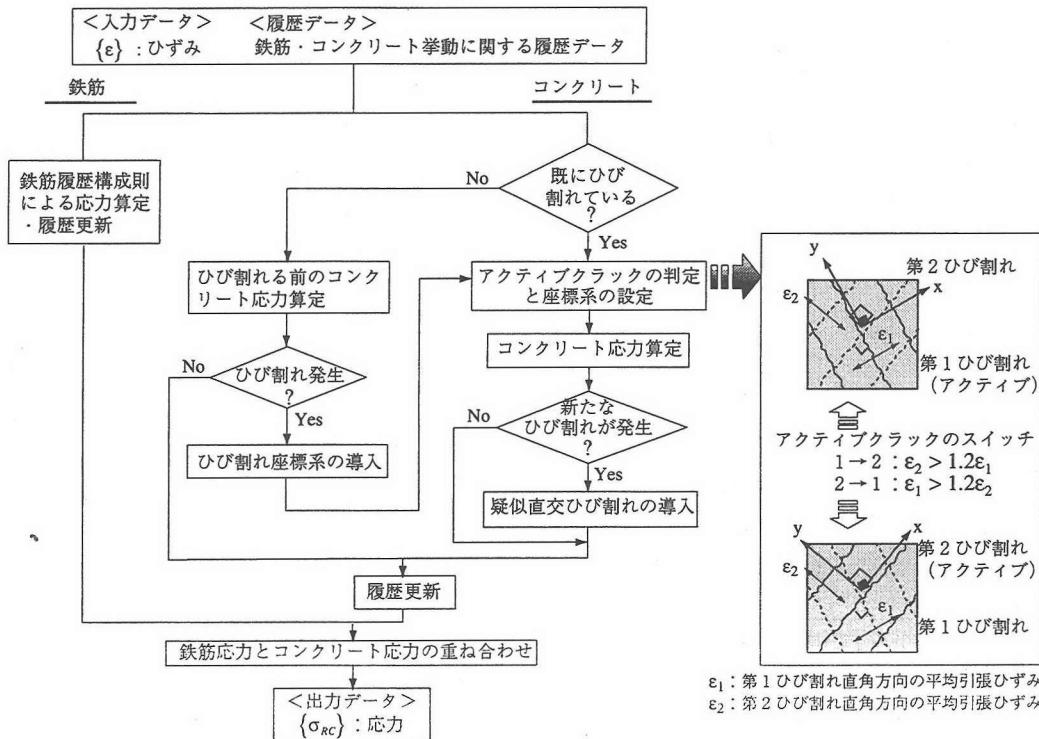
数に依存せず一定である。

## 4. 疑似直交2方向ひび割れを有する2次元鉄筋コンクリート要素

直交2方向ひび割れ状態では、ひび割れたコンクリートの挙動は第1、第2ひび割れに一致する1つの直交座標系におけるひずみから求められることは前章に示した通りである。本章では、アクティブラック法と疑似直交2方向ひび割れを扱う直交座標系の組み合わせにより、ひび割れたコンクリートのモデルを構成する方法を提案する。

図-9に示すような疑似直交2方向ひび割れ状態において、第1ひび割れがアクティブラックとなる場合にはこれに直角方向にx軸を一致させ、第2ひび割れがアクティブラックとなる場合には、これに直角方向にy軸を一致させる。そして、載荷履歴に応じて変化するアクティブラックに沿って座標系をスイッチさせる。この時、ひび割れたコンクリートの履歴挙動を表現する履歴パラメータは、1つの座標系に関して1組であり、アクティブラックに沿った座標系において更新される。この簡易法は、面内交番載荷で生じる、一方のひび割れが開口し、もう一方が閉じているような状態では厳密なひび割れ方向のモデル化となんら変わりない。2方向のひび割れが同時に開口するような状況においても、せん断に関しては直交2方向ひび割れ状態に等しいと近似することとなり、構造解析上の精度を保持した上で、簡易なモデル化を与えることができる。

疑似直交2方向ひび割れ状態において、アクティブラックに直交しない方の座標軸と、アクティブラックでない方のひび割れとの関係は、一般に厳密な直交状態ではない。個々の基本挙動モデルは、ひび割れ平行方向・直角方向・せん断方向の挙動をモデル化したものであるから、このアクティブラックに直交しない方の座標軸に関する応力算定・



履歴更新は、数理モデルの構成上、厳密ではない。しかし、ひび割れたRC中のコンクリート挙動の非線形性は、アクティブなひび割れに集中して生じる事が確かめられているとともに、地震力作用により生じる交番ひび割れの交差角は一般には直角から大きく離れる事はない。アクティブでないひび割れに関して前記の簡略化を行っても、構造物の動的地震応答解析の実用上の精度は確保できると判断した。この点の検証は、別報にて部材・構造レベルからの検討を行う。

但し、このモデル化では、2つのひび割れの交差角度が90°から小さくなるほど厳密性を失い、精度は低下する。したがって、適用範囲はあくまで疑似直交ひび割れの範疇に限定されなければならない。交差角の小さいひび割れに対しては、相互の非線形性を考慮した『非直交ひび割れのモデル化』を適用するものとし、本論文の発展形として別論文にて報告する。

図-10に、疑似直交2方向ひび割れを有する鉄筋コンクリート要素の応力算定フローを示す。基本となるのは直交2方向ひび割れを有する鉄筋コンクリート要素の応力算定フローであり、これにアクティブラックの判定部を付け加えたものである。疑似直交2方向ひび割れからアクティブラックを判定す

る際には、基本的にひび割れ直角方向の平均引張ひずみが大きいものを選択する。但し、載荷履歴に応じたアクティブラックの変化を滑らかにし、計算の収束安定性のため、新たにアクティブとなるひび割れの平均引張ひずみがもう一方の平均引張ひずみの1.2倍以上となった場合にアクティブラックのスイッチを行うものとした。

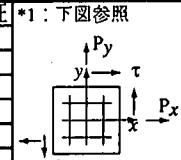
## 5. RC要素実験結果に基づく検証

RCモデルを構成する基本応力伝達構成則(Tension-stiffness, 弾塑性破壊則, せん断伝達則)の各々は、既に材料レベルあるいは1本のひび割れに着目した、1次元場での実験によって詳細に検証を受けたものを使用している。よって、このレベルでの検証を再度、本論文で行なう必要はない。

しかし、これらの基本要素で構成される2次元RCモデルは、組み合わせたRCシステムとしての観点から、適用性と精度が再度、検証されなければならない<sup>2)</sup>。本研究で採用した既往構成モデル自体はRC板要素、部材レベルでの検証を既に受けているが、新たに4方向ひび割れへの拡張を念頭においた数値モデル化の再構築と適用範囲の拡大を経ているので、再度、本章で検証と確認を行うものである。

表-1 検討ケース (P Vシリーズ)

供試体	荷重条件(*1)		鉄筋			コンクリート		備考
	$\tau : P_x : P_y$	$p_r$ (%)	$f_{yx}$ (MPa)	$p_y$ (%)	$f_{yy}$ (MPa)	$f'_c$ (MPa)	$f_t$ (*2) (MPa)	
個々の構成則 (コンクリートの引張/圧縮/せん断伝達モデル, 鉄筋平均挙動モデル) の検証								
PV3	1:0:0	0.48	662	x方向と等配筋	26.6	1.7		*1: 下図参照
PV27	1:0:0	1.79	442	x方向と等配筋	20.5	2.9		
PV28	1:0.32:0.32	1.79	483	x方向と等配筋	19.0	2.4		
PV4	1:0:0	1.06	242	x方向と等配筋	26.6	1.9		
PV23	1:-0.39:-0.39	1.79	518	x方向と等配筋	20.5	2.3		
PV25	1:-0.69:-0.69	1.79	466	x方向と等配筋	19.2	1.9		
PV12	1:0:0	1.79	469	0.45	269	16.0	1.6	
PV19	1:0:0	1.79	458	0.71	299	19.0	1.9	
PV20	1:0:0	1.79	460	0.89	297	19.6	2.0	
PV21	1:0:0	1.79	458	1.30	302	19.5	2.2	
個々の構成則の組み合わせによる全体挙動の検証								
PV10	1:0:0	1.79	276	1.00	276	14.5	1.3	
PV22	1:0:0	1.79	458	1.52	420	19.6	2.3	
PV29	1:0:0=>1:-1:-1	1.79	441	0.89	324	21.7	2.0	



\*2: 解析に用いた引張強度

本論文では、一様応力場で種々の面内応力経路を受けるRC要素レベルでの検証を、過去に用いた実験結果のみならず、それ以後、蓄積された要素レベルでの実験結果を含めて多角的に行なった。検証解析は、構成則を組み込んだ有限要素解析により1要素均一場で計算した。

ここで、解析で使用する引張強度は、シリンダー試験値から低減したもの用いた。一般に、構造体中の見かけの引張強度は、材料シリンダー試験値よりも小さい。これは、乾燥収縮や鉄筋による拘束・自己初期応力などによるものである。構造体中での引張強度をシリンダー強度と構造諸元・養生状態から推定することは、現状においては困難であるので、本解析では、引張強度は実験のひび割れ発生荷重に適合するように逆推定して定めた。

### (1)PVシリーズ、他実験との検証

Collinsら<sup>24)</sup>の実験シリーズ(PVシリーズ)との検証を行う。検証ケース・結果を表-1、図-11~21に示す。各検証ケースはRCを構成する個々の構成則の特徴を検証することができる。検証結果より、良好に実験結果と一致していることが確かめられた。以下に個々のケースについて説明・検討を加える。

#### a)PV3/27/28、PV4 (図-11,12)

これらは、主にひび割れたコンクリートの引張剛性モデルおよび鉄筋モデルが全体挙動に大きく影響するものである。

PV3/27/28は、2方向等配筋・純せん断応力状態(PV28は等引張も付加)であり、ひび割れ面でせん断伝達応力は機械的には発生しない。さらに、ひび割れ平行方向の圧縮応力レベルはそれほど大きくななく、顕著な圧縮非線形性を示さないので、引張剛性モデルのチェックに用いることができる。試験体に

は溶接金網が用いられているので、解析における引張剛性モデルにはC=0.2を用いている<sup>21), 25)</sup>。図-11に、PV28を例に異形鉄筋を対象とする引張剛性モデルに用いるC=0.4を用いた場合の比較結果を示すが、Cの値による差は大きく、溶接金網とコンクリートの組み合わせに対しては、C=0.2を用いることが妥当であることがわかる。

PV4は、2方向等配筋パネルに純せん断力を載荷しており、鉄筋降伏以後の挙動までを実験により求めている。実験と解析は良好に一致している。また、鉄筋コンクリート中の鉄筋の平均降伏強度は、鉄筋とコンクリートとの付着作用により鉄筋単体の降伏強度より低くなる事から、鉄筋の平均挙動モデルの降伏応力を鉄筋単体の降伏応力とすると、過大な耐力を求めてしまう事が図-12よりわかる。

#### b)PV23/25 (図-13,14)

PV23/25は、2方向等配筋パネルにせん断力と等圧縮力を載荷したケースである。これらは、最終耐力がコンクリートの圧壊により決まりことから、ひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルの影響が大きいケースである。

圧縮剛性モデルの影響をPV23を例に検討する。ひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルは、ひび割れのないコンクリートの1軸圧縮挙動をひび割れ直角方向の引張ひずみの関数で低減している。図-13の比較解析結果より、これを考慮しない場合には耐力・剛性ともに過大評価してしまうことがわかる。

#### c)PV12/19/20/21 (図-15~18)

異方配筋パネルに純せん断力を載荷したケースであり、PV12/19/20/21の順に弱軸方向の鉄筋量は多くなっている。この場合には、異方配筋である事からひび割れ面でのせん断伝達モデルの影響が表れてくる。また、最終耐力がコンクリートの圧壊により決

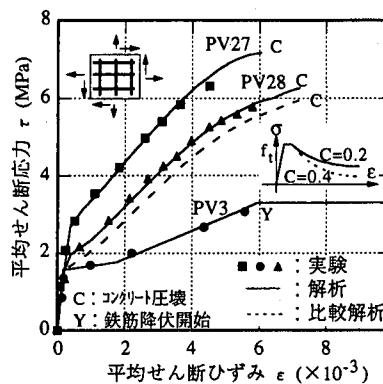


図-11 PV3/27/28

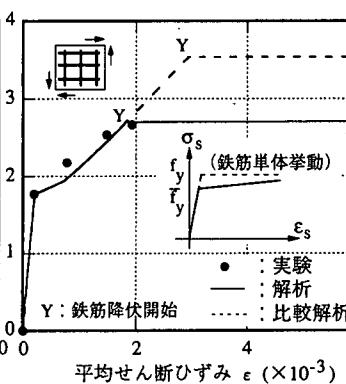


図-12 PV4

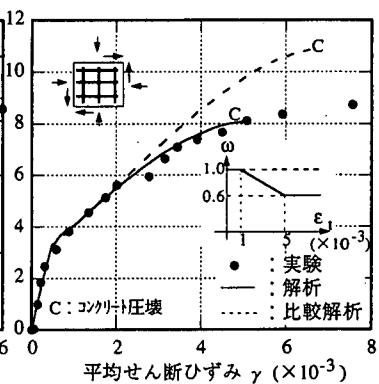


図-13 PV23

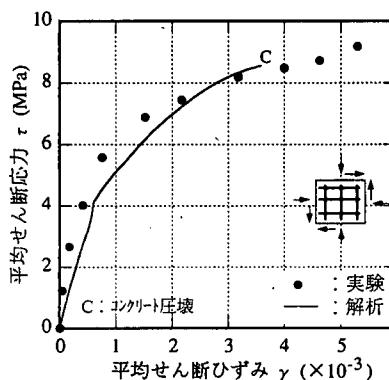


図-14 PV25

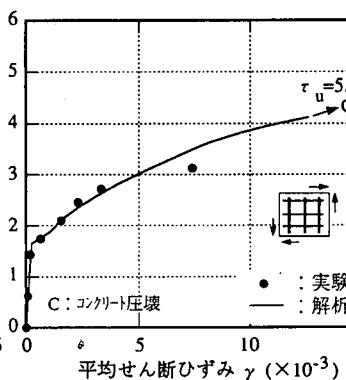


図-15 PV12

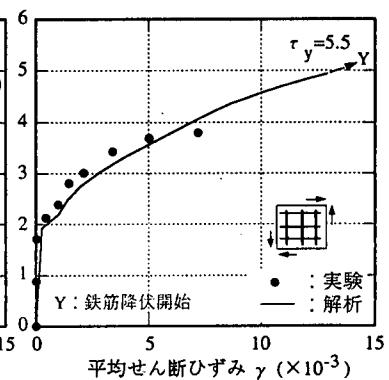


図-16 PV19

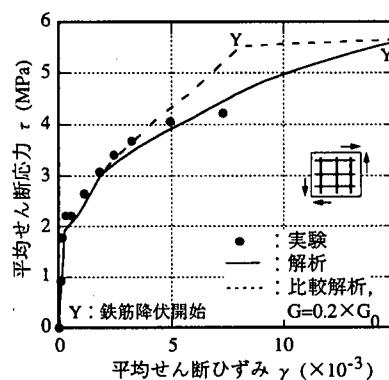


図-17 PV20

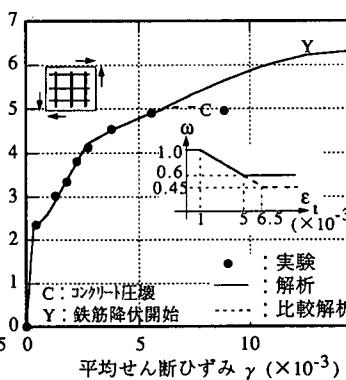


図-18 PV21

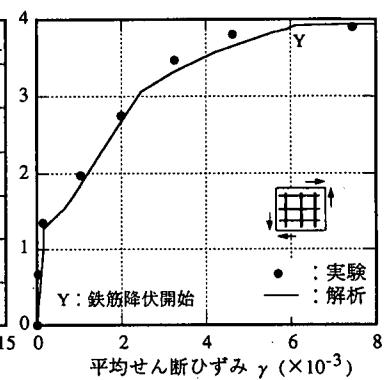


図-19 PV10

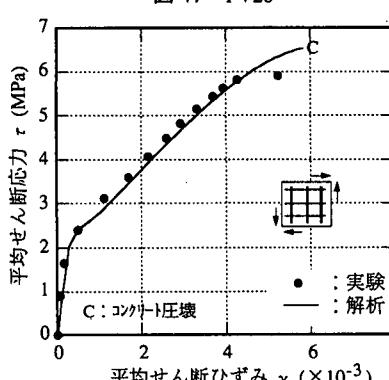


図-20 PV22

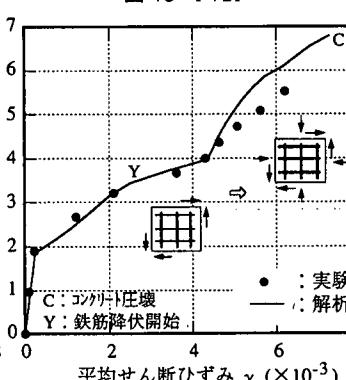
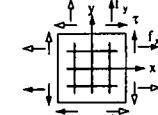


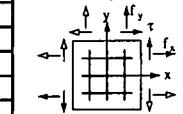
図-21 PV29

表-2 検討ケース（等配筋せん断実験シリーズ）

供試体	鉄筋		コンクリート		載荷条件(*2) $\tau : f_x : f_y$	実験の 破壊形 態(*3)	文献	備考
	$p_e = p_y$ (%)	$f_y$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$f_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$f_t^{(*)1}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )				
<b>等方配筋・純せん断載荷</b>								
CT1	2.07	3840	447	20	1 : 0 : 0	S	27)	*1 : 解析に用いた引張強度
SR10	1.02	4058	373	20	1 : 0 : 0	S	28)	*2 : 下図参照
SR20	2.04	4058	318	14	1 : 0 : 0	C	28)	
SP-1.0-0	1.01	4530	208	17	1 : 0 : 0	S	29)	
SP-1.7-0	1.75	4530	213	20	1 : 0 : 0	C	29)	
SP-2.4-0	2.40	4530	250	24	1 : 0 : 0	C	29)	
<b>等方配筋・せん断+軸力載荷</b>								
SP-1.7-50	1.75	4530	199	19	1 : -50kgf/cm <sup>2</sup> : 0	C	29)	
CR2	1.02	398MPa	31.8MPa	1.6MPa	1 : -1 : 0	S & C	30)	
TR3	1.02	398MPa	26.3MPa	1.7MPa	1 : 0.5 : -0.5	S & C	31)	

\*1 : 解析に用いた引張強度

\*2 : 下図参照



\*3 : S → 鉄筋降伏  
C → コンクリート破壊

まることから、ひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルの影響も大きい。そこで、PV20でせん断伝達モデルの影響を、PV21で圧縮剛性モデルの影響を検討する。

図-17に、ひび割れたコンクリートのせん断剛性(G)を一律にひび割れのないコンクリートの20%( $G=0.2 \times G_0$ ,  $G_0$ : ひび割れのないコンクリートのせん断剛性)とした場合との比較結果を示す。これより、ひび割れたコンクリートのせん断剛性の低減を0.2にした場合には、平均せん断応力-平均せん断ひずみにおける剛性を高く評価しており、せん断剛性モデルの影響が大きいことが示されている。また、ひび割れ直角方向の引張ひずみとせん断ひずみの比により、ひび割れ面でのせん断剛性を評価する本モデルの適合性が良いことが示されている。

PV12/19/20/21のすべてのケースにおいて、解析より得られる耐力は実験値を上回っている。これは主にひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルの影響が大きい。ひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルは、ひび割れのないコンクリートの1軸圧縮挙動をひび割れ直角方向の引張ひずみの関数で低減している。この圧縮剛性の低減は、ひび割れによるコンクリートの内部損傷を含めた有効断面積の減少を意味するものであることが宮原ら<sup>26)</sup>によって示されている。さらに、今回解析対象としているCollinsらのパネル試験体は2段配筋であり、コンクリートのかぶりは比較的小さい事から、圧縮応力の増大によるかぶり部コンクリートの破壊による有効断面積の減少の影響も考えられる。本モデルでは、かぶり部コンクリートの破壊は考慮していない。そこで、PV21を例に、圧縮直角方向の引張ひずみによる低減を、最大45%まで行った場合との比較結果を、図-18に示す。これより最終耐力は実験値に近づく方向にあり、圧縮剛性モデルの影響が大きいことがわかる。かぶりコンクリート部の破壊の影響は、本質的には

圧縮直角方向の引張ひび割れの影響とは異なるものであり、今回の試計算は便宜的なものである。コンクリートの圧縮剛性モデルに影響を与える要因と、その影響を合理的かつ簡易に表現できる数値モデルが必要である。

#### d) PV10/22/29 (図-19~21)

これらは、配筋状態、作用力もさまざまであり、構成モデルの総合的な検証を行うことができるケースである。これらのケースについての比較結果は、ほぼ良好に実験値と一致している。PV10は最終耐力が鉄筋降伏で定まるケースであり、PV22/29はコンクリートの圧壊で定まるケースである。PV22/29の最終耐力は、解析値が実験値を若干上回っているが、圧縮剛性モデルの低減係数の影響によるものと考えられる。

#### (2) 等配筋せん断繰り返し載荷実験との検証

既往の繰り返し載荷実験<sup>27)~31)</sup>との検証を行う。これらの試験体はすべて等方配筋であるが、鉄筋比・載荷荷重条件が幅広い範囲にわたるものである。

検証ケース・結果を表-2、図-22~30に示す。なお、実験との比較をわかりやすくするために、解析する載荷ループは実験の載荷ループの一部分とした。検証結果より、解析結果はおおむね実験結果と一致していることが確かめられた。以下に個々のケースについて説明・検討を加える。

#### a) 等配筋・純せん断載荷ケース (図-22~27)

これらのケースは2方向の配筋量が等しく、純せん断条件下での繰り返し載荷であり、発生する正負のひび割れは直交するので、機構的にはひび割れ面でのせん断伝達応力は生じないケースである。

最終耐力については、最終耐力が鉄筋降伏で決まるCT-1・SR10・SP-1.0-0は解析値と実験値は良好に一致している。しかし、実験においてコンクリート

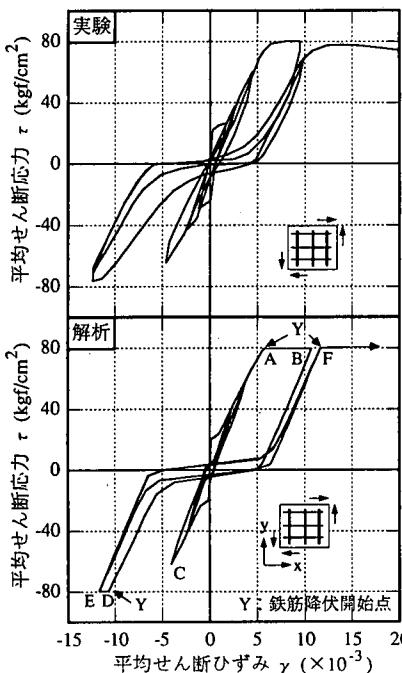


図-22 CT1

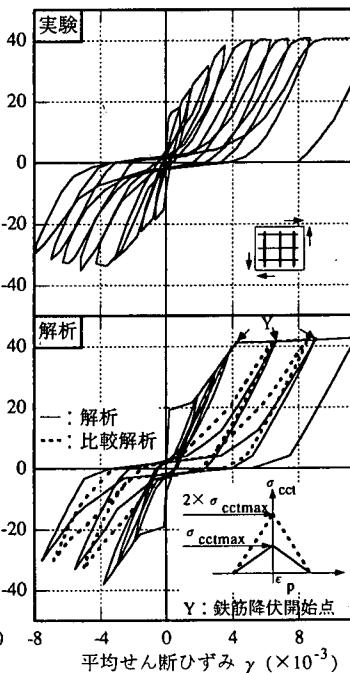


図-23 SR10

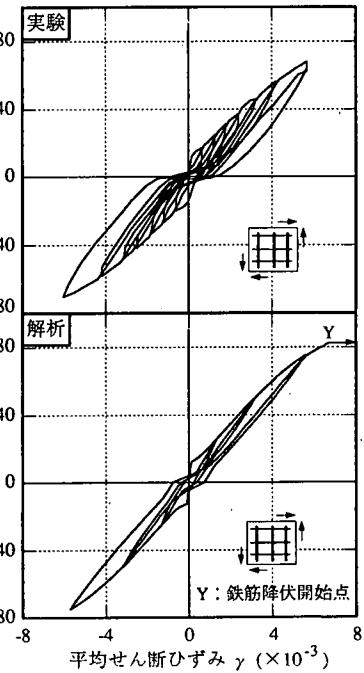


図-24 SR20

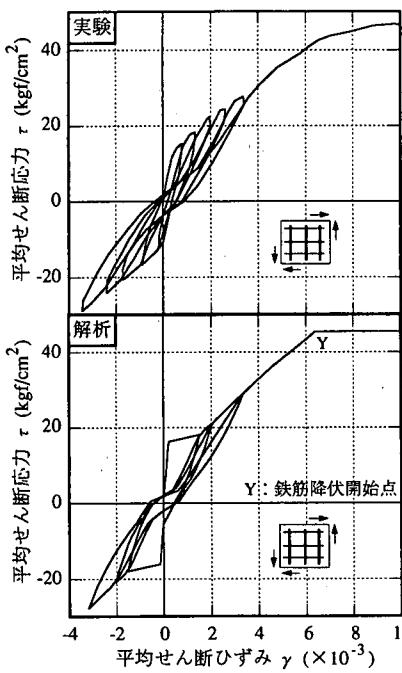


図-25 SP-1.0-0

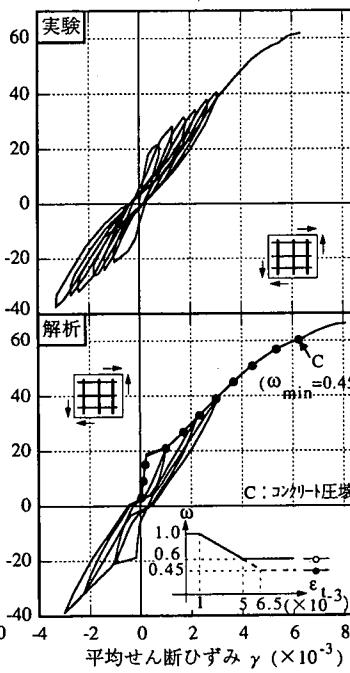


図-26 SP-1.7-0

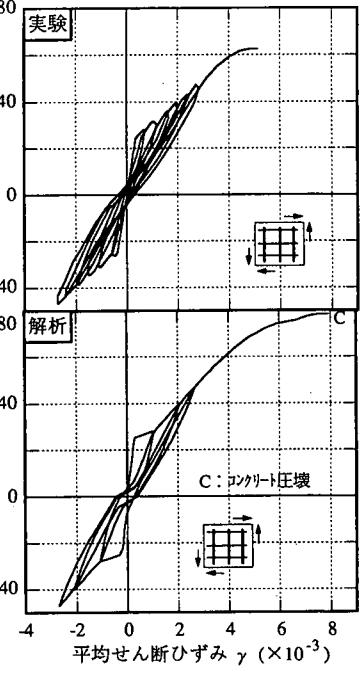


図-27 SP-2.4-0

の圧壊で最終耐力が決まっているSR20・SP1.7-0・SP-2.4-0については、解析より得られる耐力値は実験値を上回る傾向にある。これは前項でも述べたように、ひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルの影響が大きい。ひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルはひび割れのないコンクリートの圧縮挙動を

圧縮直角方向の引張ひずみ（ひび割れ開口）の関数で低減している。この低減の考え方は、基本的には直角方向ひび割れにより圧縮応力を受けるコンクリートの内部損傷を含めた有効断面積の減少を意味するものである。これらの実験ケースにおいてはコンクリートの圧縮応力の低減が大きく、その要因としては繰り返し

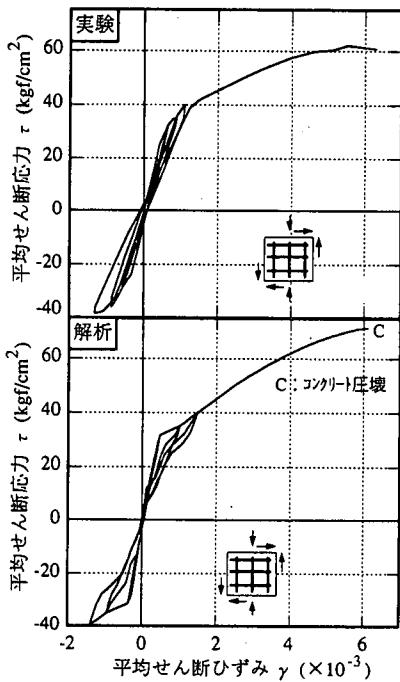


図-28 SP-1.7-50

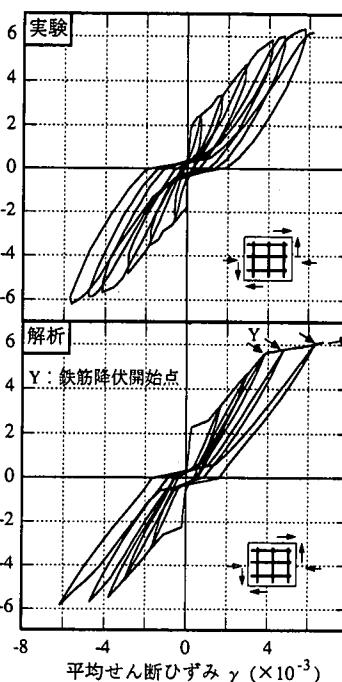


図-29 CR2

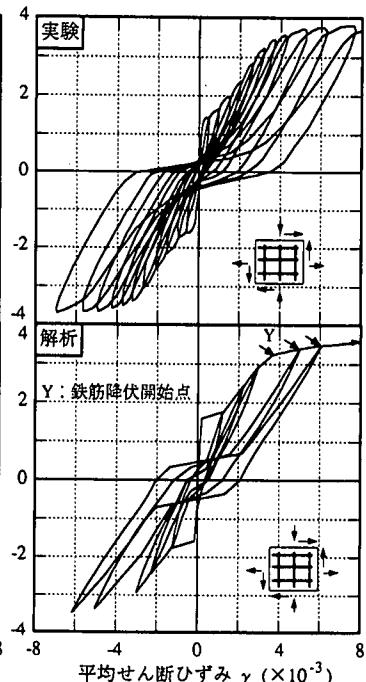


図-30 TR3

載荷によるコンクリート材料自身の劣化・かぶり部コンクリートの破壊などが考えらる。SP-1.7-0を例に圧縮直角方向の引張ひずみによる低減を最大45%まで行った場合との比較結果を図-26に示す。これより、最終耐力は実験値に近づく傾向にあり、PVシリーズとの検証解析と同様に、圧縮剛性モデルの影響が明らかになっている。

平均せん断応力-平均せん断ひずみ履歴曲線は、実験値と良好に一致している。本RCモデルに用いている個々の材料モデルは、同一応力レベルでの繰り返しによる劣化の影響を扱ってはいない。よって、本ケースのようなひび割れ面でのせん断伝達が生じない場合には、鉄筋降伏以前においては、解析から得られる平均せん断応力-平均せん断ひずみ関係の徐荷後の再載荷過程は、徐荷開始点を通る挙動を示す事になる。

しかし、鉄筋降伏が生じる過程の場合は、鉄筋降伏により生じる塑性ひずみにより、この関係は成り立たなくなり、見掛け上の復元力の低下が生じる。CT1(図-22)を例に説明を行う。まず、正載荷時のA点において鉄筋が初めて降伏し、その後鉄筋の降伏が進行しB点で荷重を反転させている。このケースは等配筋パネルに純せん断力が載荷されていることから、x,y両方向の鉄筋の塑性化の程度は同じである。負載荷時には、x,y方向の鉄筋は既に降伏していることから、鉄筋モデルにおける応力-ひずみ履歴は既に降伏した応力・ひずみ点を目指す。その結果、復

元力曲線はC点を目指すのではなく、正載荷時の反転位置(B)におけるせん断応力・ひずみと同じ大きさを持つ負のせん断応力・ひずみ点Dを目指す。D点において再度鉄筋が降伏し、E点にて荷重の反転が生じた後は、E点と逆符号のF点を目指す。この見掛け上の復元力の低下は鉄筋モデルの履歴挙動によるものである。よって、E,F点内での繰り返し挙動に関しては、この復元力の低下は生じず、それぞれE,F点を目指す挙動になる。

鉄筋降伏後の徐荷過程において、作用せん断力が0になる前後は、非常に小さな剛性(=平均せん断応力-平均せん断ひずみ関係における勾配)になっている(例えば、図-23)。この挙動に影響を与えるのは、ひび割れたコンクリートの再接触付加応力モデルである。作用せん断力が0になる前後では、2方向のひび割れの一方は閉じようとしており、もう一方は開こうとしている。開いているひび割れが閉じる過程においては、局所的なコンクリートの接触によりひび割れが閉じる以前から圧縮応力が伝達され始めるのである。このモデルの影響を検討するために、SR10の鉄筋降伏後の載荷ループを例に比較解析を行った。図-23に示す比較解析より、再接触付加応力が大きいほど荷重反転前後の剛性は大きくなる事が分かる。

#### b)等配筋・せん断+軸力載荷ケース(図-28~30)

これらは、2方向の配筋量が等しいものの、せん断力と軸力を受ける条件下での繰り返し載荷であ

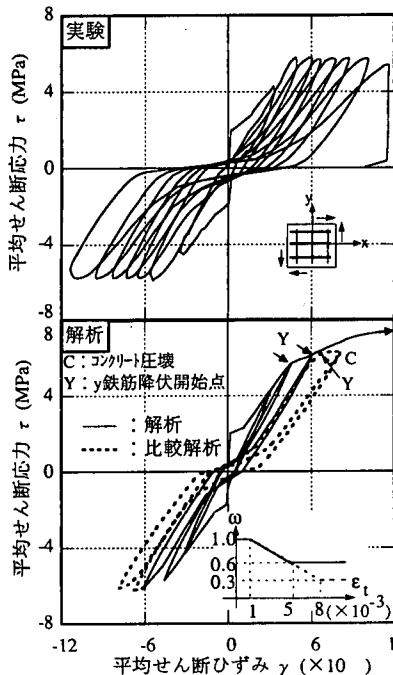


図-31 SE8

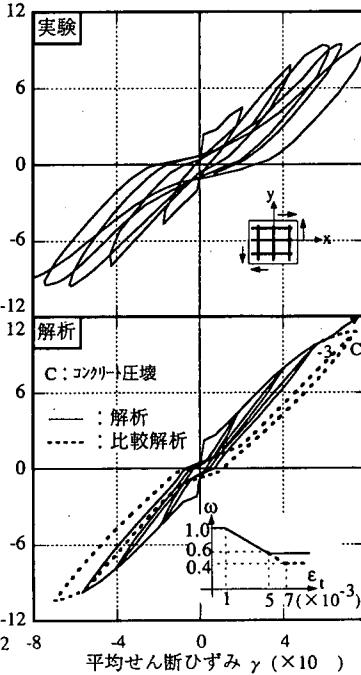


図-32 SE9

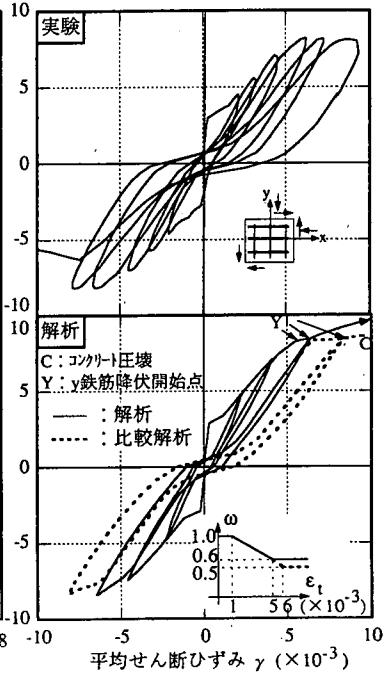


図-33 SE10

表-3 検討ケース (SEシリーズ)

供試体	SE8	SE9	SE10
荷重条件*2			
$\tau : P_x : P_y$	1:0:0	1:0:0	$\tau : -\tau/3 : -\tau/3$
鉄筋			
$p_x$ (%)	2.93	2.93	2.93
$f_{yx}$ (MPa)	492	422	492
$p_y$ (%)	0.98	2.93	0.98
$f_{yy}$ (MPa)	479	422	479
コンクリート			
$f_c$ (MPa)	37.0	44.2	34.0
$f_c^{(*)}$ (MPa)	1.9	2.2	2.2
*1: 計算用いた引張強度			
*2: 右図			

る。発生する正負のひび割れは直交しないことから、ひび割れ面でのせん断伝達応力が生じる。SP-1.7-50は一定軸圧縮応力 ( $50 \text{kgf/cm}^2$ ) 下での繰り返しせん断載荷であり、CR2・TR3は繰り返しせん断力に比例した軸圧縮・引張力を受けるケースである。

これらのケースにおいても、平均せん断応力—平均せん断ひずみ履歴曲線は、実験値と同様な挙動を示している。また、ひび割れの発生角度も実験結果と良好に一致しており、CR2のケースにおいては  $x$  方向鉄筋との成す角度が解析では  $33^\circ$  (正負載荷時) に対し実験では約  $35^\circ$  である。TR3のケースにおいては  $x$  方向鉄筋との成す角度が解析では  $57^\circ$

(正載荷時) に対し実験では約  $54^\circ$  である。

### (3) SEシリーズ実験との検証

Stevens ら<sup>32)</sup>による実験 (SEシリーズ) との比較解析を行う。検証ケース・結果を表-3、図-31～33に示す。なお、実験との比較をわかりやすくするために、解析する載荷ループは実験の載荷ループの一部分とした。検証結果より、解析結果はおおむね実験結果と一致していること判断されるが、これらすべてのケースは、コンクリートの圧縮破壊で最終耐力が定まっており、解析による最終耐力は実験値を上回る傾向にある。以下に個々のケースについて説明・検討を行う。

SE8は、異方配筋 (強軸鉄筋比3%、弱軸鉄筋比1%) パネルに純せん断繰り返し載荷を行ったケースである。この実験では弱軸方向の鉄筋が降伏し、その後は強度の上昇は少ないものの、しばらく安定した載荷ループを描いている。そして、最終的にはコンクリート破壊で実験を終えている。解析では、弱軸方向の鉄筋降伏までは実験とほぼ同様な挙動を示すものの、その後も強度上昇を続けており、実験とは異なる傾向である。その理由としては、ひび割れたコンクリートの圧縮剛性モデルの影響が大きいと考えられる。圧縮直角方向の引張ひずみによる低減を、大きくした場合についての比較解析結果を図-31に示す。この場合、圧縮直角方向の引張ひずみによ

る低減率は、実験における破壊時のコンクリート圧縮応力と1軸圧縮強度比を参考に定めた。比較解析結果は、弱軸方向鉄筋の降伏の進行に伴うひび割れの開口によりコンクリート圧縮応力の低減が進行し、平均せん断応力の上昇が少ないまま、平均せん断ひずみが増加しており、実験と同様な傾向を示している。

SE9は、等方配筋パネルに純せん断繰り返し載荷を行っており、その最終耐力はコンクリートの破壊により定まっている。解析では、耐力付近までの挙動は実験と良好に一致するものの、耐力値については実験を上回っている。この場合についても、SE8と同様に、圧縮直角方向の引張ひずみによる低減を大きくすることにより、実験と比較解析は同様な傾向を示す(図-32)。

SE10は、異方配筋(強軸3%, 弱軸1%)パネルにせん断力と、それに比例した等方軸圧縮力を繰り返し載荷したケースである。この実験もSE8と同様に、弱軸方向の鉄筋の降伏が生じた後にコンクリートが圧縮破壊している。このケースについても圧縮直角方向の引張ひずみによる低減の効果を考慮することにより、実験と比較解析はその破壊まで同様な傾向を示す(図-33)。

すべてのケースにおいて、解析から得られる耐力は実験値を上回っている。その理由として、ひび割れたコンクリートの圧縮挙動モデルの影響が大きいことが、比較解析より示された。

圧縮強度や剛性の低減は本モデルで考慮しているひび割れ直交ひずみのみならず、1)鉄筋との交差角、2)配筋の詳細、3)載荷パターンなど、さらに複数の要因の影響を受けるものと思われる。事実、圧縮強度低減率は研究者間でもかなりばらつきがある。本モデルの基礎とした実験<sup>26)</sup>は、1)鉄筋に直交する方向にひび割れが導入される条件、2)鉄筋方向に引張応力が導入されていない条件、3)ひび割れに平行する方向には鉄筋が配置されていない条件、の下での実験データから求められており、検証結果からも分かるように、最も圧縮性能を落とさない条件にあると判断される。

比較解析で示したように、この要素レベルでの検証結果から、検証に使用したデータに最も適合する圧縮低減係数式に修正することも可能ではある。しかし、低減の機構を説明する変数を特定しないで、単にこれまでの構成則の枠組み内で処理することは得策ではないと判断した。すなわち、構造解析への適用において、コンクリートの圧縮破壊によって挙動が決定されるようなケースについては、本モデル化の予測が実際よりも過大に剛性を評価することを

承知した上で、安全余裕をもとに工学的判断に使用することが、現時点においては適当と考えている。今後、構成則自体の完備性を追求する上で、種々の条件を勘案した圧縮剛性低減率を詳細に定量化することは、一層の精度向上につながるものである。

## 6. 結論

本研究は、高精度化を主目的とした第1著者らによる既往の2方向RCひび割れモデル<sup>2)</sup>を、動的応答解析上の要件を念頭に置いた上で、必要にして十分な精度と数値モデルとしての完備性と簡便性を追求して再構成し、要素レベルでの検証の範囲において、既往モデルと同等の精度を有することを確かめたものである。

以下に本研究の結論をまとめる。

1)RCモデルを構成する個々の材料挙動モデル、すなわち、ひび割れたコンクリートの圧縮・引張モデル・せん断伝達モデル・鉄筋モデルは、経路依存性を表現するために必要な履歴変数がそれぞれ6・4・20個と、少ないにもかかわらず、既往モデルとほぼ同等の適用性を与える構成モデルを提案した。

2)本RCモデルでは、直交2方向にひび割れた状態でのせん断伝達挙動に関して、2方向のひび割れに沿ったせん断ズレを厳密に評価し、数値モデル化した。

3)2以外に、材料挙動モデルに関して新たに拡張を加えた点を以下に示す。

- ・ひび割れ発生基準に関して、圧縮応力載荷履歴によるひび割れ発生応力の低下を考慮し、数値モデル化した。

- ・鉄筋配置とひび割れ発生方向に関するコンクリートの平均引張応力分担の異方性を考慮できる、Tension-stiffnessモデルを新たに提示した。

- ・高ひずみ領域までも表現可能なトリリニア型の鉄筋モデルを適用するとともに、鉄筋配置とひび割れ発生方向による鉄筋の平均降伏強度の異方性を、簡潔に数値モデル化した。

4)一様応力場で交番繰り返しを含む、種々の応力経路を受けるRC板要素レベルでの検証を、過去に用いた実験結果のみならず、それ以後蓄積された要素レベルでの実験結果も含めて行った結果、既往モデルと同等の精度を有していることが確かめられた。但し、コンクリートの圧壊で耐力が決定されるケースでは、解析は過大評価を与える傾向にあることが認められた。

また、多様な荷重経路を受けるRCの非線形応答解析の適用範囲を拡大するには、3,4方向にひび割れ

るRCの挙動表現が重要となると考えられるが、再構築した本RCモデルは、その基盤を成すものである。独立3・4方向の非直交ひび割れを含むRC構成モデルへの拡張については、別途報告する。さらに、本論文では要素レベルでの検証を行ったが、構造解析への適用を目的として構成モデルの適用性を検証するには、部材・構造レベルでの検証が不可欠である。これについても別途報告を行う。

**謝辞：**本研究は、既往の構成モデルに関する知見の再構築と、次なる展開への基盤作りに当たる性格を持つことから、東京大学・岡村 甫教授より常に有意義な方向づけを頂いた。ここに謹んで感謝の意を表したい。

#### 参考文献

- 1)前川宏一、長谷川俊昭：コンクリート構成則の研究動向と課題、コンクリート工学、Vol.32, No.5, pp.13-22, 1994.5.
- 2)岡村 甫、前川宏一：鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則、技報堂出版、1991.
- 3)An, X., Maekawa, K. and Okamura, H. : Numerical simulation of size effect in shear strength of RC beams, J. Materials Conc. Struct., Pavements, JSCE, No.564/V-35, pp.297-316, 1997.
- 4)出雲淳一、申鉢穂、前川宏一、岡村 甫：正負繰り返し面内力下におけるRC板要素の解析モデル、土木学会論文集、408号/V-11, pp.51-60, 1989.8.
- 5)Irawan, P. and Maekawa, K. : Path-dependant nonlinear analysis of reinforced concrete shell, J. Materials Conc. Struct., Pavements, JSCE, No.557/V-34, pp.121-134, 1997.
- 6)Fukuura, N. and Maekawa, K. : Multi-directional fixed crack model of reinforced concrete under cyclic stresses, Computational Modeling of Concrete Structures, EURO-C, pp.143-152, 1998.
- 7)岡村 甫、前川宏一：鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析、土木学会論文集、360号, pp.1-10, 1985.8.
- 8)李 宝禄、前川宏一：接触密度関数に基づくコンクリートひび割れ面の応力伝達構成式、コンクリート工学、Vol.26, No.1, pp.123-137, 1988.
- 9)Maekawa, K. and Okamura, H. : The deformational behavior and constitutive equation of concrete using the elasto-plastic and fracture model, Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo (B), Vol.37, No.2, pp.253-328, 1988.
- 10)前川宏一、土屋智史、福浦尚之：鉄筋コンクリートの非線形解析の現況と耐震性能照査法の構築に向けた今後の取り組み、第2回鋼構造物の非線形解析と耐震設計への応用に関するシンポジウム論文集、pp.1-16、土木学会、1998.11.
- 11)Rots, J. G. : Computational modeling of concrete fracture, Ph.D. Thesis, Delft Univ. of Tech., 1987.
- 12)de Borst, R. and Nauta, P. : Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model, Engineering Computations, Vol. 2, pp.35-46, 1985.3.
- 13)Li, Y., Ozbolt, J. and Elieghausen, R. : Numerical verification of the new microplane model for concrete, Computational Modeling of Concrete Structures, EURO-C, pp.127-132, 1998.
- 14)Cornelissen, H. A. W., Hordijk, D. A. and Reinhardt, H. W. : Experimental determination of crack softening characteristics of normal weight and lightweight concrete, HERON, Vol.31, No.2, 1986.
- 15)Mazars, J., Ragueneau, F. and La Borderie, C. : Material dissipation and boundary condition in seismic behaviour of reinforced concrete, Computational Modeling of Concrete Structures, EURO-C, pp.579-592, 1998.
- 16)前川宏一、岡村 甫：2軸応力下（圧縮-引張領域）にあるコンクリートの変形特性、コンクリート工学、Vol.21, No.3, pp.9-19, 1983.3.
- 17)Kupfer, H., Hislsdorf, H. K. and Rush, H. : Behavior of concrete under biaxial stress, ACI, J., Vol.66, No.8, pp.656-666, 1969.
- 18)Niwa, J., Maekawa, K. and Okamura, H. : Nonlinear finite element analysis of deep beams, IABSE colloquium, Vol.34, pp.625-638, Delft, 1981.
- 19)出雲淳一、島 弘、岡村 甫：面内力を受ける鉄筋コンクリート板要素の解析モデル、コンクリート工学、Vol.25, No.9, pp.107-120, 1987.
- 20)Shima, H. and Tamai, S. : Tension stiffness model under reversed loading including post yield range, IABSE Colloquium Delft, pp.547-556, 1987.
- 21)Salem, H. and Maekawa, K. : Spatially averaged tensile mechanics for cracked concrete and reinforcement under highly inelastic range, Journal of Materials, Concrete Structures, Pavements, JSCE, February, 1999.
- 22)Kato, B. : Mechanical properties of steel under load cycles idealizing seismic action, CEB Bulletin D'Information, NO.131, pp.7-27, 1979.
- 23)福浦尚之、前川宏一：RC非線形解析に用いる鉄筋の繰り返し履歴モデル、土木学会論文集、564号/V-35, pp.291-295, 1997.5.
- 24)Collins, M. P., Vecchio, F. J. : The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stress, University of Tronto, March, 1982.
- 25)Vecchio, F. J. : Reinforced concrete membrane element formulations, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.116, No.3, pp.730-750, 1990.3.
- 26)宮原長久、川上泰司、前川宏一：ひびわれを含む鉄筋コンクリート板要素の一軸圧縮応力下における非線形挙動、土木学会論文報告集、No.378, pp.249-258, 1987.2.
- 27)中山達雄、松井 宏、大池 助、瀬谷 肥、大松沢恭一、武田寿一、山口恒雄、内田 墓：高温と外荷重とを受けるコンクリート構造物に関する実験的研究（その8）円筒部材の加熱+加力時挙動、日本建築学会学術講演梗概集（東海）構造系、pp.883-884, 1985.10.

- 28)大森信次, 高橋敏夫, 坪田張二, 井上範夫, 栗原和夫,  
渡辺茂雄: 繰り返し面内せん断力を受ける鉄筋コンクリート平板の断塑性挙動に関する実験的研究, 建築学会構造系論文報告集, 第403号, pp.105-118, 1989.9.
- 29)吉川弘道, 飯田剛, 角一行, 中川品夫, 山縣博士: コンクリート製格納容器 (C C V) のせん断挙動に対する研究, 間組研究年報, pp.157-173, 1982.
- 30)栗原和夫, 大森信次, 高橋敏夫, 坪田張二, 渡辺茂雄:  
繰り返し面内複合応力を受けるRC平板の断塑性挙動に関する実験的研究その1, 日本建築学会学術講演梗概集(中国)構造系, pp.663-664, 1990.10.
- 31)渡辺茂雄, 大森信次, 高橋敏夫, 坪田張二, 栗原和夫:  
繰り返し面内複合応力を受けるRC平板の断塑性挙動に関する実験的研究その3, 日本建築学会学術講演梗概集(東北)構造系, pp.431-432, 1991.9.
- 32)Stevens, N. J., Uzumeri, S.M. and Collins, M.P. : Analytical modeling of reinforced concrete subjected to monotonic and reversed loadings, University of Toronto, 1986.

(1999.2.12受付)

## RE-FORMULATION OF SPATIALLY AVERAGED RC CONSTITUTIVE MODEL WITH QUASI-ORTHOGONAL BI-DIRECTIONAL CRACKING

Koichi MAEKAWA and Naoyuki FUKUURA

This paper presents re-formulation of RC constitutive model with quasi-orthogonal cracks from one which have been developed with a mark for highly exactness of RC behavior until now. The model aims at simplicity of numerical programming and necessary accuracy for applying to dynamic response analysis of RC structure. Though path dependant parameters of cracked concrete and reinforcing bar are reduced in the model, range of applicability and accuracy are almost same as before one. Applicability of RC model is verified by comparing wide-range experiments which are subjected to various stress paths on uniformly stress field, and which contains before used for past-verification and newly added in this verification.