

長大斜張橋の静的, 動的安定解析に基づく 最小主桁断面形状設定に関する考察

長井正嗣¹・謝旭²・山口宏樹³・藤野陽三⁴

¹正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

²正会員 博士 (学術) 開発コンサルタント(株) (〒175-0005 東京都豊島区南大塚 3-20-6)

³正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保 255)

⁴フェロー会員 Ph.D. 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

本論文はスパン 1000m を超える長大斜張橋の静的, 動的安定解析を通し, 基本的な特性を明らかにするとともに安定性を確保できる最小の主桁断面形状設定に関する設計資料を提供している。面内荷重を対象とした弾塑性有限変位解析, 桁の変位に依存して変化する風力を扱える有限変位解析, モード座標をベースとしたフラッター解析を用い, 試設計された桁幅, 桁高さの異なる 4 種類の断面を対象に安定性の検討を行っている。その結果, 横ねじれ座屈が生じる静的限界風速はフラッター風速に比べて低く, したがって風荷重用下での安定性は静的問題に支配されること, また, 安定性が確保できる桁幅や桁高さのスパンに対する比はこれまでの設計で用いられてきた値に比べてさらに小さくできる可能性を明らかにしている。

Key Words : cable-stayed bridges, ultimate strength, lateral torsional buckling, flutter, wind effects

1. まえがき

近年, 斜張橋は長大化の傾向にあり, スパン 856m の Normandier 橋¹⁾がフランスで完成し, また多々羅大橋 (890m)²⁾も 1999 年に完成した。かつては吊橋が最も経済的と考えられていたスパン領域で斜張橋が建設されたことになる。斜張橋については, スパン 1000m を超える長大スパン化の可能性に関する検討も積極的に行われている。例えば, スパン 1800m まで斜張橋は吊橋に対して競争力があるといった検討³⁾や, またスパン 3200m でも十分建設可能で, しかも吊橋に比べて経済的であるという見解が報告⁴⁾されている。この他にも, 1000m を超える斜張橋の検討が幾つか見られる^{5)~8)}。しかしながら, これらの検討は概略検討の色彩が強く, 本文で明らかにしようとする静的, 動的不安定挙動が厳密に検討されていないと考える。例えば, 斜張橋の断面設計に当たり, 面内耐力評価に弾性固有値解析が用いられ, 風荷重用下での不安定挙動が厳密に評価できていない問題がある。したがって, 吊橋と斜張橋の鋼重量をベースとした経済性比較に関する検討では,

それが正当に行われているかについて疑問が残る。

ところで, ポスト本四プロジェクトとして, 第 2 国土軸構想の中にスパン 1000m 以上, 2500m 程度までの橋梁群の建設が計画されているが, それらを実現する上で, より経済的な橋システムの開発が社会的な要請となっている。すなわち, 吊形式橋梁の双壁である吊橋や斜張橋において, どの程度のスパンにおいていずれの形式がより経済的かを明らかにしていくことが重要な課題となる。斜張橋にしてみれば, 依然未知の領域にあるスパン 1000m 以上の領域で果たして吊橋の代案となり得るかを明らかにすることはこの意味において有意義と考える。そのためには, このスパン領域において, 静的, 動的安定性を確保できる主桁断面構成をより厳密な解析手法を用いて明らかにしておく必要がある。

このような背景のもと, 著者らはスパン 1000m を超える自定式長大斜張橋の可能性に関する検討を行ってきた。そこでこの検討においては, スパンが 1000m を超えると, 風荷重用下での横安定を確保するために課せられるスパンと桁幅の比 (40 以下⁹⁾) が制約条件となって, 長大化に伴い桁断面が大型化

し他の吊形式橋梁に対して競争力が低下することを指摘してきた。詳細な説明は文献 6) に譲るが、以上の制約条件を前提とした場合、1200~1400m 程度が経済的に可能なスパンと考えられる。しかしながら、上記の数値 40 の根拠は必ずしも明確でなく、検討の余地がある。著者らの最近の検討結果からは、スパンと桁幅の比として 55 程度の値が適用できる可能性を示している⁹⁾。このように、より経済的な吊形式橋梁の開発要請の中で、必ずしも主桁断面構成に関わる問題が明らかになっていないのが実状である。なお、本文において主桁の断面サイズに力点をおくのは、主桁のサイズによりほぼ連動してケーブルや塔また下部工のサイズが決まるためであり、静的、動的安定性を確保できる最小の主桁断面を見いだすことが重要となる。

本文では、斜張橋の静的、動的不安定挙動を解明するための解析方法、すなわち、1)面内耐力については弾塑性有限変位解析、2)風荷重作用下の静的安定性については変位依存型の風荷重を扱う弾性有限変位解析、3)動的安定性についてはモード座標系でのフラッター解析を用い、これまで経済的に適用できる限界スパンと考えられている 1400m クラスの長大斜張橋を用いて、その不安定挙動を解析的に明らかにする。さらに、安定性が確保できる断面構成について、具体的にはスパンと桁幅、桁高さの比に関する計画上の指標を数値計算例を通して明らかにし、今後の計画設計上の資料を提供する。

なお、著者らは文献 10) において、桁幅 20m, 25m (ともに桁高 3.5m)、桁幅 30m, 35m (ともに桁高 4.0m) とした主桁断面を用いた同様の検討を行っている。そこでは、風荷重作用下の安定照査は本文と同じ手法を用いているが、面内荷重に対する安定照査は近似的手法である修正 E_f 法¹¹⁾で照査した。しかし、修正 E_f 法では、終局時の荷重倍率に対しては比較的精度良い解が得られることが確認できていないものの、崩壊に至るまでの過程が追跡できず、さらに崩壊時の形状にも差異が生じ、その意味では厳密性に欠ける。そこで本文では、現有の技術の範囲で信頼性が最も高いと考えられる弾塑性有限変位解析による照査を行い、終局時ならびにそれに至るまでの挙動を明確にし、最小断面の特定を行っている。また、桁幅 20m モデルの主桁鋼重量は、2.(2)で説明する塔位置近傍での桁断面補強が大規模になることに起因して、桁幅 25m モデルより大きくなった。そのため、今回の検討対象から除外している。以上のように、これまでの研究⁹⁾¹⁰⁾をベースに桁断面を絞り、解析法については弾塑性有限変位解析を新たに導入した検討を行っている。あわせて、静的 3 分

力係数が不安定挙動に与える影響の考察を新たに行っている。

2. 計算モデル

図-1(a)に計算対象としたスパン 1400m 斜張橋の側面形状を示す。塔の桁上高さはスパンの 1/5、側径間長は中央径間長のほぼ半分で、側径間内に鉛直(重力方向)剛性を確保するために中間橋脚を設ける。

今回用いた主桁断面を図-1(b)に示す。図中の Bu として 25 m, 30m, hw として 3.5 m, 4.0m とした 4 種類の断面を考える。スパンと桁幅の比は 56.47 (ただし、比の計算には、図中のフェアリングは考慮していない)で、横方向の安定性を確保するのに必要とされている比 40 に比べて大きい値を採用した。面内耐力に関係する桁高さについては、スパンとの比で 400, 350 を選んだ。なお、多々羅大橋¹²⁾のこの比は約 330 で、今回の計算では更に大きい値を選んだ。

図-1 に示した桁断面の諸元は概略設計を行い決定したが、その際的设计条件と安定性照査法を以下に説明する。

(1) 主桁モデル作成のための設計条件¹²⁾と断面力計算法

- 1)断面の板厚については、上、下フランジを 12mm と設定し、縦リブを考慮して 20mm の換算板厚とした。また、腹板は 15mm 厚を仮定した。
- 2)4 車線を想定し、単位長さあたりの死荷重 (W_D) は次式で算出した。

$$W_D = 1.4 A_s \gamma_s + 70.0 \text{ (KN/m)} \quad (1)$$

ここで、 A_s は軸力に抵抗する主桁の断面積、係数 1.4 は横リブ、垂直補剛材等の軸力に抵抗しない部材の重量を考慮するための係数で、高力ボルト接合を前提に仮定したものである。 γ_s は鋼の単位体積重量 ($=77\text{KN/m}^3$)、また、70 (KN/m) は仮定した後死荷重である。

- 3)活荷重の大きさは分布荷重のみを考え、38KN/m とする。
- 4)材質は発生する最大応力を予測し¹³⁾、SM570 材 ($\sigma_y=451\text{N/mm}^2$) とした。
- 5)完成系の設計風速は、桁、ケーブルでそれぞれ 60, 70m/s とし、架設系の風荷重は完成系の約半分、すなわち風速で 70% とした。ケーブルに作用する風荷重は桁、塔に半分づつ作用させた。また、抗力係数は桁、ケーブル、塔でそれぞれ 0.8, 0.7, 1.4 とし

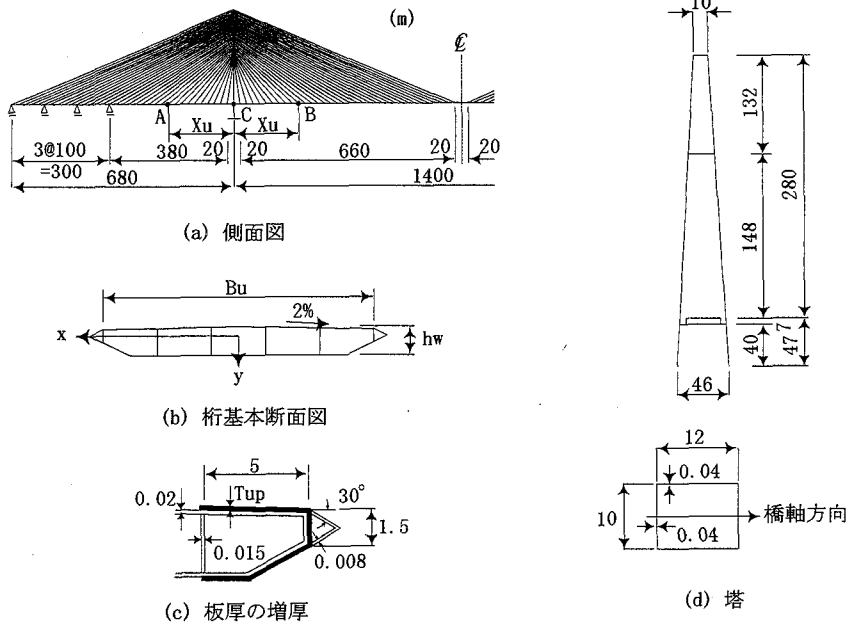


図-1 斜張橋モデル

表-1 断面諸量

	Bu (m)	hw (m)	A (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	J (m ⁴)	I _w (m ⁶)	W (KN/m)	X _u (m)
桁	25	3.5	1.314 (2.243)	2.56 (4.050)	75.653 (177.323)	5.767 (9.395)	90.431 (314.397)	210.26 (281.78)	200
	25	4.0	1.348 (2.359)	3.291 (5.130)	76.932 (187.140)	7.133 (11.333)	106.659 (404.954)	213.93 (291.76)	200
	30	3.5	1.563 (2.134)	3.083 (3.987)	127.201 (222.835)	7.08 (9.615)	173.351 (369.716)	237.10 (283.13)	120
	30	4.0	1.605 (2.182)	4.002 (5.051)	129.658 (225.990)	8.889 (11.728)	210.045 (452.920)	241.63 (286.04)	140
塔(1柱当り)			1.76	30.667	40.32	39.273	—	189.68	—

() : 増厚部の値

た. 以上の設計条件を用い断面力の計算を行った. 面内荷重による断面力は著者の一人が提案している簡易計算法¹⁰⁾を用いた. また, 風荷重による断面力は塔, ケーブルを無視した連続桁モデルを用い, ケーブルに作用する風力の半分を桁に作用させて計算した.

(2) 安定照査

本モデルの断面諸元の決定にあたり, 以下の条件を設けた.

1) 死, 活荷重作用時に生じる応力 (σ_D, σ_L) の合計は部材材料の降伏点 (σ_y) に対して 1.7 の安全率を有する. また, 死荷重による応力と風荷重による応力 (σ_w) の合計応力は部材材料の降伏点に対

して 1.15 の安全率を有する. 安全率 1.15 は本四基準¹⁹⁾を参照し, 割り増し係数 1.5 を採用したものである. 以上の条件を数式で表示すると以下のようになる.

$$\sigma_D + \sigma_L < \sigma_y / 1.7 - 19.6 \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (2)$$

$$\sigma_D + \sigma_w < \sigma_y / 1.15 - 19.6 \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (3)$$

なお, 死荷重時の曲げモーメントによる応力 (ただし, 死荷重作用時のケーブル張力を, ケーブル定着点が桁の支点となるように決定するため小さい値となる) やシヤラグ応力, またせん断応力を考慮しない概略設計のため, 許容応力度として降伏点を上記安全率で割った値にさらに 19.6N/mm² の低減を行っ

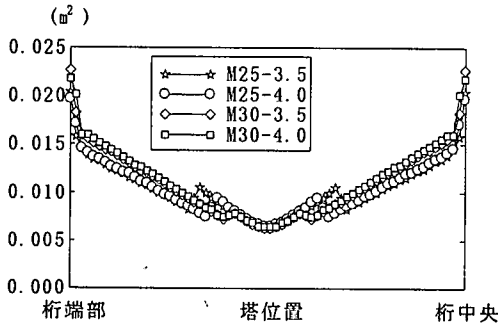


図-2 ケーブル断面積

ている。また、主桁を構成する薄板の局部座屈は材料が降伏点に達するまで生じないものとした。

長大橋では、主桁の軸力による応力が大きくなるが、塔位置では風荷重による応力も大きい。塔位置での応力が式(3)を満足しない場合、図-1(c)に示すような増厚を行う。すなわち、外腹板位置から外腹板を含めフランジ 5m の区間について、式(3)を満足するように増厚する(図中の黒塗り部分)。これは、横方向の断面 2 次モーメントを効率的に確保するためである。なお、5m を 7m とした検討を行ったが鋼重量の変動が小さいため 5m とした。

2) ケーブルの設計では、死、活荷重の比を 0.25 と仮定し、許容応力度を 588N/mm^2 とする。現行の許容応力度は 628N/mm^2 であるが、死、活荷重以外の荷重を考慮しない概略設計のため、多少の余裕をみて決定した。

(3) 計算モデルの断面諸量

表-1 に主桁断面の諸元と重量を示す。表中、() 内の数値は塔近傍の増厚部の値で、この諸元を用いる範囲は、同じく表中の Xu 区間(図-1(a)参照)である。

今回の計算で仮定した塔の形状と断面および断面諸量をそれぞれ図-1(d)、表-1 に示す。また、図-2 にケーブル断面積(片面当り)を示す。なお、図中の記号、例えば M25-3.5 は桁幅 25m、桁高 3.5m モデルを意味する。

3. 弾塑性有限変位解析による静的面内安定性

周知の通り、斜張橋ではスパンが長くなるにつれて桁軸力が大きくなり座屈耐力が確保できる桁断面の設計が重要となる。しかしながら、耐力評価のための明確な設計手法がないことから、本文では現有技術の範囲で最も精度良く耐力を推定できる弾塑性有限変位解析による検討を行うこととする。

(1) 解析手法

斜張橋を構成する桁、塔部材は閉断面を有するはり部材で、またケーブルは 4 節点アイソパラメトリック弾性要素¹⁶⁾でモデル化している。なお、はり部材の弾塑性有限変位解析手法また斜張橋としての解析手法は著者らの文献(9,17)に詳述しているため、ここでは解析の概要を紹介する。

はり部材の弾塑性有限変位解析で用いた仮定は以下の通りである。

- 1) 板厚方向の応力は 0 で断面変形は生じない。
- 2) 弾塑性状態でも変位場は変化しない。すなわち、板の局部座屈は生じないものとする。
- 3) そりによる垂直応力、せん断応力また曲げせん断応力は無視する。
- 4) 材料は完全弾塑性体とする
- 5) 塑性域では、Prandtl-Reuss のひずみ増分理論と Von Mises の降伏条件が成り立つ。
- 6) 弾塑性状態でも断面各室のせん断流は一定とする。

本手法の基礎方程式は次式で与えられる。

$$([K_{ep}]^e + [K_\sigma]^e) \{\Delta u\}^e = \{\Delta f\}^e \quad (4)$$

$$[K_{ep}]^e = \int_V [B]^T [D_{ep}] B dv \quad (5)$$

$$[K_\sigma]^e = \int_V [G]^T [\sigma][G] dv \quad (6)$$

ここで、 $[K_{ep}]^e, [K_\sigma]^e$ は要素の弾塑性および幾何剛性マトリックス、 $\{\Delta u\}^e, \{\Delta f\}^e$ は変位増分と外力増分ベクトル、 $[B], [G]$ はひずみと変位を関係づける内挿関数よりなるマトリックス、 $[\sigma]$ は初期応力よりなるマトリックス、 $\int_V dv$ は体積積分、 $[D_{ep}]$ は次で定義される。

$$\{\Delta \sigma\} = [D_{ep}] \{\Delta \epsilon\} = \begin{bmatrix} D_1 & D_3 \\ D_3 & D_2 \end{bmatrix} \{\Delta \epsilon\} \quad (7)$$

ここで、弾性域では、

$$D_1 = E, \quad D_2 = G, \quad D_3 = 0 \quad (8)$$

塑性領域では、

$$D_1 = 9EG\tau^2/D_0, \quad D_2 = EG\sigma^2/D_0 \\ D_3 = -3EG\sigma\tau/D_0, \quad D_0 = E\sigma^2 + 9G\tau^2 \quad (9)$$

である。なお、 $\{\Delta \sigma\}, \{\Delta \epsilon\}$ はそれぞれ増分応力、ひずみベクトル、 E, G はそれぞれ縦およびせん断弾性係数、 σ, τ はそれぞれ垂直およびせん断応力である。

また、Von Mises の降伏条件は相当応力を用いて、

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma_y \quad (10)$$

となる。ここで、 σ_y は単軸引張降伏応力である。

次に、斜張橋特有の解析手順、すなわち死荷重状態の作成方法について説明する。中央径間側のケーブル張力の鉛直成分を、ケーブル定着位置を支点とした連続桁の反力と一致するように決定する。塔に曲げモーメントを生じさせない条件から側径間側のケーブル張力の鉛直成分を決定する。このとき、ケーブルはカタナリーケーブル⁸⁾として扱う。本モデルでは、桁の閉合位置を中央径間中央とし、閉合のための曲げモーメントが10,000 KNm以下となるよう上段ケーブルの張力を調整している。つまり、完成状態から後死荷重を除去（作用方向と逆方向に荷重載荷する）した状態で閉合位置のモーメントが10,000KNm以下になるまで張力を調整する。完成状態が設定できた状態で、ケーブルを前述の4節点アイソパラメトリック要素⁹⁾に置き換える。なお、4.で説明する風荷重作用下の有限変位解析においても、同様の手順で完成状態を作成している。

さて、終局強度解析に当たっては、部材の残留応力や初期たわみの影響を考慮する必要がある。残留応力が終局挙動や強度に与える影響は文献17)に示されている。ここでは、桁が終局にいたる過程で挙動に差異が見られるものの、終局強度に与える影響は小さいことが明らかにされている。また、初期たわみについても、弾性座屈モードを初期たわみ波形として用いた解析⁹⁾から、その影響が小さいことが明らかにされている。そのため本文では、これらの影響を考慮しないこととした。

(2) 荷重載荷方法

本文では、図-3に示すように死荷重分布に比例した分布荷重を増加させて耐荷力の検討を行う。死荷重状態を作成した後、図に示す死荷重 W_D の倍率 β を荷重パラメータとして増加させる。なお、本計算において $\beta=0$ は死荷重のみが作用した状態を意味する。このときの桁曲げモーメントを図-4に示す。図より、塔位置での曲げモーメントが大きいことがわかる。塔位置では桁軸力も大きいことから、この位置で初期降伏が生じることが予想できる。なお、文献20)では、荷重増加とともにケーブル張力も増加させている。著者らも文献21)において、死荷重の増加とともにケーブル張力を増加させる計算を別途行い、両者の比較を行った。ケーブル張力も同時に増加させることで、桁の曲げモーメントが小さくでき、したがって終局強度が上昇する傾向が見られた。しかし、その差異は小さかった。

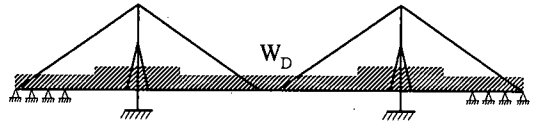


図-3 荷重載荷

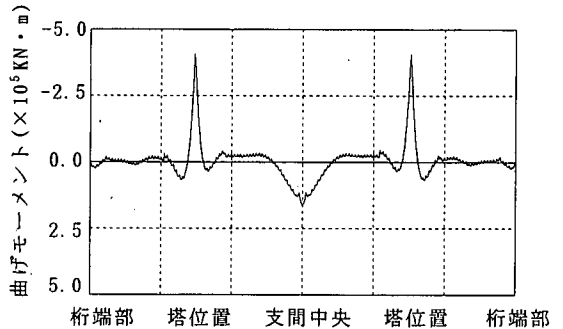


図-4 桁の曲げモーメント分布 (M25-3.5)

(3) 計算結果と考察

図-5に荷重と変位の関係を示す。図中(a),(b),(c)はそれぞれ桁端部の桁軸方向変位、中央径間中央の鉛直変位、塔頂の橋軸方向変位である。いずれのモデルも荷重パラメータ $\beta=1.7\sim 1.9$ (載荷荷重の死荷重に対する倍率は1.0を加えて2.7~2.9)で変位の急増がみられる。また、これらの変位は、桁軸方向の変位を除いて荷重に線形比例して増加していることがわかる。これより、終局状態に至るまで、本モデルでは幾何学的非線形の影響が小さいことがわかる。

図-6に断面変化位置と塔位置の桁の軸力と曲げモーメントの相関曲線を示す。図中、 N, M はそれぞれ作用軸力と曲げモーメント、 N_y, M_p はそれぞれ降伏軸力と全塑性曲げモーメントである。塔位置の桁には、図-4に示したように大きな曲げモーメントが生じることから、この位置で初期降伏が生じる。その後、モーメントの減少、すなわち断面力の再配分が生じ、断面変化位置の軸力 (N_{CR}) が降伏軸力 (N_y) に近い状態 (各モデルで $N_{CR}/N_y = 0.95\sim 0.98$) となって終局状態に至る。

図-7に終局状態での変位の増分モード形を示す。これより、いずれのモデルも断面変化位置 A,B 点 (図-1(a)参照) 近傍において鉛直変位が急増していることがわかる。このとき、A,B 点近傍の桁軸方向変位も急増している。

これらの結果から、今回の荷重載荷では、まず塔位置の桁に初期降伏が生じ、その位置で曲げモーメントの再配分が生じ、断面変化位置の軸力が降伏軸力に近い状態となって終局状態に至ったと考えられ

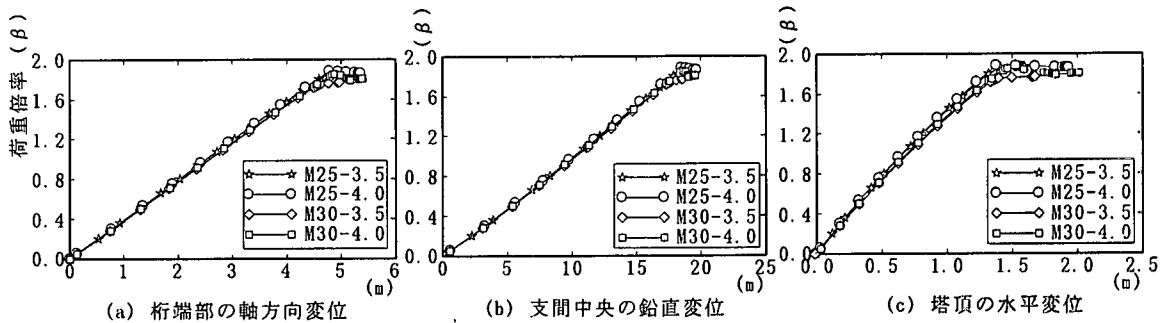


図-5 荷重-変位関係

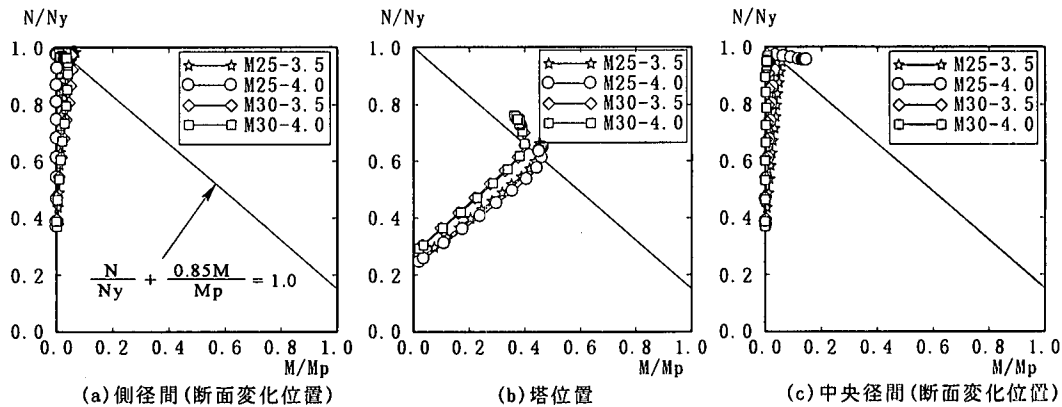


図-6 相関曲線

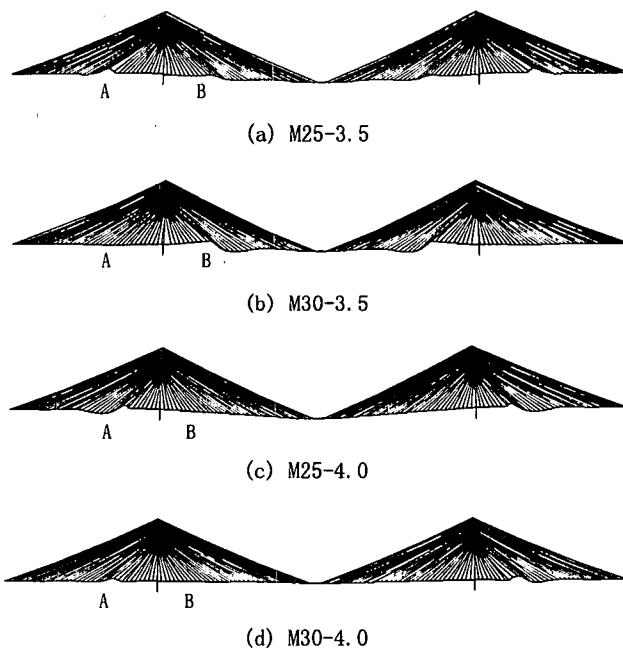


図-7 終局状態での変位増分モード形

る。また、このときの荷重倍率は2.7~2.9とかなり大きい。このように高い倍率が得られた理由として、軸力が最大となる塔位置近傍の桁断面が風荷重との組合せで決定されているためと考えられる。そのため、本モデルでは補剛板の局部座屈によって終局耐力が支配される可能性が高いと考えられる。

本解析では、ケーブルを弾性体と仮定している。各モデルで得られた終局時の荷重倍率は2.7~2.9と高いことから、桁が終局状態に至るまでにケーブルの塑性化が予想される。文献 22)では、今回と同じスパンをもつ長大斜張橋を対象に、ケーブルの塑性化が弾塑性挙動や終局強度に与える影響を検討している。そこでは、桁幅 30m、桁高さ 4.6m のモデルが扱われ、モデル M30-4.0 に比べて大型の断面であるが、同様の手順で概略設計されている。弾性ケーブルを仮定した場合の終局時の荷重倍率は約 2.7 で、今回のモデルと比較的に近い値であった。ケーブルの塑性化を考慮した場合は、倍率 2.55 と低下したが、わずかな低下といえる。そのため、本モデルでもケーブルの塑性化に伴う終局時の荷重倍率の低下が予想されるが、荷重倍率 2.0 を下回るような大幅な低下はないと考えられる。

また、本検討では架設系の耐力に関する検討を省略している。文献 10)において、架設系を対象に修正 E_f 法による安定照査を行ったが、完成系に比べて高い荷重倍率が得られた。また、長大橋を対象とした場合、完成系のみでの照査ではあるが修正 E_f 法と弾塑性有限変位解析による荷重倍率が比較的近い値を示すことが確認できている²³⁾。そのため、架設系の耐力検討は省略した。

4. 変位依存型風荷重を考慮した有限変位解析による静的面外安定性

風荷重作用時の安定性の検討にあたり、桁の回転変位に伴って空気力(抗力, 揚力, 空力モーメント)が変化する挙動、また、ケーブルに風圧力が直接作用することによってケーブル張力とともにその作用方向が変化する挙動を同時に考慮する必要がある。文献 24)では、前者の取扱い手法が提案されているが、ケーブルに作用する風圧力は桁、塔に 1/2 ずつ振り分けられており厳密な扱いになっていない。そのため、桁のねじれ変位と鉛直上向き変位が連成して急増する横ねじれ座屈時の風速に差異が生じる²⁵⁾。本文では、両者の挙動を同時に考慮した有限変位解析²⁵⁾²⁶⁾を用いて検討を行う。

斜張橋の完成状態の作成方法は 3. で説明した通りである。架設系は、完成状態から後死荷重を除去

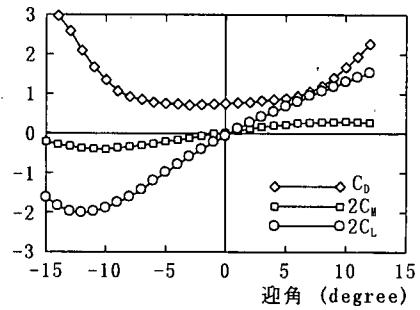


図-8 空気力係数

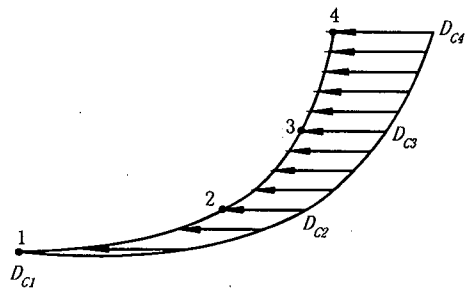


図-9 ケーブル要素

し、その後半橋を取り去って作成する。この時、桁に作用してしている断面力(桁の閉合力に対応)を、計算対象とする半橋に載荷する(断面力の作用方向と逆方向に作用させる)。

(1) 解析方法

解析手法や迎角に依存して変化する空気力の変化またケーブル張力と作用方向の変化を考慮するか否かによる結果の差異は文献 25)で詳述している。そのため、ここでは手法の概要のみを紹介する。

式(11)に示す迎角(α)に依存する単位長さあたりの抗力(D)、揚力(L)、空力モーメント(M)の三分力を桁に作用させる。

$$\begin{aligned} D(\alpha) &= 0.5\rho U_z^2 A_n C_D(\alpha) \\ L(\alpha) &= 0.5\rho U_z^2 B C_L(\alpha) \\ M(\alpha) &= 0.5\rho U_z^2 B^2 C_M(\alpha) \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 ρ は空気密度、 A_n は風向方向の投影高さ、 B は桁総幅、 C_D, C_L, C_M は三分力係数で、図-8に示す文献 24)の風洞実験結果で代用することとした。また、 U_z は設計風速で、次式で高度補正を行う。

$$U_z = (Z_0/10)^{1/2} U_{10} \quad (12)$$

ここで、 Z_0 は高度、 U_{10} は基本風速である。

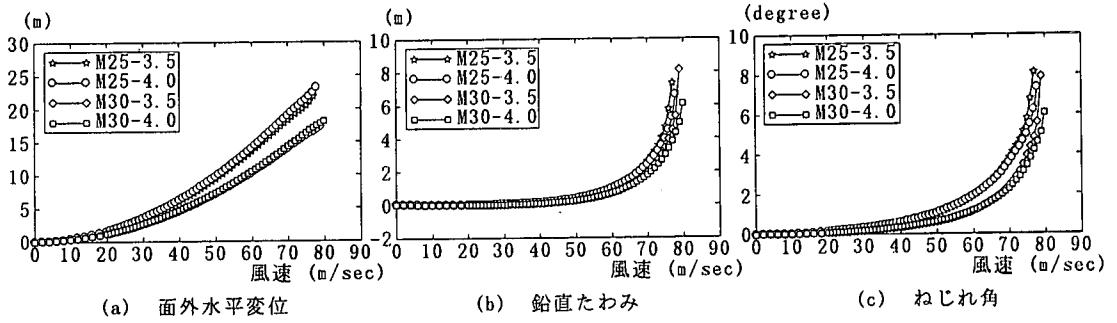


図-10 完成系の桁中央点の変位

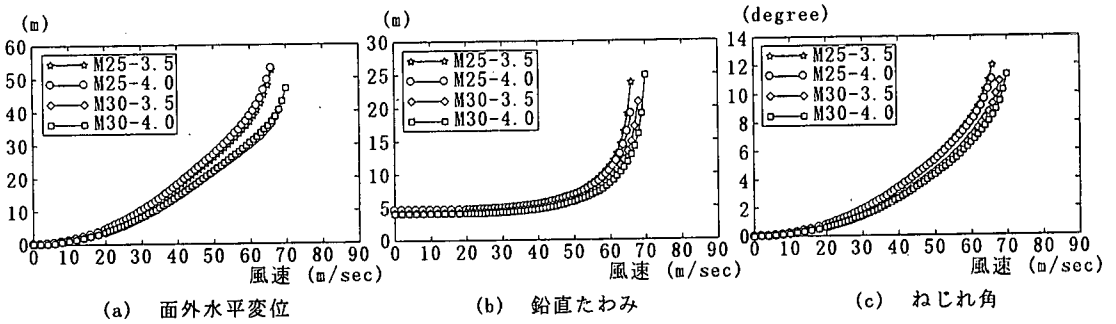


図-11 架設系の桁張出先端の変位

ケーブルは図-9 に示す 4 節点アイソパラメトリック要素⁶⁾でモデル化している。そして、ケーブルには次式で示す単位長さ当たりの抗力(D_c)を作用させる。

$$D_c = \sum N_i D_{ci} \quad (13)$$

ここで、 N_i は形状関数、 D_{ci} はケーブル外形を用いて計算した各節点での単位長さ当たりの抗力である。

(2) 解析結果と考察

図-10, 11 に中央径間中央の桁の水平変位、鉛直変位、ねじれ角と風速の関係を示す。図-10, 11 はそれぞれ完成、架設系の結果である。

図-10 より、水平変位は、同一風速のもとでは桁幅の狭いモデルほど大きな値を示す。いずれの断面も、風速 60m/s 程度から鉛直変位（浮き上がり）とねじれ角の非線形性が顕著となり、風速 77~80m/s 程度で鉛直変位とねじれ角が連成しつつ発散して不安定となる、すなわち横ねじれ座屈が生じる。この結果から、いずれの断面も不安定となる風速は今回設定した設計風速 60m/s 以上となっていることがわかる。

架設系の場合、構造系が完成系に比べて柔なため、

不安定となる風速は完成系に比べて低くなる。架設系では、横変位とねじれ角が徐々に増加し、鉛直変位が急増し始める風速からすべての変位の増加が顕著となる。不安定となる風速は 66~70m/s で、設計風速約 40m/s をクリアしている。

なお、桁幅に関係なく、不安定となる風速が同程度となっているのは、表-1 に示したように、いずれの断面も塔位置近傍では比較的近い断面諸元を有し、桁幅が狭いモデル程、増厚区間（図-(a)中の X_u ）が長いと考える。

図-12, 13 に中央径間側最上段ケーブルの張力（風上側、風下側）と風速の関係を示す。図-12 は完成系、図-13 は架設系の結果である。完成系では、風上側のケーブル張力が、桁の回転に伴い徐々に減少し始め、風速 70m/s を超えるあたりから桁の浮き上がりに伴い急激に減少する。一方、風下側の張力は桁の回転によって多少増加するが、同じく風速 70m/s あたりから桁の浮き上がりに伴い急激に減少する。一方、架設系では、風上、下側ケーブル張力の変動に差異はあまり見られず、風速 40m/s を超えるあたりから張力がともに減少し始め、桁の浮き上がりとともに急速に減少する。

図-14(a), (b)に、それぞれ完成系、架設系におけ

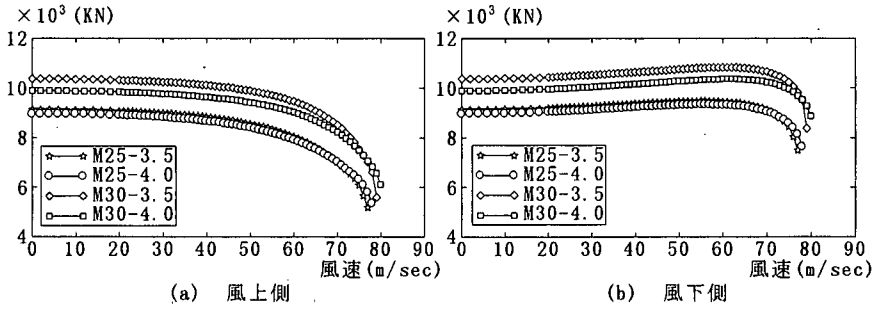


図-12 完成系の中央径間最上段ケーブルの張力

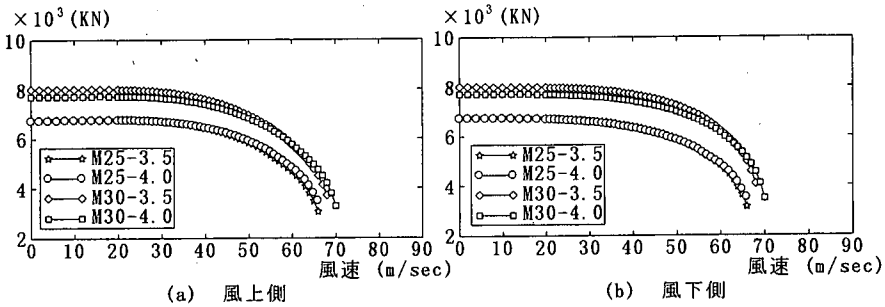


図-13 架設系の中央径間最上段ケーブルの張力

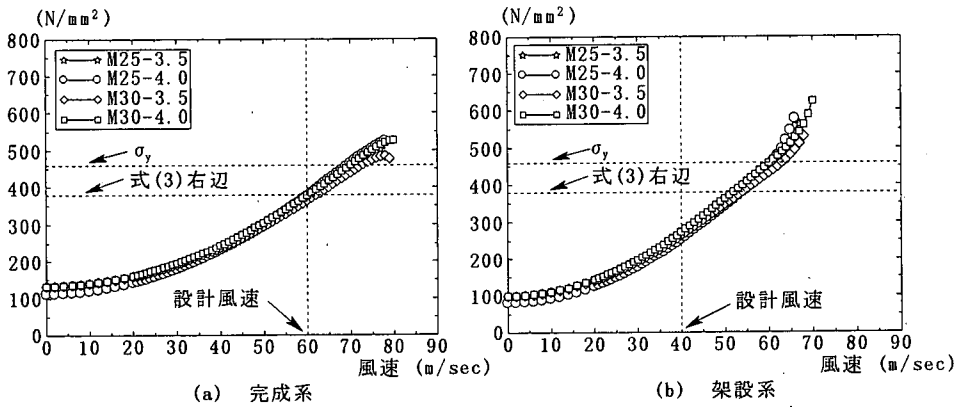


図-14 塔位置の主桁の最大垂直応力

る塔位置主桁の最大垂直応力と風速の関係を示す。

本モデルは完成系を対象に設計風速 60m/s で式(3)を満足するように概略設計されているが、図よりその妥当性が確認できる。完成系を対象とした弾性解析からは、先に説明したように風速 77~80m/s で不安定現象が生じている。しかし、風速 70m/s 程度で主桁断面の最大応力が降伏点に達する。降伏域は断面一部で生じるため、不安定風速の低下に与える影

響は少ないと考えられるが、不安定風速を同定する上では弾塑性挙動を考慮する必要がある、今後の課題となった。図-14(b)は架設系の結果であるが、風速 60m/s 程度で最大応力が降伏点に達する。この場合も完成系で議論したのと同様のことがいえる。

以上より、いずれの断面も今回設定して設計風速(完成系 60m/s、架設系約 40m/s)以下での不安定現象はみられない。これまで、風荷重作用下での横

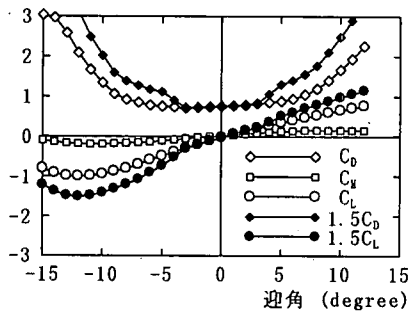


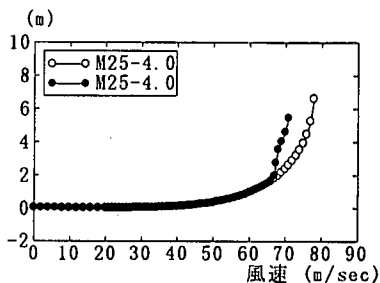
図-15 空気力係数の変化

安定性を確保するためには、スパンと桁幅の比は40以下が必要されていた。しかし、今回の設計条件で概略設計した桁断面を用いることを前提とすれば、40は必ずしも制約条件とならないことがわかる。

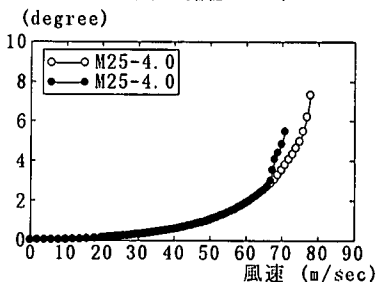
さて、本検討においては、桁の三分力係数として文献24)で示される名港中央大橋の値を用いた。名港中央大橋の桁幅(フェアリングを含む)と桁高さの比は約10.7である。今回のモデル(同じくフェアリングを含む)の上記の比は10.1~7.6であり、多少小さい比が含まれる。断面形の変化に伴い、迎角が大きくなると三分力係数に差異が生じることが知られている。本検討の断面に対する空気力係数が得られていないため、図-8の空気力係数をベースに、抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L を、非線形性が顕著となる迎角(α)3度以上で、それぞれ1.5倍したケースを対象に別途有限変位解析を行い、性状の変化を調査した。図-15に仮定した空気力係数を示すが、迎角4度以上で1.5倍し、迎角3度の変更前の値と直線で結んでいる。

なお、空力モーメント係数(C_M)は値が小さいため一定と仮定した。また、対象断面は、いずれの断面も同様の性状を示すことからM25-4.0のみとした。

図-16, 17に結果を示す。完成系では発散現象が顕著に現れる鉛直変位とねじれ角、架設系では鉛直変位の比較を示す。図中の黒塗りが空気力係数を大きくした結果である。3°~4°での空気力係数の変化に伴い●印ではスムーズな変化が得られず、多少の乱れが生じ、係数値の影響を受けることがわかる。また、完成系では風速70m/s弱、架設系では風速60m/sで発散現象がみられ、図-10, 11の結果に比べると、不安定風速は約10m/s低下している。これらの風速は本文で設定した設計風速以上となっている。今回の計算は空気力係数を仮定した一計算例ではあるが、長大斜張橋の耐風設計にあたり、空気力係数をコントロールすることが重要な検討課題となる可能性が示せたと考える。



(a) 鉛直たわみ



(b) ねじれ角

図-16 空気力係数の変化による完成系の桁中央点の変位

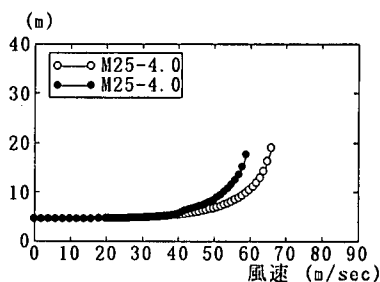


図-17 空気力係数の変化による架設系の桁張出先端の鉛直変位

5. マルチモードフラッター解析による動的安定性

斜張橋のフラッター発振風速は、同スパンの吊橋に比べて、ねじれ剛性が高いこと、またケーブルの極慣性モーメントの影響が小さいことから一般に高いといわれている。ここでは、モード座標系を用いマルチモードを採用したフラッター解析を行い安定性を照査する。あわせ、ケーブル振動の効果も考慮する。

なお、用いる振動モード形は無風時のモード形である。架設系の計算に当たっては、4.で説明した有限変位解析から閉合直前の形状、断面力を計算し、その値を初期断面力、形状に用いた線形化有限変位

理論をベースとして振動数やモード形を求めている。

表-2 フラッター風速

(m/s)

Model	完成系 [30-mode]	完成系 Selberg式	架設系 [20-mode]	架設系 Selberg式
M25-3.5	120 (144)	131	100 (151)	94
M25-4.0	127	135	102	100
M30-3.5	120	131	102	97
M30-4.0	126 (151)	136	105 (168)	103

(1) 解析方法

解析法は文献 10),27),28)に詳述されているため、ここでは概要を説明する。本解析法はモード座標系を基準座標としており、またケーブル振動が考慮できる。

まず、空気力²⁹⁾について説明する。本手法では、桁について、非定常抗力は準定常理論を用い、非定常揚力および空力モーメントについては平板翼理論を用いる。ケーブルの非定常抗力、揚力は準定常理論を用いて定式化する。

次に、モード座標系への変換手順を説明する。最初に、ケーブル振動方程式を両端(塔、桁位置に対応)変位と振動モード形に対応する一般化変位で記述し³⁰⁾、桁、塔系に振動方程式に組み込む、この時の未知数は塔、桁の変位とケーブル振動に対応する一般化変位である。次に、ケーブル振動を無視した全体系の固有値解析を行い、塔、桁の変位を振動モードに対応する一般化変位で表す。この時の変換マトリックスを以下に示す。

$$\begin{Bmatrix} d_g \\ q_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_g & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_g \\ q_c \end{Bmatrix} = [T_g] \begin{Bmatrix} q_g \\ q_c \end{Bmatrix} \quad (14)$$

ここで、 $\{d_g\}$ は桁、塔の変位ベクトル、 $\{q_c\}$ はケーブル振動に対応する一般化変位ベクトル、 $\{q_g\}$ は塔、桁系の振動に対応する一般化変位、 $[\phi_g]$ はモーダルマトリックスである。

以上のような手順で得られた振動方程式は以下のように記述される。

$$\begin{aligned} & [T_g]^T [(M - F_R) - iF_I] [T_g] \begin{Bmatrix} \ddot{q}_g \\ \ddot{q}_c \end{Bmatrix} \\ & + [T_g]^T [K_E + K_G] [T_g] \begin{Bmatrix} q_g \\ q_c \end{Bmatrix} = \{0\} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K_E]$ 、 $[K_G]$ はそれぞれ弾性剛性および幾何剛性マトリックス、 $[F_R]$ 、 $[F_I]$ は空気力のマトリックスで実部と虚部に対応する。また、 i は虚数、 $[]^T$ は転置マトリックスである。

無次元振動数 ($k = b\omega/U$) を仮定して、複素固有値解析を行えば、複素固有値 $\lambda = \lambda_R \pm i\lambda_I$ を得る。これより、減衰 (ξ) が次式で定義できる。

$$\xi = -\lambda_R / \sqrt{\lambda_R^2 + \lambda_I^2} \quad (16)$$

減衰 (ξ) が負になった状態でフラッター風速が求まる。なお、 ω は円固有振動数、 b は桁幅、 U は風速である。

(2) 解析結果と考察

表-2 にフラッター風速を示す。多モード解析では、完成、架設系それぞれ 30,20 モードを採用しており、これ以上のモード数を採用しても同様の結果が得られる。また、一部のモデルについてケーブル振動を考慮した結果(表中の()内数値)を示すが、ケーブル振動を考慮する場合、各ケーブルの面内、面外 1 次モードを全体モード数に加えて計算している。あわせ、Selberg 式より計算した風速を示す。なお、構造減衰は 0 と仮定している。

得られたフラッター風速は、4. で説明した静的に不安定となる風速に比べてかなり高いことがわかる。また、ケーブル振動を考慮すると、さらに高い風速が得られ、ケーブル振動の効果が顕著であることがわかる。Selberg 式による風速は、完成系では 10% 高い値を示すが比較的良好一致を示す。また、架設系も同様に良好一致を示す。

6. 結論

スパンと桁幅の比が 56,47、スパンと桁高さ比が 400,350 を組み合わせた 4 種類の断面をもつ長大斜張橋を対象に、弾塑性有限変位解析、変位に依存して変化する風荷重を扱う有限変位解析、モード座標系に基づくフラッター解析を用いてそれぞれの安定性を検討するとともに、最小断面構成について検討を行った。本解析で得られた知見を要約すると以下のようなになる。

1) 今回の荷重載荷を前提として、弾塑性有限変位解析より、長大斜張橋の崩壊状態を明らかにすることができた。また、死荷重に対する荷重倍率として、最も低い値でも 2.7 以上が確保できている。したがって、スパンと桁高の比で 400 を超える更に低い桁高さが選べる可能性が得られた。あわせて、高い荷重倍率が得られたことから、実際の終局状態は補剛板の耐力に支配される可能性が高いといえる。

2) 今回対象とした全ての断面について、静的不安定となる風速は完成系で 77~80m/s、架設系で 66~

70m/s となり、設計風速より高い。桁幅、桁高さを変更した4種類の断面でも、同程度の不安定風速が得られたのは、いずれの断面も塔位置近傍が補強されることで比較的近い断面諸元をもち、また桁幅が狭い程増厚区間が長いと考えられる。これより、スパンと桁幅の比 40 は安定性を確保するための絶対条件とはならないことがわかる。

3) 静的 3 分力係数は静的不安定風速に影響を与える。以下の 4) より、風荷重作用下の不安定問題が静的問題で支配されることから、桁断面の耐風設計にあたり空力係数のコントロールが重要な検討課題となる可能性がある。

4) フラッター発現風速は静的不安定風速よりかなり高くなる。長大斜張橋の風荷重作用下の安定性は静的問題で支配される。

5) 計算結果から、ケーブル振動がフラッター風速の向上に与える効果が顕著であることがわかった。しかし、この現象を立証する手だてがなく、この効果の同定は今後の課題となった。ただし、この効果を考慮しない場合でも、動的不安定風速が静的不安定風速より高いことには変わりはない。

6) Selberg 式により計算した風速は、完成系、架設系でそれぞれ 10.5% 程度の差異で多モードフラッター解析結果と比較的良好一致を示した。

7) 本文、2. で示した概略設計を前提として、スパンに対する桁幅、桁高さはそれぞれ 55,400 程度を選ぶことができる。また、桁高さについては、さらに低い桁高さも検討に値する。

あとがき

本検討から、スパンと桁幅、桁高さとの比を指標とした場合、従来設計で用いられていないかなり大きな値をもつ小型の断面でもって長大斜張橋の設計が可能となることを示せた。ただし、今回提示したスパンと桁幅や桁高さ、とくに桁幅との比の設定については、特定の材質の条件での目安であって、実際には適切な剛性（曲げ、ねじれ）の確保が重要となる。例えば、高強度の材料を用いれば同じスパンと桁幅の比でも剛性の小さい桁が設計できるためである。そのため、本文で示した解析法による照査、また実施段階では風洞実験による照査が必要であることを強調したい。

参考文献

1) Virlogeux, M., Bui, V., Abel-Michel, H., Foucriat, J.C., Maury, Y., Lawnicki, J., Paulik, L. and Chauvin, A. : Design of the Normandie bridge, Proc. of Int. Conf. on Cable-

Stayed and Suspension Bridges, IABSE & FIP, Deauville, France, pp.605-630, 1994.

- 2) Endo, T., Iijima, T., Okukawa, A. and Ito, M. : The technical challenge of a long cable-stayed bridge - Tataru Bridge, CABLE-STAYED BRIDGES (ed. by M.Ito et al.), pp.417-436, Elsevier, 1991.
- 3) Leonhardt, F. and Zellner, W. : Past, present and future of cable-stayed bridges, CABLE-STAYED BRIDGES (ed. by M.Ito et al.), pp.1-33, Elsevier, 1991.
- 4) Gimsing, N.J. (大塚久哲訳) : 超長大支間の斜張橋、橋梁と基礎, Vol.23, No.6, pp.34-40, 1989.
- 5) Petersen, A., Larsen, A. and Eilzner, W. : Outline design and special studies for a 1200m cable-stayed bridges, Proc. of Innovation in Cable-Stayed Bridges, Fukuoka, Japan, pp.367-377, 1991.
- 6) 長井正嗣, 藤野陽三 : 1000m を超える自定式斜張橋の構造形態に関する主に静的挙動からの一考察, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.38A, pp.1161-1174, 1992.
- 7) 野村國勝, 中崎俊三, 成田信之, 前田研一, 中村一史 : 長大吊形式橋梁の構造特性と経済性, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.41A, pp.1003-1024, 1995.
- 8) 遠藤武夫 : 長支間斜張橋の構造計画に関する 2,3 の考察, 土木学会論文集, No.567/VI-35, pp.171-188, 1996.
- 9) 謝旭, 山口宏樹, 長井正嗣 : 長大斜張橋の静的安定性に及ぼす桁幅の影響, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.43A, pp.1221-1228, 1997.
- 10) 長井正嗣, 石田知久, 謝旭, 山口宏樹, 藤野陽三 : 長大斜張橋の静的、動的耐風安定性が確保できる最小桁幅に関する検討, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.44A, pp.1191-1198, 1998.
- 11) 長井正嗣, 浅野浩一, 渡辺浩二 : 斜張橋の主桁耐力評価に着目した E_r 法の適用性と設計法に関する一検討, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.41A, pp.221-228, 1995.
- 12) 長井正嗣, 浅野浩一, 岸本節二, 水上義彦 : 長大斜張橋の主桁断面選定に関する検討, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.39A, pp.1075-1088, 1993.
- 13) 長井正嗣, 佐野信一郎, 遠藤秋主, 奥井義昭 : 長大斜張橋に発生する垂直応力の予測と適用支間に関する検討, 構造工学論文集, Vol.35A, pp.1031-1043, 1989.
- 14) 長井正嗣, 赤尾宏, 佐野信一郎, 井澤衛 : 3 径間連続マルチケーブル斜張橋の部材断面力算定法の提案, 土木学会論文集, No.362/ I -4, pp.353-362, 1985.
- 15) 本州四国連絡橋公団 : 耐風設計基準・同解説, 1976.
- 16) 謝旭, 伊藤學, 山口宏樹 : Updated Lagrangian 手法による柔ケーブルの非線形解析, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.41A, pp.427-434, 1995.
- 17) 謝旭, 長井正嗣, 山口宏樹 : 長大斜張橋の終局強度

- 解析と挙動に関する一考察, 土木学会論文集, No.598/I-44, pp.171-181, 1998.
- 18) 後藤茂夫:柔ケーブル材の接線剛性方程式について, 土木学会論文報告集, No.270, pp.41-49, 1978.
- 19) 謝旭, 山口宏樹, 長井正嗣:長大斜張橋の終局挙動に及ぼす初期不整の影響, 土木学会第52回年次学術講演会講演概要集, pp.166-167, 1997.
- 20) 北田俊行, 野口二郎, 丹羽光則, 狩野正人:鋼斜張橋の耐荷力解析におけるプレストレスの取り扱いに関する一考察, 構造解析における数値解析法シンポジウム論文集, Vol.18, pp.371-376, 1996.
- 21) 謝旭, 山口宏樹, 長井正嗣:弾塑性分岐挙動を考慮した長大斜張橋の座屈特性に関する一考察, 鋼構造年次論文報告集, Vol.6, pp.282-295, 1998.
- 22) 謝旭, 長井正嗣, 山口宏樹:ケーブルの塑性化を考慮した長大斜張橋の終局挙動に関する考察, 構造工学論文集, 土木学会, vol.44A, pp.229-236, 1998.
- 23) 長井正嗣, 謝旭, 山口宏樹:長大斜張橋の主桁耐力評価に着目した有効接線弾性係数法の適用性, 鋼構造年次論文報告集, 鋼構造協会, Vol.5, pp.23-30, 1997.
- 24) Boonyapinyo,V., Yamada,H. and Miyata,T.: Nonlinear buckling instability analysis of long-span cable-stayed bridges under displacement-dependent wind load, Jour. of Structural Engineering, JSCE, Vol.39A, pp.923-936, 1993.
- 25) 謝旭, 山口宏樹, 伊藤學:長大斜張橋の静的挙動に関する考察, 土木学会論文集, Vol.537/I-35, pp.205-215, 1996.
- 26) 謝旭, 長井正嗣, 山口宏樹, 伊藤學:自定, 一部他定式長大斜張橋の静的耐風挙動, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.42A, pp.1005-1012, 1996.
- 27) 岩本政己, 藤野陽三, 長井正嗣:三次元モデルによる長大斜張橋のフラッター解析, 土木学会第48回年次学術講演会講演概要集, pp.834-835, 1993.
- 28) Ishida,T., Nagai,M., Fujino,Y. and Iwamoto,M.: Flutter analysis and characteristics of long-span cable-stayed bridges, Proc. of the 4th Japan-Korea Joint Seminar on Steel Bridges, Osaka, Japan, pp.267-273, 1996.
- 29) 宮田利雄, 山田均, 太田博文:立体骨組解析法による横たわみしたトラス補剛吊橋の曲げねじれフラッター解析, 土木学会論文集, No.404/I-11, pp.267-275, 1989.
- 30) 長井正嗣, 川畑治, 岸本節二, 奥井義昭, 菊池昭仁:ケーブルにモード座標を用いた桁・ケーブル系の固有値および応答解析, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.38A, pp.63-72, 1991.

(1999. 1. 4 受付)

MINIMUM CROSS-SECTIONAL SHAPE OF GIRDER FOR LONG-SPAN CABLE-STAYED BRIDGES BASED ON STATIC AND DYNAMIC INSTABILITY ANALYSES

Masatsugu NAGAI, Xu XIE, Hiroki YAMAGUCHI and Yozo FUJINO

This paper presents instability analyses, such as elasto-plastic finite displacement analysis under in-plane load, finite displacement analysis under displacement-dependent wind load and flutter analysis based on modal coordinate, which identify static and dynamic instabilities of long-span cable-stayed bridges. Using 1400-meter cable-stayed bridge models with four types of cross sectional shapes of the girder, whose span-to-width and span-to-depth ratios are considerably large compared with those used in past long-span conventional cable-stayed bridges, instability analyses are carried out. From these calculations, a minimum cross sectional shape ensuring safety against static and dynamic instabilities was presented. It was found that instability under static wind load is the most critical, but that the span-to-girder width ratio can be greater than the widely-believed value of 40.