

近接固有値を有する構造物の振動特性推定

岡林隆敏¹・山森和博²・讃岐康博³・田村太一郎⁴

¹フェロー 工博 長崎大学教授 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

²正会員 工修 (株)熊谷組 横浜支店 (〒221-8655 神奈川県横浜市神奈川区富家町1番1号)

³正会員 (株)フジエンジニアリング 調査第2部長 (〒532-0002 大阪市淀川区東三国4丁目3番13号)

⁴正会員 横河工事(株) (〒170-8452 東京都豊島区西巢鴨4丁目14番5号)

本論文では、うなりを伴う振動実測データより構造物の振動特性を推定する手法として、実測データに2自由度系の単位衝撃応答関数と周波数伝達関数を非線形最小二乗法で曲線適合する、時間領域と周波数領域の構造同定手法を提案した。さらに、データ入力から動特性推定までを処理できるシステムを仮想計測器ソフトウェアで実現した。本手法を2自由度系と有限要素法でモデル化された吊床版橋の数値シミュレーションによる衝撃応答波形に適用し、本推定法により高精度な推定が可能であることを確認した。さらに、本手法をうなりを伴う吊床版橋の実測データに適用し、本推定法により安定した高速の推定が可能であることを検証した。

Key Words : vibration, structural identification, modal testing, closely spaced eigenvalue, vibration test

1. はじめに

近年パーソナルコンピュータの飛躍的な性能向上により、橋梁の振動計測とデータ処理が容易に現場で処理できるようになってきた。さらに、モード解析法¹⁾などの発達により、各種振動パラメータを同定理論により高い精度で推定することが実用化され、このような装置がすでに販売されている。これらのモード解析理論による振動特性の推定法は、基本的に、多自由度系をモード分解することにより1自由度に還元して、振動特性を推定²⁾するものである。近年、多自由度系の振動パラメータ推定法³⁾も数多く提案されている。

実際の振動計測では、斜張橋の桁とケーブルの連成振動、吊床版橋やキャットウォークなどのように、吊り形式の構造物における振動実験において、自由振動波形にBeating(うなり)現象がしばしば発生する。さらに、近年、橋梁の軽量化や景観を考慮した設計により吊り形式の橋梁の建設が増加の傾向にあり、振動計測において、うなりを伴う振動波形を観測する事例が多くなっている。この現象は、加振しようとする構造物の対象振動数に近接して他の固有振動数が存在するために発生する。振動実験において得られた振動波形にうなり現象が発生すると、慣用的な1自由度系の振動挙動に基づいた振動特性推定法は適用できなくなる。すなわち、時間領域における方法では、単純に自由減衰波形から対数減衰率を求

めることはできない。他方、周波数領域における方法では、周波数応答関数の共振点のピークが分離できないために、ハーフパワー法などが適用できなくなる。

このために、うなりを伴う観測データより、構造物の振動特性を推定する方法が試みられている。讃岐等⁴⁾は、うなりを伴う自由振動波形を2自由度系の時刻歴応答波形と考え、うなりの周期および振幅と2自由度系の固有振動数と減衰定数の関係より、2自由度系の固有振動数と減衰定数を推定する方法を提案している。この手法において、2自由度系の振動数と減衰定数の概算値は計算できるが、推定値の厳密な誤差の評価はできない。岩本等⁵⁾は、近接固有値問題に拡張カルマンフィルタ⁶⁾による同定方法を適用し、観測波形に雑音が含まれている場合の同定を行っている。この手法は振動系をモード分解することなく、振動系の係数を推定できる利点があるが、非線形推定法であるために、初期条件の選定や、測定データの量、繰り返し回数などにより、推定の演算時間が長くなる欠点がある。

著者等は、すでに、モード解析法による多自由度系の振動特性推定法の提案と、その仮想計測器ソフトウェアによる実現について報告した^{10),11),12)}。本論文では、うなりを伴う振動計測結果から、モード解析法を適用して時間領域と周波数領域の同定法より、高精度な振動特性を推定する手法を提案する。すなわち、うなりを伴う振動実測データの構造モデルとして、近接した固有値を有する

2自由度系を考える。2自由度系の構造モデルとして、単位衝撃応答関数と周波数伝達関数を仮定し、これらの関数を構成するパラメータを非線形最小二乗法¹³⁾で高速推定する。さらに、これらのパラメータから、2自由度系の固有振動数、減衰定数および振動モードを推定する。本研究では、これらの動特性推定算法を、仮想計測器ソフトウェア^{14),15)}でプログラミングする。さらに、A/D変換によるデータ入力からパラメータ推定まで一連のデータ処理とパラメータ推定処理の流れを統一的に実行できる処理手順をプログラミングし、これをノート型パーソナルコンピュータに移植して、可搬型の構造同定システムを構成する。

2. モーダル解析による多自由度系の振動特性推定

(1) 多自由度系とモーダル解析

図-1のような n 自由度系の運動方程式は、次式で与えられる。

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

各質点の変位の座標を $x(t)$ とする。 $f(t)$ は n 次元の外力ベクトルである。 m 、 c および k は、 $(n \times n)$ 行列であり、それぞれ、質量行列、減衰係数行列および剛性行列である。

振動モードより構成される振動モード行列を $(n \times n)$ 行列の Φ で定義する。

$$\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n] \quad (2)$$

さらに振動モードを

$$\Phi^T m \Phi = I \quad (3)$$

となるように基準化する。この Φ を用いると、 c, k は、

$$\Phi^T c \Phi = [2h_k \omega_k], \quad \Phi^T k \Phi = [\omega_k^2] \quad (4)$$

のように対角化できる。ここに、 ω_k と h_k は、それぞれ k 次の固有円振動数と減衰定数である。

そこで、 ℓ 質点の変位応答 $x_\ell(t)$ は、基準座標 $q_k(t)$ ($k=1, \dots, n$)を用いて、次のように表すことができる。

$$x_\ell(t) = \sum_{k=1}^n \phi_{\ell k} q_k(t) \quad (5)$$

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = \phi_k^T f(t) \quad (k=1, \dots, n) \quad (6)$$

ここで、 $\phi_{\ell k}$ は k 次振動モードの ℓ 点の値である。

(2) 周波数伝達関数

p 質点に単位衝撃荷重 $\delta(t)$ が作用するものとする。 $\delta(t)$ はDiracのデルタ関数である。このとき、外力ベクトル $f(t)$ は、次のように表される。

$$f_s(t) = \delta(t) \quad \left. \begin{array}{l} s = p \\ = 0 \quad s \neq p \end{array} \right\} \quad (7)$$

ℓ 質点の変位応答の周波数伝達関数は、

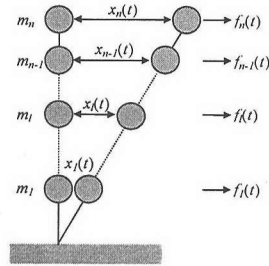


図-1 n 自由度系の振動

$$X_\ell(i\omega) = \sum_{k=1}^n G_{\ell p}^k(i\omega) F_p(i\omega) \quad (8)$$

となる。ここで、 p 質点に外力が作用した場合、 ℓ 質点の変位応答の k 次振動に関する構造物の変位の周波数伝達関数は、次式となる。

$$G_{\ell p}^k(i\omega) = \frac{\phi_{\ell k} \phi_{pk}}{-\omega^2 + \omega_k^2 + 2h_k i \omega \omega_k} \quad (9)$$

また、速度の周波数伝達関数は、

$$V_{\ell p}^k(i\omega) = \frac{i \phi_{\ell k} \phi_{pk} \omega}{-\omega^2 + \omega_k^2 + 2h_k i \omega \omega_k} \quad (10)$$

となる。ここで、 i は虚数単位である。

(3) 単位衝撃応答関数

外力を単位衝撃関数 $\delta(t)$ とすると、そのフーリエ変換は、

$$F_p(i\omega) = 1 \quad (11)$$

となる。この場合、 k 次の基準座標は式(6)より、次式となる。

$$q_k(t) = \frac{\phi_{pk}}{\omega_{dk}} \exp(-h_k \omega_k t) \sin(\omega_{dk} t) \quad (12)$$

ただし、 $\omega_{dk} = \omega_k \sqrt{1 - h_k^2}$ である。

また、基準座標の時間微分は、

$$\dot{q}_k(t) = \frac{\phi_{pk}}{\omega_{dk}} \omega_k \exp(-h_k \omega_k t) \sin(\omega_{dk} t + \theta_k) \quad (13)$$

$$\theta_k = -\tan^{-1}(\sqrt{1 - h_k^2} / h_k) \quad (14)$$

となる¹²⁾。これらの関係より、 ℓ 質点の変位応答は、

$$x_\ell(t) = \sum_{k=1}^n g_{\ell p}^k(t) = \sum_{k=1}^n \phi_{\ell k} q_k(t) \quad (15)$$

となる。他方、速度応答は、

$$\dot{x}_\ell(t) = \sum_{k=1}^n \dot{g}_{\ell p}^k(t) = \sum_{k=1}^n \phi_{\ell k} \dot{q}_k(t) \quad (16)$$

となる。ここで、 $g_{\ell p}^k(t)$ および $\dot{g}_{\ell p}^k(t)$ はいずれの場合でも

$$e_k(t) = A_k \exp(-h_k \omega_k t) \sin(\omega_{dk} t + \theta_k) \quad (17)$$

の型の関数として表すことができる。

(4) 多自由度系の1自由度系および2自由度系への還元
 構造物の減衰定数 h_k が小さく、固有振動数 ω_k が互いに
 離れている場合、 k 次振動の固有振動数 ω_k 近傍

$$\omega_k - \Delta \leq \omega \leq \omega_k + \Delta \quad (18)$$

の多自由度系の周波数伝達関数 $G_{lp}(i\omega)$ は、近似的に k
 次振動のみの周波数伝達関数 $G_{lp}^k(i\omega)$ により表すことが
 できる。そこで、式(8)は、

$$X_\ell(i\omega) = G_{lp}^k(i\omega) \Big|_{\omega=\omega_k-\Delta}^{\omega=\omega_k+\Delta} F_p(i\omega) \quad (19)$$

となる。したがって、外力として単位衝撃関数が作用する
 場合、 k 次振動の単位衝撃応答関数は、

$$g_{lp}^k(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_k-\Delta}^{\omega_k+\Delta} G_{lp}^k(i\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (20)$$

となる。

次に、 k 次振動と $k+1$ 次振動が近接固有値を有する多
 自由度系を考える。 k 次振動の固有振動数 ω_k と $k+1$ 次
 振動の固有振動数 ω_{k+1} の近傍

$$\omega_k - \Delta \leq \omega \leq \omega_{k+1} + \Delta \quad (21)$$

の周波数伝達関数 $G_{lp}(i\omega)$ は、

$$G_{lp}(i\omega) = \sum_{s=k}^{k+1} G_{lp}^s(i\omega) \quad (22)$$

で与えられる。また、対応する時刻歴応答は、

$$g_{lp}(t) = g_{lp}^k(t) + g_{lp}^{k+1}(t) \quad (23)$$

となる。つまり、2 個の近接固有値を有する多自由度系
 は、 $\omega_k \sim \omega_{k+1}$ 近傍に着目した場合、固有振動数 ω_k と
 ω_{k+1} の2自由度系として考えることができる。

3. 近接固有値を有する2自由度系の特性

(1) 近接固有値を有する2自由度系モデル

図-2 のようなばね k_{12} で結合された2自由度系に外力
 が作用する場合、運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1 \dot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + k_{12}(x_1(t) - x_2(t)) &= f_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 \dot{x}_2(t) + k_2 x_2(t) - k_{12}(x_1(t) - x_2(t)) &= f_2(t) \end{aligned} \quad (24)$$

ここで、質量 $m_1 = m_2 = m$ 、ばね定数 $k_1 = k_2 = k$ 、
 $k_{12} = \gamma k$ とし、非減衰振動を考えると、系の固有円振動
 数は、

$$\omega_1 = \sqrt{k/m}, \quad \omega_2 = \sqrt{k(1+2\gamma)/m} \quad (25)$$

となる。このように質量、ばね定数が互いに等しい場合、
 γ 値により系の振動数が接近したり、離れたりする。こ
 こでは、 γ 値を変化させ、近接した固有振動数を有する
 2自由度系モデルを考える。

(2) 近接固有値を有する2自由度系モデルの応答

2自由度系モデルは、 $m_1 = m_2 = 1.0\text{tf}$ 、 $k_1 = k_2 = 4.028\text{tf/m}$ 、
 $h_1 = h_2 = 0.005$ 、 $f_1 = 1.0\text{Hz}$ とする。 γ を $f_2 = 1.1\text{Hz}$ 、

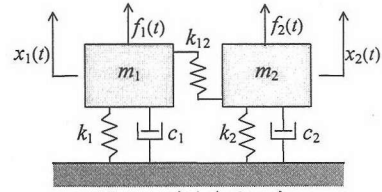


図-2 2自由度系モデル

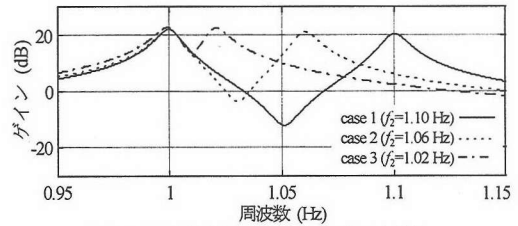


図-3 周波数変位応答の変化 (m_1 質点)

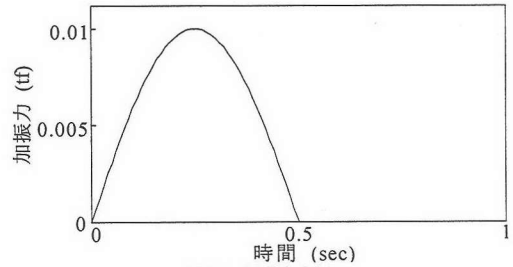
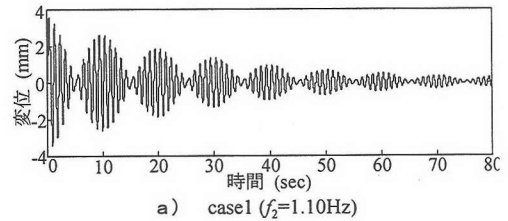
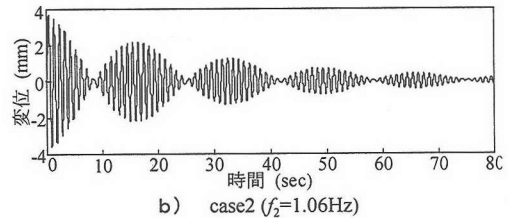


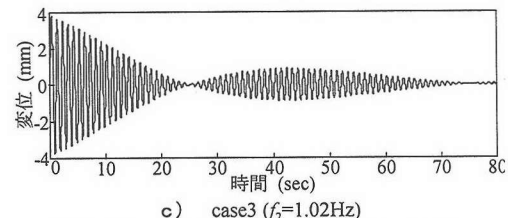
図-4 衝撃加振力



a) case1 ($f_2=1.10\text{Hz}$)



b) case2 ($f_2=1.06\text{Hz}$)



c) case3 ($f_2=1.02\text{Hz}$)

図-5 各ケースにおける衝撃応答波形 (m_1 質点)

1.06Hz, 1.02Hz となるように変化させ、それぞれ case1, case2, case3 とする。図-3 にこの3例の m_1 質点に関する周波数応答を示す。このような構造物に、図-4 に示すような衝撃加振力 (最大加振力 0.01tf, 作用時間 0.5sec) を m_1 質点に加え、衝撃加振シミュレーションを行った。図-5 に m_1 質点の3例の変位に関する衝撃応答波形を示す。

各質点の衝撃応答波形に基づいて、時間領域と周波数領域における曲線適合から振動特性の推定を行う。応答波形のサンプリング時間は $\Delta t = 0.01\text{sec}$, また、データ数は $N = 4096$ とした。この場合、周波数分解能は $\Delta f = 0.024\text{Hz}$ となる。

4. 2自由度系モデルの振動特性推定

(1) 2自由度系の周波数応答関数と時間応答関数

単位衝撃荷重が作用する場合、2自由度系モデルの周波数伝達関数は、次式で表される。

$$G_{lp}(\omega) = \sum_{k=1}^2 \frac{\phi_{lk}\phi_{pk}}{-\omega^2 + \omega_k^2 + 2ih_k\omega_k\omega} \quad (26)$$

ここで、 $l = 1, 2$, $p = 1, 2$ である。同じく、変位応答関数 $x_\ell(t)$ は、式(17)より次式で与えられる。

$$x_\ell(t) = \sum_{k=1}^2 A_{lp}^k \exp(-h_k\omega_k t) \sin(\omega_k t + \theta_k) \quad (27)$$

(2) 非線形最小二乗法による曲線適合

変数 $(x_0 \dots x_{N-1})$ に対して、測定データ \tilde{d}_s が N 個得られたとする。これを、ベクトル表示する。

$$\tilde{d} = [\tilde{d}_0 \dots \tilde{d}_{N-1}]^T \quad (28)$$

このデータに、推定関数 $d(x)$ を曲線適合させて、最適なパラメータを決める。ここで、求めるパラメータをベクトル表示する。

$$\alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_m]^T \quad (m < N) \quad (29)$$

変数 $(x_0 \dots x_{N-1})$ に対する推定関数 $d(x)$ の N 個の値を、パラメータ α の関数と考え、次のようにベクトル表示する。

$$\tilde{d}(\alpha) = [d(x_0, \alpha) \dots d(x_{N-1}, \alpha)]^T \quad (30)$$

非線形最小二乗法では、推定パラメータ α を α^* として仮定し、測定値と推定値の誤差ベクトル

$$E(\alpha^*) = \tilde{d} - d(\alpha^*) \quad (31)$$

を定義し、この二乗誤差

$$\varepsilon(\alpha^*) = E^T(\alpha^*)E(\alpha^*) \quad (32)$$

を最小にするように、 α^* を変化させてパラメータ α を探索する。この手順を数値計算により、効果的に実現する手法に Levenberg-Marquardt 法¹³⁾がある。この計算法の概要については、前報¹²⁾に示した。

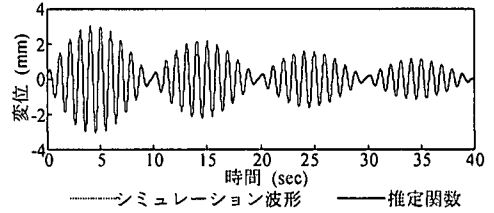


図-6 時間領域における曲線適合 (case1: m_2 質点)

(3) 時間領域における振動特性推定

時間領域における構造同定では、2自由度系で表された式(27)が推定関数となる。ここで、求めるものは、次式で与えられる8個のパラメータである。

$$\alpha = [\omega_k, h_k, A_{lp}^k, \theta_k, \omega_{k+1}, h_{k+1}, A_{lp}^{k+1}, \theta_{k+1}]^T \quad (33)$$

ここで、うなりを伴う実測データ $\tilde{x}_s (s = 0, \dots, N-1)$ が N 個得られたとする。式(27)をこのデータに曲線適合させることにより、二乗誤差 ε_ℓ

$$\varepsilon_\ell = \sum_{s=0}^{N-1} [\tilde{x}_s - x_\ell(t_s, \alpha)]^2 \quad (34)$$

が最小になるように最適パラメータ α を非線形最小二乗法より決定し、振動特性を推定する。

図-6 に、case1 における m_2 質点の衝撃応答波形に曲線適合させた結果を示す。点線がシミュレーション波形、実線が推定関数である。結果から明らかなように、ほとんど一致した良好な曲線適合が行われていることを確認できる。

(4) 周波数領域における振動特性推定

モード解析法¹⁴⁾に基づく周波数領域の振動特性推定では、減衰定数が小さく、モード連成が少ない場合、1自由度系のコンプライアンスやモビリティ等の周波数伝達関数が、複素平面上に表したナイキスト線図上で近似的に円になる。そこで、多自由度系を1自由度系に還元して、モード円適合から振動特性推定が行われてきた。しかし、近接固有値を有する場合、それぞれの振動モードを1自由度に分離することは困難であり、多自由度法による曲線適合を行う必要がある。そのため本研究では、近接固有値を有する2自由度系を考え、非線形最小二乗法による曲線適合から振動特性推定を行う。

近接する共振点近傍の周波数範囲 $(\omega_0, \dots, \omega_{N-1})$ に対して、実測データの周波数伝達関数の値 $\tilde{G}_s (s = 0, \dots, N-1)$ が N 個得られたとする。周波数領域の構造同定では、式(26)に他モードの影響を表す定数 R, I を加えた次式が推定関数となる。

$$G_{lp}(\omega) = \sum_{k=1}^2 \frac{B_{lp}^k}{-\omega^2 + \omega_k^2 + 2ih_k\omega_k\omega} + R + iI \quad (35)$$

ただし、 $B_{lp}^k = \phi_{lk}\phi_{pk}$ である。ここで、求めるパラメータ

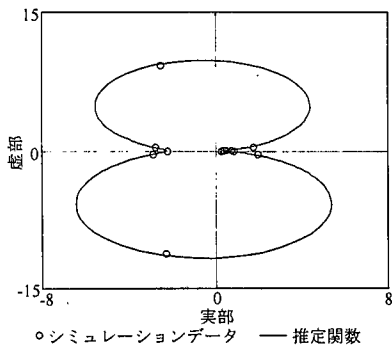


図-7 周波数領域における曲線適合 (case1: m_2 質点)

表-1 推定結果 (2自由度系モデル)

		仮定値		時間領域		周波数領域	
		固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数
case 1	1次	1.0000	0.0050	1.0000	0.0050	1.0002	0.0049
	2次	1.1000	0.0050	1.1000	0.0050	1.0997	0.0054
case 2	1次	1.0000	0.0050	1.0000	0.0050	1.0002	0.0053
	2次	1.0600	0.0050	1.0600	0.0050	1.0603	0.0051
case 3	1次	1.0000	0.0050	1.0000	0.0050	1.0001	0.0047
	2次	1.0200	0.0050	1.0200	0.0050	1.0201	0.0046

は、次式の8個である。

$$\boldsymbol{\alpha} = [\omega_k \quad h_k \quad B_{tp}^k \quad \omega_{k+1} \quad B_{tp}^{k+1} \quad h_{k+1} \quad R \quad I]^T \quad (36)$$

そこで、実測データ \tilde{G}_s の実部 \tilde{G}_{Rs} と虚部 \tilde{G}_{Is} に対して、式(35)の実部・虚部を曲線適合させ、それぞれの二乗誤差

$$\varepsilon_f = \sum_{s=0}^{N-1} \left(\left| \tilde{G}_{Rs} - G_{Rep}(\omega_s, \boldsymbol{\alpha}) \right|^2 + \left| \tilde{G}_{Is} - G_{Itp}(\omega_s, \boldsymbol{\alpha}) \right|^2 \right) \quad (37)$$

を最小にするような最適パラメータを非線形最小二乗法より決定する。ここで、式(35)の実部と虚部は、次式で与えられる。

$$G_{Rep}(\omega) = \sum_{k=1}^2 \frac{B_{tp}^k (-\omega^2 + \omega_k^2)}{(-\omega^2 + \omega_k^2)^2 + (2h_k \omega_k \omega)^2} + R \quad (38)$$

$$G_{Itp}(\omega) = \sum_{k=1}^2 \frac{B_{tp}^k (-2h_k \omega_k \omega)}{(-\omega^2 + \omega_k^2)^2 + (2h_k \omega_k \omega)^2} + I$$

図-7 に、case1 における m_2 質点の衝撃応答波形より求めた周波数伝達関数に対して、ナイキスト線図により曲線適合させた結果を示す。○がシミュレーションデータ、実線が推定関数である。結果から明らかのように、ほとんど一致した良好な曲線適合が行われていることを確認できる。これらの計算には、MATLAB⁽⁶⁾⁽⁷⁾ソフトウェアを用いた。

(5) 推定精度の検討

表-1 に仮定した特性値と時間領域および周波数領域同定による固有振動数と減衰定数の推定結果を示す。各推定値は、 m_1 質点と m_2 質点より得られた値の平均値を示している。なお、波形のデータ数は $N = 4096$ 、サンプリ

ング時間は $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ であるが、曲線適合に用いたデータ数は、時間領域法では、2000 点である。また、周波数領域法では上記のデータを FFT 処理した後、中心周波数の前後 25 点、合計 50 点のデータに対して曲線適合させている。

時間領域における推定値は、仮定値と比較すると各ケースにおいて、各次固有振動数および減衰定数ともに全て一致した値を示しており、極めて高い精度での振動特性推定が行われている。周波数領域における各ケースの推定値は、仮定値と比較すると、各次固有振動数においては、ほぼ一致した推定値を示している。ここで、仮定値と推定値の差を仮定値で基準化したものを推定誤差とすると、固有振動数の推定誤差は、case1 で 0.02%、case2 で 0.02%、case3 で 0.01% と無視できるほど小さい。また、減衰定数の推定誤差は、case1 で 5%、case2 で 4%、case3 で 7% と時間領域の推定誤差と比べると大きい。良好な推定値を示している。時間領域と周波数領域での推定精度を比較すると、明らかに時間領域による方法が精度が良い。また、周波数領域では、推定に要する時間は短い。また、周波数領域では、推定に要する時間は短い。また、周波数領域では、推定に要する時間は長い。また、周波数領域では、推定に要する時間は長い。また、周波数領域では、推定に要する時間は長い。

5. 吊床版橋の振動特性推定

(1) 吊床版橋の諸元

対象とした吊床版橋は、図-8 のような実際に架設されている A 橋、B 橋および C 橋である。表-2 に各吊床版橋の諸元を示す。各吊床版橋において、1/4L 地点もしくは 3/4L 地点を人力加振した場合、図-9 に示すような実測波形に 1 次振動 (たわみ逆対称 1 次) と 3 次振動 (たわみ対称 2 次) によるうなりが発生している。人力加振では、厳密に単一の周波数で加振することは困難であり、加振周波数にばらつきが生じる。そのために近接固有モードの両者を加振することになり、2 種の振動が合成されて、うなりを発生することになる。そこで、各吊床版橋の実測波形と衝撃加振シミュレーションで得られた衝撃応答波形を用いて、時間領域と周波数領域における振動特性推定の有効性の検討を行った。ここで、実測波形は、金沢大学のグループが行った振動実験⁽⁸⁾より得られたものを用いている。吊床版橋の振動実験では、速度応答を計測している。速度応答データに基づく推定を行う。時刻歴応答では式(16)の速度応答、周波数応答では式(10)

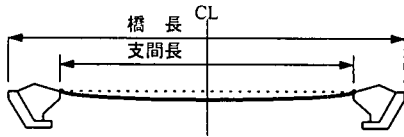


図-8 吊床版橋一般図

表-2 各吊床版橋の諸元

	A 橋	B 橋	C 橋
橋長 (m)	88.0	85.0	137.0
支間長 (m)	78.0	76.5	123.0
サグ比	1/34.7	1/34.8	1/30.0
有効幅員 (m)	1.50	1.50	1.50

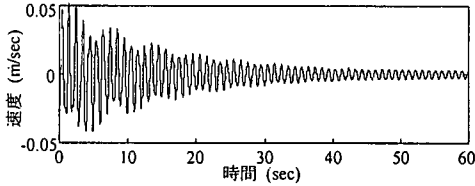


図-9 実測波形 (B橋 1/4L 地点)

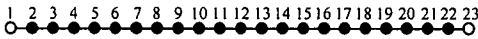


図-10 解析モデル

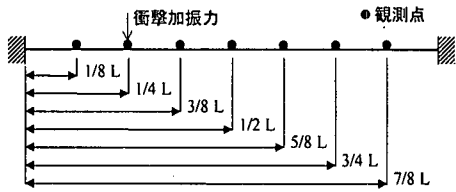


図-11 シミュレーション概要図

のモビリティに対して曲線適合する。いずれの場合でも、取り扱いには4章で述べた変位応答と同じ処理を行っている。

(2) 衝撃加振シミュレーションからの振動特性推定

a) 衝撃加振シミュレーション概要

衝撃加振シミュレーションを行うために、各吊床版橋を、図-10に示すような23節点の等価な有限要素モデルに置換した。モデル化に際して、サグの影響は考えていないが、要素にはケーブル要素を取り入れ、張力による剛性を考慮している。なお、支点条件は両端固定である。このモデルを用いて有限要素法による振動解析を行い、7次振動まで考慮した応答波形を求めた。減衰定数は、過去の実測波形で得られた値を仮定している。ここで、対象とした振動は、鉛直振動成分のみである。そこで、図-4と同様な衝撃加振力(最大加振力 0.1tf、作用時間 0.5sec)を1/4L地点に作用させ、図-11のシミュレーション概要図に示すように1/8L、1/4L、3/8L、1/2L、5/8L、3/4L、

7/8L地点の計7点の速度の衝撃応答を観測する。得られた各点の衝撃応答波形を用いて、時間領域と周波数領域における振動特性(固有振動数、減衰定数、振動モード)の推定精度の比較検討を行った。ここで、シミュレーション波形は、サンプリング時間 $\Delta t = 0.01\text{sec}$ 、データ数 $N = 4096$ とした。

b) 曲線適合結果

図-12は、B橋の1/4L地点における衝撃速度応答波形に対して、時間領域の曲線適合の結果である。点線はシミュレーション波形、実線は推定関数である。また、図-13は、周波数領域における曲線適合の結果である。○はシミュレーション波形から求めたモビリティのデータ、実線は推定関数である。時間領域における曲線適合では、ほぼ完全に一致した良好な曲線適合が行われている。周波数領域でも、同様に良好な曲線適合が行われているが、図を見て分かるように、共振点付近では測定データが少なくなるために、誤差が大きくなる。

c) 推定精度の比較

表-3に時間領域および周波数領域による固有振動数と減衰定数の推定結果を示す。各吊床版橋の推定値は、各点より得られた値の平均値を示している。ここでの推定誤差は、解析値と推定値の差を解析値で基準化したものである。時間領域の場合、各橋の推定値と解析値を比較すると、固有振動数、減衰定数ともに誤差も小さく良好な推定値を示している。周波数領域における推定値では、固有振動数は、ほぼ一致した推定値を示している。減衰定数は、A橋4%、B橋10%、C橋4%と時間領域に比べ、若干推定誤差が大きくなっているが、良好な推定値となっている。

図-14にB橋における振動モードの推定結果を示した。実線が解析値、○が時間領域での推定値、△が周波数領域での推定値である。時間領域による振動モードの推定は、各振動次数ともに解析値と良く一致した形状となっている。周波数領域による推定では、僅かに誤差が生じているが、良い一致を示している。B、C橋においても同様な結果が得られている。

時間領域と周波数領域での推定精度を比較すると、時間領域推定が若干良い精度となることが確認できる。また、時間領域および周波数領域における曲線適合より、吊床版橋の振動特性推定が可能であることが確認できた。

(3) 実橋実験データによる振動特性推定

a) 曲線適合結果

用いた各吊床版橋の実測波形は、A橋およびB橋は、サンプリング時間 $\Delta t = 0.01\text{sec}$ 、データ数 $N = 4096$ であり、C橋は、サンプリング時間 $\Delta t = 0.025\text{sec}$ 、データ数 $N = 1024$ である。ここで、周波数領域で曲線適合を行うためには、加振力データが必要になるが、人力加振であ

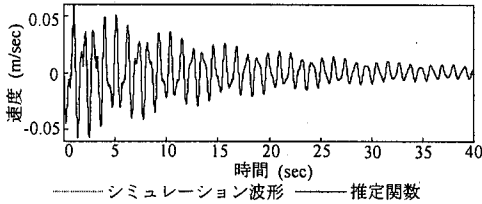


図-12 時間領域における曲線適合 (B橋 1/4L 地点)

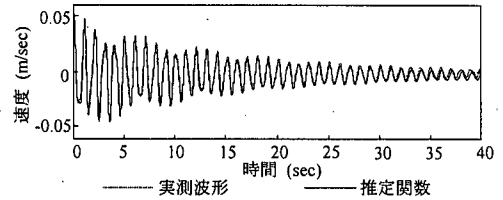


図-15 時間領域における曲線適合 (B橋 1/4L 地点)

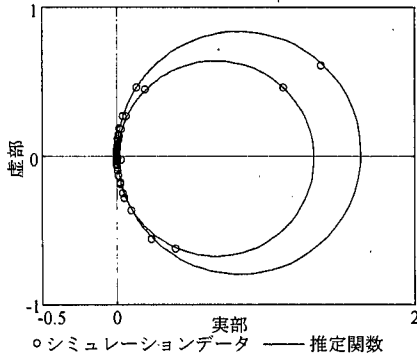


図-13 周波数領域における曲線適合 (B橋 1/4L 地点)

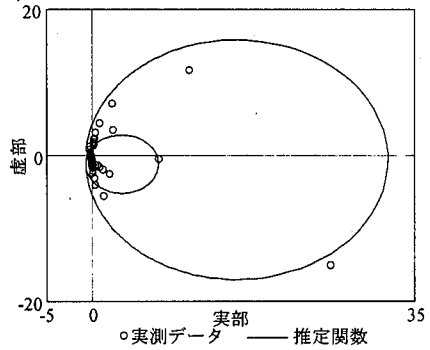


図-16 周波数領域における曲線適合 (B橋 1/4L 地点)

表-3 推定結果の比較 (シミュレーション)

	解析値	時間領域		周波数領域	
		固有振動数	減衰定数	固有振動数	減衰定数
A橋	1次	0.9269	0.0085	0.9270	0.0085
	3次	1.6603	0.0059	1.6604	0.0059
B橋	1次	0.9437	0.0090	0.9437	0.0090
	3次	1.7021	0.0073	1.7028	0.0073
C橋	1次	0.6223	0.0064	0.6223	0.0066
	3次	1.1454	0.0056	1.1458	0.0055

表-4 推定結果の比較 (実測)

	時間領域	周波数領域	
		固有振動数	減衰定数
A橋	1次	0.9169	0.0071
	3次	1.8700	0.0071
B橋	1次	0.9965	0.0095
	3次	1.8260	0.0085
C橋	1次	0.6193	0.0023
	3次	1.2612	0.0060

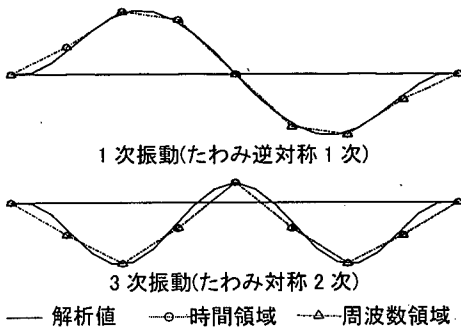


図-14 B橋の振動モードの推定結果 (数値シミュレーション)

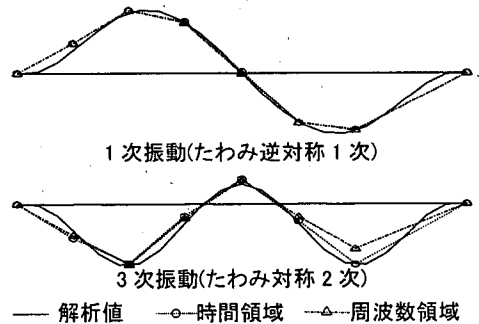


図-17 B橋の振動モードの推定結果 (実測)

るため加振力データが得られていない。しかし、理想的な衝撃加振がされていると仮定して、直接実測波形をフーリエ変換し、実部・虚部データに対して、曲線適合を行っている。

図-15は、B橋の1/4L地点における実測波形に対して、時間領域で曲線適合を行った結果である。点線は実測波

形、実線は推定関数である。また、図-16は周波数領域において、曲線適合させた結果である。○は実測波形から求めたデータ、実線は推定関数である。時間領域における曲線適合では、ほぼ完全に一致した良好な曲線適合が行われている。しかし、周波数領域では、図のようなばらつきが生じている。なお、図-13と図-16における縦

軸の値は、外力の有無により異なる表記になっている。

b) 推定精度の比較

表-4 に時間領域および周波数領域による固有振動数と減衰定数の推定結果を示す。各吊床版橋の推定値は、各点より得られた値の平均値である。時間領域と周波数領域による推定値を比較すると、固有振動数は、ほぼ同じ値を示している。減衰定数は、両手法により多少の差が表れている。

図-17 にB橋における振動モードの推定結果を示す。測定点は6点である。実線は振動解析で得られた解析値、○は時間領域による推定値、△は周波数領域による推定値である。周波数領域法では、時間領域法と比べると誤差が生じている。

以上の結果より、時間領域法と周波数領域法では、振動数については、ほぼ同程度の推定結果を得ることができる。しかし、減衰定数と振動モードについては、両手法で差が生じている。この原因として、周波数領域法では、共振点付近のデータが少ないために、分解能不足や初期値の敏感さにより推定値の誤差が大きいのに対し、時間領域法では、曲線適合に用いるデータ数が多いため、安定した誤差の少ない推定値が得られるといえる。

このように、本論文で提案した時間領域および周波数領域の同定法により、うなりを伴う波形が得られた場合でも、振動特性が推定可能であることが確認できた。

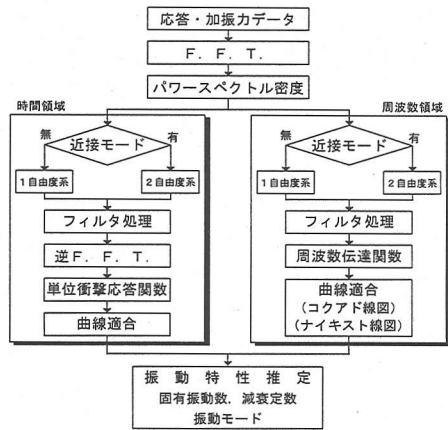


図-18 データ処理の流れ

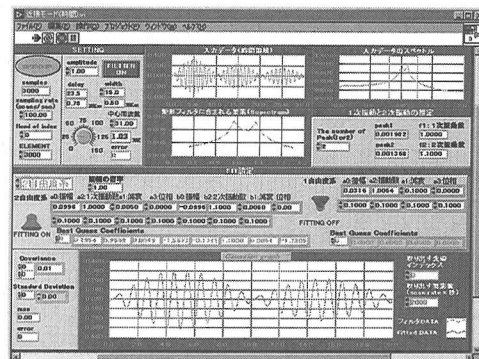


図-19 時間領域推定法のパネル画面

6. 仮想計測器ソフトウェアによる振動特性推定システムの実現

(1) 仮想計測器ソフトウェアによるプログラミング

これまで述べた MATLAB^{10,17)}による推定手順のプログラムを、より実用的なものにするために、この処理手順を仮想計測器ソフトウェア LabVIEW^{14,15)} (ナショナルインスツルメンツ社製)によりプログラム化した。LabVIEWでは計測から構造同定までの一連のデータ処理を、パーソナルコンピュータ上で統一して実現することができる。著者らは、構造物の振動特性推定を LabVIEW に適用させ、高い精度での振動特性推定の可能性^{10,11,12)}を確認している。

そこで、本研究では近接固有値を有する系における構造同定を実現するために、LabVIEWによりプログラミングを行った。図-18 に時間領域と周波数領域におけるデータ処理の流れを示す。

時間領域でのデータ処理は、応答データのパワースペクトル密度の情報から、近接モードの有無の判別を行い、1自由度系もしくは2自由度系に還元するフィルタ処理を行う。そこで、還元された応答データから単位衝撃応答関数を推定し、これに非線形最小二乗法で曲線適合を

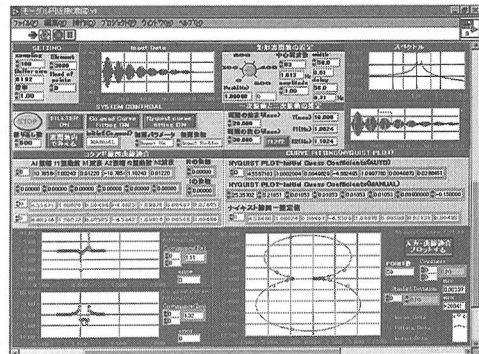


図-20 周波数領域推定法のパネル画面

行い振動特性推定を行う。周波数領域でのデータ処理は、応答と加振力データを取り込み、パワースペクトル密度の情報から、共振点近傍の周波数伝達関数データを抽出する。そこで、第1段階として、周波数伝達関数をコクアド線図上で曲線適合を行い、初期値を得る。次に、第2段階として、得られた初期値を用いて、ナイキスト線図に曲線適合を行い、振動特性推定を行う。コンピュー

タの演算速度が高速であるために、モード円などを用いないで、ナイキスト線図を直接データに曲線適合させている。図-19に時間領域推定のパネル画面、また図-20に周波数領域推定におけるパネル画面を示した。

著者等は、すでに、多自由度系を1自由度系に還元して動特性を推定するシステムを提案¹²⁾している。本論文で提案した、うなり現象を伴う波形より動特性推定を行う手順を、既報のシステムに組み込むことにより、汎用性のある構造同定システムを完成することができた。すなわち、実測波形のパワースペクトル密度からモード分離できるものは、バンドパスフィルタ¹³⁾により1自由度系に還元して処理を行う。近接振動数を有する場合は、これをまとめてバンドパスフィルタで抽出し、2自由度系として、本論文の手法で処理を行う。この2つの処理を選択できるプログラムをパーソナルコンピュータに組み込むことにより、すでに開発している可搬性の構造同定システム¹³⁾をさらに強化すると共に、汎用性のあるシステムとして完成させた。

7. まとめ

吊床版橋やキャットウォーク等の吊形式の構造物では、近接した固有振動数が存在する場合があります。振動実験においてしばしば自由振動波形にうなりが伴う場合がある。このうなりを伴う観測波形から振動特性推定を行うことは、1自由度系に基づく慣用的な手法では困難である。

本論文では、近接固有値を有する構造物の構造モデルとして2自由度モデルを考え、時間領域と周波数領域において観測データに非線形最小二乗法で曲線適合させる振動特性推定方法を示した。2自由度系と吊床版橋の有限要素モデルに、提案した推定法を適用し、本推定法の推定精度について検討した。また、実橋梁の振動計測データに基づき、本推定法の有効性を検討した。さらに、本推定法を仮想計測ソフトウェアで実現し、ノート型パーソナルコンピュータに移植して、可搬型構造同定システムを作製した。本論文で得られた結果を要約すると、次のようになる。

(1) 同一の振動特性を有する1自由度系2個をばねで結合させ、近接固有値を有する構造モデルを作成し、固有値の近接度と時刻歴応答および周波数応答の関係を検討した。さらに、近接固有値を有する系の観測データに、時間領域では2自由度系の単位衝撃応答関数を、周波数領域でコアド線図とナイキスト線図を非線形最小二乗法で曲線適合させる方法を示した。

(2) 近接固有値を有する2自由度系モデルと吊床版橋の有限要素モデルのシミュレーション応答データより、時間領域と周波数領域において高精度な振動特性、振動

数、減衰定数、振動モードの推定が可能であることが確認できた。

(3) 周波数領域法は、時間領域法と比べて曲線適合に用いるデータ数が少なく推定に要する時間は短い。しかし、共振点付近のデータが少ないために、分解能不足や初期値の敏感さにより推定値の誤差が大きい。一方、時間領域法は、曲線適合に用いるデータ数が多く推定時間が長い。安定した誤差の少ない推定値が得られることが確認できた。

(4) 周波数領域法および時間領域法を、吊床版橋の実験データに適用した。この結果、本推定法により効果的に動特性が推定でき、計測現場で活用できる推定法であることが確認できた。

(5) 本推定法を仮想計測ソフトウェアで実現し、ノート型パーソナルコンピュータに移植した。本システムを吊床版橋の実験データに適用した結果、有効な推定が実現でき、うなりを伴う観測データから有効な動特性を推定できる可搬型の動特性推定装置が実現できた。

近年、パーソナルコンピュータの飛躍的な発達とPCカード型のA/D変換器や電池駆動の加速度計のように、振動計測装置のダウンサイジングが進んでいる。実用に耐える理論の構成とプログラミング技術により、これまで考えられなかったデータ処理技術やシステム同定が、計測現場で実時間で実現することが可能になってきた。さらに、本動的特性推定装置に振動計測現場の経験を取り込み、効果的に活用できるための更なる改良を加えたいと考えている。

参考文献

- 1) 長松昭男：モード解析，培風館，1985.7.
- 2) 長松昭男：モード解析入門，コロナ社，1993.7.
- 3) 山口宏樹，高野晴夫，小笠原政文，下里哲弘，加藤真志，岡田淳：鶴見つばさ橋の振動実験による動的特性の同定，土木学会論文集，No.543/I-36，pp.247-258，1996.7.
- 4) Ewins, D. J.: *Modal Testing Theory and Practice*, Research Studies Press, 1984.
- 5) 岡林隆敏，原忠彦，龍博志：周波数領域多自由度曲線適合法による道路橋の振動特性同定，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第19巻，pp.43-48，1995.7.
- 6) 讃岐康博，大塚良隆，大畑孝美，金子鉄男：Beating 波形からの各単振動の対数減衰率算出法，第2回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集，pp.109-114，1989.8.
- 7) 岩本政巳，藤野陽三：自由振動減衰波形からの固有振動数の近接した2自由度線形系のパラメータ同定，土木学会論文集，No.450/I-20，pp.141-149，1992.7.
- 8) 星谷勝，斎藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集，No.344/I-1，pp.289-298，1984.4.
- 9) 瀧本幸，星谷勝：カルマンフィルタを用いた非線形構造物の同定，土木学会論文集，No.556/I-38，pp.179-187，1997.1.
- 10) 岡林隆敏，山森和博，古賀政男，吉村徹：仮想計測器ソフトウェアによる構造同定システムの開発，橋梁振動コロキウム'97論文集，pp.197-204，1997.10.

- 11) 吉村徹, 岡林隆敏, 山森和博, 砂川勇二: 可搬型振動計測システムによる斜張橋ケーブル振動の計測, 橋梁振動コロキウム'97 論文集, pp.205-212, 1997.10.
- 12) 岡林隆敏, 山森和博, 田丸康広, 吉村徹: 可搬型振動計測システムによる構造物の振動特性推定, 土木学会論文集, No.591/I-43, pp.327-337, 1998.4.
- 13) 中川徹, 小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.5.
- 14) Johnson, G. W.: *LabVIEW Graphical Programming*, McGraw-Hill, 1994.
- 15) 日本ナショナルインスツルメンツ (株) : LabVIEW チュー
トリアルマニュアル, 1996.1
- 16) The Math Works. Inc.: *MATLAB Reference Guide*, サイバネットシステム (株), 1994.11
- 17) The Math Works. Inc.: *Optimization Toolbox*, サイバネットシステム (株), 1994.5
- 18) 梶川康男, 深田幸史, 吉川裕晃: 単径間 PC 吊床版歩道橋の振動特性, 構造工学論文集, Vol.44A, pp.811-817, 1998.3.

(1998. 10. 1 受付)

ESTIMATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS FOR STRUCTURES WITH CLOSELY SPACED EIGENVALUES

Takatoshi OKABAYASHI, Kazuhiro YAMAMORI, Yasuhiro SANUKI
and Taichirou TAMURA

The phenomenon of beats has been observed on vibration tests of the hanging type structures such as the stress ribbon bridges with very closely spaced natural frequencies. In order to estimate the dynamic characteristics of the structures, the two curve fitting methods which are direct applied to the frequency response and impulse response by the nonlinear least square method are proposed. Effectiveness of the methods are discussed by the numerical simulation and field vibration test for the stress ribbon bridge. Result shows that dynamic characteristics can be estimated highly accurately by the both methods. However, the time domain method have higher accuracy compare with the frequency domain method.