

外圧を受ける円筒サンドイッチシェル構造の 初期不整を考慮した弾性座屈強度

大賀水田生¹・J. G. A. CROLL²・中村大輔³・山田勝己⁴

¹正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

²Prof., Dept. of Civil & Environmental Eng., Univ. Coll. London (Gower Street, London WC1E 6BT England)

³学生会員 愛媛大学理工学研究科前期課程 土木海洋工学専攻 (〒790-8577 松山市文京町3)

⁴不動建設株式会社 (〒110-0016 東京都台東区台東1-2-1)

本研究では、サンドイッチ断面を有する円筒シェル構造が外圧を受ける場合について、まずその線形座屈強度を求める解析式を誘導し、既往の解と比較することにより、誘導した解析式の妥当性を検討するとともに、円筒サンドイッチシェルの円周方向の座屈モードが線形座屈強度に及ぼす影響および座屈時のひずみエネルギー成分について考察する。さらに、外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した弾性座屈強度すなわち弾性座屈強度の下限値を理論的に推察する方法をReduced Stiffness法(RS法)に基づき導くとともに、本法を外圧を受ける円筒サンドイッチシェルに適用し、得られた座屈強度をFEM耐荷力解析による結果と比較することにより、誘導した方法の妥当性、有効性について検討する。

Key Words: cylindrical shell, sandwich shell, reduced stiffness method, buckling load

1. はじめに

サンドイッチ構造は構造部材の軽量化の観点において優れた構造形式であり、このサンドイッチ断面を有するシェル構造(サンドイッチシェル構造)は通常断面を有するシェル構造と比較して、より優れた構造形式になり得ることが期待される。ところで、サンドイッチシェル構造に限らず、一般にシェル構造においては、形状初期不整の影響により座屈崩壊荷重が大きく低下することが知られており、この初期不整の影響を厳しく検討することが要求されるようになってきている。しかしながら、土木、建築分野では構造物の規模の大きさ、外力の不確定さなどのため、実物大実験を行うことは極めて困難であり、したがって、いかにして初期不整の影響を考慮した座屈強度を合理的に評価するかは、この分野での重要な研究テーマの一つとなっている。

そこで本研究では、サンドイッチ断面を有する円筒シェル構造(円筒サンドイッチシェル)が外圧を受ける場合について、まずその線形座屈強度を求める解析式を誘導し、既往の解と比較することにより、誘導した解析式の妥当性を検討するとともに、円筒サンドイッチシェルの円周方向の座屈モードが線形座屈強度に及ぼす影響

および座屈時のひずみエネルギー成分について考察する。さらに、円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法をReduced Stiffness法(RS法)^{1)~4)}に基づき導くとともに、本法を外圧を受ける円筒サンドイッチシェルに適用し、得られた座屈強度をFEM耐荷力解析による結果と比較することにより、誘導した方法の妥当性、有効性について検討する。

RS法は、シェルの座屈に対して抵抗しようとする面内ひずみ成分が、初期不整によって容易に消失するという仮説に基づいており、提案以来、既往の弾性座屈実験結果との比較や非線形数値解析的考察などを通じてその有効性が検討されるとともに、種々の分野への適用が試みられている^{5)~12)}。

2. 外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの線形座屈強度解析式

(1) 外圧を受ける円筒サンドイッチシェルのトータルポテンシャルエネルギー

円筒サンドイッチシェルが外圧 q を受ける場合の座屈前膜応力状態は次式で与えられる(図-1)¹³⁾。

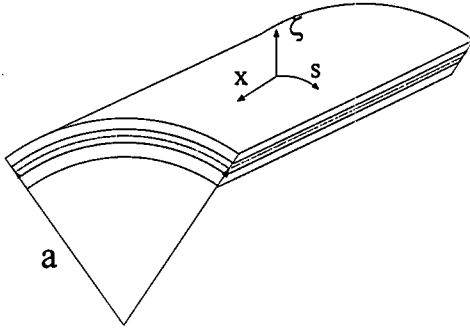


図-1 サンドイッチシエルパネル

$$n_s^F = -qa, \quad n_x^F = n_{xs}^F = m_x^F = m_s^F = m_{xs}^F = 0 \quad (1)$$

ここに、 n, m : 面内力および曲げモーメント、 a : 円筒サンドイッチシエルの半径。

ここで、座屈時の x, s, ζ 軸方向の変位を u, v, w 、 s, x 軸廻りの回転変位を β_x, β_s とする時のトータルポテンシャルエネルギーは次のように表すことができる^{2), 4)}。

$$\Pi = \Pi_0 + \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 \quad (2)$$

ここに、添字 0, 1, ... は座屈時の変位 ($u, v, w, \beta_x, \beta_s$) に関する次数を表している。

座屈開始時では変位 ($u, v, w, \beta_x, \beta_s$) は十分に小さいと仮定すると、トータルポテンシャルエネルギーの 2 次の項 Π_2 のみが座屈荷重に関係する^{2), 4)}。この 2 次のエネルギー成分は次のように表される。

$$\Pi_2 = U_M + U_B + U_S + V \quad (3)$$

ここに、

$$U_M = U_{M1} + U_{M2} + U_{M3} : \text{面内ひずみエネルギー}$$

$$U_B = U_{B1} + U_{B2} + U_{B3} : \text{曲げひずみエネルギー}$$

$$U_S = U_{S1} + U_{S2} : \text{せん断ひずみエネルギー}$$

$$V = \frac{1}{2} \iint (n_s^F \varepsilon_s^*) ds dx \quad (4)$$

添字 1, 2 および 3 はそれぞれ x, s および $x-s$ 軸に関する成分であることを示している。

(2) 外圧を受ける円筒サンドイッチシエルの釣合方程式

式(3)で示されるトータルポテンシャルエネルギーの 2 次の項 Π_2 の停留条件を考慮し、さらにひずみ変

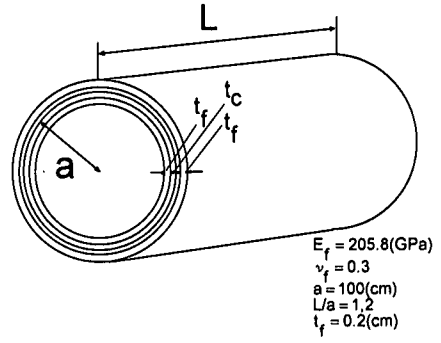


図-2 円筒サンドイッチシエル

位関係式、断面力-ひずみ関係式¹⁴⁾⁻¹⁶⁾を適用することにより次のような連立方程式が得られる。

$$D_{M1} \{u_{,xx} + \nu_f (v_{,xs} + \frac{1}{a} w_{,x})\} + D_{M2} (v_{,xs} + u_{,ss}) = 0 \quad (5a)$$

$$D_{M1} (v_{,ss} + \frac{1}{a} w_{,s} + \nu_f u_{,xs}) + D_{M2} (v_{,xx} + u_{,xs}) + D_S (\frac{1}{a} w_{,s} - \frac{v}{a^2} + \frac{\beta_s}{a}) = 0 \quad (5b)$$

$$D_{M1} (\frac{v_{,s}}{a} + \frac{w}{a^2} + \frac{\nu_f}{a} u_{,x}) - D_S (w_{,xx} + \beta_{x,x}) - D_S (w_{,ss} - \frac{1}{a} v_{,s} + \beta_{s,s}) + qaw_{,ss} = 0 \quad (5c)$$

$$D_{B1} (\beta_{x,xx} + \nu_f \beta_{s,xs}) + D_{B2} (\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss}) - D_S (w_{,x} + \beta_x) = 0 \quad (5d)$$

$$D_{B1} (\beta_{s,ss} + \nu_f \beta_{x,ss}) + D_{B2} (\beta_{s,xx} + \beta_{x,ss}) - D_S (w_{,s} - \frac{v}{a} + \beta_s) = 0 \quad (5e)$$

ここに、

$$D_{M1} = \frac{2E_f}{1-\nu_f^2} h_f; \quad D_{M2} = \frac{(1-\nu_f)}{2} D_{M1} \quad (6a, b)$$

$$D_{B1} = \frac{E_f}{12(1-\nu_f^2)} \{(h_c + 2h_f)^3 - h_c^3\} \quad (6c)$$

$$D_{B2} = \frac{(1-\nu_f)}{2} D_{B1}; \quad D_S = G_c h_c \quad (6d, e)$$

E_f : 表面材の弾性係数、 ν_f : 表面材のポアソン比、 G_c : 心材のせん断弾性係数、 h_f : 表面材厚、 h_c : 心材厚。なお、本研究では表面材は面内力および曲げモーメントのみに、心材は面外せん断力のみに抵抗するものとしている。

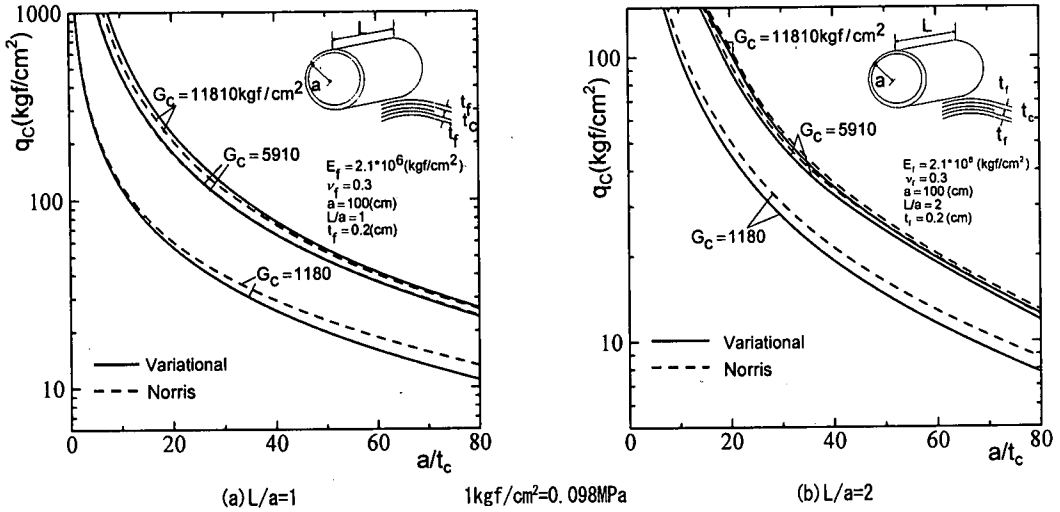


図-3 線形座屈強度の比較

(3) 外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの線形座屈強度

本研究では、変位 u, v, w および回転変位 β_x, β_s に対して次のような変位関数を導入している。

$$u = A_1 \cos \alpha s \cos \rho x; \quad v = A_2 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7a, b)$$

$$w = A_3 \cos \alpha s \sin \rho x; \quad \beta_x = A_4 \cos \alpha s \cos \rho x \quad (7c, d)$$

$$\beta_s = A_5 \sin \alpha s \sin \rho x \quad (7e)$$

ここに、 $\alpha = n/a$, $\rho = m\pi/l$, m, n : 軸方向および円周方向の半波数, A_i : 変位関数の振幅

変位関数式(7)を式(5)に代入することにより、次のような座屈条件式が得られる。

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} - \lambda & C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

ここに、

$$C_{11} = \rho^2 D_{M1} + \alpha^2 D_{M2} \quad (9a)$$

$$C_{12} = -(v_f \alpha \rho D_{M1} + \alpha \rho D_{M2}) \quad (9b)$$

$$C_{13} = -\frac{v_f}{a} \rho D_{M1}; \quad C_{14} = C_{15} = 0 \quad (9c, d)$$

$$C_{22} = \alpha^2 D_{M1} + \rho^2 D_{M2} + \frac{D_S}{a^2} \quad (9e)$$

$$C_{23} = \frac{\alpha}{a} D_{M1} + \frac{\alpha}{a} D_S; \quad C_{24} = 0; \quad C_{25} = -\frac{D_S}{a} \quad (9f, g, h)$$

$$C_{33} = \frac{1}{a^2} D_{M1} + \rho^2 D_S + \alpha^2 D_S; \quad C_{34} = \alpha D_S \quad (9i, j)$$

$$C_{35} = -\alpha D_S; \quad C_{44} = \rho^2 D_{B1} + \alpha^2 D_{B2} + D_S \quad (9k, l)$$

$$C_{45} = -(v_f \alpha \rho D_{B1} + \alpha \rho D_{B2}) \quad (9m)$$

$$C_{55} = \alpha^2 D_{B1} + \rho^2 D_{B2} + D_S \quad (9n)$$

$$C_{ij} = C_{ji}; \quad \lambda = q a \alpha^2 \quad (9o, p)$$

式(8)を満足する λ および A_i が外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの線形座屈荷重および座屈モードを与える。

3. 外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの RS 座屈強度算定式

q_C を線形座屈荷重とするとトータルポテンシャルエネルギーの2次の項、式(3)より次式を得る。

$$U_M + U_B + U_S - q_C V_E = 0 \quad (10)$$

$$\text{ここに、} V_E = \frac{1}{2} \iint (a w_s^2) ds dx.$$

RS 法では面内ひずみ成分によるひずみエネルギー U_M が初期不整の影響により消失すると仮定する^{(1),(2),(3)}。したがって、式(10)は次のようになる。

$$U_B + U_S - q_C^* V_E = 0 \quad (11)$$

ここに、 q_C^* : RS 座屈強度。

式(10), (11)より、RS 座屈強度 q_C^* が線形座屈強度 q_C により次のように与えられる。

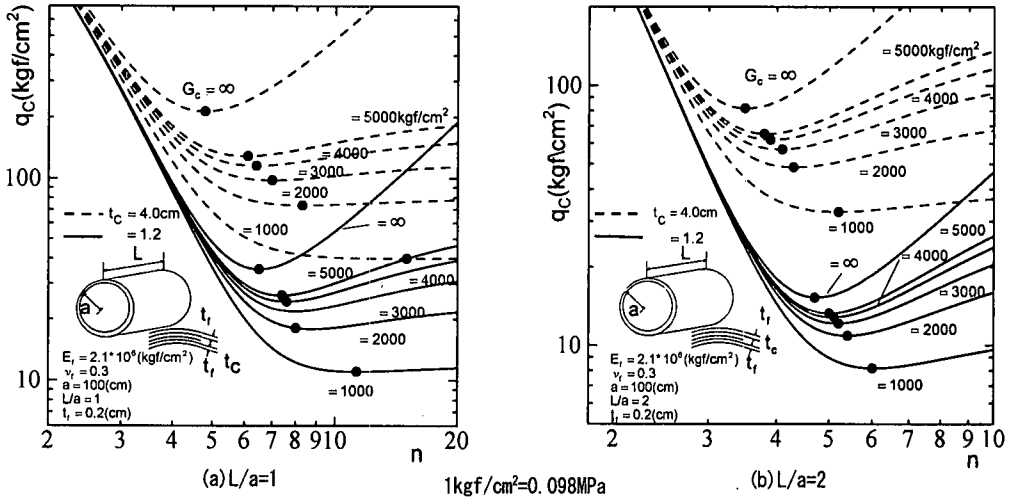


図-4 線形座屈強度と座屈モード

$$q_c^* = \frac{U_B + U_S}{U_M + U_B + U_S} q_c \quad (12)$$

4. 他の解析法との比較・検討

式(12)より明らかなように、RS 座屈強度は線形座屈強度から求められる。そこで、まず本研究で誘導した線形座屈強度解析式の妥当性を検討するため、図-2に示す円筒サンドイッチシェル($G_c=1180(116)$, $5910(579)$, $11810\text{kgf/cm}^2(1157\text{Mpa})$, $0.0 < a/t_c < 80.0$)が外圧を受ける場合の線形座屈解析を行った。図-3に得られた線形座屈強度 q_c と他の解析法による結果 (Norris)¹⁷⁾ との比較を示している。両解法による解に若干の誤差が見られるが、いずれの L/a , a/t_c においても両解法による解の傾向はよく一致している。なお、両解法での誤差の原因として、Norris での解析式において t_c/a の項が無視されていることが考えられる。

5. 円周方向の座屈モードが線形座屈強度に及ぼす影響

円筒シェルが外圧を受ける場合の部材軸方向 (x 軸方向) の座屈モード m は常に $m=1$ となり、円周方向座屈モード n のみが座屈強度に影響を及ぼすことが知られており¹⁸⁾、本研究で行った円筒サンドイッチシェルに関する数値計算においてもこのことを確認している。

そこで本研究では、円周方向の座屈モード n が外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの線形座屈強度に及ぼす影響の検討を行った。図-4に円筒サンドイッチシェル(図-2: $a=100\text{cm}$, $t_l=0.2\text{cm}$, $t_c=1.2, 4.0\text{cm}$, $L/a=1, 2$)が外圧を受ける場合の線形座屈強度と円周方向の座

屈モード n の関係を示している。

図-4(a)に示す $L/a=1$ の場合、いずれの心材厚 t_c およびせん断弾性係数 G_c においても、線形座屈強度は円周方向座屈モード n のある値で極値(最小座屈強度)をとっているが、その最小座屈強度をとる座屈モード n の値 n_{min} は $G_c=\infty$ の場合に比較して大きくなっており、また心材厚 t_c およびせん断弾性係数 G_c が小さくなるほど大きくなる傾向を示している。

円周方向座屈モード n が最小座屈強度を与える値 n_{min} より大きい範囲 ($n > n_{min}$) における心材のせん断弾性係数が線形座屈強度に及ぼす影響は、 $n < n_{min}$ の場合に比較して、いずれの心材厚 t_c においても大きくなっている。また $t_c=4.0\text{cm}$, $G_c=1000\text{kgf/cm}^2(98\text{Mpa})$ では最小座屈強度をとる $n_{min}=15$ 以降、座屈モード n の増加による線形座屈強度の変化はほとんどみられない。

図-4(b)に示す $L/a=2$ の場合、 $L/a=1$ の場合と同様の結果が得られているが、最小座屈強度をとる座屈モード n_{min} の値は $L/a=1$ 場合に比較して小さくなる傾向を示すとともに、心材のせん断弾性係数が座屈強度および円周方向座屈モードの変化に及ぼす影響も小さくなっている。

これらのことより、外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの線形およびRS座屈強度を与える円周方向座屈モードは心材厚および心材のせん断弾性係数が小さくなるほど大きくなることが明らかになった。

6. 外圧を受ける円筒サンドイッチシェルのひずみエネルギー

図-5に外圧を受ける円筒サンドイッチシェルの座屈時のひずみエネルギーおよび8種類のエネルギー成

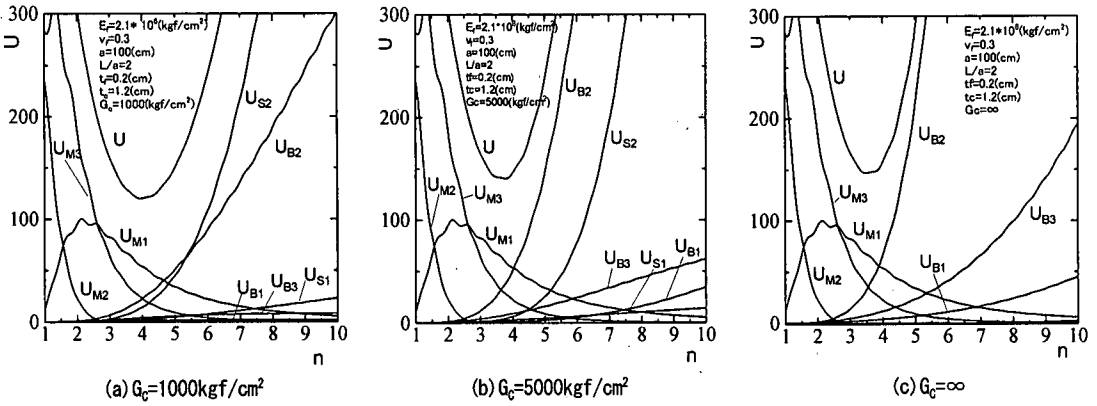


図-5 ひずみエネルギー成分と座屈モード

1kgf/cm²=0.098MPa

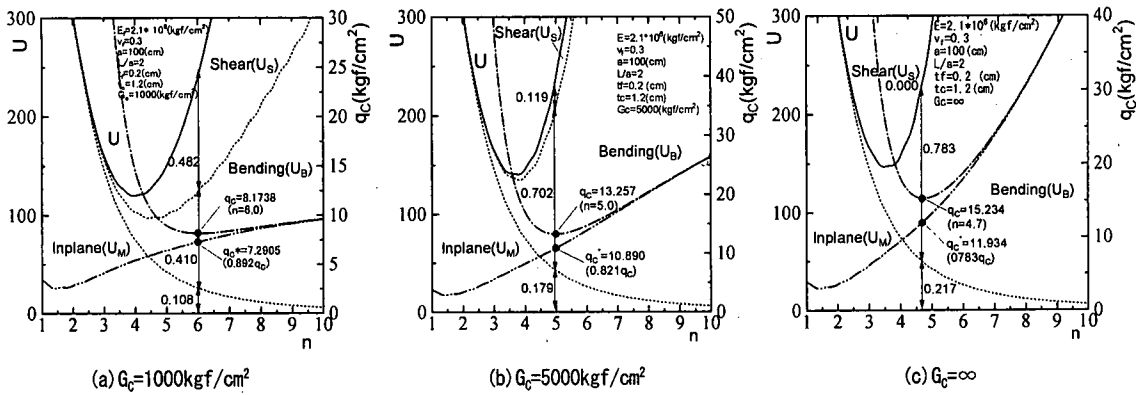


図-6 エネルギー成分とRS座屈強度

1kgf/cm²=0.098MPa

分(式(3))のスペクトルを円周方向座屈モードを横軸にとり示している。

図-5(a)に示す $G_c=1000\text{kgf/cm}^2$ (98Mpa)の場合、ひずみエネルギー U は円周方向座屈モード n の増加とともに減少し、 $n=4$ 付近で最小値をとりその後増大している。また部材軸方向(x 方向)の面内ひずみエネルギー U_{M1} は $n=2$ 付近で極値をとっているが、面内ひずみエネルギー成分 $U_{M1,2,3}$ はいずれも n の増大とともに減少する傾向を示しており、特に円周方向(s 方向)成分 U_{M2} は $n=2.5$ 付近でほぼ消失している。

一方、曲げひずみエネルギーについては、いずれのエネルギー成分も n の増加とともに増大する傾向を示しているが、部材軸方向成分 U_{B1} はいずれのモード n においても非常に小さくほとんど認められないのに対し、円周方向成分 U_{B2} は他の2成分(U_{B1}, U_{B3})に比較して大きな値を示している。

せん断ひずみエネルギー成分も、曲げひずみエネルギー成分の場合と同様、 n の増加とともに大きくなっているが、特に円周方向成分 U_{S2} の増加率が大きく、 $n > 6$ においては最も大きなエネルギー成分となって

いる。

図-5(b)に示す $G_c=5000\text{kgf/cm}^2$ (490Mpa)の場合、いずれのエネルギー成分も $G_c=1000\text{kgf/cm}^2$ (98Mpa)の場合とよく似た傾向を示しており、特に面内ひずみエネルギー成分 $U_{M1,2,3}$ にはほとんど変化はみられない。しかし、曲げひずみエネルギー成分が $G_c=1000\text{kgf/cm}^2$ (98Mpa)の場合に比較して大きくなっており、特に円周方向成分 U_{B2} は $n > 4$ においては最大のエネルギー成分となっている。

図-5(c)に示す $G_c=\infty$ の場合、当然ながらせん断ひずみエネルギー成分は消失しているが、面内エネルギー成分には $G_c=1000\text{kgf/cm}^2$ (98), 5000kgf/cm^2 (490 Mpa)の場合との差異はほとんど認められない。

7. 外圧を受ける円筒サンドイッチシェルのRS座屈強度

図-5 に示す8個のひずみエネルギー成分を面内(Inplane: ΣU_M)、曲げ(Bending: ΣU_B)およびせん断ひずみエネルギー成分(Shear: ΣU_S)としてまとめた

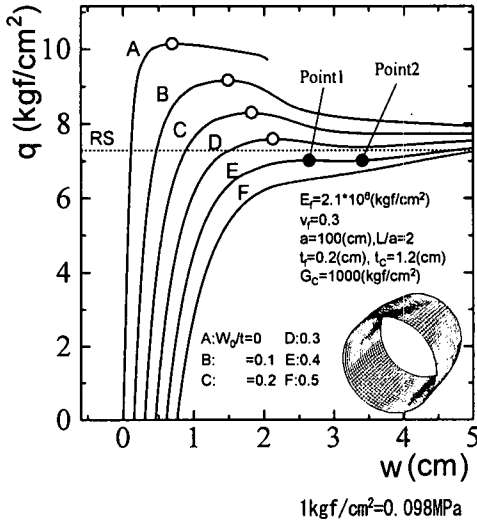


図-7 荷重-変位曲線

ものを図-6 に示している。

図-6(a) に示す $G_c=1000\text{kgf/cm}^2(98\text{Mpa})$ の場合、面内ひずみエネルギー成分 U_M は円周方向座屈モード n の増加とともに減少しているのに対し、曲げおよびせん断ひずみエネルギー成分 U_B , U_S は n の増加とともに大きくなる傾向を示している。この場合、線形座屈強度 q_c (一点鎖線) は円周方向座屈モード $n=6.0$ で得られており ($q_c=8.17\text{kgf/cm}^2(0.80\text{Mpa})$)、また各エネルギー成分の全ひずみエネルギー U に占める割合は $U_M=0.108$, $U_B=0.410$, $U_S=0.482$ となっている。したがって、この場合の RS 座屈強度は式(12)を用いて次のように決定される。

$$q_c^* = \frac{U_B + U_S}{U_M + U_B + U_S} q_c = 0.892 q_c = 7.29 (\text{kgf/cm}^2) = 0.72 (\text{Mpa}) \quad (13)$$

なお、図-6(a) にはそれぞれの円周方向モード n に対して求められた RS 座屈強度 (二点鎖線) も同時に示しているが、この RS 座屈強度は n の増大とともに大きくなり、線形座屈強度に漸近する傾向を示している。

図-6(b) に示す $G_c=5000\text{kgf/cm}^2(490\text{Mpa})$ の場合、線形座屈強度 q_c は $n=5.0$ で得られている ($q_c=13.26\text{kgf/cm}^2(1.30\text{Mpa})$)。この $n=5.0$ での各ひずみエネルギー成分の全ひずみエネルギー U に占める割合は、それぞれ $U_M=0.179$, $U_B=0.702$, $U_S=0.119$ となっており、 $G_c=1000\text{kgf/cm}^2(98\text{Mpa})$ の場合に比較して、 U_B の占める割合が大幅に増大している。この場合の RS 座屈強度は $q_c^*=0.821 q_c=10.89\text{kgf/cm}^2(1.07\text{Mpa})$ となっている。

図-6(c) に示す $G_c=\infty$ の場合、線形座屈強度 q_c は $n=4.7$ で得られており ($q_c=13.26\text{kgf/cm}^2(1.30\text{Mpa})$)、

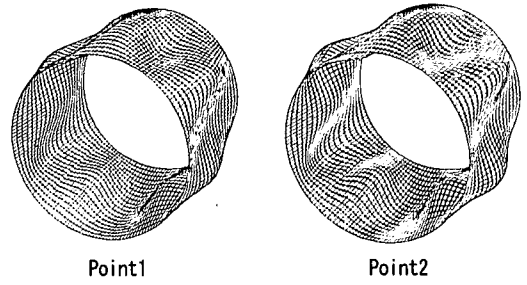


図-8 変形状

この場合の RS 座屈強度は $q_c^*=0.783 q_c=11.93\text{kgf/cm}^2(1.07\text{Mpa})$ となっている。

8. FEM 耐荷力解析結果との比較・検討

図-2 に示す円筒サンドイッチシェル ($a=100\text{cm}$, $t=0.2\text{cm}$, $L/a=2$) が外圧を受ける場合の FEM 耐荷力解析を初期不整の大きさを種々変化させて行い、得られた耐荷力と RS 座屈強度の比較・検討を行った。なお、本解析では幾何学的非線形性を考慮しており、また初期不整としては変分法により求めた線形座屈荷重に対する座屈モードを用いている (図-7)。解析モデルおよび座屈モードの対称性を考慮して、部材軸方向については $L/2$ 部分を、円周方向については線形座屈強度に対する座屈モード 3 波形部分を解析対象とした。したがって、円周方向座屈モードが $n=5$ の場合は、中心角 $\theta=3\pi/5$ の円筒サンドイッチシェルパネルが解析対象となる。解析では、この解析対象を 100 個のアイソパラメトリックシェル要素に分割し解析を行った。なお、アイソパラメトリックシェル要素の層分割数は、表面材および心材の層分割数が解の精度に及ぼす影響を検討し、表面材 1 層、心材 6 層の計 8 層とした。

図-7 に種々の大きさの初期不整 ($w_0/t=0.0\sim 0.5$, w_0 : 初期不整振幅, $t=2t_1+t_2$) を有する円筒サンドイッチシェル ($G_c=1000\text{kgf/cm}^2(98\text{Mpa})$, $t_c=1.2\text{cm}$) が外圧を受ける場合の荷重-変位曲線を示している。図-7 より明らかなように、荷重-変位曲線 A~E は、いずれの場合も極値 (図-7: 白印) をとった後、強度の減少とともに急激に面外変位が大きくなる座屈現象を示しているのに対し、曲線 F にはその現象は見られない。したがって、曲線 E ($w_0/t=0.4$) でのピーク値を座屈下限値とみなすことができ、この値は本解析法より得られた RS 座屈強度と 4% 以内の誤差で一致している。

図-8 に、曲線 E での座屈時 (図-7: Point 1) および座屈後 (Point 2) での変形状を示しているが、いずれも初期不整と類似した変形モードを保っており、飛び移り現象は生じていない。

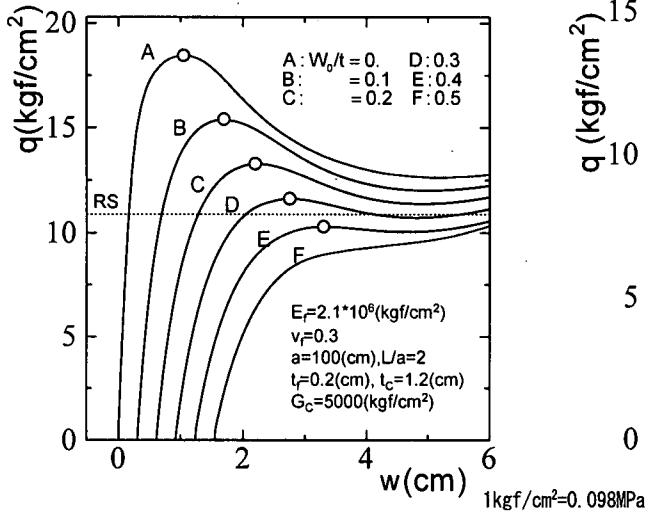


図-9 荷重-変位曲線

図-9 に $G_c=5000\text{kgf/cm}^2(490\text{Mpa})$, $t_c=1.2\text{cm}$ の場合の荷重-変位曲線を示している。図-9 より明らかなように、荷重-変位曲線 A~E は座屈現象を示しているが、曲線 F にはその現象は見られない。したがって、曲線 E ($w_0/t=0.4$) でのピーク値を座屈下限値とみなすことができ、この値は本解析法より求めた RS 座屈強度と 6% 以内の誤差で一致している。

図-10, 11 に心材厚 $t_c=1.6\text{cm}$ での $G_c=1000(98)$, $5000\text{kgf/cm}^2(490\text{Mpa})$ に対する荷重-変位曲線を示している。本数値解析で得られた座屈下限値は $G_c=1000(98)$, $5000\text{kgf/cm}^2(490\text{Mpa})$ において RS 座屈強度とそれぞれ 4% および 6% 以内の誤差で一致している。

これらのことより、RS 座屈強度は非線形 FEM 耐荷力解析による結果とよく一致することが明らかになった。

9. おわりに

本研究では、円筒サンドイッチシェル構造が外圧を受ける場合について、まずその線形座屈強度を求める解析式を誘導し、既往の解と比較することにより誘導した解析式の妥当性を検討するとともに、円筒サンドイッチシェル構造の円周方向の座屈モードが線形座屈強度に及ぼす影響および座屈時のひずみエネルギー成分について考察した。さらに、円筒サンドイッチシェルの初期不整によるばらつきを考慮した座屈強度すなわち座屈下限値を理論的に推察する方法を Reduced Stiffness 法に基づき導くとともに、本法を外圧を受ける円筒サンドイッチシェルに適用し、得られた座屈強度を FEM 耐荷力解析による結果と比較することにより、誘導した方法の妥当性、有効性について検討した。

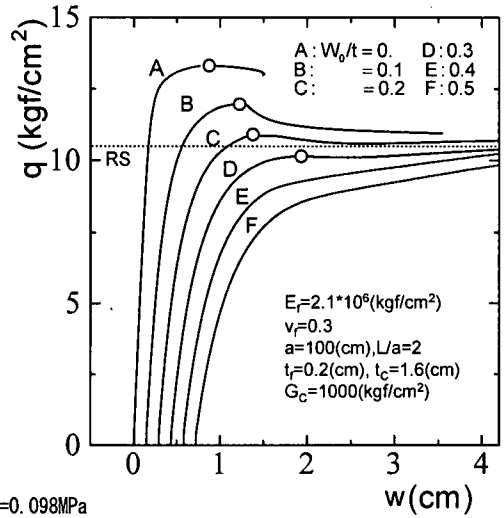


図-10 荷重-変位曲線

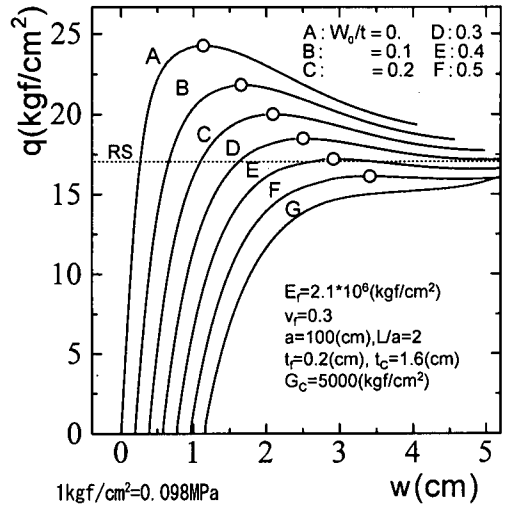


図-11 荷重-変位曲線

その結果、本研究で誘導した Reduced Stiffness 法を外圧を受ける円筒サンドイッチシェルに適用して得られた座屈強度は種々の大きさの初期不整を用いた FEM 耐荷力解析による強度の下限値とよく一致し、通常断面を有するシェル構造に対して提案されている Reduced Stiffness 法がサンドイッチシェル構造の力学的理解および初期不整によるばらつきを考慮した効率的な設計に対して大いに貢献できることが明らかになった。

なお、本研究では RS 座屈強度の算出での円周方向座屈モード n の増分は実数 ($\Delta n=0.1$) としているが、この増分量として整数を用いた場合、異なる RS 座屈強度が得られる可能性が有り、今後円周方向座屈モードの増分が RS 座屈強度に及ぼす影響を検討する必要がある。

ある。また、FEM 耐荷力解析では部材全体を解析対象とするのではなく、解析モデルおよび座屈モードの対称性を考慮して円周方向座屈モード3波形部分を解析対象として解析を行ったが、このことの飛び移り現象等の部材の挙動に及ぼす影響も検討する必要がある。

参考文献

- 1) Croll, J.G.A. : Towards simple estimates of shell buckling loads, *Der Stahlbau*, pp.243-248, 1975.
- 2) Croll, J.G.A. and Batista, R.C. : Explicit lower bounds for the buckling of axially loaded cylinders, *Int. J. Mech. Science*, 23, pp.331-343, 1981.
- 3) 山田 聖志 : シェル座屈解析における Reduced Stiffness 法, 第1回シェル空間構造セミナー資料, pp.25-32, 1992.
- 4) 山田 聖志 : 初期不整の影響と座屈下限理論 (シェル・空間構造における不安定現象の現状と課題), 日本建築会, 1996.
- 5) Ellinas, C.P. and Croll, J.G.A. : Experimental and theoretical correlations for elastic buckling of axially compressed stringer stiffened cylinders, *J. Strain Analysis*, 18, pp.46-67, 1983.
- 6) Ellinas, C.P. and Croll, J.G.A. : Experimental and theoretical correlations for elastic buckling of axially compressed ring stiffened cylinders, *J. Strain Analysis*, 18, pp.81-93, 1983.
- 7) Kawamoto, Y. and Yuhara, T. : Buckling of fabricated ring-stiffened steel cylinders under axial compression, *Int.Conf.On Advanced in Marine Structures*, Dunfermline, pp.262-280, 1986.
- 8) Croll, J.G.A. : Lower bound methods in shell buckling, *Developments in Thin-Walled Structures*, 3, Elsevier, 1987.
- 9) Croll, J.G.A. : Towards a rationally based elastic-plastic shell buckling design methodology, *Thin-Walled Structures* 23, pp.67-84, 1995.
- 10) Yamada, S. and Croll, J.G.A. : Buckling and post-buckling characteristics of pressure loaded cylinders, *J.Applied Mechanics*, ASME, 1993.
- 11) Yamada, S. and Croll, J.G.A. : Elastic-plastic buckling design for shallow cylindrical shells under external pressure, *Proc. IASS-ASCE Symp. On Spatial, Lattice and Tension Structures*, ASCE, pp.936-945, 1994.
- 12) Yamada, S. : Estimation on the effects of initial stresses on the vibration behavior of curved shell-like structures, *Theoretical and Applied mechanics*, 44, Science Council of Japan, pp.21-28, 1995.
- 13) Timoshenko, S.P. and Gere, M. : *Theory of Elastic Stability*, McGRAW-Hill, 1961.
- 14) Donnell, L.H. and Wan, C.C. : Effect of imperfections on buckling of thin cylinders and columns, *J. of Applied Mech.*, ASME, Vol.17, pp.73-83, 1950.
- 15) Clive, L.DYM : *Introduction to the Theory of Shells (Revised Printing)*, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1990.
- 16) Raamachandran, J. : *Thin Shells Theory & Problems*, Sangam Books, London, 1993.
- 17) Plantema, F.F. : *Sandwich Construction*, John, Wiley & Sons, New York, 1966.

(1998. 6. 19 受付)

ELASTIC BUCKLING STRENGTH OF CYLINDRICAL SANDWICH SHELLS UNDER EXTERNAL PRESSURES

Mitao OHGA, CROLL J.G.A., Daisuke NAKAMURA and Katsumi YAMADA

At first, an analytical procedure to determine the linear buckling loads of the cylindrical sandwich shells subjected to the external pressures is derived based on the variational method. The method is compared with other analytical method, and the effects of the mode in circumferential direction to the linear buckling loads and the components of the energy of the members are examined. Furthermore, the elastic buckling strength of the members in considering the scatter of the initial imperfection is proposed based on the reduced stiffness method, and these strength are compared with those obtained by the finite element method.