

城郭石垣の三次元形態の発生起源に関して FEMを適用する手法と解析事例

田中邦熙¹・新谷洋二²・山田清臣³

¹正会員 田中建コン事務所 (〒192-0371東京都八王子市南陽台2-33-16)

²正会員 フェロー 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-0062東京都千代田区神田駿河台1-8)

³正会員 フェロー 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-0062東京都千代田区神田駿河台1-8)

近世城郭石垣には反りなどの三次元的な独特の形態が認められ、視覚的に安定感を与えかつ工学的観点からも合理的な形態と考えられる。しかしこの形態の発生起源などは不明な点が多い。筆者らは現存石垣の観察計測結果から、石垣普請時に基礎や背面地盤等でかなり大きな沈下や変位が生じこれが石垣面に現れて、石垣師たちがこの自然発生的な形態に対してより安定化し美的にも高度化する努力を続けるうちに、高度な三次元形態へと進歩したと考えた。そして石垣断面解析にFEMなどを適用する手法を検討した後これを応用して、石垣構築時に反りなどの形態と類似した形態が得られることなどを示し、「石垣の三次元形態の起源は石垣普請時の変位変形であろう」とする一つの考え方を説明した。

Key Words : masonry wall, technical rule of piling-up masonry wall, F.E.M., displacement

1. まえがき

近世の城郭石垣は、その壮大な美・技術力などで見る人を圧倒するすばらしいものが多い。すなわち①石垣面や隅角部には反りが加えられていて、一般に下の方ほど緩く、高い位置ほど急になって、天端では垂直になっている。②隅角部は平面部よりも反りが強く末広がり状に張り出していて、平面部よりも大きい粗・精加工石を用いて算木積みされている。③石垣天端線は水平ではなく、中央部で低く両端隅角部でやや高くなっているとともに内側にやや湾曲する形を示している。④石垣面の水平長さが長い場合には、入角・出角などを用いて折れを加えている。など独特の形態が認められる。これらは視覚的安定感を与えるとともに、現代の工学的観点からも合理的な形態と考えられる。

このような石垣の形態の発生・発展に関しては、我々現代人は当時の石垣師たちが「経験的に習得したものであろう」と考えて、彼らの技能を賞賛する。しかし、どのような現象にどのような対策を施した結果として、どのような技法が習得されたのかといったように、具体的に・定量的に理解できない。

すなわち当時の石垣師たちは、石垣を上述のような形状形態とすることがその安定に好ましいである

うことは経験的に次第に理解していったと考えられるが、そうすればなぜ安定性が高められるかなどについては十分理解していたかどうか疑わしい。石垣の三次元的形態は、当時の技術的レベルから考えて、彼等が意図的に計画し創り出すことは非常に困難と考えられる。

近世初期の城は小高い山頂や丘陵地に多くかつ石垣高さもさほど高くないので、野面石を用いた野面積み技法により直線勾配を持つ石垣として構築された。しかし関ヶ原の役以降の城は平野の平城が多くなり、地盤条件が悪いのに高石垣を築く必要が高まった。このような時代の要請に応える工夫を試行錯誤していくうちに、地盤沈下等に起因した自然発生的形態の反りなどを有する高石垣技法が進歩していったと考えられる。そして石垣技術の進歩とともに、古代から社寺院等の「作事」で行われて来た屋根の曲線勾配(寺勾配等)に対する美意識や軍事的意図とも合致して、それをより強調するような形が完成されていったと考えられる。

本研究は石垣の安定性やその形態などに関して新しい理論や手法などを考案したものではない。石垣の形態が近世に至りわずか数十年という短期間に高度に発達した石垣技法に関して、その発生発達経緯を説明する一つの考え方として、我々の工学的手法

を用いて、石垣普請時に生じる沈下や変位によりある程度の説明ができることを示したものである。

石垣は土斜面以上に複雑な構成を成していて、その安定性などを理論的に解明することは非常に困難であり、過去の研究発表も非常に少ない^{1)~7)}。そして天野らは上述のような形態を「三次元安定効果」と称している¹⁾が、この石垣の形態の発生と発達およびその効果などが十分解明されているとは言えない。

すなわち石垣は、個々に独立した石塊を間詰石や裏込め材なども介して相互のかみ合わせにより積み上げられた壁体が土斜面にもたれ状態となって全体の安定を得ている。積み石の形状寸法は特に野面積みでは雑多で均一性に欠ける。また石の積み方には多くの技法がある。さらに間詰状態は積み石の雑多性や積み方とも関連して、間詰石の充填状態なども多様である。

したがって工学的手法を適用して断面解析などを行うとき、いたずらに複雑な解析モデルや手法を考えても得られる精度や信頼性に疑問が残る。そこで本研究では複雑な構成を成す石垣断面の解析において、ブロックの集合体である石垣を連続体に置き替えることにより、既存市販の2次元FEMソフトを実用的に適用するときの問題点を抽出し、解析できる条件を検討しその結果を応用して、石垣の三次元形態の発生などについて検討した。すなわち市販FEMソフトを適用することを念頭に、石垣断面のモデル化・境界条件の設定・各種物理力学定数の決定などに関して検討した考え方を説明し、その条件下で上述の石垣の形態の発生起源などに関して解析考察したものである。

2. 城郭石垣の形態に関する歴史的経緯

城郭石垣の勾配などに関する理論の発生や発展経緯はあまり明らかではない^{8)~11)}。

法勾配等に関しては、山鹿素行の「武教全書」1656(明暦6)年や荻生徂来(ひんせう)の「鉤録」1727(享保12)年などによって軍学的に研究された。しかし工学的安定性のような定量的な考え方は認められない。

一方寺勾配・宮勾配・扇の勾配あるいは弓法・縄緩みなどといった曲線勾配を示す言葉がある。これは「神社・寺院建築における屋根部分の反りの形状を指すもので、石垣勾配に当てて用いたものであろう^{9)~10)}。ことは間違いないと考えられる。そして「古代～中世の作事で使う勾配の基本は直角三角形であり、図-1のような鉤・股・弦の関係から弦を変化させて屋根の曲線を作り出していたと考えられている⁹⁾。

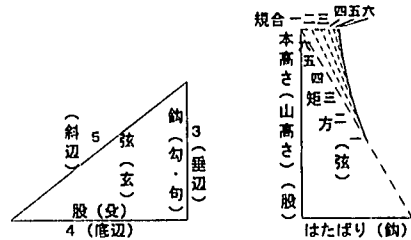


図-1 作事の鉤・股・弦



図-2 規合・矩方の図 (後藤家文書より)

一方石垣普請では上述作事の考え方における三角形を90°回転させて、「転び勾配」(45°以上)とすることにより石垣勾配が発生したことが、後藤彦三郎による「唯一一人伝」1824(文政7)年に示されている^{12)~15)}。この書では図-2のように作事の鉤を山高さ、股を端張り、弦を矩方と呼びさらに規合として「反り」を加えている。

一方近世の城郭石垣は織豊期の安土城に始まったとされ、関ヶ原の役以降数多くの城郭石垣が構築された。そして慶長年間(1596~1614年)には高石垣技法が次第に確立したと考えられ、引き続いて規格石材を大量に用いた間知石積み技法による高石垣が盛んに構築されている。このようにごく短期間に石垣技法が習得発展された歴史的事実と上述の古文書等が著述された時代を比較するとき、古文書等が世に出された時代の方がはるかに新しく、現場の技術が先行していたことが分かる。すなわち上述の古文書等は、「五行陰陽説」と結びつけて石垣技法の禁忌手とされる「三忌五禍」を脱くなど、現場の経験的技法を跡付け的に意味付けしている。

3. 現存石垣の観察

写真-1は大坂城本丸高石垣であり、平面部と隅角部の反りや折れなどがよく理解できる。これだけの高さの石積みを行うためには、十分な支持力が得られる支持地盤がなければならない。しかし地質調査結果等²⁾をみると、高石垣の底面以深でも $N \approx 10$ の粘性土層と $N \approx 20 \sim 40$ の砂礫層との互層が30m以上もあり、石垣構築時にもかなり大きな沈下が生じたものと考えられる。

そして石垣は背面地盤にももたれていて、背面地盤、さらに間詰めや裏込め部も含めた石垣自体も沈下変形する。その結果が石垣面の反りや天端線の内側への湾曲などとなって現れたと考えられる。

さらに大坂城石垣のような高石垣を水平に長く石積みすると、石垣石は横方向にも相互にもたれ状に積み上げられているので、地盤沈下量の差や石積み技術の優劣により、石垣面の弱部に応力集中したり

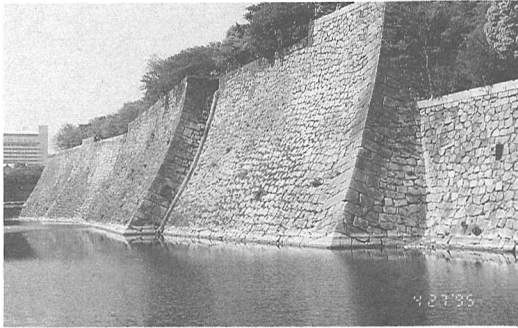


写真-1 大坂城高石垣の反りと折れ (撮影：田中, 1996)

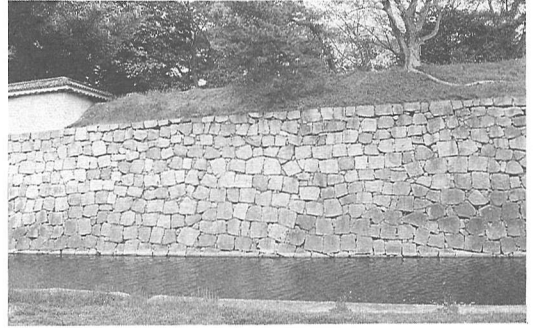


写真-2 二条城石垣平面部 (撮影：田中, 1997)



写真-3 岡山城天守台石垣隅角下押え石積み
(撮影：田中, 1997)



写真-4 金田城一ノ城戸石垣 (撮影：田中, 1998)

または目地開きが生じたりして、平面横方向の変状・崩落原因となることもある。このような現象に対処するには、水平距離を大きくせず、折れを加えると安定性が高められると考えられる。

写真-2は二条城石垣であり、濠の水面線に対して切込み接ぎの横方向線が水平距離5mで石垣石材高さ0.5m程の角度で傾斜して水没し、一方天端では石材の平均高さから1/3程度の高さの粗加工石を並べて、水平としていることが分かる。施工当初は根石高さ線は水平としたが、石垣高さの増加につれて石垣基礎地盤が不均等に沈下しその沈下形状が石垣面に明瞭に現れた事例と考えられる。なお二条城隅角部石垣などで見られるように、隅角部の精加工石による傾斜の大きい算木積み石と平面部粗加工石とを接続させるには、算木積み石の傾斜に合わせて平面部の積み石も根石の段階から傾斜させて石積みする必要がある場合もある。

写真-3は岡山城天守台南東隅角部下の押え石積みである。平面部石垣の下部に押え荷重としての石垣などを設けている事例は非常に多い(第2次世界大戦後施工されたものが多い)が、隅角部ではこの他に熊本城や盛岡城で若干見られるのみでさほど多くはない。岡山城の築城時期は慶長年間といわれ、石積み技法は初期段階である。写真の隅角部は、算木

積み技法を意識しながら石積みしている。しかし石材が自然石で相互のかみ合わせが良くなく、この隅角部で孕みなどの変状が現れている。隅角部が弱点となり易く、それに対処するには押え石積みが有効であることを学んだ一つの実例ではないかと考えられる。そして隅角部では平面部より加工度の高い石材を用い、末広がり状に張り出しを持つ算木積み技法に発達していった。すなわち張り出し部による押え荷重を設けかつ粗加工石の細長い大きな石材を算木積みとすることにより、石垣隅角部の応力的安定性も大きく改善されると考えられる。

写真-4は古代朝鮮式山城の一つ、金田城(対島)の一の城戸の石垣である。石積み技法的には近世城郭の石垣に比べて幼稚な点も多いが、板状に粗加工した積み石を用いて、折れ(横方向の安定のために加えたものかどうか不明)も加え、肩部にははね出し石も積んで高さ6~7m石積みしている。特に注目される点は、平面部にも隅角部にも明らかに反りが認められることである。当時の石積み技術が近世のようなレベルに達していたとはとても考えられないので、この反りは石積み高さが高くなるにつれて背面地盤や裏込め埋戻し部の沈下に伴って自然的に生じた石垣面の変形が原因であろう。

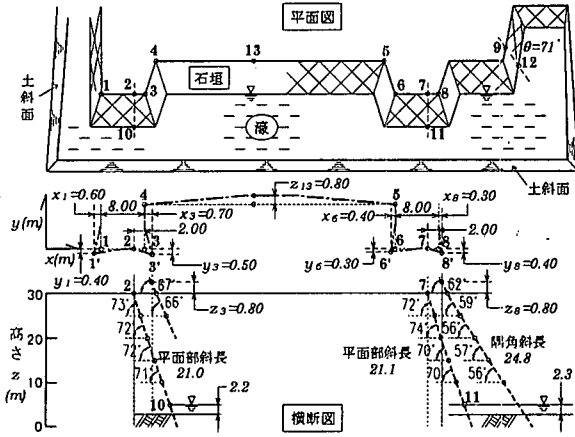


図-3 石垣の三次元形状調査事例(1)
(伊賀上野城 高石垣)

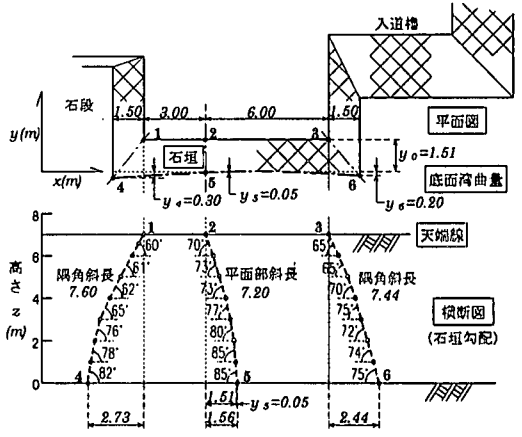


図-4 石垣の三次元形状調査事例(2)
(吉田城 石垣)
- 逆反り顕著 -

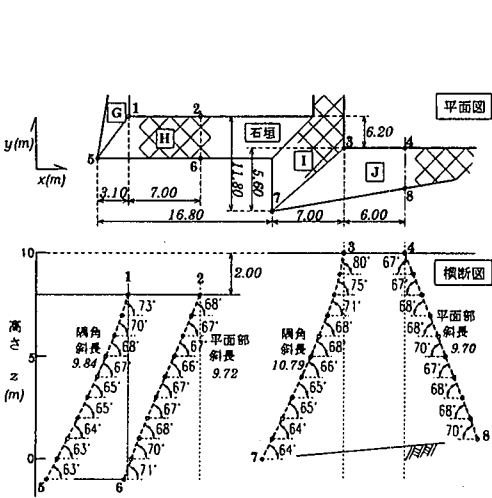


図-5 石垣の三次元形状調査事例(3)
(伊賀上野城 城代屋敷南石垣)
- 修復工事完成後 -

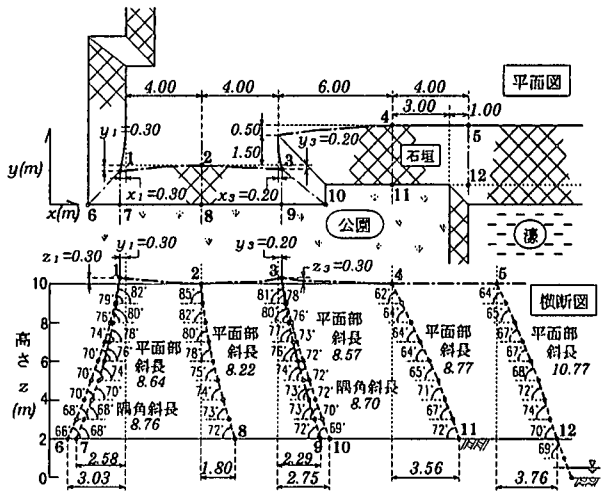


図-6 石垣の三次元形状調査事例(4)
(津城 石垣)

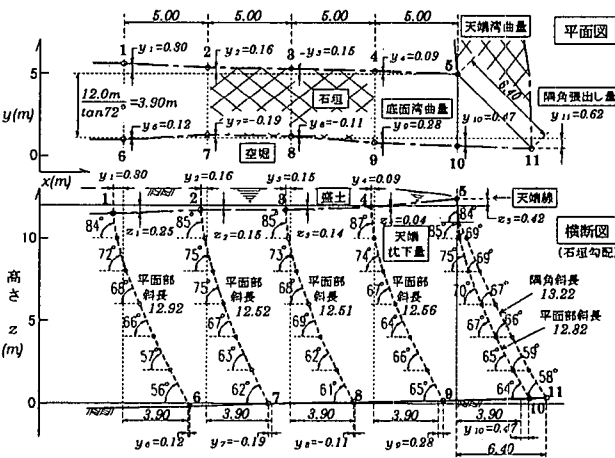


図-7 石垣の三次元形状調査事例(5)
(名古屋城 内堀南石垣)

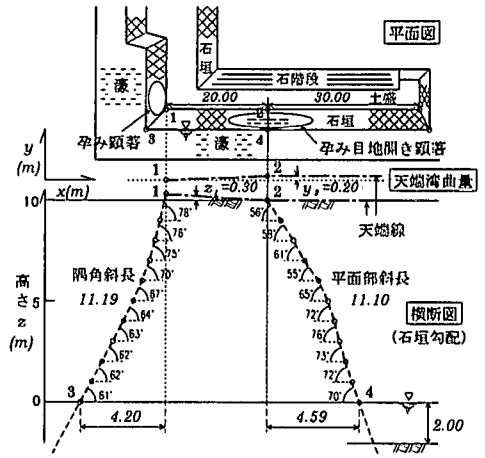


図-8 石垣の三次元形状調査事例(6)
(福井城 内堀石垣)
- 孕み、目地開き顕著 -

4. 現存石垣の三次元形態調査事例

1. で述べた石垣の三次元的形態は定量的にどの程度の値となっているのか報告された事例も少なく、実態は必ずしも明らかではない。そして現実には同一城郭内でも種々の形状寸法の石垣が混在していて、石垣のデータを集積整理しても一般的傾向を導き出すこともかなり困難と思われる。しかしこのような基本データを得ることは今後の石垣研究にとっても重要なことと考え、今回は簡便な計測によりその三次元的形態調査を実施した6事例を図-3~8に示す。

なお現場計測は次の手順方法で行った。

湾曲量 y : 石垣天端線および下部地盤線の見通し基準線をテープで設け、5 m程度ごとに y をスケールアップした。

天端沈下量 z と石垣下部地盤高 : レベル測量

石垣面傾斜角 : 高石垣は2 mごとに目印を付けたテープを所定断面位置の石垣面に沿わせて垂らし、傾斜計とテープ目印位置とを横方向地盤上で遠視して測角した。6 m程度より低い部分は梯子を用いて傾斜計により直接測角した。

石垣の本来の三次元形態を把握することは、石垣の多様性もありかなり困難である。今回調査例示した6事例も修復工事終了後のものや、現状で変状が認められるものも含み、現地で作業しやすい箇所を選択して調査する必要もあった。また調査数も少なく一般傾向を把握することは困難であった。現時点で整理された結果はここに図示しなかった他の石垣調査結果とも一緒に考えて以下のようにまとめられる。

- ①石垣天端線の水平距離が長い名古屋城の場合、天端線は最大25cm程度中だるみ状に沈下しかつ内側に最大30cm程度(上野城では80cm)湾曲している。しかし福井城・津城・静岡城などでは石垣面の孕みなどの変状が顕著であり、かつ天端線は盛土などもあり沈下や湾曲などははっきりと確認できない。
- ②隅角部最上段積み石は上野城や津城でみられるように天端水平面に対して、高さ z 方向に30~80cm角状に突出しかつ水平 x 、 y 方向にも20~50cmせり出しているものもある。
- ③隅角部下の地盤接触部は平面部地盤線から30cm(吉田城)~60cm(名古屋城)末広がり状に張り出していて、他に熊本城のように1m以上の事例も多い。
- ④石垣平面部の断面勾配は、孕み等の変状の顕著な場合を除いて、例えば名古屋城では下から上へ60°から85°へ漸増していて反りの様子が理解できる。この傾斜角は石積み技法などにより異なる。なお算木積み隅角部の稜線角度は平面部より緩い。

5. 石垣断面解析へのFEMの適用

(1) FEM適用の利点

図-4吉田城(豊橋)、図-8福井城の事例のように石垣面に孕みを生じている状態は崩落に至る前兆であることは間違いないが、崩落に至る極限変位量や変位速度(経時変化)が発散傾向にあるか否か等を知ることは、動態観測データを用いた解析結果等もほとんど発表されておらず非常に困難である。一方地盤工学で用いられている斜面や擁壁等の各種安定解析手法は基本的には剛塑性論に基づいたものであり、これらの手法では石垣面の孕みの変位分布の変化状況やその安全性を表現するには無力に近い。

石垣背面の空洞発生→孕み出し→拡大→崩落のような変状が時間的に変化していく状態や三次元形態の発生状況などの解析は、FEMのように条件を種々に変化させ逐次計算することができる手法を用いないとその経緯を表現・解明することができない。

(2) FEM適用の前提条件

本研究では、次のような前提条件のもとに検討を進めることとした。

a)石垣の崩落例が一般に平面部で多いこともあり、その横断面に対して2次元的に解析することにより多くの情報を得ることができかつその後の研究を進める第一歩となる。

b)石垣石は種々の形状・寸法を持ち、石垣正面から見ても種々の積み方で積まれていて、その接触状況も様でない。さらに間詰石(友飼石)と言われる栗石が正面的にも横断面的にも石垣石間に挿入されて、石垣石相互のかみ合わせ状態を安定化させている。この間詰部は石垣の安定に大きな影響を与える。

これらの状態をモデル化するに当たり、石垣断面の特性を平均的に扱うために、石垣石相互間に「間詰部材」と定義する石垣石の積み方、加工度、間詰材料の充填状況等を総合した平均的な疑似弾塑性体が数cm(上述の要因により変化させる)の厚さで介在すると想定する。この物性と厚さ等を変えることにより間詰部分の特性さらには石垣断面の特性を定量的に表現できると考えた。

c)石垣横断面は、石垣石・地山部および上述の間詰部材の3者から構成される。(石垣石背面裏込部は一般に水平幅が小さく、掘削土が使用されることも多いので、今回は地山部と同一に扱う)さらにこれらの主要材料の相互の不連続接触面にはFEM解析手法において用いられる不連続性を表現するジョイント要素を設ける。

d)実際の石垣断面を解析する場合には、所要断面位

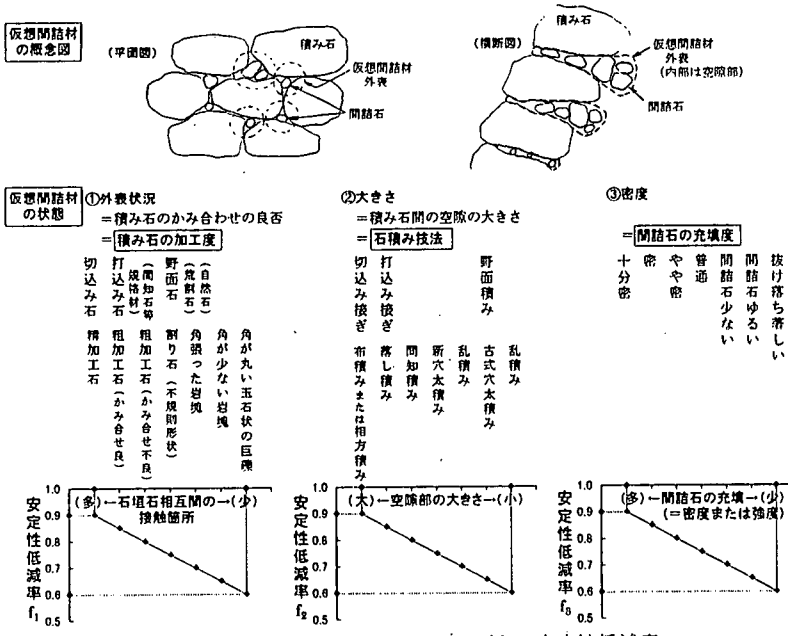


図-9 間詰状態に関する概念と要因ごとの安定性低減率

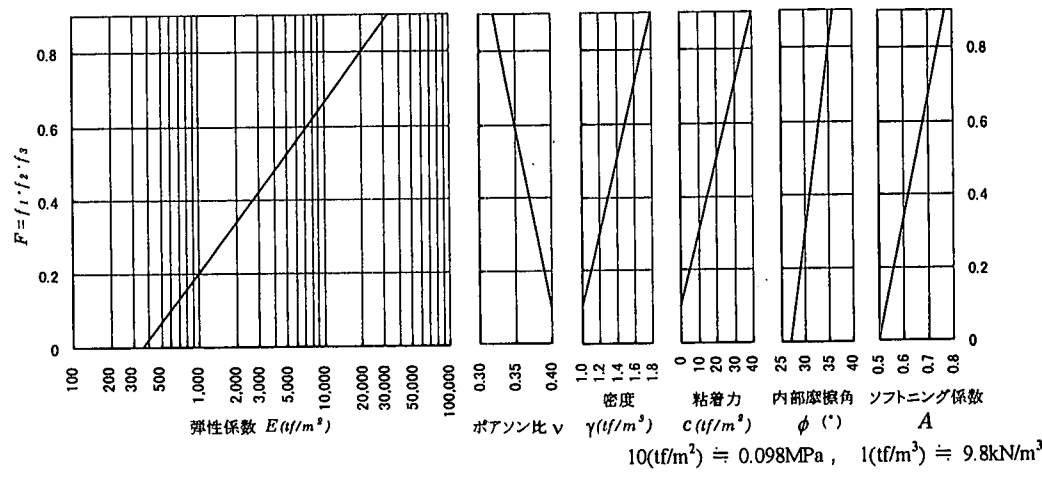


図-10 石垣の間詰状態を示す係数Fによりその物性を推定する図

置の石垣石の平面的な積み方、間詰石、間隙状況等をスケッチし、さらに奥行き方向の様子を間隙部から調査・観察して（一般に実在の石垣石を撤去・観察することはできない）、これらのデータを用いて石垣勾配に合わせて石垣石と間詰部材とを配置・積み重ねていく。

(3) 間詰部材の考え方とその物性値
 ここで石垣石自体の材質、形状・寸法や相対的位置等は観察したり計測したりして設定できるが、間詰状態はその実体を一義的に設定し難い。しかし基本的には図-9上の概念図に示すように「仮想間詰材」

を想定したとき、この特性は概略平均的に間詰石を含む空隙・空洞の外表面状況すなわち積み石の表面状況、積み石間の空隙・空洞の大きさおよび間詰材の充填程度の三者により決定されると考えられる。そして、積み石の表面状況は積み石の加工度、積み石間の空隙・空洞の大きさは石垣の石積み技法、間詰材の充填程度は間詰の粗密状況により表現されると考えた。すなわち石垣の安定性は、積み石の加工度が高く相互の接触かみ合わせ状況が良好なほど、積み石間の空隙は小さいほど、間詰石の充填度が高く密度が大きいほど高いと考えられる。これらの3者は石垣の安定性に直接的に影響を与える要因であ

表-1 ジョイント要素の材料特性一覧表

(3. 6. のEは表-2に示す値を用いた)

接 触 材 料			土-石	土-間詰	間詰-石			石-石 (参考)		
材 質 No.			1	2	3			4		
石垣石の積み方 (図-13参照)					野 面	打込み	切込み	野 面	打込み	切込み
計 算 ケー ス No.										
物 性 項 目	記号	単 位	①~⑤	①~⑤	①~③	④	⑤	①~③	④	⑤
			1. 表面一軸強度	q_w	(tf/m ²)	4.0	4.0	40.0	70.0	80.0
2. 凹凸により生じるせん断強度(粘着力)	c_j	(tf/m ²)	2.0	2.0	20.0	35.0	40.0	250.0	500.0	750.0
3. せん断剛性率 (=材料特性 0.1Eと想定)	K_s	(tf/m ²)	50.0	50.0	5.0×10^2	2.5×10^3	5.0×10^3	5.0×10^3	1.0×10^4	5.0×10^4
4. 最大強度に対する 残留強度の比	A_j		0.60	0.60	0.30	0.40	0.50	0.20	0.20	0.20
5. Jが閉合できる 最大量	V_{mc}	(m)	0.05	0.05	0.03	0.02	0.01	0.005	0.005	0.005
6. 垂直剛性率 (=材料特性 10Eと想定)	K_v	(tf/m ²)	5.0×10^3	5.0×10^3	5.0×10^4	2.5×10^5	5.0×10^5	5.0×10^5	1.0×10^6	5.0×10^6
7. 摩擦角	ϕ	(°)	30.0	30.0	32.0	36.0	38.0	30.0	35.0	40.0
8. ダイレタンシー角	l_0	(°)	8.0	8.0	6.0	4.0	2.0	1.0	1.0	1.0

(No.4 石-石間の値は別途に石と石が直接接触していて間詰部材を考えないケースを解析するときの参考として想定しておいた.)
(1tf/m² ≒ 9.8kPa)

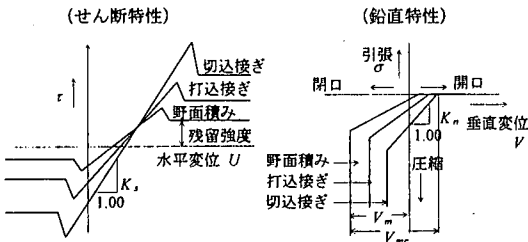


図-11 ジョイント要素説明図

り、図-9中段の区分に示すように定性的に表現されるが、同図下段に示すような経験的定量的な石垣安定性低減率 $f_1 \sim f_3$ に置き換えることができると設定する。そしてこれらを相乗した値から間詰部材の物性を定量的に想定しようとするものである。

実在石垣に適用する場合には、石垣を観察し図-9を用いて各要因ごとに低減率 ($f_1 \sim f_3$) を求めこれらを相乗した値を F として間詰状態に関する安定性低減率とし、この値を用いて図-10により具体的なインプット定数を設定する。FEMに用いる物理特性は図-10に示す E , ν などの6種類である。

この間詰部材は石垣石に外力が作用したときには小さな外力でも石垣石間でかなり自由に回転や滑動すると考えられる。平均的には $F = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$ の値から図-10を用いて想定される固有の物理特性を示す仮想物質として抵抗力を発揮すると考えられる。

ここで、図-10に示す6種類の物性は母岩の物理

特性により大きく異なることは当然だが、実験実測などにより求めることも事実上不可能で、石や土などの実在物質の概略値を勘案して設定した。

一方石積み技法にも種々の方法があり、間詰部の大きさを平均的に設定することもかなり困難である。今回はモデルを単純化するために個々の石垣石前面から後部に向かい、野面積みで5.0~10.0cm、打込み接ぎで3.0~6.0cm、切込み接ぎで1.0~2.0cm程度の層厚を与えればよいと想定した。

(4) ジョイント要素の考え方とその物性値

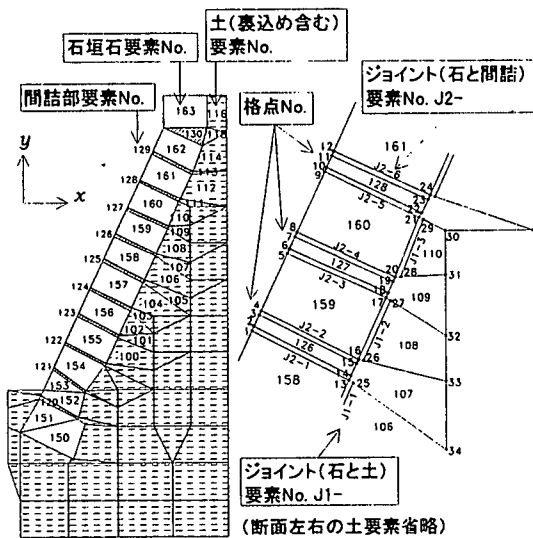
土と石や石と間詰部材のような異質材料間の境界条件を定量的に表す「ジョイント要素」の変位に関するせん断特性および鉛直特性に関しては、図-11の考えのもとで石垣石の歴史的積み方に対して差が表れるように想定して、 $q_w \sim l_0$ の8物性値を設定した。またジョイントの物理・力学特性は、接触2材料のうち強度の小さい方の材料特性により決定されたとした。

ジョイント要素の物性値を実測等により求めることは事実上不可能であり、野面積みは、打込み接ぎ・切込み接ぎに比べて石垣石間の接触部は点状で全接触長は短く、したがって接触部のジョイント要素の水平せん断特性は、最も小さいせん断応力 τ により最も小さい水平変位 U ではずれ、また鉛直特性は最も小さい圧縮応力 σ で最も大きなジョイント閉合量 V_{mc} が生じると想定して設定した。

表-2 材料特性一覧表

材質 No.			1		2					3		
材質名称			背面土		間詰部材					石垣石		
要素特性			砂質土 弾塑性体		石垣石の加工度・積み方・接触比 間詰材料の充填状況等を総合した平均的 な疑似弾塑性体					岩 弾塑性体		
石材加工度と積み方			—		自然石 野面積み		粗加工石 打込み 接ぎ	精加工石 切込み 接ぎ	野面 積み	打込み 接ぎ	切込み 接ぎ	
間詰部充填状況			—		雑	粗	密	粗	密	粗	粗	密
計算ケース No.			①~⑤		①	②	③	④	⑤	①~③	④	⑤
物質項目	記号	単位	①~⑤		①	②	③	④	⑤	①~③	④	⑤
1. ヤング係数	E	(tf/m ²)	5.00 × 10 ²	1.00 × 10 ³	5.00 × 10 ³	1.00 × 10 ⁴	2.50 × 10 ⁴	5.00 × 10 ⁴	5.00 × 10 ⁴	1.00 × 10 ⁶	5.00 × 10 ⁶	
2. ポアソン比	ν		0.40	0.38	0.36	0.34	0.33	0.32	0.30	0.20	0.10	
3. 単位体積重量	γ	(tf/m ³)	1.90	1.20	1.40	1.60	1.70	1.80	2.20	2.40	2.60	
4. 粘着力	c	(tf/m ²)	2.00	10.0	20.0	30.0	35.0	40.0	200.0	300.0	400.0	
5. 内部摩擦角	ϕ	(°)	30.0	30.0	32.0	34.0	36.0	38.0	30.0	35.0	40.0	
6. ソフトニング係数	A		0.50	0.60	0.65	0.70	0.80	0.90	0.20	0.20	0.20	

(1tf/m² ≒ 9.8kPa, 1tf/m³ ≒ 9.8kN/m³)



要素例

要素No.	格点No.	要素No.	格点No.
石 160	8,20,21,9	ジョイント J1(土と石)	
159	4,16,17,5	J1-3	28,29,21,20
間詰 127	6,18,19,7	J1-2	26,27,17,16
126	2,14,15,3	ジョイント J2(石と間詰)	
土 110	28,31,30,29	J2-3	5,17,18,6
109	27,32,31,28	J2-4	7,19,20,8

格点(1,2),(3,4)⋯(13,14,25),(15,16,26)等は夫々同一座標
(右は部分拡大図, 下には要素例を示してある。)

図-12 メッシュ割図例

(5) 材料特性の設定

石垣石・背面土および間詰部材を弾塑性体として扱う場合には、ヤング係数 E 、ポアソン比 ν 、単位体積重量 γ 、粘着力 c 、内部摩擦角 ϕ およびソフ

トニング係数 A の 6 物性値を定める必要がある。

背面土および石垣石に関しては土質試験や岩石試験結果を用いて設定できる。今回は土木学会編「土木技術者のための岩盤力学」等の一般的な図書に示されている値を参考に設定した。間詰部材に関しては図-9, 10を用いて設定した。これらの値を表-2に示す。

(6) 計算条件

計算ケースは表-1, 2などに示したように、自然石を野面積み(石垣勾配 $\theta = 67.5^\circ$)した場合で間詰状態を雑→粗→密と変化させた場合および打込み接ぎ ($\theta = 72^\circ$)、切込み接ぎ ($\theta = 75^\circ$) の計 5 ケースである。

石垣規模は石垣高さ $H = 8.00$ m, 石垣石高さ $a = 0.80$ m, 奥行き $d = 1.20$ m は同一として、石垣石上下間には表-2に示すように石垣石の加工度・積み方および間詰の充填状況等に対応する 6 項目の物性を①~⑤の条件のように想定した間詰部が挟在するメッシュ割りを設定した。すなわち間詰状況が密な程大きい物性値 (ν 以外) を与えている。一方石と間詰部材および石と土間には表-1に示すジョイント要素の特性値を設定している。

メッシュ割り図例を図-12に示す。

なお野面積みに関して、間詰が密な状態の計算ケース No. ③に対し、当初重力を作用させない初期条件を設定した後に重力を作用させた場合および建屋荷重の大きさを 3 通りに考えた鉛直等分布荷重を想定して、天端平坦部に等分布荷重 $q_1 = 10.0$ (tf/m²)

(98kPa), $q_2 = 20.0(\text{tf}/\text{m}^2)$ (196kPa), $q_3 = 30.0(\text{tf}/\text{m}^2)$ (294kPa)を順次載荷させたときの石垣石および間詰部に生じる応力および変位も求めた。これはこのように大きな鉛直荷重が作用したときには応力や変位が間詰部の物性によりどのような影響を受けるかを検討しようとしたものである。

なお地盤条件は、背面及び底面は同一の単一層の砂質地盤と考え、地下水位は無しとした。また解析ソフトは市販の「FEMによる地盤解析ソフト」を用いた。

(7) 計算結果と考察

a) 応力計算結果

計算ケース①～⑤およびケース③に上載等分布荷重 $q_1 = 10.0(\text{tf}/\text{m}^2)$ (98kPa)を作用させたとき③+10, $q_2 = 20.0(\text{tf}/\text{m}^2)$ (196kPa)作用時③+20, $q_3 = 30.0(\text{tf}/\text{m}^2)$ (294kPa)作用時③+30の8ケースについて、石垣石及び間詰部に生じた最大主応力 σ_{max} を図示した結果を図-13, 14に示す。同図は石垣中央部より下部の石垣石及び間詰部の要素ごとに σ_{max} を示している。野面積みにおいて間詰部の状態を雑粗密と変化させても積み石と間詰に生じる最大応力にはさほど大きな差が生じないことが分かる。しかし、計算ケース④, ⑤の計算結果によると、野面積みに比べて σ_{max} は夫々30%, 43%程度大きくなっている。

b) 変位計算結果

a)と同様8ケースについて石垣面の鉛直(Y), 水平(X)方向の変位量Y(m), X(m)を図示した結果を図-15, 16に示す。最大沈下量 Y_{max} は①7.4cm, ②6.9cm, ③6.7cm, ④5.8cm, ⑤5.1cmで、間詰が密な程沈下量が小さくなっている。

c) 石垣面の孕み状態

図-15, 16によると、表-2に示した計算ケース①～③のように、間詰状態をかなり変化させてもX, Y方向とも変位量の差異は微小である。しかし、上載荷重を加えた3ケースでは、大きな変位量の差が現れている。そこで、これらをベクトル図として図化してみると図-17のようになり、現実の石垣面の孕み状態と類似した変状が認められる。すなわち、石垣の孕み部分は下垂みの形状を示し、 q が増加すると変位量は増加し、下部は $X > Y$ で石垣が前方に、上半部は $X < Y$ で後方に傾斜する傾向を示す。また孕み部分上方の石は後方に引き込まれるように沈下していて、筆者らが報告した金沢城の石垣動態観測結果¹⁰⁾とよく合致している。石垣の孕み等の異常が生じる原因には上述の上載荷重以外にも種々考えられるが、上述の手法によりFEMを適用

すれば、石垣の実際的な現象把握・検討に役立てると考えられる。

(8) 石垣技術の発達過程を示す3断面への適用結果

計算ケース①の野面積みを基準として、④打込み接ぎ, ⑤切込み接ぎの3条件での応力や変位の計算結果の比較を行う。

応力計算結果は図-13, 14中の④, ⑤で示したとおりで、①に比べて σ_{max} は④で30%, ⑤で43%程度増加している。

変位計算結果は図-15, 16中の④, ⑤で示したとおりで、最大沈下量 Y_{max} は①7.4cm, ④5.8cm, ⑤5.1cmで、間詰密度が大きい新しい石垣ほど沈下量が小さくなっている。

石垣技術の発達とともに石の加工度が進み、それに対応して石垣の勾配が急になったが、野面石の野面積みから、打込み, 切込み接ぎと発達すると、応力は30~40%増加するが、鉛直変位(沈下)では7.4→5.8→5.1cmと減少していることが示された。すなわち石垣技術の発達につれて石垣石加工度が上がり、石垣勾配が急になると、応力は増加するが、沈下量は小さくなって、より安定した石垣が築造されるようになったことが定量的に伺える。

(9) 石垣断面解析へのFEM適用法のみとめ

今回の解析結果から、FEM解析結果と実在の石垣の変状モードとはかなり一致していると判断される。なお材質の種類では間詰部の物性の大小は応力や変位にさほど大きな影響を生じない傾向が認められたが、ジョイント要素に関しては、8種類の物性値またはどの部分のジョイントが解析結果に及ぼす影響が大きいかなど明確な傾向を得ることは困難であった。

6. 城郭石垣の三次元形態発生に関する検討

(1) 石垣横断面のFEMによる二次元変位解析

石積み技法の野面積み・打込み接ぎおよび切込み接ぎの3典型例に対してその断面形状および地盤定数等をそれらに合致するように変化させて、図-18下の数表に示すような条件を設定したときのFEMによる変位・応力解析を行った。ただし④基礎地盤層厚は5.0mの同一とした。

図-18は各検討条件に対して各要素のベクトル図から石垣表面の変位状況を同図右下に示すように曲線で表し、石垣肩M点および石垣尻G点の2点に注目して鉛直 v および水平 h 方向の変位量図として示した。同図から以下のような傾向が読み取れる。

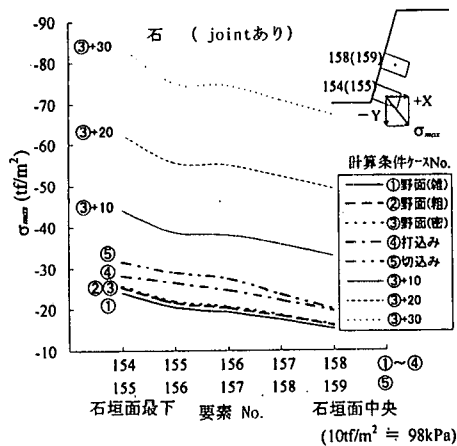


図-13 石垣要素に生じる最大主応力 σ_{max}

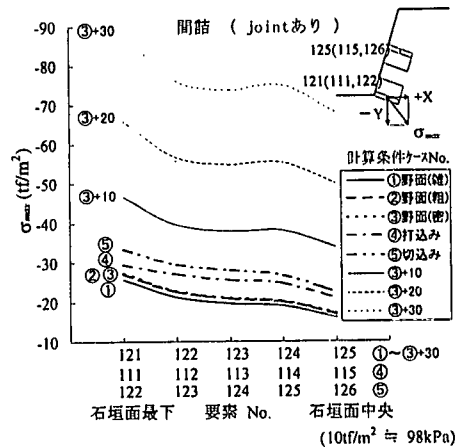


図-14 間詰め要素に生じる最大主応力 σ_{max}

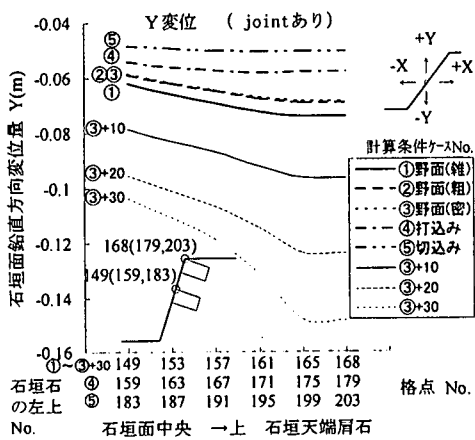


図-15 石垣面に生じる鉛直方向変位量

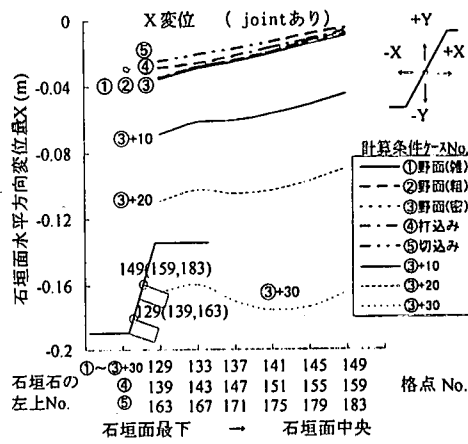


図-16 石垣面に生じる水平方向変位量

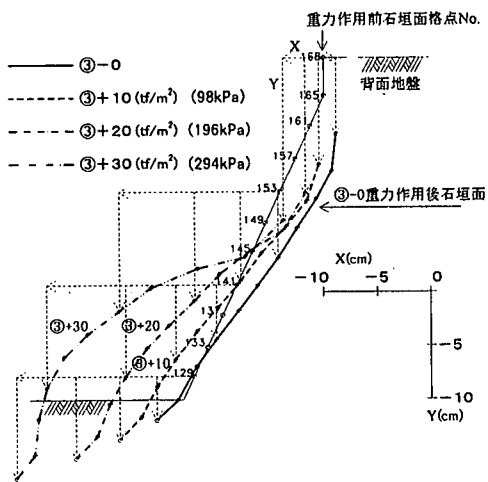


図-17 石垣面の孕み状況図 (FEMによる計算結果)

①石垣高さ H を 6.0 m から 12.0 m, 18.0 m, 24.0 m と増加させたときの石垣肩 M 点の沈下量 M_s は、

野面積みで 7 → 25cm, 打込み接ぎで 13 → 36cm, 切込み接ぎで 30 → 57cm と増大している。一方石垣尻 G 点の沈下量 G_s は同様に 3 → 8cm, 9 → 15cm, 29 → 37cm と増大している。 M_s と G_s との差は 3 技法とも $H = 6.0, 12.0, 18.0, 24.0$ m に対してほぼ同程度の 5.0, 10.0, 15.0, 20.0cm 程度で、技法間の差は認め難い。このように石積み技法間の差が小さく石垣高さの差が顕著に現れた理由は、石垣高さの差による原地盤の沈下の差がそのまま現れた結果と考えられる。すなわち石垣断面に関する諸定数をかなり大幅に変化させても石垣断面自体の変形は小さく、基礎地盤の沈下差が大きく現れている。

②石垣尻の水平変位 G_h はほぼ 5 ~ 10cm 程度で、石垣肩の M_h より大きい。したがって、石垣面を直線で積み上げるように計画しても施工中に石垣上部は下方方向に、石垣下部は前方へ卓越して変位するために、石垣面は上部で垂直部が生じ下部で前方へ押

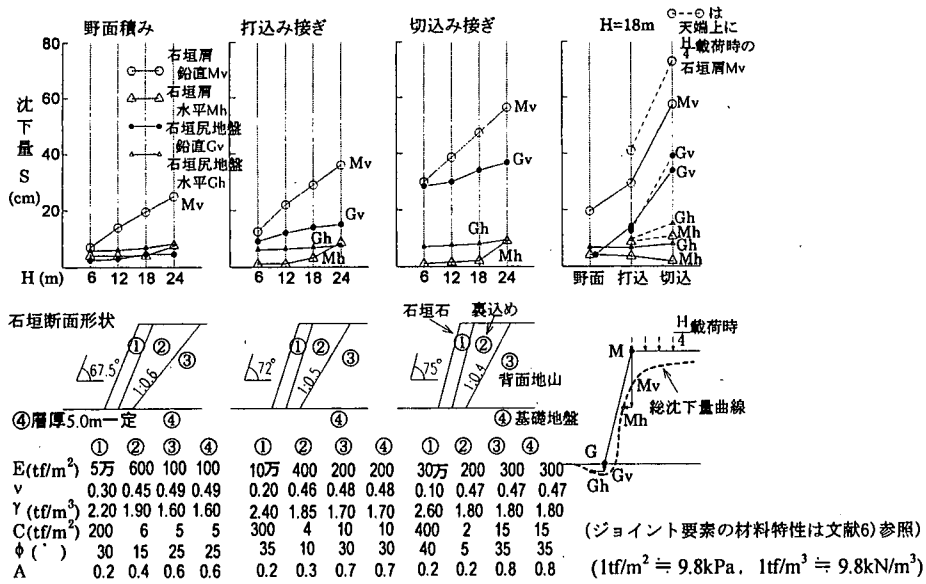


図-18 石積み技法別の石垣肩と尻の変位量 (FEM 二次元ベクトル)

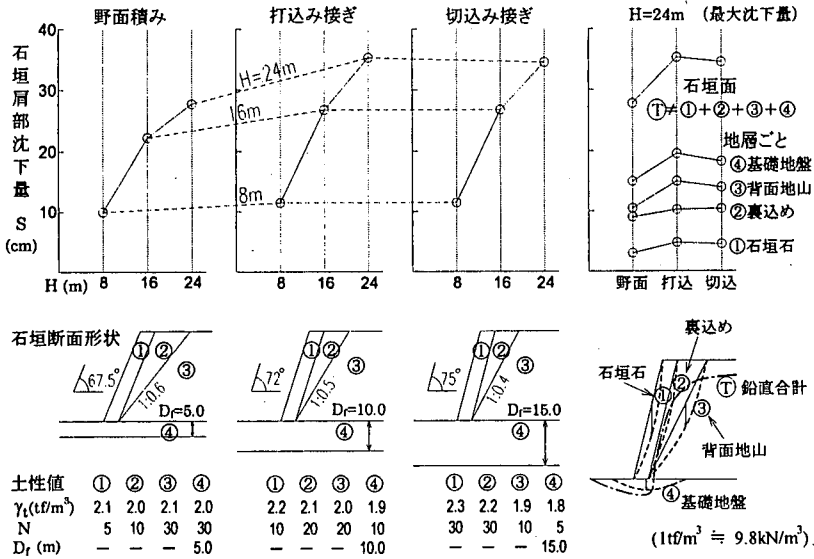


図-19 石積み技法別の石垣肩の沈下量 (一次元弾性沈下量)

し出される形が生じて「反り」の形状が生じる。

③石垣高さ $H = 18.0$ m のケースで、天端面に $H/4$ に相当する鉛直等分布荷重を加えたところ、石垣肩で打込み接ぎで 41cm、切込み接ぎで 73cm の鉛直変位 (沈下) が生じ、雨落し鉛直部がより明瞭に現れることが認められた。

このように FEM による解析結果で実在石垣の測定変位量とほぼ同程度の計算値および変状傾向が得られることが注目される。

次に石垣横断面の一次元沈下解析結果を示す。

城郭縄張りに当たっては一般には原地形が小高く

地盤も良好な地域が選定され、原地形を成型して石積みされたと考えられる。したがって石垣構築によって基礎および背面地盤に新たに加えられる増加荷重は石垣石部および裏込め部の自重である。沖積平野地域に高盛土と高石垣を構築することは、基礎地盤が軟弱粘性土であるため、地耐力は得られず沈下量も大きいので困難である。このようなときには江戸城や松本城のように木製筏などを石垣下の基礎地盤上に設けている場合もあるが、一般には石垣基礎地盤は洪積砂礫層以上の良好な地盤が選定されたと考えられ、本研究では石垣などの増加荷重により生

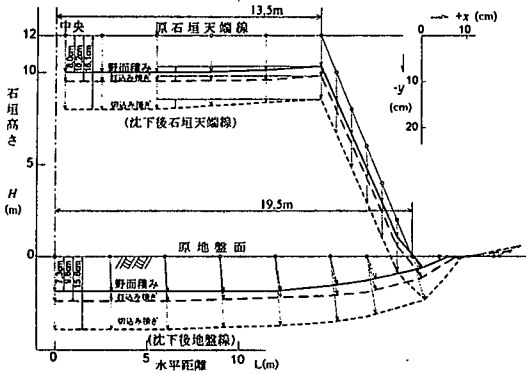


図-20 石垣正面の変位ベクトル図

じる地盤沈下は粘性土層の圧密沈下ではなく、主として砂質土層の弾性沈下であると考える。

石積み技法の3典型例に対してその断面形状および地盤定数をそれらの特性に合致するように変化させて、図-19下の数表に示すような条件を設定した。そして各層ごとの一次元弾性沈下量を求め、石垣断面の沈下傾向を検討した。

図-19から以下のような傾向が読み取られる。

- ①石垣肩部の全沈下量は石積み技法の差は小さいが、石垣高さによる差は高さが8.0 mから16.0 m、24.0 mと増加するにつれて、10cmから25cm、35cmと増加する。これは石垣高さによる増加荷重と地盤の圧縮性が相乗された結果である。
- ②この全沈下量は図-19の右下図に示すような石垣部・裏込め部・背面地山部および基礎地盤部の4層それぞれの自重沈下量を含む沈下量を鉛直に加えた合計値である。図-19の右上の地層ごとの沈下量図では、基礎地盤部の沈下量が最も大きくなっているが、石垣面に現れる沈下量は、右下図の破線で示す層ごとの沈下曲線を用いて鉛直線上で累計した値となる。この結果、背面地山の沈下量の影響が最も大きく、次いで裏込め部、基礎地盤部、石垣部となった。基礎地盤部の沈下量がさほど現れないのは、石垣等による増加荷重が応力分散して、基礎地盤内での応力増加量としてはさほど大きくないためであると考えられる。

ここで、図-7 名古屋城石垣実測例に示した石垣天端における肩部の実測沈下量は $H = 12.0$ mで20～30cm程度であるが、図-19において、打込み接ぎにおける $H = 12$ mのときの肩部の計算沈下量は18cm程である。両者が異なるのは仮定条件の差等から当然であり、単純な一次元圧縮沈下計算手法によっても実在石垣の推定沈下量とほぼ同程度の計算値が得られ、石垣断面の沈下は不可避である。

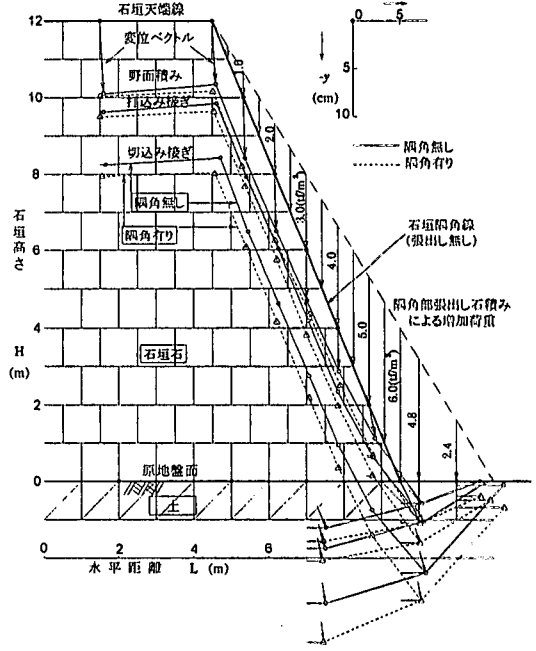


図-21 隅角部張出しの有無による石垣面変位ベクトル図

(2) 石垣正面の二次元変位解析

石垣正面の台形形状に対してFEM解析した。形状寸法は図-20に示すように高さ $H = 12.0$ m、天端幅27.0 m、底面幅39.0 mの一定とした。

変位解析結果は、図-20に示すとおりで、隅角肩部の沈下量は野面積みで6.4cm、打込み接ぎで8.4cm、切込み接ぎで14.2cmであるが、中央部では夫々8.0cm、10.2cm、16.1cmと中央部が隅角部より大きく沈下し、石垣天端線の中だるみ形状が現れた。原地盤面沈下量は中央部でそれぞれ7.3cm、9.6cm、15.6cmで石垣の中だるみ形状は原地盤沈下形状とほぼ合致しており、技法間の差は小さい。

なお石垣尻部は原地盤が水平方向に押し出されて、石垣石自体も水平方向に大きく押し出されるように変位している様子がよく分かる。このことは、隅角部に末広りの張出し石垣を設けて押え荷重を加えると、石垣尻部の水平変位を抑制する効果が期待されることを示していると考えられる。

(3) 隅角部末広がり形状の押え効果

石垣隅角部は弱点となり易い。(2)の解析検討断面において、隅角部に末広がり形状の押え石垣を設けることによる増加荷重を加えたときの変位・応力解析を行った。

なお、当ケースのような隅角部の検討には三次元的な解析が望ましいが、今回は今後の研究方針を検討するために、二次元FEMにより検討した。

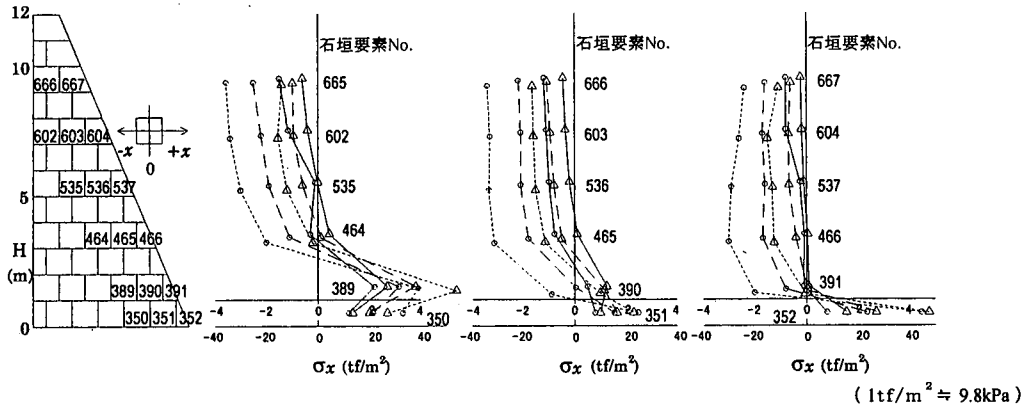


図-22 石垣要素に作用する応力（水平方向 σ_x ）比較図

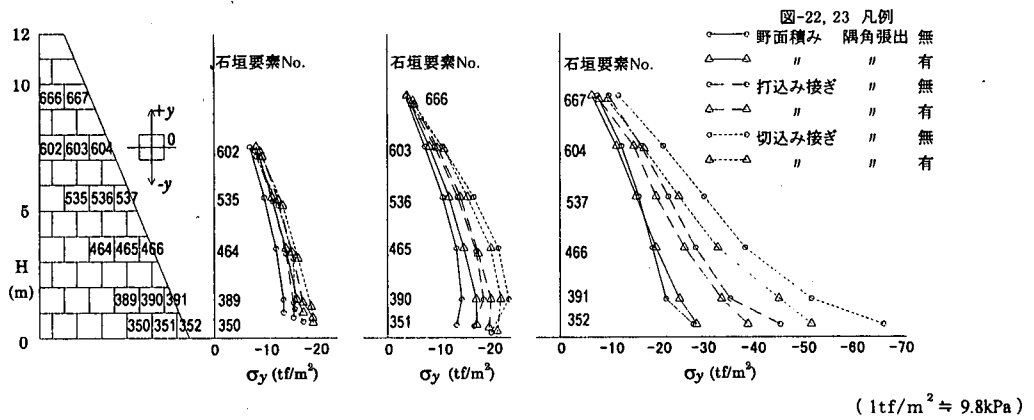


図-23 石垣要素に作用する応力（鉛直方向 σ_y ）比較図

隅角張り出し量は図-7に示した名古屋城の事例では62cm程で、その時の増加鉛直高さは1.0m程である。隅角部は一般に粗または精加工石による算木積みで空隙は少なく、密度 γ は原石の値に近い。いま $\gamma = 2.8(\text{tf}/\text{m}^3)$ ($27.4\text{kN}/\text{m}^3$)と仮定すると、鉛直増加荷重は $2.8(\text{tf}/\text{m}^2)$ (27.4kPa)となる。实在石垣では隅角張り出し量は1.0m以上の場合も多い。今回は図-21のように最大 $6.0(\text{tf}/\text{m}^2)$ (58.8kPa)の押え荷重が作用すると想定した。

図-21は隅角部稜線の変位ベクトルを野面積み、打込み接ぎおよび切込み接ぎの3断面（解析時に要素にインプットする物性値で変化させてある）に対して、張り出し石積みによる増加荷重の有無に分けて図示したものである。

隅角部稜線を直線で計画したとしても、石垣の各要素は下外方向へ石垣下部ほど大きく押し出されるように変位し、その結果稜線には「反り」のような形状が生じることが分かる。また隅角部張り出し石積みによる増加荷重を加えたときの変位量は、鉛直変位（＝沈下）は増加するが水平外方向への変位は減

少していて、押え効果が認められる。

次に石垣稜線より内側の石垣要素に生じる応力を水平 x 方向を σ_x 、鉛直 y 方向を σ_y として図-22, 23に示す。応力の絶対値は x 方向では明らかに隅角張り出し荷重が有る場合の方が無い場合よりも小さく、隅角張り出し石積みは有効に作用すると考えられる。 y 方向では特に稜線部石垣石要素に応力集中現象が生じていて、内部の石垣石要素の最下部ではどのような石積み技法でも最大 $\sigma_y \approx 14 \sim 25(\text{tf}/\text{m}^2)$ ($137 \sim 245\text{kPa}$)程度であるが、稜線部では $28 \sim 65(\text{tf}/\text{m}^2)$ ($274 \sim 637\text{kPa}$)となり、野面積みから打込み接ぎ、切込み接ぎと技法が進歩する程 σ_y は大きくなっていて、応力集中度合いが大きいことが分かる。このことは隅角部は応力集中現象が生じ不安定な状態となるので、实在石垣で平面部が野面積みのときは隅角部はより大きな細長い粗加工石による算木積み、平面部が打込み接ぎのときは精加工石による算木積みがいわれている、解析結果からも明らかにされた応力集中現象に対処していると考えられる。

7. まとめ

近世城郭石垣には反りなどの三次元的な独特の形態が認められ、視覚的に安定感を与えかつ現代の工学的観点からも安定上合理的な形態と考えられる。しかしこの形態の発生起源などは不明な点が多い。筆者らは現存石垣の観察計測結果から、石垣普請時に基礎や背面地盤等でかなり大きな沈下や変位が生じ、これが石垣面に現れて、石垣師たちがこの自然発生的な形態に対して、より安定化しかつ美的にも高度化する努力を続けるうちに、反りなどの高度な三次元形態へと進歩していったと考えた。そしてFEMなどの工学的手法により、石垣構築時にこれらの形態と類似した形態が得られることなどを示し、「石垣の三次元形態の起源は石垣普請時の変位変形であろう」とする一つの考え方を説明した。

なお、石垣断面構造は非常に複雑であり、数値計算にあたり、石垣断面のモデル化・境界条件の設定・各種物理・力学定数の決定等多くの点で問題点が多い。特に間詰部の状態が石垣の安定や変形に大きな影響を生じると考えられる。本研究では市販FEMソフトを適用するにあたり、石垣石相互間に石の加工度・積み方・間詰充填状況等を考慮してその平均的な物性値を推定する「間詰部材」と定義する部材を挿在させる手法を提案した。またこの間詰部材要素や石と土・石と間詰部材間のジョイント要素に用いる各種の物理・力学定数を逆解析的な検討結果から、どのような値が適当であるかをとりまとめた。この手法により石垣の挙動をより定量的・合理的に説明できるようになると期待される。

参考文献

- 1) 天野光三 et al. : 徳川期大坂城石垣構造の力学的考察, (社)土木学会, 土木史研究 No. 17, pp. 377~388, 1997. 6.
- 2) 西田一彦 et al. : 大坂城石垣構造に関する現地調査の結果と考察, (社)土木学会, 土木史研究 No. 17, pp. 369~376, 1997. 6.
- 3) 山口大介, 新谷洋二 : 城の石垣の高さに関する基礎的研究, 第52回年次学術講演会 講演概要集第4部, pp. 640~641, 1997. 9.
- 4) 田中邦熙・山田清臣 : 石積み擁壁の安定性評価法, 土木学会論文集 No. 541/III-35, pp. 9~20, 1996. 6.
- 5) 田中邦熙・新谷洋二・山田清臣 : 石垣の安定性に関する各種の判定手法の比較検討, (社)土木学会, 土木史研究 No. 18, pp. 139~152, 1998. 6.
- 6) 田中邦熙・新谷洋二・山田清臣 : 石垣断面解析にFEMを適用するための間詰部の考え方と解析事例, (社)土木学会, 土木史研究 No. 18, pp. 491~501, 1998. 6.
- 7) 福岡正巳・中川英憲 : プレキャスト・プレストレスト・コンクリート曲面擁壁構造, 土と基礎, 33-4, pp. 11~14, 1985.
- 8) 北垣聰一郎 : 「石垣普請」, (財)法政大学出版局, pp. 73~90, 1987. 3.
- 9) 田淵実夫 : 「石垣」, (財)法政大学出版局, 1975. 4.
- 10) 伊藤ていじ : 「城」, 読売新聞社, pp. 147~155, 1965. 10.
- 11) 井上宗和 : 「城」, (財)法政大学出版局, 1973. 10.
- 12) 喜内敏 解説, 能嶋紘一 解説 : 金沢城郭史料-加賀藩穴太方後藤家文書, 日本海文化叢書, 第3巻, 石川県図書館協会, 1976年.
- 13) 喜内敏 : 築城の土木工学的考察, 日本城郭全集, 第1巻, 日本城郭協会, pp. 30~48, 1961年.
- 14) 喜内敏 : 「唯一一人伝」についての概略, 昭和44年度土木学会年次学術講演会, 1969年.
- 15) 喜内敏 : 城石垣の秘法と史料, 探訪日本の城, 別巻, 小学館, pp. 155~167, 1978年.
- 16) 田中邦熙, 新谷洋二 : 日本の城郭石垣の変遷と現状, 土木学会論文集, No. 576/IV-37, pp. 101~110, 1997. 10.

(1998年11月10日 発行)

A CASE OF F.E.M. APPLICATION FOR STUDYING THE ORIGIN OF 3-D SHAPE OF CASTLE MASONRY WALLS IN JAPAN

Kunihiro TANAKA, Yoji NIITANI and Kiyoomi YAMADA

Unique 3 dimensional shape so-called "SORI" is observed on the masonry walls (m.w.), which not only gives a solid and stable impression but is also technologically logical. However, as to the origin of this shape, many points are yet to be explained.

Having studied the application of F.E.M. for section analysis of m.w., the figures similar to "SORI" is obtained. Thus our results show that the origin of the 3-D shape of m.w. must be attributed to the natural settlement or displacement of the m.w. when piling them up.