

## [討議・回答]

森 信人 共著  
安田孝志

## 「弱い非線形性を持つ狭帯域不規則波の統計量について」への討議・回答

(土木学会論文集, No.586/II-42, 1998年2月掲載)

▶ 討議者 (Discussion)

北野利一 (徳島大学)・間瀬 肇 (京都大学)  
Toshikazu KITANO and Hajime MASE

## 1. はじめに

著者らは弱非線形不規則波の波高分布を誘導するにあたり、線形不規則波の振幅分布の導出に用いられる2次元正規分布をEdgeworth級数展開した確率密度分布を基礎として理論を構成している。一方、討議者らは浅海域の非線形不規則波を対象として非対称性を表す統計量<sup>1)</sup>や周期特性<sup>2)</sup>の検討や、線形不規則波の峰高分布の導出<sup>3)</sup>に新たなアプローチを試みてきた。

著者らの理論誘導の議論が、討議者らの統計解析における視点と異なるので、今後の参考とするため、ここに著者らのご意見を賜りたい。

まず、具体的な質問に入る前に、理論構築に用いられる基礎式を以下に整理する。

不規則波の水位変動の時系列データ  $\eta(t)$  は、

$$\eta(t) = \sum_n c_n \cos(\omega_n t - \varepsilon_n) \quad (1)$$

とフーリエ級数表示することができ、その Hilbert 変換による時系列データ  $\zeta(t)$  は、

$$\zeta(t) = \sum_n c_n \sin(\omega_n t - \varepsilon_n) \quad (2)$$

と書くことができる。  $\eta(t)$  を実部に  $\zeta(t)$  を虚部に配して複素値水位変動を作成すると、その絶対値が包絡線を表す。著者らは  $\zeta(t)$  を包絡線関数と呼んでいるが、言葉の用法として混乱する。式(1)および式(2)で定義される  $\eta$  と  $\zeta$  の確率変数は、線形不規則波の場合、独立な正規分布に従う。そこで、著者らはその2次元正規分布をもとにEdgeworth級数展開を行っている。

## 2. 質問 (その一)

著者らは、Edgeworth級数展開された結合確率密度関数が著者らの式(11)の形式でかけるとしており、その根拠については、相関係数  $C.V.(\eta\xi)$  についてのみの議論であり、データ処理によりその相関係数が小さいので  $\eta$  と  $\xi$  は互いに独立であると判断している。これに関して以下の2点について、著者らのご意見をうかがいたい。

1) 2つの確率変数が独立であるか否かについては、その相関係数が零になるという条件は必要であるが十分ではない。すなわち、2変数が独立であるという情報は非常に膨大な情報、例えば、

$$E(\eta^n \xi^m) \neq E(\eta^n) E(\xi^m) \quad \text{for } \forall m, \forall n \quad (3)$$

を含んでおり、単純に相関係数が零であるという1情報で独立性が決まるものではない。

2) 著者らは、データ処理により、

$$C.V.(\eta\xi) = \frac{E(\eta\xi)}{\sqrt{E(\eta^2)E(\xi^2)}} \approx 0.1 \quad (4)$$

として相関係数  $C.V.(\eta\xi)$  の値を求めているが、討議者らが示した理論計算法<sup>1)</sup>によると、

$$\begin{aligned} E(\eta\xi) &= \frac{1}{2} \sum_n c_n^2 \{ E^{time}(\sin 2\omega_n t) E^{dis}(\cos 2\varepsilon_n) \\ &\quad + E^{time}(\cos 2\omega_n t) E^{dis}(\sin 2\varepsilon_n) \} \\ &\quad + \sum_{i \neq j} c_i c_j \{ E^{time}(\sin \omega_+ - \sin \omega_-) E^{dis}(c.c.) \\ &\quad - E^{time}(\sin \omega_+ + \sin \omega_-) E^{dis}(s.s.) \\ &\quad - E^{time}(\cos \omega_+ + \cos \omega_-) E^{dis}(s.c.) \\ &\quad - E^{time}(\cos \omega_+ - \cos \omega_-) E^{dis}(s.c.) \} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

であり、相関係数C.V.( $\eta\zeta$ )は厳密に零となる(記号の説明は北野ら<sup>1)</sup>を参照されたい)。有限長のデータであることを加味しても、討議者らのこれまでのデータ処理の結果からも、相関係数は零でない有為な値とならない。

式(5)で得られた結果と、討議者らの $\eta$ と $\zeta$ の両者の分散が等しいという結果<sup>1)</sup>

$$E(\eta^2) = E(\zeta^2) \quad (6)$$

に加えて、さらに高次のモーメント平均について

$$E(\eta^n \zeta^m) \neq E(\eta^n)E(\zeta^m) \text{ for } n+m \geq 3 \quad (7)$$

が一般に成立すること(3次以上の場合には、式(5)のように簡単に計算できず、位相のresonanceが生じるのでスペクトルとの対応は複雑になるが、式(7)で等号が成立しないことは明らかである)を考慮すれば、中心極限定理から $\eta$ と $\zeta$ の結合確率密度関数は、

$$p(\eta, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\eta^2 + \zeta^2)\right\} \times \sum_{n,m} \gamma_{n,m} \eta^n \zeta^m \quad (8)$$

という形式になる。ここで、 $\eta$ と $\zeta$ の混合した多項式は、以下に示す2変数に拡張されたHermite多項式により構成される。

$$H_{n,m}(\eta, \zeta) = (-1)^{n+m} e^{\eta^2 + \zeta^2} \frac{\partial^{n+m}}{\partial \eta^n \partial \zeta^m} \left\{ e^{-(\eta^2 + \zeta^2)} \right\} \quad (9)$$

他方、著者らが仮定した結合分布の形式は、

$$p(\eta, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\eta^2 + \zeta^2)\right\} \times \sum_n a_n \eta^n \times \sum_m \beta_m \zeta^m \quad (10)$$

であり、式(8)とは異なる。著者らは、式(10)で $a_n = \beta_n$ としているが、討議者ら<sup>1)</sup>はデータ処理の結果から $\eta$ と $\zeta$ の結合分布は両軸でひずみが異なることを明らかにしており、一般に $a_n \neq \beta_n$ である。また、著者らの式(11)を見るとおり、著者らは $(\eta, \zeta)$ と $(I_c, I_s)$ を混用している。これは表記上の統一性がとられていないか、あるいは、線形波と同様に $(\eta, \zeta) \rightarrow (I_c, I_s)$ として単純に置き換えているなら、その議論が必要である。なぜなら、線形波とは異なって $(\eta, \zeta)$ の結合確率分布と $(I_c, I_s)$ のそれとは一般に異なるからである。

### 3. 質問(その二)

著者らはさらに、Edgeworth展開された2次元確

率密度分布(著者らの式(11))について極座標変換を行い、つぎに位相 $\theta$ で積分を行って、著者らの式(12)に示される動径 $R$ の確率密度関数を得ている。その際に位相で積分する意味は何かを教えてください。以下は、討議者らの見解である。

狭帯域線形不規則波の場合の波高分布の誘導は、以下のとおりである。 $\eta$ と $\zeta$ は独立な正規分布に従う。次に極座標変換 $(\eta, \zeta) \rightarrow (R, \theta)$ を行った後、位相 $\theta$ で積分することによって、動径 $R$ はRayleigh分布に従うことが示される。さらに、この動径は変動する振幅と考えられるので、近似的に波高はその2倍とみなせて、有名な“波高の統計分布は近似的にRayleigh分布に従う”ということが導き出される。

以上の議論で、位相による積分、つまり、位相による平均操作は、一般に次のように解釈される。

解釈A: 狭帯域スペクトル波の振幅変化は、帯域パラメータのオーダーで変化するため、波列中の一波毎においては動径 $R$ はほぼ一定とみなすことができる。従って、位相による積分の意味は一周期における平均である(図-1)。

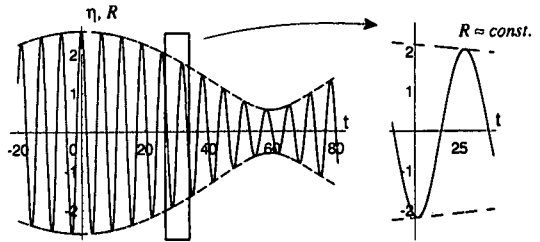


図-1 狭帯域線形不規則波の振幅変化

討議者ら<sup>4)</sup>は、以上の解釈では「位相による積分」と「時系列値から統計分布値への変換操作」の可換性の議論が不十分であるとし、“波の族”という新たな概念を用いて、線形不規則波の場合では、discrete amplitudeという峰あるいは谷付近に現れる包絡線上の点の平均水面からの距離が厳密にRayleigh分布に従うことを示した。また、狭帯域スペクトル波の場合、discrete amplitudeが峰あるいは谷を近似的に表すことから、波高の統計分布は近似的にRayleigh分布に従うことを導出している<sup>4),5),6)</sup>。ここでの位相による積分の意味は、波の族 $\eta^{(p)}$ によるパラメータ $\beta$ (記号の意味は後に説明)による平均化であり、同スペクトルを有する統計的に同じ波列の族のdiscrete amplitudeの和をその族の総数で除すことである。これによると、平均化による誤差が生じず、得られる結果は厳密である。つまり、波の族 $\eta^{(p)}$ をより明らかに表現して整理すると、

解釈B：独立な2次元正規分布は点対称であり、直交軸 $(\eta, \zeta)$ から角度 $\bar{\omega}\beta(=\theta)$ 分ずらした直交軸 $(\eta^{(\theta)}, \zeta^{(\theta)})$ でとった水位変動 $\eta^{(\theta)}$ ともとの水位変動 $\eta$ も確率的に同じ不規則波になることを利用し、位相で積分する操作は、同じ統計量をもつ他の水位変動 $\eta^{(\theta)}$ を全て足しあわせることを意味する。

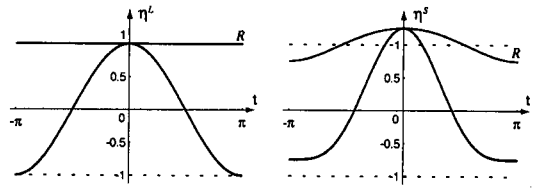


図-2 線形波と非線形波の時系列グラフ

従って、狭帯域線形不規則波の場合、波峰と包絡線上の点 (discrete amplitude) とはほぼ同一視できる<sup>4)</sup> ことから、波峰の統計分布が近似的に Rayleigh 分布になる。なお、解釈Bにある角度パラメータ $\beta$ を含む新たな直交軸は、以下のように表される。

$$\begin{cases} \eta^{(\theta)} \\ \zeta^{(\theta)} \end{cases} = \begin{pmatrix} \eta \\ \zeta \end{pmatrix} \cos \bar{\omega}\beta + \begin{pmatrix} \zeta \\ -\eta \end{pmatrix} \sin \bar{\omega}\beta \quad (11)$$

一方、スペクトルの各成分の位相が独立でない非線形不規則波の場合、 $(\eta, \zeta)$ の確率分布は点対称でなく、強い方向性を持ち(このことを利用して北野ら<sup>1)</sup>は波の非対称性の新たな定義を提案している)、解釈Bの位相による平均化の根拠を失う。あるいは、解釈Aの位相による平均化を考えた場合、非線形波に対しては、その包絡線の変化はスペクトルの帯域幅だけでなく、非線形性により大きく変化し、位相による積分操作と時系列から統計分布への変換操作の可換性がくずれ、評価しがたい大きな誤差を伴う。

以下に位相面上での点対称性と非線形不規則波の包絡線の実際の峰高・谷高との統計誤差を簡単に見るために、規則波であるが線形波と非線形波を模した2つの例

$$\left. \begin{aligned} \eta^L(t) &= \cos(\omega t) \\ \eta^S(t) &= \cos(\omega t) + s \cos(2\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

について、時系列上・位相面上のグラフ(図-2と図-3)および水位変動と包絡線の振幅分布のグラフ(図-4と図-5)をのせる。

着目すべき第1点は、図-2、図-3および図-4において、点対称である線形波の場合、どの方向の軸に射影しても元の水位変動と同じ統計分布になるが、点対称にはならない非線形波では、方向毎に射影される変動の統計分布は異なることである。

次に注目する点は、図-5である。線形規則波の振幅分布は1点に集中し、波峰あるいは谷高にちょうど一致する。これに対し、非線形波は波峰、波谷の2値だけでなく、その2値の間に非対称に分布しており、規則波であるにもかかわらず波高に相当する包絡線の振幅の分布は1点に集中せずに、まさに分

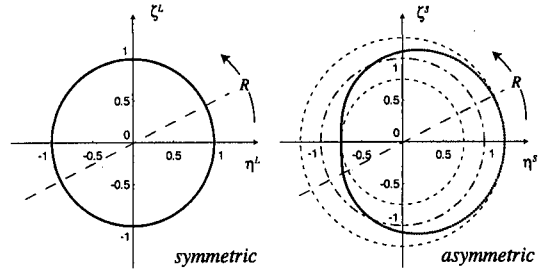


図-3 線形波と非線形波の位相上のグラフ

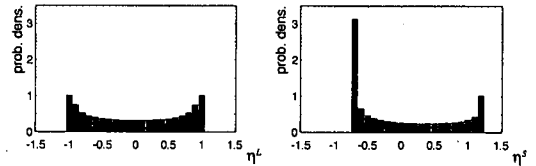


図-4 線形波と非線形波の水位変動の統計グラフ

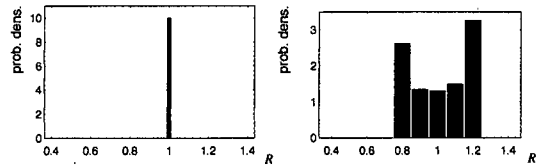


図-5 線形波と非線形波の包絡線の振幅の統計グラフ

布するものになる。1つの値であるべき峰高・谷高あるいは波高を広がりのある分布で近似した場合、波列全体の統計に積み重ねれば、その誤差も当然累積されることになる。さらに加えて、波高による非線形性の度合いも異なるのでその誤差は全く把握できなくなる。その確率分布を位相で積分した場合、累積誤差を全て含んだまま、峰高とも谷高とも半波高ともいえない各時間での動径の統計分布が得られることになる。解釈Aによる位相での積分の意味を考えた場合、一波毎の波については、振幅分布の非対称性により、非線形波の包絡線は意味のわからない量に平均化されて、位相による積分操作と時系列から統計分布への変換操作の交換の前後で、それらの誤差の対応が理解できなくなる。

以上の議論からわかるように、非線形波に対しては包絡線の定義を線形波と同じものにするに問題があると考えられる。この点に関して討議者らの

一人<sup>6)</sup>は、新たな包絡線の定義を用い、非線形不規則波の峰高・谷高および水位変動の統計分布の理論を構築していることを付記する。

#### 4. 質問 (その三)

式(23)は、どのパラメータも水位変動の上下変動の大きさに関わることを示しており、当然予想される。「GFには物理的意味が含まれていない」と著者は言及している。物理的という言葉の捉え方にもよるが、式(20)によれば、瞬間エネルギーの変動係数という物理的意味がある。むしろ、GFの問題点はその数値フィルターの性能にある。従って、時間領域で物理的意味を持つGFと統計的に直接意味を持つ $\mu_4$ とどのような等号関係にあるのかが興味深い問題である。

式(23)は、GFからスペクトル幅の影響を差引いたものと $\mu_4$ が関係するとしているが、 $\mu_4$ からもスペクトル幅の影響を差引かなくていいのか？ すなわち、線形波についてはスペクトル幅に関係なく $\mu_4=3$ であるが、非線形性により上下変動の振幅が変化した時、大きな峰部分の一周期に占める時間がスペクトルの幅により変化し、一般には $\mu_4$ には非線形効果と同時にスペクトル幅も影響する。

著者らの“波群”の定義について、広義と狭義に整理している。つまり、一般にいわれる波の連りの度合いを示す“波群”と対象とする波高が大きという条件を付加した“波群”に分類している。広義と狭義という言葉の感覚の問題であるのかもしれ

ないが、条件の弱い前者を“広義の波群”，さらに条件を付加されて対象となる集団が狭くなる後者を“狭義の波群”と呼ぶの方がよいのではないか？

以上、討議者らにとって興味のある研究であり、今後の参考に致したく、ここに質問事項をとりまとめた次第です。

#### 参考文献

- 1) 北野利一, 中野晋, 大野嘉典, 間瀬肇: 複素表現を用いた非線形不規則波の統計解析, 海岸工学論文集, 第44巻, pp.171-175, 1997.
- 2) 北野利一, 間瀬肇, 中野晋: 浅海不規則波の周期の統計特性 -false waveを利用した解析-, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.221-225, 1998.
- 3) 北野利一, 間瀬肇: 峰高とその時刻における包絡線との位の確率分布の理論, 海岸工学論文集, 第42巻, pp.266-270, 1995.
- 4) Kitano, T. and Mase, H.: New theoretical aspects of statistical properties of narrow-banded random waves, Jour. Ocean Eng., Vol.25, pp.183-193, 1998.
- 5) Kitano, T. and Mase, H.: Effects of spectral bandwidth on statistical properties of random waves, Proc. 3rd Int. Symp. on Ocean Wave Measurement and Analysis, ASCE, pp.307-315, 1997.
- 6) 北野利一: 不規則波の統計的特性における包絡線の役割, 京都大学大学院工学科修士論文, 33p., 1995.

(1998. 7. 28受付)

#### ▶回答者 (Closure)

森 信人 (電力中央研究所)・安田孝志 (岐阜大学)  
Nobuhito MORI and Takashi YASUDA

##### 1. はじめに

著者らの論文に対して貴重な討議を頂き、深く感謝します。ご指摘の点につきまして、始めに著者らの考えを述べさせて頂いた後に、質疑に対する回答を行いたいと思います。

著者らは、深海域を伝播する不規則波列を対象として、3次以上の非線形項を考慮した数値シミュレーションおよび水槽実験を実施し、それまで未解明であった3次以上の非線形干渉が波高分布に及ぼす影響<sup>1)</sup>、スペクトル間のエネルギー移送<sup>2)</sup>ならびに各種波浪統計量に及ぼす影響<sup>3)</sup>について検討を行ってきた。その結果、2次の非線形干渉と異なり、3次の非線形干渉は大きな波高を持つ波の出現頻度を増

大きさせ、GF等の波群指標を増加させる働きがあり、その効果は自由波のスペクトルが狭帯であるほど、また相対水深が深海条件に近づくほど顕著になる事が明らかとなった。

本論文は、このような背景をもとに、3次の非線形干渉と波高分布およびGF等の波浪統計量の関係を結びつけるため、3次の非線形性と密接に関連する水面変位の4次モーメントである $\mu_4$ (kurtosis)を展開軸に、水面変位のGauss分布からのずれがEdgeworth分布で表され、かつ $\mu_3$ (skewness) $\ll 1$ および $\mu_4 \neq 3$ との仮定の下で、弱い非線形性を持つ狭帯不規則波の波高分布、代表波高統計量ならびに波群と線形性の関係について議論したものである。本論文は、従来、線形もしくはStokes波を出発点とする議論の

多かった短期統計理論への非線形性の取り込みを主眼に、水槽実験結果をもとに幾つかの仮定を設けながらではあるが、複雑になりがちなこの種の問題に対し、出来るだけ簡潔な理論の構築を計ったものである。

具体的な回答に移る前に対象とする基礎式および記号を整理する。平均0の定常性を満たす不規則波の水位変動 $\eta(\mathbf{x}, t)$ は、非線形核関数 $A_i$ を用いて次式のように表される<sup>4)</sup>

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} dA_1(\mathbf{k}, t) + \varepsilon^2 \int_{-\infty}^{\infty} dA_2(\mathbf{k}, t) + \dots \quad (1)$$

一般に式(1)は次式の形に表される場合も多い。

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\mathbf{k}, t) \exp[i\{\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t + \varepsilon(\mathbf{k}, t)\}] d\mathbf{k} \quad (2)$$

ここで、 $c(\mathbf{k}, t)$ はフーリエ振幅、 $\omega(\mathbf{k})$ は角振動数、 $\varepsilon(\mathbf{k}, t)$ は位相である。また、角振動数 $\omega$ もしくは $\varepsilon$ のどちらか(非線形分散関数をどのように表現するかの問題)は定数ではなく、波数および時間に依存する変数であり、ここでは時間に対して $\omega$ は独立、 $\varepsilon$ は依存する関数と仮定する。線形波では、 $\omega$ は $c$ および $\varepsilon$ は時間に独立となるため、

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \int_{n=-\infty}^{\infty} c(\mathbf{k}, t) \exp[i\{\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t + \varepsilon(\mathbf{k})\}] d\mathbf{k} \quad (3)$$

と表示できる。

## 2. 質疑(その一)に対する回答

質疑(その一)を要約すると以下のようにまとめられる。

- (1)  $\eta$ および $\xi$ の独立性
- (2)  $(\eta, \xi)$ の結合分布の形状と $(\eta, \xi)$ と $(I_c, I_s)$ の置き換えについて

質疑(その一)(1)に対して、討議者が指摘するように、一般には2つの確率変数が無相関であることと、これらが統計的に独立であることは別の定義である。しかしながら、論文に明記してあるように、ここではGauss分布を出発点とする弱非線形不規則波列を対象としており、 $N$ 変数Gauss分布において各確率変数が無相関の場合に独立であることが自明であるため、 $\eta$ および $\xi$ の独立性を仮定した。

$\eta$ および $\xi$ の相関係数 $C.V.[\eta, \xi]$ に対する討議者の計算と論文の実験結果の違いについては、討議論文の式(5)と討議論文の参考文献1)の式(14)が同一でないため、討議論文の式(5)をもとに以下の議論を進める。討議論文の式(5)によると、 $C.V.[\eta,$

$\xi]$ は常に0となるはずであるが、原論文の実験結果は $-0.1 \sim 0.2$ の間に分布しており、これは $\mu_3$ と線形の関係を示している。この両者の差異については以下の理由が考えられる。討議論文の式(5)を求めるにあたり、不規則波の $\eta$ および $\xi$ の時間変動が討議論文の式(2)および(3)により表示できると仮定している。この仮定は、線形不規則波ならびにStokes波などの水面波の定常解については正しいが、非線形不規則波列では厳密には正しくない。非線形不規則波列においては、討議論文の式(1)および(2)の $\varepsilon$ は、時間依存する(もしくは $\omega$ が時間的に変化する)。このため、空間的に離散化された $\eta$ および $\xi$ の共分散 $E[\eta\xi]$ は次のように表される(便宜的に時間については離散化していない)。

$$E[\eta\xi] = \frac{1}{T_0} \int \sum_{i,j} c_i c_j \{ (\sin\omega_+ t - \sin\omega_- t) \cos\varepsilon_i(t) \cos\varepsilon_j(t) - (\sin\omega_+ t - \sin\omega_- t) \sin\varepsilon_i(t) \sin\varepsilon_j(t) - (\cos\omega_+ t - \cos\omega_- t) \sin\varepsilon_i(t) \cos\varepsilon_j(t) - (\cos\omega_+ t - \cos\omega_- t) \cos\varepsilon_i(t) \sin\varepsilon_j(t) \} dt \quad (4)$$

ここで、 $\omega_{\pm} = (\omega_n + \omega_m)$ 、 $T_0$ は観測長である。この場合、討議論文の式(5)と異なり、時間平均を $\omega_n$ と $\varepsilon_n$ の項について個別に行うことは出来ず、 $E[\eta\xi]$ は必ずしも0とはならない。以上の結果は、非線形不規則波を

$$\eta(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{n}} c_n(\mathbf{k}) \cos\{\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} - \varepsilon_n(\mathbf{k})\} \quad (5)$$

とは記述出来るが、時間変化が不明な $\varepsilon$ (もしくは $\omega$ )を含む

$$\eta(t) = \sum_{\mathbf{n}} c_n(\mathbf{k}, t) \cos\{\omega_n(\mathbf{k}_n)t - \varepsilon_n(\mathbf{k}, t)\} \quad (6)$$

という表現を用いて非線形不規則波の議論を行う場合、注意が必要であることを示している。よって討議者の手法は、式(5)で表される空間波形については成立するが、時間波形については厳密には成り立たない。これらは重力波の支配方程式が楕円型の偏微分方程式で記述されていることに起因している。また、海底地形の影響を受ける浅海波を対象とする場合は、確率過程が空間的に一様でないため、式(5)も必ずしも成立しない。さらに、非線形不規則波列においては、 $c_n$ も時間依存する<sup>5)</sup>という困難さが伴うことを指摘しておく。

討議者は非線形不規則波の水位変動の時系列を上述の式(6)により表されることを議論の出発点としている。この表記は線形不規則波では正しいが、非線

形不規則波においては厳密ではないことを討議者は混同している。討議者らが示した参考文献1)には、 $\eta$ および $\zeta$ の独立性に関する検証が為されていないため比較できないが、原論文中の図4は、C.V. [ $\eta, \zeta$ ]の独立性が $\mu_3$ つまり2次の非線形効果に依存していることを示している。この興味深い関係については今後考えていきたい。

質疑(その一) (2)における $(\eta, \zeta)$ の結合分布の形式は、討議者の指摘の通り正確には、

$$p(\eta, \zeta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \exp \left[ -i(\psi_\eta \eta + \psi_\zeta \zeta) + \sum_{m,n} \frac{K_{mn}}{m!n!} (i\psi_\eta)^m (i\psi_\zeta)^n \right] d\psi_\eta d\psi_\zeta \quad (7)$$

の形を取るべきである。ここで、 $\psi_x$ は変数、 $K_{mn}$ は $\eta$ および $\zeta$ の $m, n$ 次のキュムラントである。原論文の展開では式の煩雑さを避けるため、 $m \neq n \neq 0$ となる $K_{mn}$ を0としていた。この影響を取り込んだ場合、原論文の式(11)に付加される項は $K_{12}$ 、 $K_{21}$ 、 $K_{22}$ を含む項となる。これに変数変換を行い積分すると、 $K_{21}$ および $K_{12}$ の項は落ちるため、原論文の式(12)および(14)に付加される項は $K_{22}$ を含む項のみとなる。 $K_{22}$ のプロダクトの全体への寄与については、別途検討を行いたい。

また、非線形波の場合の $(\eta, \zeta)$ と $(I_c, I_s)$ の置き換えについては、原論文にも述べているように、線形不規則波からの摂動を出発点としており、 $(\eta, \zeta)$ を線形波同様 $(I_c, I_s)$ を用いて置き換えを行った。

### 3. 質疑(その二)に対する回答

質疑(その二)は、振幅 $R$ の確率密度関数を計算する際に、位相 $\theta$ で積分する意味についての見解である。冒頭に述べたように本論文は $\mu_4$ の効果を主眼としているため、 $\mu_3 \ll 1$ を仮定しており、比較検討を行った水槽実験もこの範囲内のものを用いている。つまり、本論文に指摘しているように $\mu_3 \ll 1$ かつ $\mu_4 \neq 3$ という2次の非線形効果と比較して3次の非線形効果が顕著となる深海域を伝播する非線形不規則波列<sup>3)</sup>を対象としており、これは討議者が前提としている上下非対称性が顕著となる浅海域の不規則波列とは異なるものである。この場合、2次の非線形性に起因する波形の上下非対称性は無視することができ、狭帯スペクトルバンド幅を持つ線形不規則波列と同じ操作を行うことが可能であると仮定して原論文の式(12)を導出している。

原論文に明記してあるように、非線形不規則波列の水位変動の位相 $\theta$ が一定ではないことは自明で

ある。原論文の式(17)は、位相 $\theta$ の確率密度分布であり、この式は位相に対する非線形効果の1次補正が $\mu_3$ であることを示している。原論文の式(17)において $\mu_3 = 0$ を仮定すると、

$$p(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \left\{ 1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{12} \cos(4\theta) + O(k^2) \right\} d\theta \quad (8)$$

となり、 $\mu_4 = 3.5$ に対して、線形解からのずれは最大でも5%以下であり、有意ではない。

以上の結果、振幅 $R$ の確率密度分布を導出する際に、 $\mu_3 \ll 1$ との仮定をおくことにより、位相 $\theta$ に対する上下非対称性の寄与は無視することが出来るため、この範囲で位相の一様性は保証される。

上下非対称性が有意な波列についての波高分布や包絡波形の議論については本論文の範囲外であり、Tayfun等の研究結果を参考にされたい。

### 4. 質疑(その三)に対する回答

最後に、質疑(その三)について回答する。論文中において波群の定義として

A. 波が連続してやってくる(波の連なり)

B. 高波の出現確率が高い

という2つの意味を考察し、定義BについてGFを用いることは適切ではなく、 $\mu_4$ を用いる方が良いのではないかと議論を行った。質疑(その三)における $\mu_4$ に対するスペクトルバンド幅の影響であるが、対象とする波列を線形波に限る場合、波列が中心極限定理を満たす限り $\mu_4 = 3$ は保証されている。スペクトルを極端に狭帯化するとこの値は変化するが、論文中では不規則波を対象としているのでこのような場合は考慮しないとする。

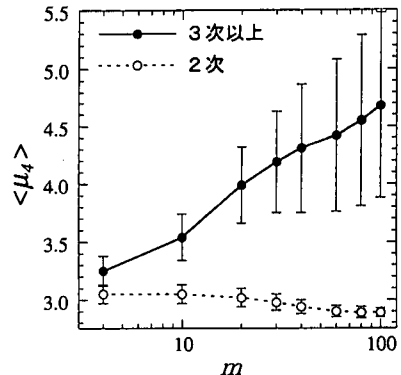


Fig.1 Wallops型スペクトルを持つ非線形不規則波列の $\mu_4$ に及ぼすスペクトルバンド幅の影響

非線形不規則波を対象とする場合の $\mu_4$ におよぼすスペクトルバンド幅の影響は定式化されていないが、

ポテンシャル理論に基づく3次の非線形干渉まで考慮した深海条件での数値計算結果<sup>6)</sup>によると、フーリエ成分間で大規模なエネルギー輸送を行わない2次の非線形不規則波では、風波とうねりの間に顕著な差は見られなかった。Fig.1に示すのは、伝播過程における空間波形から計算された $\mu_4$ の平均値である。横軸はスペクトルバンド幅であり、 $m=4$ が風波、 $m=10\sim 30$ がうねりに相当する。●は3次以上、○は2次の非線形干渉まで考慮した場合の結果である。点線で示す2次の非線形干渉まで考慮した計算結果より、スペクトルバンド幅に関係なく $\mu_4$ の値はほぼ3となっており、主に2次の非線形性に起因する波列の上下非対称性は、 $\mu_4$ の値に大きな影響を与えないことがわかる。従って2次の非線形干渉によりもたらされる波列の上下非対称性は、 $\mu_4$ に直接影響を与えない。Longuet-Higgins<sup>7)</sup>は、 $n$ 次の非線形干渉は $n+1$ 次の水面変位のキュムラントと関連していることを明らかにしており、上記の結果はこれと矛盾しない。

GFについては、著者らの一人<sup>6)</sup>が詳細に説明を行っているが、討議者も指摘しているように、SIWEHを計算するときに用いられる三角フィルターが問題となる。三角フィルター $Q(\tau)=(1-|\tau|/T_p)(\tau$ は遅れ時間、 $T_p$ はピーク周期)は、そのフーリエ振幅 $\tilde{Q}(\omega)$ が

$$\tilde{Q}(\omega) = \text{Re} \left[ -\frac{4}{\omega T_0} \sin(\omega T_p) \right] + \text{Im} \left[ -\frac{4}{\omega^2 T_0 T_p} \sin(\omega T_p) \right] \quad (9)$$

であることから( $T_0$ は観測長)、三角フィルターがフーリエ空間上において局在していないため、周波数帯でどの成分の影響を除去し、どの範囲の成分を抽出したという点が曖昧であり、バンドパスフィルターにHilbert変換を用いたものの方が解釈が容易である<sup>6)</sup>。よって、ある程度のスペクトルバンド幅を持つ線形不規則波を対象とした場合、GFの値はスペクトル形状により有る程度変化しうる。これに対し、Fig.1に示したように、 $\mu_4$ の値は3次の非線形干渉により大きく変化し、結果として原論文中の式(22)の関係より、GFの値はスペクトルバンド幅が変化しなくても3次の非線形干渉の影響により変化する。以上の結果より、非線形不規則波列を対象とする場合、 $\mu_4$ は主に3次の非線形性に影響を受け、原論文中の式(15)および(16)からわかるように、その値が大きくなると大きな波高の出現頻度が増加するのに対し、GFは非線形性およびスペクトル形状の両方の影響により変化するパラメータであること

がわかる。故に原論文では『GFは物理的な意味が不明瞭である』と結論づけ、式(23)のような関係性を考えた。

現在、 $\mu_4$ と一般的な波浪統計量との関わりについては検討中であり、別の機会に報告したいと考えている。

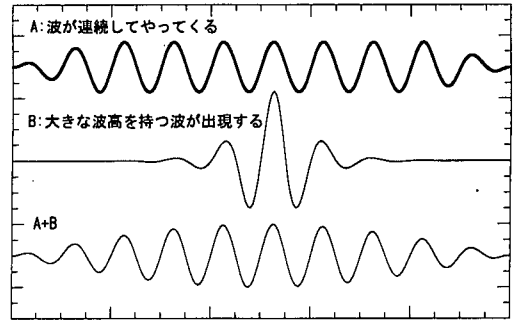


Fig.2 原論文における“波群”の定義の概念図

最後に“波群”の定義であるが、原論文において、従来の波群の定義A (Fig.2A;狭義の波群)に大きな波高を持つ波によるエネルギーの集中も波群とする定義B (Fig.2B)を加え、“広義の波群”=波群の定義A ∪ 波群の定義Bと定義した。“狭義の波群”は波群の定義A ∩ 波群の定義Bとはならないため、論文中の定義で問題ないと考えている。Fig.2は、原論文における波群の定義を概念的に示したものである。一般にいわれる波の連なり(A)に対して、“広義の波群”では波高が大きな波(高波)が出現する場合(B)、高波の連なり(A+B)も波群として捉えることにより、freak waveのような現象も波群の一種として考えることが出来ることになる。この場合の高波の出現についてはRayleigh分布を基準として考えると理解し易いのではないだろうか。

#### 参考文献

- 1) 安田孝志, 伊藤一教, 森 信人: 1方向不規則波の波高分布に及ぼす非線形干渉の影響について, 土木学会論文集, No.443/II-18, pp.83-92, 1992.
- 2) 安田孝志, 森 信人, 伊藤一教: 風波のスペクトルを持つ1方向波の共鳴干渉とその影響, 海岸工学論文集, 第40巻, pp.101-105, 1993.
- 3) Yasuda, T. and Mori, N.: High order nonlinear mon-linear effects on deep-water random wave trains, *Int. Symp. : Waves-Physical and Numerical Modelling*, Vancouver, Vol.2, pp.823-832, 1994.
- 4) Zakharov, V.E.: Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid, *J.Appl.Tech. Phys.*, Vol.9, pp.190-194, 1963.

- 5) Yuen, H.C. and Lake, B.M. : Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves, *Advances in Applied Mechanics*, Academic Press, Vol.22, pp.67-229.
- 6) 森 信人 : 不規則波に及ぼす高次の非線形干渉の影響, 博士論文, 岐阜大学, p.151, 1996.
- 7) Longuet-Higgins, M.S. : The effect of nonlinearities on statistical distributions in the theory of sea waves, *JFM*, Vol.17, pp.459-480, 1963.
- 8) Medina, J.R. and Hudspeth, R.T. : Sea states defined by wave height and period functions, Proc.IAHR Seminar Wave analysis and generation in laboratory basins, 22nd IAHR Congress, pp.249-259, 1987.

(1999.2.3受付)