

# LESモデルによる水平面上張り出しブルームの解析

中山恵介<sup>1</sup>・佐藤圭洋<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 北海道大学大学院助手 工学研究科 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>2</sup>正会員 工修 北海道開発局 室蘭開発建設部 (〒053-0816 北海道苫小牧市吉町2丁目1番5号)

北海道に降雪をもたらす冷気流は、浮力の不連続面にみられるように、塩水や泥水の水域への浸入と非常によく似た振る舞いをすることから冷気密度流と呼ばれるべきものである。雪雲は冷気密度流のフロントに発生することから、フロントの挙動を解析することが必要とされる。そこで、LESモデルを用いた水平面上を張り出すブルームの計算を行った。その結果、後続部における乱流熱フラックス、連行係数において、よい再現性が得られた。局所リチャードソン数と渦粘性係数の関係は、3次元性の現れにより二価性を持つことが分かった。フロント前面の淀み域には、フロントスケールのロール状の渦が卓越して発生していた。後続部厚さに比べフロントスケールや淀み域距離は、非常に大きな値を持つことが分かった。

**Key Words :** cold air flow, Large Eddy Simulation, GS, SGS, turbulent heat flux, entrainment coefficient, eddy viscosity, Plume

## 1. はじめに

冬期石狩湾において、冷気密度流フロント直上に雪雲が発生することが数理解析<sup>1)</sup>、観測<sup>2)</sup>、数値計算<sup>3), 4)</sup>により確認されている。しかし、それらは冷気密度流フロント形状による上昇流のみ考慮したものであり、フロントでの巻き上げや安定度の低下による連行を考慮していない。冷気密度流は、放射冷却によって発生した冷気塊が山地斜面を流下して海上に張り出すもので、鉛直方向の温度分布が冷気密度流と上部風である季節風との界面で急激に変化する、浮力効果の卓越した山地斜面を発生源とするブルームであるといえる。そのため、冷気密度流フロントでの雪雲発生メカニズムをより詳しく知るためには、海上を水平面と考えた水平面上張り出しブルームの解析を行う必要がある。

これまで、斜面を流下するブルームに関する研究を中心に多くのブルームに関する研究が行われてきた。塩水または濁水が斜面を流下する際のブルーム先端部の流動機構に関して実験、数理解析を行い、後続部からフロントへの運動量の流入がフロントを形成すること、フロントでの渦運動が重要であることを示したものの<sup>5)</sup>、同様な濁水の斜面の流下に関して実験、数理解析を行い、フロントと後続部との境界での連行の卓越、フロント形状が時間的に相似形を保つこと等を示した

もの<sup>6)</sup>、漸拡水路を流下する傾斜密度流フロントに関するモデル係数を、実験を踏まえて考察したもの<sup>7)</sup>、冷気流の観測を行い、フロントでの渦の発生による連行がフロント形成に大きな役割を果たしていることを示したもの<sup>8)</sup>、水平面上を張り出す密度流の実験を行い、海風との比較を行ったもの<sup>9)</sup>、同様な実験を行い、密度流後続部高さと主流水深との関係によりフロント形状を分類したもの<sup>10)</sup>が存在する。以上、密度流の実験、観測、数理解析に関する多くの研究の一部である。

大きな枠組みで考えると、これらはいずれも主流に対してフロントが進行している密度流を対象とした研究であるといえる。しかし、本研究で対象としている冷気密度流フロントは、海上に張り出した際、進行方向前後に揺らぎはするが、ある位置を中心としたものであり、その揺らぎの数理解析を行うことは難しく、さらにレイノルズ数の非常に大きな現象であると考えられるため、実験での再現が困難である。そこで、乱流モデルによる再現性の向上、計算機の進歩により、数値計算による再現が解析方法として挙げられる。

乱流モデルを用いた傾斜面上流下ブルームの解析は、傾斜板下層が浮力を持つ場合に傾斜板をブルームが流下した場合の解析を $k-\epsilon$ モデルを用いて解いたもの<sup>11)</sup>、 $k-\epsilon$ モデルを用いてその再現性を検証したもの<sup>12)</sup>が存在する。これらはそれぞれ2次元での再現計算結

果であり、乱流が3次元の構造によるものであることを考えると、3次元へのモデルの拡張が望まれる。

冷気密度流後続部について考えると、遷移層は薄い、そのせん断による抵抗は大きい、そのような急激な速度分布の変化を考慮する数値計算を行うには、その遷移層を再現できるメッシュを用いる必要がある。さらに、非定常なグリッドスケール以上の大きな乱れが生じた場合には、乱流モデルにグリッドスケールの乱れを直接計算するLESモデルを用いる方が望ましい。以上、分子粘性を直接考慮できなくともよいが、後続部の遷移層厚さを再現できるくらい小さいメッシュを用いなくてはならない点、後続部では大きなスケールの激しい乱れが生じている点から、本研究では数値計算による再現には3次元LESモデルを用い、水平面上を張り出したブルームのフロントでの流動特性を解析する。

## 2. LESモデルの導入

### (1) 基礎方程式

冷気密度流はその鉛直構造において、冷気密度流と季節風との間の界面で急激な温度分布を持ち浮力の不連続といえる面を形成している点、地表面付近に限られた現象であるためブシネスク近似を用いることが出来る点から、水中を流下する濁水、塩水と同様の挙動を示すものと考えられる。そこで、支配方程式は鉛直方向の浮力の卓越した式(1)～(6)で示されるものとなる。ちなみに、濁水や塩水の支配方程式は式(5)、式(6)を、式(7)、式(8)へと変化させたもので示される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Du_r}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u_r \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Dv_r}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v_r \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Dw_r}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + q + \nu \nabla^2 w_r \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial y} + \frac{\partial w_r}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\theta_r}{Dt} = \kappa \nabla^2 \theta_r \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q = g \frac{\theta_r'}{\theta_0} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{DC_r}{Dt} = \kappa_r \nabla^2 C_r \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q = \beta_c g C_r \end{array} \right. \quad (8)$$

ここで、 $u_r, v_r, w_r$ :  $x, y, z$ 方向流速、 $p$ : 圧力、 $\rho$ : 密度、 $\nu$ : 動粘性係数、 $q$ : 浮力、 $\theta_r'$ : 温度、 $\theta_r'$ : 基本場との温度差、 $\theta_0$ : 環境温度、 $C_r$ : 濃度、 $\kappa_r$ : 拡散係数、 $\beta_c$ : 浮力換算係数である。

式(1)～式(3)は浮力効果を考慮した運動方程式、式(4)は連続の式、式(5)は温度に関する移流、拡散方程式である。

### (2) LESモデル<sup>(13)(14)</sup>

本研究では、Deardorff<sup>(15)</sup>による1方程式のLESモデル<sup>(13)</sup>を用いることとした。式(9)～式(17)にモデル方程式を示す。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - D_u \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - D_v \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g \frac{\theta'}{\theta_0} - D_w \end{array} \right. \quad (11)$$

$$D_{u_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( R_{ij} - \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (12)$$

$$R_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} E - K_m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

$$K_m = C_m l E^{1/2} \quad (14)$$

$$l = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (15)$$

$$\frac{DE}{Dt} = -K_h \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial z} + R_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K_h \frac{\partial E}{\partial x_j} \right) - \frac{C_\varepsilon}{l} E^{3/2} \quad (16)$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( K_h \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) \quad (17)$$

ここで、 $u$ :  $x$ 方向流速、 $v$ :  $y$ 方向流速、 $w$ :  $z$ 方向流速、 $p$ : 圧力、 $i, j=1\sim 3$ :  $x, y, z$ 方向、 $x_1, x_2, x_3$ :  $x, y, z$ の意味、 $u_1, u_2, u_3$ :  $u, v, w$ の意味、 $E$ : サブグリッドスケール(以下SGSとする)の乱流エネルギー、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ :  $x, y, z$ 方向メッシュ間隔、 $\theta'$ : 基本場との温度差、 $\theta$ : 温度、 $C_m, C_\varepsilon$ : モデル定数、 $K_m$ : 渦粘性係数、 $K_h (=K_m/P)$ : 渦拡散係数、 $P_r$ : プラントル数、 $\nu$ : 流体の動粘性係数、 $\kappa$ : 流体の熱伝導率である。

式(9)～式(11)は運動方程式、式(14)はSGSの渦粘性係数、式(16)はSGSの運動エネルギー方程式、式

(17)は温度の移流，拡散方程式である。このモデル中で，式(16)で示されるSGSの運動エネルギー $E$ が時間，空間的に一定であり，乱流熱フラックスを無視できるとして，右辺第3項と第5項を卓越させると，式(16)は0方程式型のSmagorinskyモデルと一致する。

なお，1方程式LES定数に関する簡単な紹介を，付録1 LES定数について，として示す。

### (3) 計算スキーム

計算には差分計算を用い，格子に食い違い格子を採用する。任意の座標上で計算を行えるように， $z$ 方向に関して写像変換を行う。式(18)～式(33)に，式(9)～式(17)に関する時間方向の計算スキームを示す。

$$\begin{cases} \frac{\hat{u} - u^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x} - D_u^n & (18) \\ \frac{\hat{v} - v^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial y} - D_v^n & (19) \\ \frac{\hat{w} - w^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial z} + g \frac{\theta^n}{\theta_0^n} - D_w^n & (20) \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta p}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} \right) \quad (21)$$

$$p^{n+1} = p^n + \delta p$$

$$\begin{cases} \frac{\tilde{u} - \hat{u}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial x} & (22) \\ \frac{\tilde{v} - \hat{v}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial y} & (23) \\ \frac{\tilde{w} - \hat{w}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial z} & (24) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla \tilde{u} = 0 & u^{n+1} & (25) \\ \nabla \tilde{v} = 0 & \Rightarrow v^{n+1} & (26) \\ \nabla \tilde{w} = 0 & w^{n+1} & (27) \end{cases}$$

$$\frac{\tilde{\theta} - \theta^n}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( K_h^n \frac{\partial \theta^n}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \kappa \frac{\partial \theta^n}{\partial x_i} \right) \quad (28)$$

$$\nabla \tilde{\theta} = 0 \Rightarrow \theta^{n+1} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{E} - E^n}{\Delta t} = & -K_h^n \frac{g}{\theta_0^{n+1}} \frac{\partial \theta^{n+1}}{\partial z} + R_{ij}^{n+1} \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_j} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( K_h^n \frac{\partial E^n}{\partial x_j} \right) - \frac{C_\epsilon}{l} E^{n3/2} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\nabla \tilde{E} = 0 \Rightarrow E^{n+1} \quad (31)$$

$$K_m^{n+1} = C_m l E^{n+1/2} \quad (32)$$

$$K_h^{n+1} = K_m^{n+1} / P_r \quad (33)$$

ここで， $\Delta t$ ：差分計算時間間隔，添え字 $n$ ：計算開始から $n$ ステップ目の値である。

本スキームの特徴は，移流項を除いた運動方程式を式(18)～式(20)と式(22)～式(24)に分離することで，連続の式を満たすポアソン方程式(21)における未知数 $\delta p$ をより少ない計算量で計算することが出来ることである。さらに，式(25)～式(27)，式(29)，式(31)に示されるように移流項を分離し，移流項の計算にはCIP法<sup>(16),(17),(18),(19)</sup>を用いた。

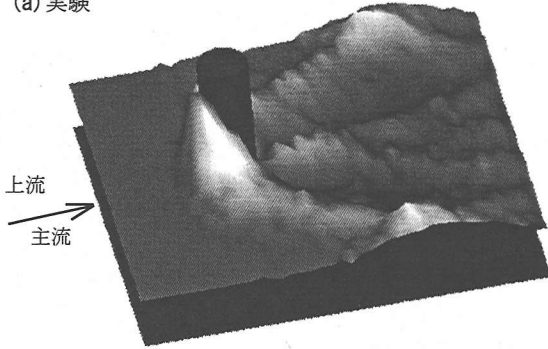
本計算手法に関する検証は，後続部，フロントについて行っており，本論文に述べられているが，さらに，CIP法を用いた差分法との併用，およびLESモデルの検証結果の整合性を示すため，実験で精度が検証された現象への適用結果を示す。

まず，CIP法を用いた差分法との併用を行うために，時間方向に方程式を分離したことについて，浅水方程式を用いた適用結果<sup>20)</sup>を示す。ここで，浅水方程式は水深方向に積分された2次元圧縮性流体と相似の方程式であり，本論文での非圧縮性の計算とは異なっているが，浅水方程式による実験との検証を一つの例としてあげることは，CIP法と差分法との併用の検証という観点からすると妥当であると思われる。

実験は，上流端から10.0mの水路中央に，直径0.10mの円柱が設置された幅0.8m，全長15.0mの開水路において行われた。目的は，定常状態で円柱から発生する斜め跳水が，CIP法と差分法とを併用した浅水方程式の数値解法により再現出来るか否かということである。図-1に，上流水深0.0353m，流速1.21m/sec(フルード数2.06)における実験結果，数値計算の再現による水面形の鳥瞰図を示す。矢印が主流の流下方向を示し，上流側の水面が盛り上がり跳水の生じている部分の後方に円柱が位置する。斜め跳水の発生に伴う円柱側方からの水深の大きな部分が，実験，数値計算において良好に再現されており，さらに，斜め跳水後縁における水深の急激な低下も数値計算において示すことが出来ていることが分かる。

続いて，LESモデルの検証のため，本論文と同じモデルであるDeardorffによる1方程式のLESモデルによる高レイノルズにおける段落ち周辺の再現計算結果<sup>21)</sup>を示す。実験は図-2に示された高速循環水路と断落ちを用いて行われ，3基のモーターにより，最大3ton/secの流量を全長25.0m×幅1.0m×高さ0.7mに流すことが出来る。段落ちは，上流端からの10m位置に高さ

(a) 実験



(b) CIP法と差分法を併用した数値計算

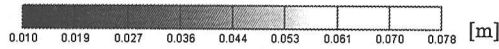
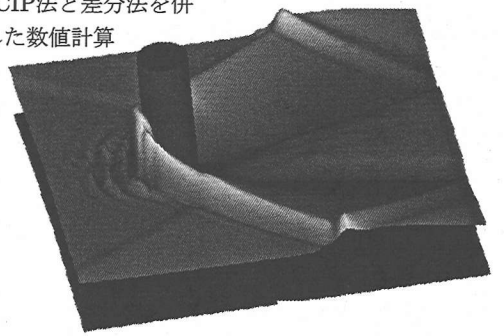


図-1 (a) (b) (a) 実験, (b) CIP法と差分法を併用した数値計算による水面形の鳥瞰図

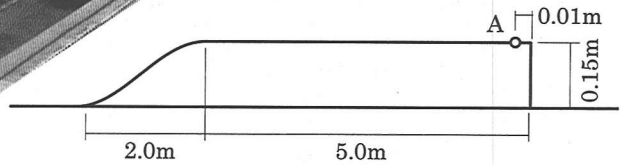
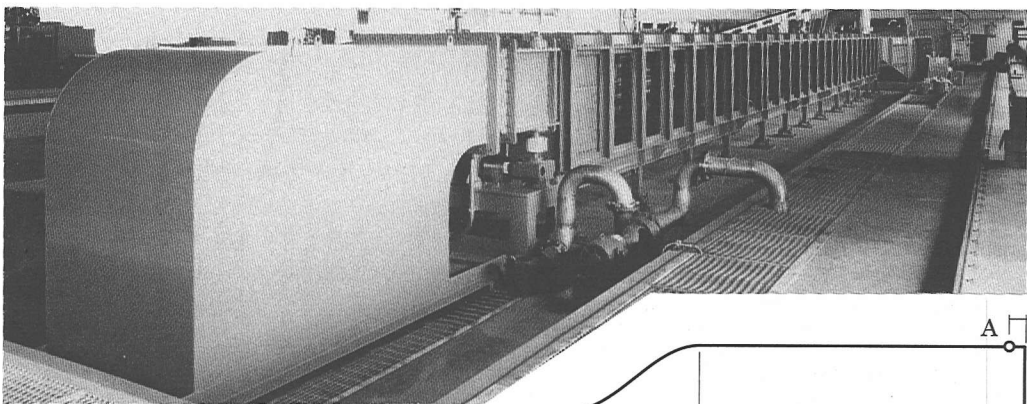


図-2 高速循環水路の概略図

0.15mで設けられた。計測は、2次元レーザー流速計を用いて、水路流下方向中央の鉛直断面で行われた。実験はポンプ一基(1ton/sec)のみ使用した。なお、乱流境界層の十分な発達を促すために、高速循環水路上流端の底面と上面に、5cm×5cmの角材を流れに直交するように設けた。

図-3に、段落ち後における流速、 $\overline{u'u'}$ 、 $-\overline{u'w'}$ の実験と計算結果の比較図を示す。高速循環水路を用いた実験であるため、レイノルズ数が段落ち高さを代表高さとして $3.6 \times 10^5$ 、メッシュレイノルズが代表流速に平均流速を用いると24000という大きな値となっている。さらに、段落ち直後の大きなせん断が生じている部分において得られた運動エネルギーのスペクトルから、コルモゴロフの最小渦径を計算すると、およそ0.119mmという値が得られ、数値計算において用いられたメッシュスケールの1.0cmと比較すると、約84倍の差が生じていることが分かる。

しかし、再現計算結果は、それぞれの図において良

好であり、本研究で用いているLESモデルの妥当性が分かる。さらに、段落ち計算におけるレイノルズ数、メッシュレイノルズ数と比べると、本研究におけるものはそれぞれ5400、180と非常に小さな値を持っており、流れを再現する上で十分小さなメッシュサイズが与えられているものと思われる。

### 3. 計算条件と結果の概略

#### (1) 計算条件

計算は風洞を模擬した条件下で行われた。図-4に、計算に用いられた計算領域とそのメッシュの概略図を示す。図中に示される点Pは、図上部に示されたデカルト座標 $x, y, z$ の原点であり、全領域のスケールは $9.6\text{m} \times 1.5\text{m} \times 1.35\text{m}$ である。冷気密度流のスケールは、本研究でのスケールよりかなり大きなものであるが、後述の実験結果とモデルの比較を行うために、あ

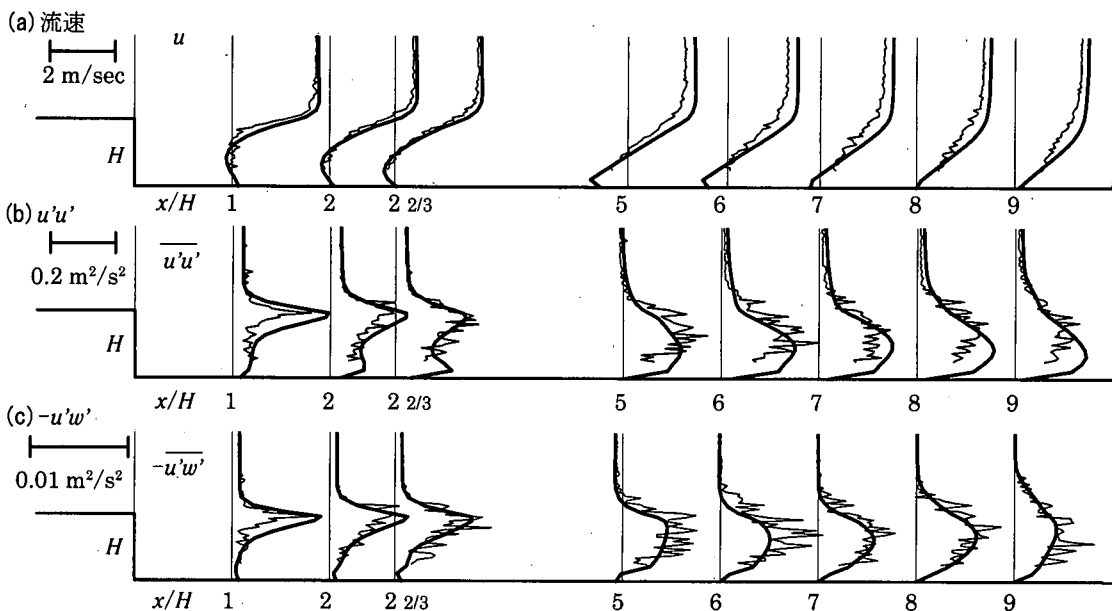


図-3(a)-(c) 段落ち後における(a)流速, (b) $\overline{u'u'}$ , (c) $-\overline{u'w'}$ の実験と計算結果の比較  
(細線: 実験結果, 太線: 計算結果)

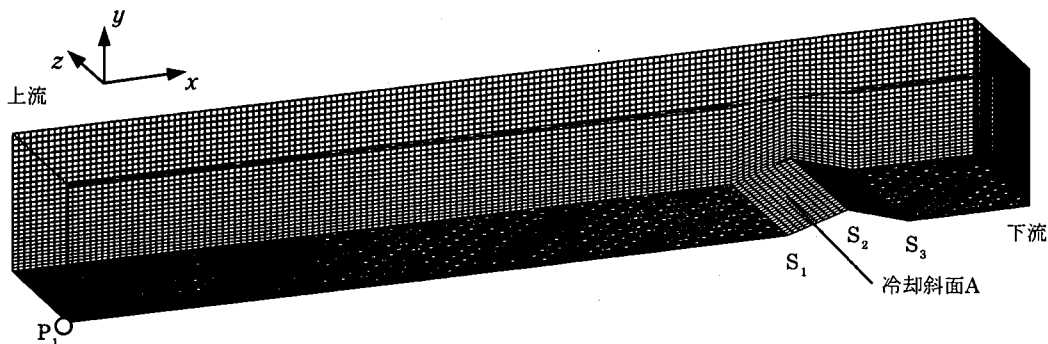


図-4 冷気密度流張り出し計算領域とメッシュ

えてスケールダウンを行った。z方向にはポアソン方程式を用いた写像変換が行われているため、領域後方(下流側を意味する)において2次元的な山( $S_1-S_2-S_3$ )を設けることが出来ている。メッシュ数はデカルト座標系へ変換後、 $160 \times 25 \times 30$ とし、 $x, y, z$ 座標でのメッシュ間隔は $0.06\text{m} \times 0.06\text{m} \times \text{約}$ (底面付近:  $0.031\text{m}$  ~ 天井付近:  $0.059\text{m}$ )である。主流流速は $0.03\text{m/sec}$ とした。

流速の境界条件に関して、底面、側面、天井では壁法則(式(34))を与え、上流端では一定値、下流端では対流方程式を用いた流出境界を与えた。側壁を設けた理由は、モデルの検証で用いる実験が側壁を設けたものであり、その影響を大きく受けられていると考えられるためである。

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_h}{\delta} + \frac{u_*}{v} \quad (34)$$

ここで、 $U: z_h$ での流速,  $u_*$ : 摩擦速度,  $\delta$ : 遷移層厚さである。

温度については、側面、天井、上流端で一定値、下流端は対流方程式を用いた流出境界とし、底面では断面A( $S_1-S_2: y$ 方向に一樣)を基本場より $10^\circ\text{C}$ 低くし、それ以外は一定値とした。張り出し部において温度を一定値とし冷気密度流より温度を高くした理由は、フラックスをゼロにすると冷気密度流の張り出し距離が大きくなりすぎてしまい、上流端による影響を大きく受けてしまうため、底面からの熱フラックスを供給させることにより張り出し距離を抑えるためである。渦粘性係数に関しては、上流端、底面、側面、天井でゼロ、下流端は対流方程式を用いた流出境界とした。

主流方向にぶつかるように傾いた斜面Aを基本場の温度より $10^\circ\text{C}$ 低くしたのは、実際の冷気密度流が放射冷却による冷気塊の発生に基づいているからである。そのため、一定の熱フラックスを与えた計算とは厳密

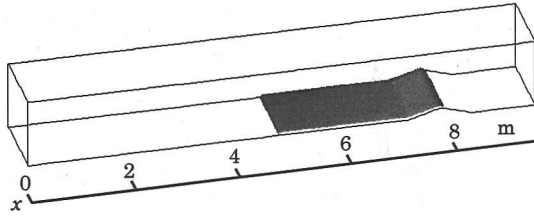


図-5 初期条件

には異なるが、比較計算を行った結果、差は認められなかった。

初期条件は、冷氣密度流張り出しを素早く発生させるために、図-5に示されるように、底面から1メッシュ分の主流より1°C温度の低い冷氣塊を与えた。

## (2) 計算結果概略

計算結果の概略を把握するために、図-6(a)-(f)に計算開始から180sec後、360sec後、720sec後、1080sec後、1440sec後、1800sec後における、主流より0.01°C温度の低い等値面(およそ冷氣塊表面に対応する)を示す。

計算結果を時間的に分類すると、大きく以下の3つに分けられる。(a)に示される発達期、(b)-(c)に示される遷移期、(d)-(f)に示される安定期である。

発達期には、初期の状態において与えられた冷氣塊が、主流により下流側に移流、冷却板前面に貯留され、冷却板を流下してくる冷氣塊が加わることで主流に逆行して冷氣密度流が進行している。進行中であるため、安定期に比べるとフロント周辺にかかる抵抗は大きく、フロント形状は安定して相似的に進行している。

遷移期には、フロントがある程度水平板上を張り出したことで、発達期に進行するために与えられた大きな浮力を傾斜版から供給することが出来なくなっている。そのため、その大きな浮力が主流に混合、開放され、傾斜面からの浮力の供給とフロントでの混合が釣り合うまで、フロント周辺が大きな揺らぎを示していた。

安定期には、後続部からの温度フラックスとフロントでの連行とがバランスすることにより、フロントはある程度揺らぎはするが位置が固定された状態であった。後続部はこの期間中は比較的安定していた。

## 4. 後続部におけるモデルの検証

本研究は、冷氣密度流が張り出すときにフロント位置が揺らぎながらある程度固定された際の、フロント

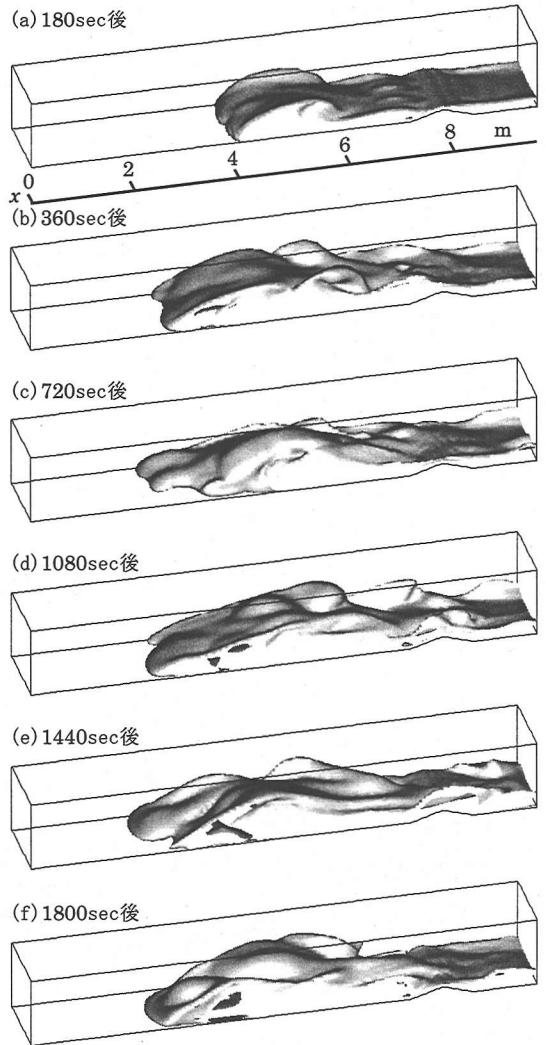


図-6(a)-(f) 主流より0.01°C温度の低い等値面の時間変化

周辺の巻き上げ連行に関する考察を目的としている。そのためには、LESモデルが密度流を忠実に再現できているか確認する必要がある。そこで、本章では後続部における乱流熱フラックス、連行係数、遷移層厚さによる界面付近の再現性の検討を行う。なお、界面は速度ゼロ、遷移層厚さは粘性底層を示す。

### (1) 乱れ成分の格子時間平均

乱流熱フラックスは一般的に時間平均で表されるため、同様の比較を行うためには安定期における諸量の時間平均値を用いて比較する必要がある。そこで、LESモデルで得られる値は格子内で空間平均された値であることから、後続部における検証では安定期における格子時間平均を用いる。以下に乱流エネルギーの

格子時間平均を示す。実際の流速と格子平均流速は式(35)のように $u'$ を用いることで関係付けられる。

$$u_{ri} = u_i + u'_i \quad (35)$$

ここで、 $u'_i$ ：格子内での平均流速からの変動、 $i=1\sim 3$ ： $x, y, z$ 方向である。トップハットフィルターを仮定し、式(35)を格子平均し、時間平均すると、式(36)のように実際流速の格子時間平均値が与えられる。これはグリッドスケール(以下GSとする)での時間平均に一致する。

$$\begin{aligned} \bar{u}_{ri} &= \frac{1}{n} \sum G * \{u_i + u'_i\} \\ &= \frac{1}{n} \sum u_i \\ &= u_{avei} \end{aligned} \quad (36)$$

ここで、 $\Sigma$ ：時間方向での累加、 $n$ ：時間累加するデータの数である。式(36)を平均値とする格子時間平均乱流エネルギーは、式(37)で得られる。

$$\begin{aligned} \bar{E}_r &= \frac{1}{n} \sum G * \left\{ \frac{1}{2} (u_i + u'_i - \bar{u}_{ri})^2 \right\} \\ &= \frac{1}{n} \sum G * \left\{ \frac{1}{2} (u_i - u_{avei})^2 \right. \\ &\quad \left. + u'_i (u_i - u_{avei}) + \frac{1}{2} u_i'^2 \right\} \\ &= \frac{1}{n} \sum \frac{1}{2} (u_i - u_{avei})^2 + \frac{1}{n} \sum G * \left\{ \frac{1}{2} u_i'^2 \right\} \\ &= E_{ave} + E_{turb} \end{aligned} \quad (37)$$

ここで、 $E_{ave}$ ：GSでの乱流エネルギー、 $E_{turb}$ ：サブグリッドスケール(以下SGSとする)での乱流エネルギーである。このように乱流エネルギーは、格子時間平均されることでGSとSGSの2つのスケールでの値の和として表される。

## (2) 後続部の推定

安定期では、後続部はフロントの影響を大きく受けず、SGSでの乱流エネルギーが卓越していた。これは、時間平均された後続部における水平流速の鉛直分布は成層し安定した場合の対数+直線則に従うことを示す。図-7に、主流方向断面中央 $x=6.0\text{m}$ における流速の鉛直分布への対数+直線則の適用結果を示す。対数+直線則の詳細については、付録2 対数+直線則について、において示す。

本計算では、冷気密度流内部での乱れが大きく、進行が冷気密度流内部に向けて生じていたことから、水

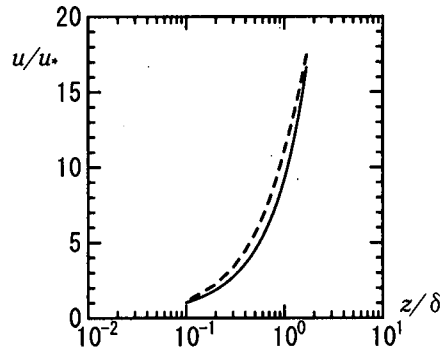


図-7 冷気密度流内部における水平流速の数値計算結果(実線)と、対数+直線則(破線)

平速度がゼロとなる点から冷気流内部に向けて、対数+直線則を適用した。実線は数値計算による結果、破線は対数+直線則を示しており、両者とも非常によく一致しているのが分かる。

また、後続部での乱れは、フロントに発生した渦が後続部を通過する際に発生する可能性はあるが、多くは遷移層における乱れに支配されていると思われる。そこで、図-8に、主流方向中央鉛直断面における、安定期のGSとSGSの格子時間乱流エネルギーの分布図を示す。

$x=3.6\text{m}$ 、 $x=4.2\text{m}$ では、フロントの乱れによる影響が大きく、GSでの乱流エネルギーが卓越している。 $x=4.8\text{m}$ では、GS(太線)とSGS(細線)の乱流エネルギーが両者とも大きく現れていることから、フロントと後続部との境界に近い部分であることが分かる。図-8から、後続部であると考えられる位置は、SGSの乱流エネルギーが卓越している $x=5.4\text{m}\sim x=6.6\text{m}$ の範囲であることが推測される。

## (3) 乱流熱フラックスによる検証

$x=5.4\text{m}\sim x=6.6\text{m}$ の範囲において、対数+直線則から推定される乱流熱フラックスと本モデル計算で得られた乱流熱フラックスとの比較を行う。これまでの研究<sup>3)</sup>で、速度がゼロとなる下層と粘性低層との界面付近において対数+直線則が成り立つとし、実験、観測結果を基に乱流熱フラックス推定式を式(38)のように定義した。ここでは、乱流熱フラックス推定に摩擦速度を用いた式(40)も提案されている<sup>22),23)</sup>ので、式(38)との比較も行う。

$$\overline{\theta'w'} = \alpha \Delta \theta \Delta u Ri^{-b} \quad (38)$$

$$Ri = \frac{\alpha \Delta \theta g h_0}{u_0^2} \quad (39)$$

$$\overline{\theta'w'} = \Delta \theta u. \quad (40)$$

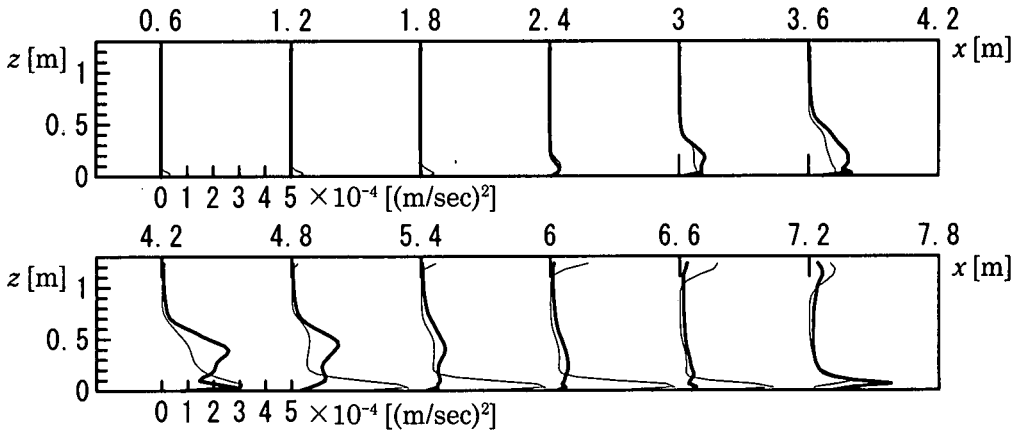


図-8  $E_{ave}$  (太線),  $E_{turb}$  (細線)の上流端から傾斜版手前まで0.6m毎の鉛直分布図

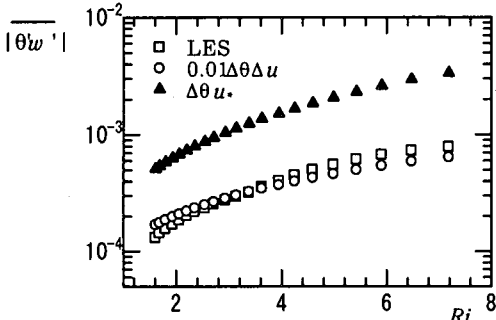


図-9  $b=0.0$ の場合の理論式とLESモデルによる熱フラックス(○:式(38), ▲:式(40))

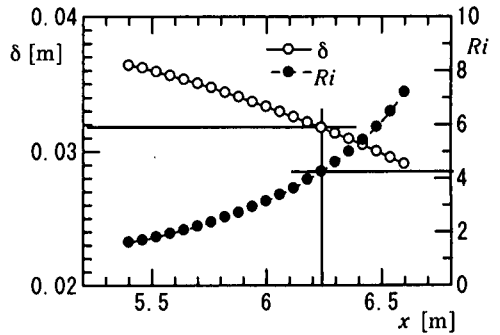


図-10  $x$ と遷移層厚さ, リチャードソン数

ここで,  $a: 0.01$ ,  $\Delta\theta$ : 上層と下層の温度差,  $\Delta u$ : 上層と下層の速度差,  $Ri$ : リチャードソン数,  $b: 0.0 \sim 0.5$ ,  $h_0$ : 上層厚さ,  $u_0$ : 上層上端流速,  $u_s$ : 摩擦速度である。

式(37)と同様に乱流熱フラックスを計算すると, 式(41)のように格子時間平均乱流熱フラックスが得られる。

$$\theta_r = \theta + \theta'$$

$$w_r = w + w'$$

$$\begin{aligned} \overline{\theta'w'_r} &= \frac{1}{n} \sum (\theta - \theta_{ave}) (w - w_{ave}) + \frac{1}{n} \sum G * \{\theta'w'\} \\ &= \theta w_{ave} + \theta w_{turb} \end{aligned} \quad (41)$$

ここで,  $\theta'$ : 格子内での平均温度からの変動,  $w'$ : 格子内での平均流速からの変動,  $\theta_{ave}$ :  $\theta$ の格子時間平均,  $w_{ave}$ :  $w$ の格子時間平均,  $\theta w_{ave}$ : GSでの乱流熱フラックス,  $\theta w_{turb}$ : SGSでの乱流熱フラックスである。

図-9に,  $b=0.0$ におけるリチャードソン数と乱流熱フラックスの関係を示す。ここで,  $b=0.0$ としたのは, これまで実験を通じて, 理論的に界面における抵抗を論じられた際, 界面抵抗係数は岩崎数の関数であるこ

と<sup>24),25)</sup>が示されており, そのためには $b=0.0$ となるべきであることによる。リチャードソン数が大きい方が, 計算領域における下流側にあたる。実験, 観測結果をよく表現できる式(38)の値と式(40)を比較すると, 式(40)がかなり過大評価になっていることが分かる。そして, LESモデルによる乱流熱フラックス計算値が, 式(38)による値と非常によく一致していることが分かる。

図-10には, 式(38)を用いた場合に得られる, 粘性低層厚さである遷移層厚さの $x$ 座標における変化を示す。界面付近における $z$ 方向メッシュ間隔はおよそ0.032mであり, 遷移層厚さ以上では乱れが非等方性であるとすると, リチャードソン数4.3以上ではメッシュ間隔が遷移層厚さを越えてしまい, 後続部の再現性は悪くなることが考えられる。しかし, 乱流熱フラックスに関しては, 差の増大はみられるが急激な再現性の悪さは現れなかった。

#### (4) 連行係数による検証

前節と同様, 後続部である $x=5.4m \sim x=6.6m$ の範囲において, 連行係数の検討を行う。図-11に, 式(42)で示される計算結果による乱流リチャードソン数と連



行係数の関係<sup>26),27),28)</sup>を示す。実線は式(45)で示される連行係数に関する経験式、○はリチャードソン数4.3より小さいもの、●はリチャードソン数4.3以上の計算による連行係数を示す。連行速度は、界面付近において水平流速がゼロとなる地点の鉛直流速を用いて計算した。

$$Ri_t = \frac{\alpha \Delta \theta g l}{u'^2} \quad (42)$$

$$l = u_0 / \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{\text{界面}} \quad (43)$$

$$E_t = w_e / u' \quad (44)$$

$$E_t = 0.7 Ri_t^{-3/2} \quad (45)$$

ここで、 $l$ : 積分スケール、 $u'$ : 乱れ強度、 $w_e$ : 連行速度である。

○において、経験式と数倍程度の差があるがリチャードソン数の増加に伴う連行係数の減少といった傾向は再現されている。しかし、リチャードソン数が4.3以上の●において、大きく経験式と異なっているのが分かる。図-10で示されたように、リチャードソン数が4.3以上では遷移層厚さがメッシュ間隔以下になり、過大な渦粘性係数が与えられることとなる。そのため、速度勾配が小さくなり、乱流リチャードソン数が大きく見積もられ、図-11の不一致が表れたものと思われる。

## 5. 計算結果の考察

前章で、遷移層厚さが $z$ 方向メッシュ間隔より小さくなる場所では、計算結果に十分な信頼性が得られないことが分かった。そこで、本章では上述の条件を十分に満たす $x=0.0\text{m} \sim x=6.0\text{m}$ の範囲における計算結果の考察を行う。

### (1) 局所リチャードソン数と渦粘性係数

密度流の計算を行う場合、LESモデルでその十分な再現性を得るためには、メッシュ間隔を遷移層厚さ以下にする必要がある。しかし、実際の問題にLESモデルを適用した場合、上述の条件を満たす計算を行うことは計算機容量上不可能である。密度流の計算において重要な役割を果たすものは、内部波、フラックスに大きく関係し、乱流モデルのモデル定数で決定される渦粘性係数、渦拡散係数であるといえる。そこで、鉛直方向には渦粘性係数、渦拡散係数を別途計算するモデルを構築することが考えられる。

図-12(a)-(d)に、 $t=1720\text{sec}$ における、式(46)で示される局所リチャードソン数と渦粘性係数 $K_m$ の関係を

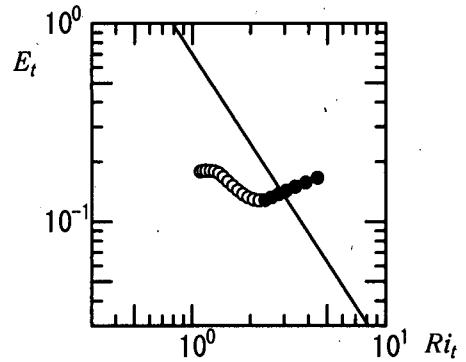


図-11 リチャードソン数と連行係数

示す。計算対象領域は側壁の影響および天井壁の影響を除くために、 $x=1.8\text{m} \sim x=6.0\text{m}$ 、 $y=0.5\text{m} \sim x=1.0\text{m}$ 、 $z=0.0\text{m} \sim z=0.62\text{m}$ とした。更に、 $x$ 方向において、フロント部と後続部を $x=5.4\text{m}$ で分離した。局所リチャードソン数は負の値も取りうるので、(a)、(b)にリチャードソン数が正の値、(c)、(d)に負の値に関するグラフを示す。それぞれ、(a)、(c)がフロント部、(b)、(d)が後続部に対応している。

$$Ri_z = \frac{\alpha g (\partial \theta / \partial z)}{(\partial u / \partial z)^2} \quad (46)$$

(a)について、局所リチャードソン数の変化による渦粘性係数の変化が二価性をもって現れている。局所リチャードソン数が増加しても渦粘性係数が急激に減少しない四角で囲まれた値は、主に底部付近のものが卓越しており、フロントへの後続部からの温度フラックスの供給による混合が激しく起こっているところである。局所リチャードソン数の増加に伴い急激に渦粘性係数が減少している部分は、大きなせん断の生じていない上部であり、安定した成層をしているところである。

(b)について、渦粘性係数は、四角で示される界面付近とそれ以外の領域に区分される。フロントにおけるグラフと同じく、界面付近とそれ以外の領域では、局所リチャードソン数の変化による渦粘性係数の変化に大きな違いがあることが分かる。

(c)、(d)について、局所リチャードソン数が負の値を示していることから非常に不安定な状態であることが想像され、実際に値も大きくばらついている。しかし、大きな傾向として四角で囲まれる界面付近での値とそれ以外に分けることが出来る。しかし、フロントでは激しい混合により渦粘性係数が大きな値をとりばらついているが、後続部は比較的安定していたことから、負の局所リチャードソン数は後続部においてほとんど現れていなかった。

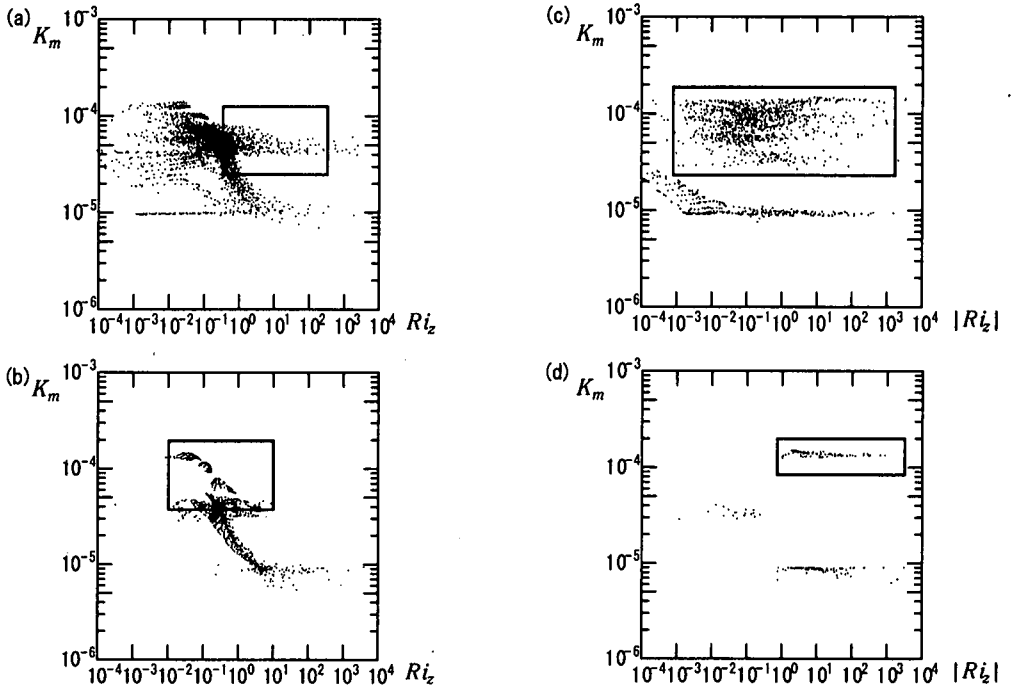


図-12 (a)-(d) (a) 正の  $Ri_z$  とフロント, (b) 正の  $Ri_z$  と後続部, (c) 負の  $Ri_z$  とフロント, (d) 負の  $Ri_z$  と後続部における渦粘性係数

以上のことから、今回用いた局所リチャードソン数は主流に対するものであったため、主流方向の変化が卓越した  $y$  方向流速の変化の割合が  $x$  方向に比べて小さいものは、リチャードソン数の増大により渦粘性係数が指数的に減少したと思われる。一方、3次元性の卓越した  $y$  方向流速の変化の割合が  $x$  方向に比べて大きな場合には、リチャードソン数の増大に伴った急激な渦粘性係数の減少が生じにくい。実際の計算においても、後述するフロントでの卓越した渦の発生(図-19)、後続部における  $y$  方向流速の発生に(図-18(c))、その3次元性を見ることが出来る。つまり、この二価性は冷気密度流の3次元的な挙動を示すものであると考えられる。

## (2) フロントにおける温度、風ベクトルの時間変化

冷気密度流のフロントにおける典型的な例を、発達期、安定期において考察する。図-13(a)-(f)に、主流方向中央鉛直断面における、主流より  $0.03^\circ\text{C}$  以上温度の低い部分と風ベクトル、渦度  $\omega_z (v_x - u_y)$  と風ベクトルを示す。密度流境界温度を図-6より大きくしたのは、より明確に密度流の挙動をみるためである。水平面内渦度  $\omega_z$  は、上昇、下降流が水平面内せん断と関係することから利用した。濃い部分は渦度  $0.1/\text{sec}$  以上、薄い部分は  $-0.1/\text{sec}$  以下を示す。

主流に対して冷気密度流が張り出して行くとき、フ

ロントで激しい連行が起こり、張り出し長に比例してフロント厚さが増していることが分かる。フロント厚さと張り出し長は線型な関係で示されるものであった。渦度は、初期にはフロント前縁で大きな値を示しているが、その後フロント内部のものが卓越している。

図-14(a)-(h)に、安定期における図-13(a)-(f)と同様な形式で描かれた図を示す。(a)-(d)において、フロントの最も大きな鉛直平面内の渦が巻き上げとともに前面に冷気塊を放出し、フロントを前方へと発達させているのが分かる。この現象は定期的発生しており、安定期におけるフロントの大きな特徴であるといえる。石川ら<sup>29)</sup>の実験により報告されている海風前縁における先走り現象は、フロントの主たる渦に対となる渦が発生することで大きな密度塊を前方に吐き出すという点では類似している。しかし、定常状態に達した冷気密度流はこの現象を定期的生じており、フロントは最も発達した渦の前面に僅かな冷気塊が常に存在しているためよどんだ状態である。そのため、フロントの渦に対をなす渦がよどみ域に発生しやすい状態であり、海風フロントでの先走りとはその点が異なる。渦度は、フロントにおける先走りと関連して、短時間で分布形状を大きく変化させていることが分かる。収束帯がこのように位置を大きく変化することは、フロント周辺で非常に大きなフロント高さスケー

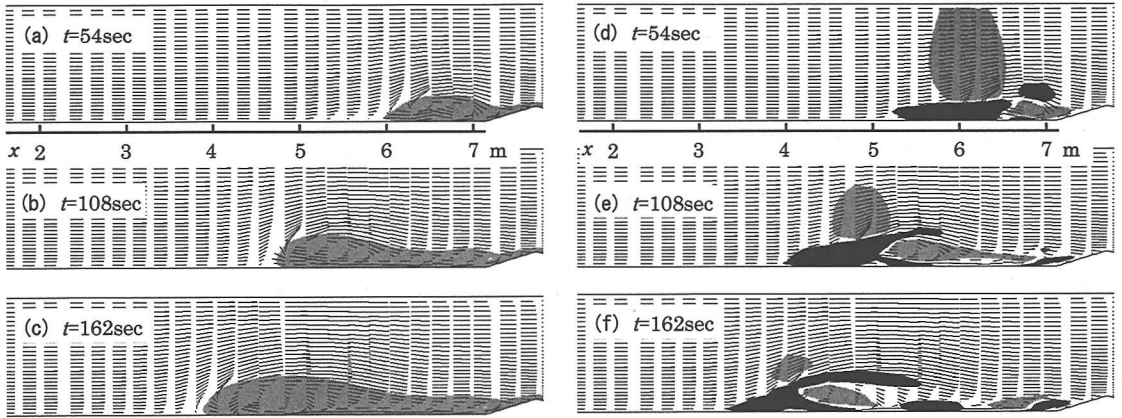


図-13(a)-(f) 発達期における冷氣密度流と渦度  $\omega_z (v_x - u_y)$  (濃:  $0.1\text{m/sec/m}$ 以上, 薄:  $-0.1\text{m/sec/m}$ 以下)の時間変化

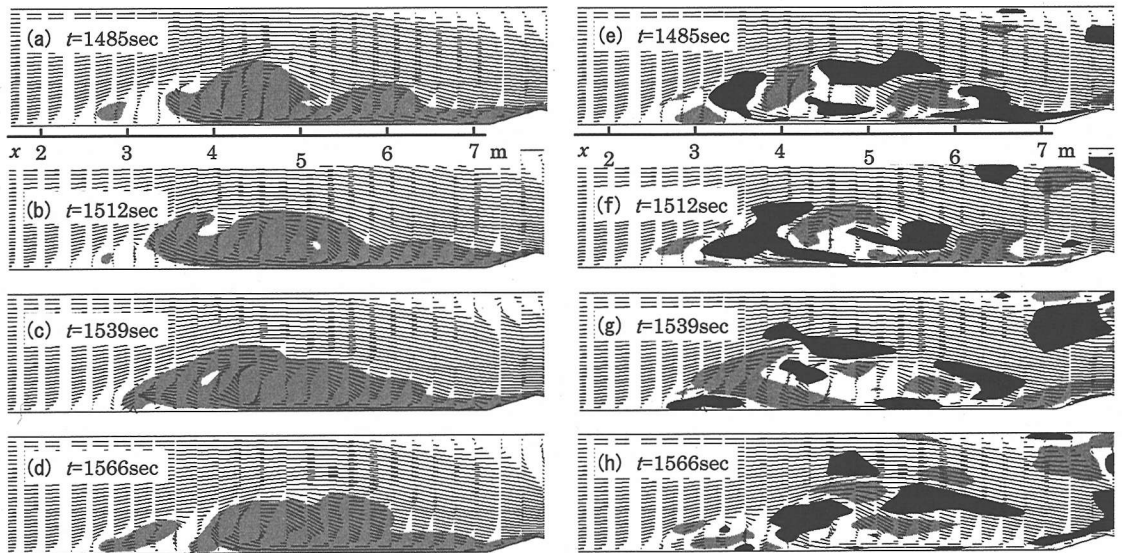


図-14(a)-(h) 定常期における冷氣密度流と渦度  $\omega_z (v_x - u_y)$  (濃:  $0.1\text{m/sec/m}$ 以上, 薄:  $-0.1\text{m/sec/m}$ 以下)の時間変化

ルの混合が激しく生まれていることを示すものである。

### (3) Simpson<sup>30)</sup>らの実験結果との比較

Simpsonらにより水平面上を張り出すプルームの実験が行われ、後続部厚さとフロント厚さおよびフロントへの流入量の関係が示されている。実験は、プルームが進行する水平面をプルームに対抗するように流れている主流と同方向に動かすことで、主流を鉛直方向に一樣な流れとし、実現象における海風進行を模擬したものである。本論文における計算は冷氣密度流の張り出し水平面を固定壁としている。そのため、実験では確認されなかった安定期におけるフロント前面の淀み域の発生が現れているが、その淀み域を含んだ

領域を実験におけるフロントと考えることにする。さらに、実験では上端が自由水面であり、本計算では固定壁であるが、自由水面から界面への乱れの供給は界面から自由水面への乱れの供給より小さいと考えられることから、それほど計算と実験との結果の比較に大きな影響は与えないと思われる。

図-15に、主流方向中央鉛直断面における安定期での主流に対する相対温度の格子時間平均分布図を示す。  $-0.1^\circ\text{C}$ 以下はすべて黒で表されている。淀み域が生じているため、かなり広範囲にフロントが広がっているのが分かる。この図から、フロント高さはおよそ  $0.6\text{m}$ であることが分かる。

図-16(a)(b)に、Simpsonの実験における定常状態での後続部とフロントとの関係を示す。この実験との

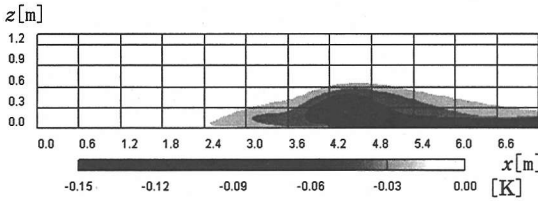


図-15 安定期における主流に対する相対温度の格子時間平均

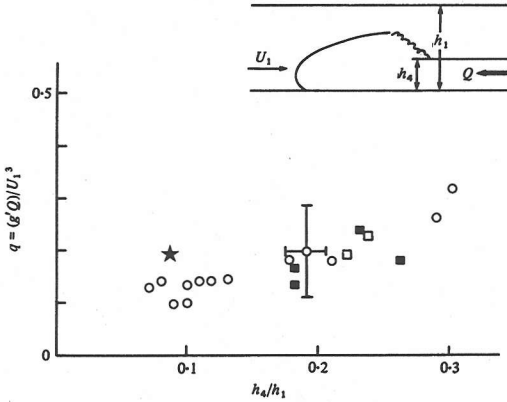


図-16(a) Simpsonらによる実験結果

(図-16(a)は, Simpson, J.E.・R.E.Britter<sup>30)</sup>から引用した)

比較を行う際に用いた後続部の値は, フロントに最も近い後続部である $x=5.4\text{m}$ のものとした. この図の中で★で示されている値は, 本論文で得られた計算結果をプロットしたものである. 計算結果は実験結果より, 図-16(a) (b)それぞれでフロントへの流入量が大きく現れているのが分かる. 本計算では水平面を固定壁としたため, 実験よりフロントへの流入量が増えたためと考えられるが, その点を考慮して, 定量的にかなり実験とよい一致を示しているのが分かる.

#### (4) $x$ - $z$ 平面における乱れ成分について

計算領域内の主流方向中央鉛直断面における, 安定期での乱流成分を計算した. 図-17(a)-(f)に, 式(47), 式(48), 式(41)に示される乱流成分の計算値を示す. 乱れ成分の値は非常に小さいため, 図-17, 図-18における全ての値は $10^6$ 倍されている.

$$u_r = u + u'$$

$$\begin{aligned} \overline{u'w'_r} &= \frac{1}{n} \sum (u - u_{ave})(w - w_{ave}) + \frac{1}{n} \sum G * \{u'w'\} \\ &= \overline{uw_{ave}} + \overline{uw_{turb}} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\overline{w'w'_r} = \frac{1}{n} \sum (w - w_{ave})^2 + \frac{1}{n} \sum G * \{w'w'\}$$

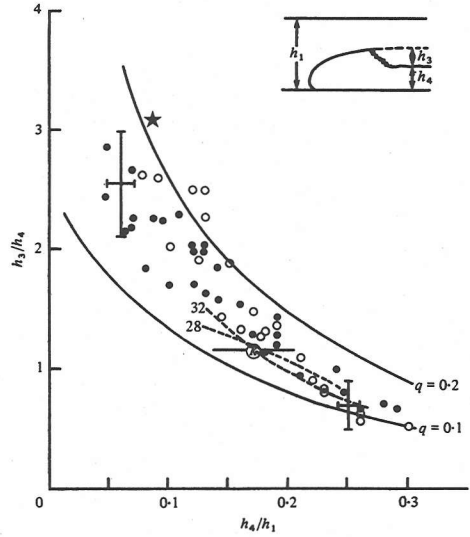


図-16(b) Simpsonらによる実験結果

(図-16(b)は, Simpson, J.E.・R.E.Britter<sup>30)</sup>から引用した)

$$= \overline{w w_{ave}} + \overline{w w_{turb}} \quad (48)$$

ここで,  $u'$ : 格子内での平均流速からの変動,  $u_{ave}$ :  $u$ の格子時間平均,  $\overline{u w_{ave}}$ : GSでのレイノルズ応力,  $\overline{u w_{turb}}$ : SGSでのレイノルズ応力,  $\overline{w w_{ave}}$ : GSでのレイノルズ応力,  $\overline{w w_{turb}}$ : SGSでのレイノルズ応力である.

乱流成分 $\overline{u'w'_r}$ のGSとSGSでの値の分布図である(a), (d)について, (a)では冷気密度流のフロントの巻き上げ位置と一致した四角で囲われたレイノルズ応力の大きな領域がみられ, 右側にはフロントの大きな渦による下降流によるレイノルズ応力の発生がみられる. 四角の左側には, 図-14(a)-(h)において述べた先走りによると思われるレイノルズ応力が発生していることが分かる. (d)では, 後続部における界面でのレイノルズ応力が卓越し現れていることが分かる. (b), (e)についても, (b)では鉛直方向のエネルギーはフロント付近で大きく, (e)では後続部の値が卓越していることが分かる. 特に, フロントと後続部との境界に位置する四角で囲まれた領域における鉛直方向エネルギーが大きく, 乱れによる大きな混合が考えられる.

乱流熱フラックスを示す(c), (f)について, フロントの上端を示す $z \approx 0.6\text{m}$ 直下において, 巻き上げによる乱流熱フラックス, フロント後部における下降流による乱流熱フラックスが大きな値を示している. フロントに最も近い後続部での界面位置が $z \approx 0.12\text{m}$ であることを考えると, フロント厚さは後続部厚さの約5

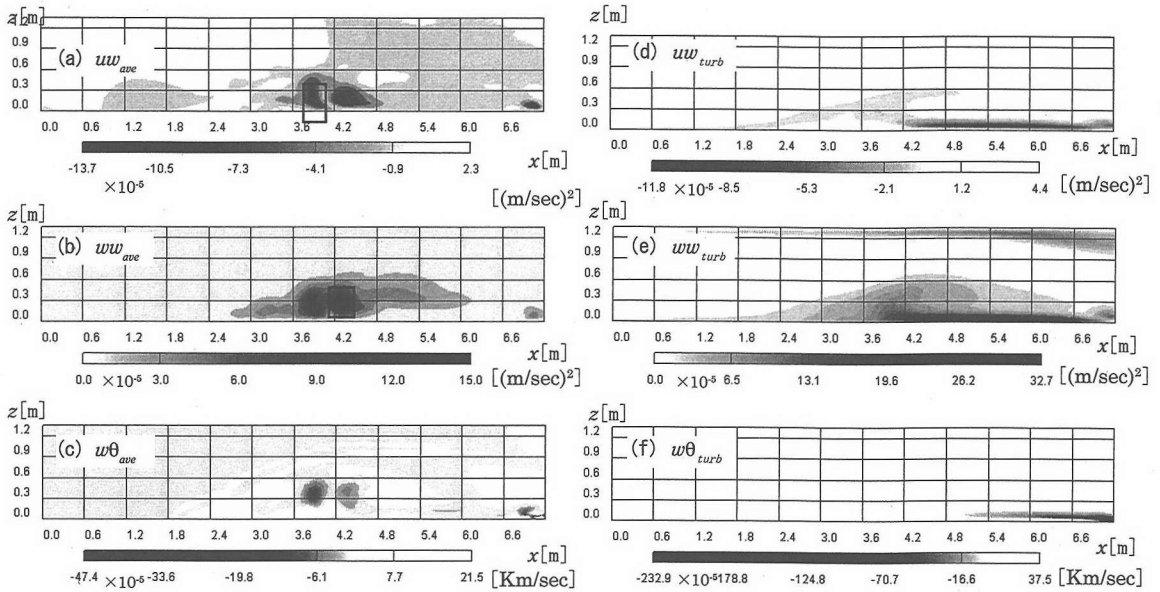


図-17(a)-(f) 乱流成分  $uw_{ave}$ ,  $uw_{turb}$ ,  $ww_{ave}$ ,  $ww_{turb}$ ,  $w\theta_{ave}$ ,  $w\theta_{turb}$

倍であったことが分かる。

以上、乱流成分について、本研究で用いたメッシュでは、フロント部はGSの成分が卓越し、後続部ではSGSの成分が卓越することが分かった。フロントでの巻き上げのスケールは、後続部厚さの5倍にもおよぶものであり、フロント下部で生じた上昇流により、後続部厚さスケール以上の高高度まで気塊が持ち上げられることが分かった。

### (5) x-y平面における乱れ成分について

計算領域内の  $z=0.063\text{m}$  の水平断面における、安定期での乱流成分を計算した。図-18(a)-(c)に、式(49)、式(50)、式(51)で示される乱流成分と、 $v$ の格子時間平均の計算値を示す。

$$v_r = v + v'$$

$$\begin{aligned} \overline{u'u'_r} &= \frac{1}{n} \sum (u - u_{ave})^2 + \frac{1}{n} \sum G * \{u'u'\} \\ &= uu_{ave} + uu_{turb} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \overline{u'v'_r} &= \frac{1}{n} \sum (u - u_{ave})(v - v_{ave}) + \frac{1}{n} \sum G * \{u'v'\} \\ &= uv_{ave} + uv_{turb} \end{aligned} \quad (50)$$

ここで、 $v'$ : 格子内での平均流速からの変動、 $v_{ave}$ :  $v$ の格子時間平均、 $uu_{ave}$ : GSでのレイノルズ応力、 $uu_{turb}$ : SGSでのレイノルズ応力、 $ww_{ave}$ : GSでのレイノルズ応力、 $ww_{turb}$ : SGSでのレイノルズ応力、 $vv_{ave}$ : GSでのレイノルズ応力、 $vv_{turb}$ : SGSでのレイノルズ応力であ

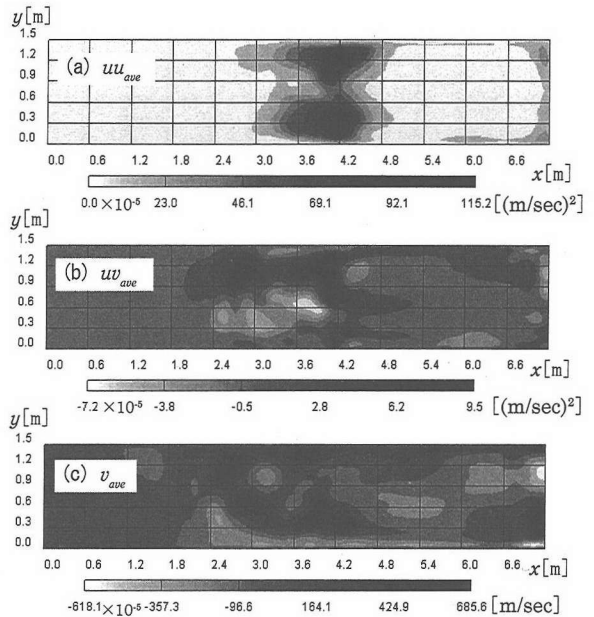


図-18(a)-(c) 乱流成分  $uu_{ave}$ ,  $uv_{ave}$  と  $v_{ave}$

る。

(c)において、フロントの最も大きな  $x-z$  平面での渦が位置する  $x=4.2\text{m}$  以下における領域では、図-19に示すような  $y-z$  平面での渦が生じていたことを示す正と負の  $y$  方向の流速分布が交互に生じている。これと対応するように、(b)における  $x-y$  平面でのレイノルズ応力が生じているのが分かる。このことから、計算領域中央

における底面付近の収束による上昇流が主流と合体することにより、フロント面に沿って流速の大きな流れが生じ、フロントにより大きな抵抗を与えていることが考えられる。

(a)において、式(49)右辺第一項で示される主流方向のエネルギーの最大値が、フロントのおよそ $y=0.3m$ ,  $y=1.2m$ の付近で生じていることが分かる。フロント中央部ではより大きな形状抵抗が生じていることにより、周辺部より安定した状態であることが考えられ、 $y=0.3m$ ,  $y=1.2m$ はその周辺部に当たることから、フロント中央の両側に最大値が生じたものと考えられる。

これら水平断面中央における主流流速の増大は側壁による流速の減衰が大きく関与しており、冷気密度流内部の横断面内における上昇流の不均一をもたらし、せん断を生じさせ、二次流に似た渦を形成したものと考えられる。

フロントで生じた $x-z$ 平面での大きな渦の揺らぎによる先走り領域は、 $x$ 方向約2.4mにわたり影響をおよぼしている。この距離は後続部厚さのおよそ20倍であり、フロント付近での揺らぎは広範囲にわたり擾乱の発生を促すものであることが分かる。ゆえに、本計算の条件において、後続部厚さ：フロントスケール：フロント擾乱の影響領域=1：5：20であったことが分かった。

## 6. まとめ

LESモデルを用い、水平面上を張り出すブルームの計算を行い、フロント、後続部における解析を行った。以下に、本研究の成果を示す。

### (1) 冷気密度流の分類

- ・主流に対して、冷気塊が斜面を流下し逆行することで水平面上を張り出すブルームを再現することが出来た。時間的な分類を行うことで、発達期、遷移期、安定期の3種類に分類できることが分かった。
- ・発達期について、フロントが進行するに従い、フロント厚さが進行距離に比例して増大していた。
- ・遷移期について、フロント部は非常に不安定になり、前後に大きく揺らぎを見せた。
- ・安定期において、先走り現象によりフロント前面に投げ出された冷気塊がよどみ域を形成し、冷気密度流の影響域を拡大していた。

### (2) 後続部におけるモデルの検証

- ・本計算では、後続部での乱流エネルギーはSGSのも

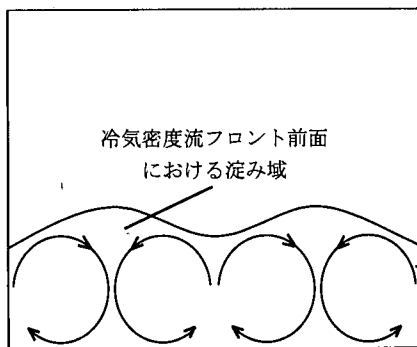


図-19 フロント前面における渦の模式図

のが卓越していた。

・後続部に対数+直線則を用いることで、乱流熱フラックスを求め、LESモデルにより得られた乱流熱フラックスと比較した結果、ほぼ一致して再現されることが分かった。

・乱れで表現されたリチャードソン数を用いて、計算と経験式による連行係数の比較を行った結果、メッシュ間隔が遷移層厚さより僅かであるが厚くなった領域では、過大に評価されていることが分かった。それ以外の点では、よい再現性が得られた。

・LESモデルを用いて密度流の再現計算を行う場合には、遷移層が存在する領域におけるメッシュ間隔は遷移層以下に取る必要があることが分かった。実現象のように大きなレイノルズ数の場合には、代表スケールの適当な推定、もしくはプラントル数の適当な変化が必要であると思われる。

### (3) フロント周辺の解析

- ・フロントと後続部における局所リチャードソン数と渦粘性係数の関係について、3次元的な現象であるがゆえの二価性を持つことが分かった。
- ・Simpson<sup>30)</sup>らの実験結果と比較した結果、底面が移動していないために、後続部からフロントへの流入量が僅かに大きく得られていたが、比較的よい一致を示した。
- ・ $x-z$ 平面において乱れ成分を解析した結果、安定期にはフロント前面において常に先走りが生じていることを示す乱れ成分が見られた。
- ・ $x-y$ 平面において乱れ成分を解析した結果、フロント前面の先走りにより生じた大きな淀み域には、ロール状の渦が発生していることが分かった。

今後、高レイノルズ数である実現象の再現計算を行う必要があり、そのためには、乱れの代表スケールを適当に見積もる等のモデルに関する問題を解決せねばならず、観測、理論を基にした検討、検証を加えて行く必要があると思われる。

## 付録 1 LES定数について

(1) 本研究で用いているLES定数

$$C_m = 0.12 \quad (1-1)$$

$$C_\varepsilon = 0.31 \quad (1-2)$$

$$P_r = 0.70 \quad (1-3)$$

以上の値を、0方程式LESモデルで用いられる定数に、式(1-4)、式(1-5)を用いて換算すると、式(1-6)、式(1-7)で示される値が得られる。

$$v_T = (C_S l)^2 \left\{ 2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} - \frac{g}{P_r \theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right\}^{1/2} \quad (1-4)$$

$$v_\theta = (C_{ST} l)^2 \left\{ 2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} - \frac{g}{P_r \theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right\}^{1/2} \quad (1-5)$$

ここで、 $v_T$ ：渦粘性係数、 $v_\theta$ ：熱拡散係数である。

$$C_S = \left( \frac{C_m^3}{C_\varepsilon} \right)^{1/4} = 0.273 \quad (1-6)$$

$$C_{ST} = \left( \frac{C_m C_h^2}{C_\varepsilon} \right)^{1/4} = 0.326 \quad (1-7)$$

ここで、 $C_h$ ：式(1-8)で定義されるLES定数である。

(2) Lilly(1967)<sup>31)</sup> and Schmidt(1989)<sup>32)</sup>

熱拡散係数を、式(1-8)のように定義する。

$$K_h = C_h l E^{1/2} \quad (1-8)$$

3次元でのコルモゴルフ定数を式(1-11)、式(1-12)<sup>33),34),35)</sup>のように与えることで、LES定数が式(1-13)～式(1-18)のように与えられる。

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (1-9)$$

$$E_T(k) = \beta \varepsilon_T \varepsilon^{-1/3} k^{-5/3} \quad (1-10)$$

$$\alpha = 1.60 \quad (1-11)$$

$$\beta = 1.34 \quad (1-12)$$

$$C_\varepsilon = \left( \frac{2}{3\alpha} \right)^{3/2} \pi = 0.845 \quad (1-13)$$

$$C_m = \left( \frac{2}{3\alpha} \right)^{3/2} \frac{1}{\pi} = 0.0856 \quad (1-14)$$

$$C_h = \left( \frac{2}{3\alpha} \right)^{1/2} \frac{4}{3\beta} \frac{1}{\pi} = 0.204 \quad (1-15)$$

$$P_r = \frac{C_m}{C_h} = 0.420 \quad (1-16)$$

$$C_S = 0.165 \quad (1-17)$$

$$C_{ST} = 0.255 \quad (1-18)$$

ここで、 $\alpha$ ：速度に関するコルモゴルフ定数、 $\beta$ ：温度に関するコルモゴルフ定数、 $\varepsilon$ ：運動エネルギーの散逸率、 $\varepsilon_T$ ：温度に関する散逸率である。

(3) Klemp(1967)<sup>36)</sup>

Deardorffを参考に、以下のように提案している。参考文献<sup>13)</sup>は、このモデル定数を用いている。

$$C_m = 0.20 \quad (1-19)$$

$$C_\varepsilon = 0.20 \quad (1-20)$$

$$P_r = 1/3 \quad (1-21)$$

$$C_S = 0.447 \quad (1-22)$$

$$C_{ST} = 0.774 \quad (1-23)$$

(4) Deardorff(1975)<sup>15),37)</sup>

浮力振動数に応じてサブグリッドスケールの代表長さを変化させる、以下のモデルを提案している。

$$C_\varepsilon = 0.2 + 0.5 \frac{l_N}{l} \quad (1-24)$$

$$C_m = 0.12 \quad (1-25)$$

$$C_h = 0.12 \left( 1 + 2 \frac{l_N}{l} \right) \quad (1-26)$$

$$l_N = \min \left[ l, \frac{0.76 E^{1/2}}{N} \right] \quad (1-27)$$

ここで、 $N$ ：浮力振動数である。

成層による影響が小さく、 $l_N \rightarrow l$ であることを仮定すると、以下のLES定数が得られる。

$$C_S = 0.223 \quad (1-28)$$

$$C_{ST} = 0.386 \quad (1-29)$$

(5) Schumann(1991)<sup>38)</sup>

SOC(Second-order Closure)モデルより、熱拡散係数を以下のように定義する。

$$K_h = \frac{C_h l}{1 + 0.3 l^2 N^2 / E} E^{1/2} \quad (1-30)$$

中立な状態において、LES定数は(2)と同じ。

論文中には示していないが、当初用いたLES定数は、Klempによるものであった。しかし、メッシュサイズを界面での遷移層厚さ以下にしたにもかかわらず、界面における熱フラックスの理論式との検証を行った際に過大な値になってしまった。これは、KlempによるLES定数 $C_{st}$ が過大な見積もりを行っていることを示しており、他のLES定数との比較を行ってみても大きな値であることが分かる。

そこで、本論文では(1)に示す値を用いた。この値は、コルモゴロフの第一法則より導いた(2)の値に近く、熱フラックスに関して良好な結果を与えることが出来た。しかし、プラントル数に関してみると、他のモデルより大きな値となっている。

以上、(5)に示したものがプラントル数を高次のモデルから導出していることから望ましいモデルであると考え。ちなみに、密度流のような流速の逆転が生じており、メッシュサイズが遷移層厚さより大きくなってしまふ場合には、参考文献<sup>39)</sup>に示された代表スケールの見積もりを行うことも必要であると思われる。

## 付録2 対数+直線則について

流速が逆転している界面以上の速度成分について、遷移層、安定成層、中立乱流層の3つの領域を与え、それぞれの限界高さを $\delta$ ,  $h_1$ ,  $h_0$ とすると、それぞれの領域における速度分布が以下のように得られる。

$$z \leq \delta$$

$$u = \frac{u_*^2}{\nu} z \quad (2-1)$$

$$\delta \leq z \leq h_1$$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left( \ln \frac{z}{\delta} + \beta \frac{z - \delta}{L} \right) + \frac{u_*}{\nu} \delta \quad (2-2)$$

$$h_1 \leq z \leq h_0$$

$$u = u_0 \quad (2-3)$$

ここで、 $R_\delta = 11.6$ ,  $u_*$ : 摩擦速度,  $\nu$ : 動粘性係数,  $\beta = 4.0$ ,  $L$ : モーニン・オブコフ長さ (Monin Obukhov length) である。

式(38)と以下の式(2-4)~式(2-9)を用いるこ

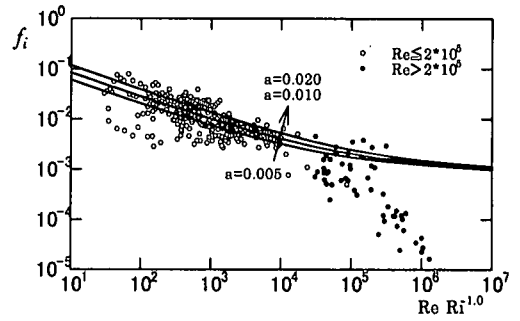


図-20 界面抵抗係数と岩崎数

とで、式(2-10)を得ることが出来る。この式は界面抵抗係数 $f_i$ が $Re Ri^{b-1}$ の関数であることを示しており、参考文献<sup>24), 25)</sup>から $b=0$ であることが望ましいことが分かる。そうすることで、界面抵抗係数が岩崎数の関数となる。

$$Ri = \frac{\alpha \Delta \theta g h_0}{u_0^2} \quad (2-4)$$

$$Re = \frac{u_0 h_0}{\nu} \quad (2-5)$$

$$f_i' = \left( \frac{u_*}{u_0} \right)^2, f_i = 2 f_i' \quad (2-6), (2-7)$$

$$h_1 = \beta_b L \quad (\beta_b = 2) \quad (2-8)$$

$$L = \frac{h_0 u_*^3}{\alpha \kappa u_0} Ri^{b-1} \quad (2-9)$$

$$1 = \frac{\sqrt{f_i'}}{\kappa} \ln \frac{\beta_b f_i'^{12}}{\alpha \kappa R_\delta} Re Ri^{b-1} + \frac{\beta}{\kappa} \beta_b \sqrt{f_i'}$$

$$- \frac{\beta \alpha R_\delta}{f_i'^{13/2}} \times \frac{1}{Re Ri^{b-1}} + R_\delta \sqrt{f_i'} \quad (2-10)$$

図-20に、未知数 $a$ を0.005, 0.010, 0.020と変化させることにより得られる曲線と、これまでの界面抵抗係数に関する実験、観測の結果を示す。図-20はレイノルズ数 $2 \times 10^6$ 以上、以上において分類分けされているが、これは式(2-10)が参考文献<sup>3)</sup>により、レイノルズ数 $2 \times 10^6$ 以下での適用に限られているからである。

本論文では、界面における熱フラックスの検証に $a=0.010$ を用いたが、図から分かる通り、 $a$ に対して界面抵抗係数が大きな幅を持って存在していることが分かる。このことから、 $a$ は0.005~0.020の範囲内の値を用いればよいのではないかと思われる。



## 参考文献

- 1) 中山恵介, 長谷川和義, 藤田陸博: 冬期石狩湾において豪雪をもたらす冷気流張り出しに関する研究, 土木学会論文集, 第539号, pp.31-42, 1996.
- 2) 中山恵介, 長谷川和義, 藤田陸博: 冬期石狩湾における陸からの冷気流フロント上に発生する降雪雲観測, 土木学会論文集, 第593号, pp.1-10, 1998.
- 3) 中山恵介, 長谷川和義, 藤田陸博: 降雪をともなう冷気流に関する実験及び数値計算予測, 土木学会論文集, 第607号, pp.1-17, 1998.
- 4) 中山恵介, 長谷川和義, 藤田陸博: 陸から海上へ張り出す冷気流と雪雲発生予測に関する研究, 水工学論文集, 第42巻, pp.31-36, 1998.
- 5) 福岡捷二, 水村和正, 加納敏行: 密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第274号, pp.41-52, 1978.
- 6) 平野宗夫, 羽田野袈裟義: 密度流先端部の流動特性について, 土木学会論文集, 第314号, pp.67-73, 1981.
- 7) 羽田野袈裟義, 平野宗夫, 李寅鉄, 楊永荻: 密度流先端部の発達過程に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第527号, pp.15-25, 1995.
- 8) Berson, F.A. : Some measurements on undercutting cold air, *Quart. J. Royal Meteor. Soc.*, Vol.84, pp.1-16, 1958.
- 9) Simpson, J.E. : A comparison between laboratory and atmospheric density currents, *Quart. J. Royal Meteor. Soc.*, Vol.95, pp.758-765, 1969.
- 10) Britter, R.E. and Simpson, J.E. : Experiments on the dynamics of a gravity current head, *J. Fluid Mech.*, Vol.88, part 2, pp.223-240, 1978.
- 11) 道奥康治, 藤川佳宏, 不二秀人: 貯水池内に流入する浮力水塊の挙動解析, 水工学論文集, 第40巻, pp.561-566, 1996.
- 12) 福嶋祐介: 傾斜壁面密度噴流の流動場のCGによる表示法, 土木学会論文集, 第533号, pp. 137-145, 1996.
- 13) 堀端康善: 積雲対流の一生のラージ・エディ・シミュレーション, *ながれ*8, pp.253-273, 1989.
- 14) 神田学, 稲垣聡, 日野幹雄: 植生-大気境界面における大規模渦構造と運動量交換に関するLESモデルによる検討, 土木学会論文集, 第461巻, pp.39-48, 1993.
- 15) Deardorff, J. : The development of boundary-layer turbulence models for use in studying the severe storm environment, *Proc. SESAME Meeting*, Boulder, NOAA-ERL, pp.251-264, 1975.
- 16) Yabe, T., Takeo, I. and Yusaku, K. : A multidimensional cubic-interpolated pseudoparticle (CIP) method without time splitting technique for hyperbolic equations, *Journal of The Physical Society of Japan*, Vol.59, No.7, pp.2301-2304, 1990.
- 17) 渡部靖憲: 種々の波浪条件における流体運動機構に関する研究, 北海道大学博士論文, 1996.
- 18) 中山恵介, 佐藤圭洋, 堀川康志: CIP法を用いた浅水流方程式の数値計算手法の開発, 水工学論文集, 第42巻, pp.1159-1164, 1998.
- 19) 中山恵介: 冷気密度流の形成流下とその前縁における雪雲発生, 北海道大学博士論文, 1998.
- 20) 中山恵介, 堀川康志, 三上卓哉: 射流場におかれた円柱周辺の流れの解析, 水工学論文集, 第43巻, pp.365-370, 1999.
- 21) 開発局土木研究所報告書: 印刷中, 1999.
- 22) 日野幹雄: 密度流の流速分布および界面抵抗について, 水工学論文集, 第23巻, pp.347-353, 1979.
- 23) 日野幹雄, Hung, N.S., 中村健一: 塩水楔型二層密度流における抵抗係数および流速構造, 第28回海岸工学講演会論文集, pp.525-529, 1981.
- 24) Keulegan, G.H. : Interfacial instability and mixing in stratified flows, *Part of the Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol.43, pp.487-500, 1949.
- 25) Lofquist, K. : Flow and stress near an interface between stratified liquids, *The Physics of Fluids*, Vol.3, No.2, pp.158-175, 1959.
- 26) 加藤始, 池田高則: 下層2層流の実験(1)-流速分布と連行係数-, 第28回海岸工学講演会論文集, pp.520-524, 1981.
- 27) 加藤始, 池田高則: 下層2層流の実験(2)-連行係数, 内部波および乱れの特性-, 第28回海岸工学講演会論文集, pp.540-544, 1981.
- 28) 浦勝, 椿東一郎, 松永信博, 並川正: 密度界面における連行に及ぼす乱れの寄与, 水工学論文集, 第29巻, pp.401-406, 1985.
- 29) 石川忠晴, 田中昌宏, 山崎真一, 鈴木宏和: 海風フロントの構造と伝播特性に関する研究, 土木学会論文集, 第375号, pp.261-270, 1986.
- 30) Simpson, J.E. and Britter, R.E. : The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface, *J. Fluid Mech.*, Vol.94, part 3, pp.477-495, 1979.
- 31) Lilly, D.K., Waco, D.E. and Adelfang, S.I. : The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments, *Proc. IBM Sci. Comput. Symp. on Environmental Science*, pp.195-210, 1967.
- 32) Schmidt, H. and Schumann, U. : Coherent structure of the convective boundary layer derived from large-eddy simulations, *J. Fluid Mech.*, Vol.200, pp.511-562, 1989.
- 33) Adreass, E.L. : Spectral measurements in a disturbed boundary layer over snow, *J. Atmos. Sci.*, Vol.44, pp.1912-1939, 1987.
- 34) Antonia, R.A. and Satyaprakash, B.R. : Kolmogorov constants for structure functions in turbulent shear flows, *Quart. J. Royal Meteor. Soc.*, Vol.107, pp.579-589, 1981.
- 35) Paquin, J.E. and Pond, S. : The determination of the Kolmogoroff constants for velocity, temperature and

- humidity fluctuations from second- and third-order structure functions, *J. Fluid Mech.*, Vol.50, pp.257-269, 1971.
- 36) Klemp, J.B. and Wilhelmson, R.B. : The Simulation of Three-Dimensional Convective Storm Dynamics, *J. Atmos. Sci.*, Vol.35, pp.1070-1096, 1978.
- 37) Deardorff, J.W. : Stratocumulus-Capped Mixed Layers Derived from a Three-Dimensional Model, *Boundary-Layer Meteorol.*, Vol.18, pp.495-527, 1980.
- 38) Schumann, U. : Subgrid Length-Scales for Large-Eddy Simulation of Stratified Turbulence, *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, Vol.2, pp.279-290, 1991.
- 39) 中山恵介, 佐藤圭洋: LESモデルを用いた温度成層場の数値計算, 土木学会北海道支部論文集, 第55号(B), pp.78-81, 1999.

(1998. 5. 20 受付)

## ANALYSIS OF PLUMES ON HORIZONTAL SURFACE BY LES MODEL

Keisuke NAKAYAMA and Takahiro SATOH

3-D Large Eddy Simulation was carried out on plumes advancing over the horizontal surface. The motion of plumes is divided into three groups, immature state, transition state and stable state. The results of this calculation agreed with the experiments of gravity currents by Simpson in stable state. Turbulent heat flux on the interface obtained from Large Eddy Simulation was consistent with  $0.01\Delta\theta\Delta u$  which is derived from log-linear law by using the experimental results from the previous studies. It was found that there is the two-fold relation between the vertical diffusion coefficient and local Richardson number.