

雨滴の衝突による雨滴粒径分布の高度変化を考慮したレーダ雨量計の精度向上に関する研究

山田正¹・日比野忠史²・志村光一³・蓑島弥成⁴・鈴木敦⁵

¹正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科 (〒112-8551 文京区春日1-13-27)

²正会員 工博 主任研究員 運輸省港湾技術研究所海洋環境部 (〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1)

³正会員 工修 中央大学技術員 理工学部土木工学科 (〒112-8551 文京区春日1-13-27)

⁴正会員 工修 神奈川県相模川総合整備事務所 (〒249-0016 厚木市田村町2-28)

⁵正会員 工修 水資源開発公団試験研究所 (〒338-0812 埼玉県浦和市大字神田936番地)

レーダ雨量計の定量評価における精度向上に不可欠な上空の雨滴粒径分布に関して、これを地上の雨滴粒径分布から推定する手法及びこの手法を利用したレーダ反射因子と降雨量の換算手法を提案する。推定手法は、雨滴間の衝突を考慮した鉛直一次元の雨滴の落下モデルを計算し、定常降雨における上空と地上の雨滴粒径分布を比較・検討することによりその差の傾向を求めるものである。本論文で提案している新しいモデルを介在させることにより、レーダ雨量計を利用したより精度の高い降雨強度の推定を行うことができる。

Key Words : raindrop size distribution, Marshall-Palmer distribution, collision efficiency, coalescence, B - β , radar reflectivity, radar raingauge

1. はじめに

レーダ雨量計は降雨の観測において面的にかつ時間的・空間的に連続したデータを得ることができるため、現在防災管理の現場において全国的に広く用いられている。レーダ雨量計を用いて地上降雨強度を算定する方法は、一般的に、レーダから発射した電波の個々の雨滴からの反射強度の和であるいわゆるレーダ反射因子 Z と地上降雨強度 R から理論的あるいは経験的に $Z=BR^{\beta}$ の関係を設定し、そのレーダ定数(B, β)と観測時のレーダ反射因子 Z より地上降雨強度 R を導出する方法がとられている。しかし、この方法では降雨・降雪の種類によっては降雨量を正しく算定できない場合もある。レーダ雨量計により観測された降雨量に測定誤差が生じる原因は吉野¹⁾によりまとめられており、その一つとしてレーダ定数(B, β)が雨滴の粒径分布の違いによって大きく変動することが挙げられる。したがって、レーダ雨量計によって降雨量の定量評価の精度を向上させるために、上空の雨滴粒径分布を正確に知ることが必要事項の一つである。

このような現状を鑑み、本研究ではレーダ雨量計

の精度を向上させるために、1) 落下中の雨滴間の衝突による分裂と併合を考慮して数値計算を行うことにより雨滴粒径分布の高度変化を求める、2) 定常な雨における上空と地上の雨滴粒径分布の違いの傾向を求め、地上の粒径分布から上空の粒径分布を推定する方法を定式化する、3) 地上の雨滴粒径分布を用いたレーダ定数の算出方法を提案する。

2. 雨滴粒径分布の発達に関する従来の研究

雨滴の発生・発達過程において氷晶を含まない雨である暖かい雨における雨滴間の衝突率、及びその結果生ずる雲粒や雨滴の成長はLangmuir²⁾によって最初に定式化された。その後、Berry³⁾は粒径0.001~0.1mmの雲粒の粒径分布の発生・発達過程を数値計算によって求めている。また、粒径0.1mm以上の雨滴の粒径分布の発達についてはYoung⁴⁾らによって求められている。雲粒間の衝突では併合と跳ね返りが起こり、分裂は衝突のエネルギーが小さいために発生しにくい。しかし、雨滴間の衝突では粒径と落下速度が大きいために衝突エネルギーが大きくなり粒子が不安定になる。このため分裂が起こりやすくなる。また

発生する破片粒子の個数や粒径も多様になるために非常に複雑になる。

中川ら⁵⁾はMUレーダで推定された鉛直方向の雨滴粒径分布から降雨強度と高度の関係を近似式により定式化し、降雨強度の鉛直分布を考慮したレーダ雨量の推定を行っている。この結果、降雨強度の高度依存性を考慮した方が考慮しない場合よりも地上降雨強度の推定精度が向上することがわかっている。

本研究では、地上の雨滴粒径分布から上空の雨滴粒径分布を求めており、このような研究は過去にも Rogers, Zawadzki and Gossard⁶⁾らによって試みられているが、実用可能な形で定式化されたものはなかった。

3. 本研究におけるレーダ定数の同定手法

一般にレーダ雨量計による観測高度は雲底よりも下にあり、またレーダ反射因子 Z は雨滴粒径の6乗に比例することから、本研究では微小な雲粒は無視して雨滴の粒径分布の発達について計算を行う。ところで建設省や北海道開発庁等が設置しているレーダの定量的な観測面積における観測平均中心高度は多くの場合1800m程度である。よってここでは、著者らの計算による衝突率^{7), 8)}及び現在得られている最も詳細な雨滴間の衝突確率分布を表すLow and Listパラメタリゼーション^{9), 10)}を用いたモデルを高度1800m～0mの区間において計算することにより、地上から上空の粒径分布を推定する式を求めている。

一般にレーダ反射因子 Z と降雨強度 R は理論上、以下の式で知られている。

$$Z = \int_0^{\infty} D^6 N_D(D) dD \quad (1)$$

$$R = \frac{\pi}{6} \int_0^{\infty} D^3 N_D(D) v_T(D) dD \quad (2)$$

ここに、 D : 雨滴の等価直径、 $N_D(D) dD$: 数濃度(単位体積当たりに $D \sim D + dD$ の雨滴粒径をもつ雨粒子の個数)、そして $v_T(D)$: 終末落下速度である。

地上におけるレーダ反射因子 Z_g と降雨強度 R_g は計測の有限性から次式のようになる。

$$Z_g = \int_0^{D_{\max}} D^6 N_D(D) dD \quad (3)$$

$$R_g = \frac{\pi}{6} \int_0^{D_{\max}} D^3 N_D(D) v_T(D) dD \quad (4)$$

ここに、 D_{\max} は観測された雨滴の最大粒径、添字 g は地上における値を表す。以降、添字 u は上空のレーダ観測高度における値を表すものとする。

また、雨滴の終末速度 $v_T(D)$ は一般にGunn and Kinzer¹¹⁾の観測データをBest¹²⁾が内挿した式

$$v_T = A \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{D}{a} \right)^n \right\} \right] \quad (5)$$

で表わされている。ここで、 $A = 9.32 \text{ m/s}$ 、 $a = 1.77 \text{ mm}$ 、 $n = 1.147$ である。

地上の雨滴粒径分布より求めた Z_g から直接に Z_u を得ることは困難である。そこで、地上の粒径分布から上空の粒径分布を推定することにより、間接的に Z_u を得る方法を以下に示す。

著者らは自ら開発したレーザー雨滴計を用いて、地上における雨滴粒径分布を3年以上の期間にわたって観測してきた^{13)～19)}。その結果、地上の雨滴粒径分布はほぼ指數関数で表されることがわかった。

$$N_D(D) = N_{0g} \exp(-\lambda_g D) \quad (6)$$

ここに、 N_{0g} : 地上の雨滴粒径分布の切片、 λ_g : 粒径分布の傾きである。

地上の雨滴粒径分布が完全な指數分布であったと仮定すると、レーダ反射因子 Z_g' は次式で表される。

$$\begin{aligned} Z_g' &= \int_0^{\infty} D^6 \cdot N_{0g} \exp(-\lambda_g D) dD \\ &= \frac{\Gamma(7) \cdot N_{0g}}{\lambda_g^7} = \frac{6! N_{0g}}{\lambda_g^7} \end{aligned} \quad (7)$$

次に上空の雨滴粒径分布も指數関数で表されるものと仮定して、その切片 N_{0u} と傾き λ_u を、 N_{0g} と λ_g より推定する。この推定手法については、第4章以降に示している。

同様に、上空の雨滴粒径分布が完全な指數分布であったと仮定すると、レーダ反射因子 Z_u' は次式で表される。

$$\begin{aligned} Z_u' &= \int_0^{\infty} D^6 \cdot N_{0u} \exp(-\lambda_u D) dD \\ &= \frac{\Gamma(7) \cdot N_{0u}}{\lambda_u^7} = \frac{6! N_{0u}}{\lambda_u^7} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで Z_g' は粒径が0～∞区間の積分値であり、 Z_g は観測値された粒径が $D_{\min} \sim D_{\max}$ 区間の積分値であるため、 Z_g' は Z_g より大きくなる。

レーダ反射因子 Z_g, Z_g', Z_u, Z_u' は雨滴粒径分布の積分値であるため、地上と上空それぞれの雨滴粒径分布が必要になる。上空の雨滴粒径分布の推定に関しては近年、建設省土木研究所によって二重偏波ドップラーレーダ(DNDレーダ)を用いた降雨観測が行われるようになってきた²⁰⁾。これにより上空の雨滴粒径分布は地上の雨滴粒径分布と同一の関数形、ここではガンマ分布式で表現できることがわかっている。

表-1 衝突の結果生ずる現象の定義

現象名	定義内容
跳ね返り	衝突前と同粒径の2個の雨滴が生ずる場合。
分裂	2個以上の雨滴が生ずる場合。ただし、「跳ね返り」の場合を除く。
併合	1個の雨滴が生ずる場合。

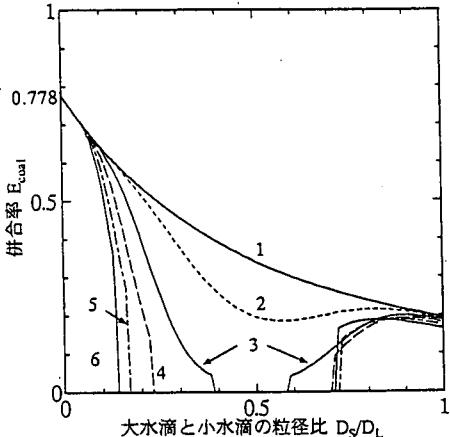


図-1 併合率 E_{cool} と D_s/D_L の関係(数字は大水滴粒径 D_L (mm)。大・小水滴の粒径比が約 0.5 のときに、大水滴の粒径が大きくなるほど併合しにくくなる。すなわち分裂しやすくなる。)

そこで、著者らは雨滴粒径分布の積分値であるレーダ反射因子は上空と地上で等しいか否かということに着目し、地上雨滴計とレーダ雨量計を用いて降雨観測を行った。この観測結果(図-29)から上空レーダのレーダ反射因子より地上雨滴計のレーダ反射因子の方が大きく($Z_g > Z_u$)、かつ近似的に

$$Z_g = Z'_u^\alpha \quad (\alpha, \gamma > 1) \quad (i)$$

のような関係があることがわかった。

また、建設省土木研究所の観測結果から粒径が 1 mm 以上の地上、上空それぞれの雨滴粒径分布は同一の関数形、ここでは指数分布式で表現できる。

次に、レーダ反射因子の推定値 Z は、雨滴粒径分布の粒径が $0 \sim \infty$ までの積分値であり、同一の指數分布式から求まる。したがって地上と上空におけるレーダ反射因子 Z_g 、 Z_u の関係は(i)のような Z_g と Z_u の実測値と同様な関係($Z_g > Z_u$)があり、 Z_g は Z_u より大きい($Z_g > Z_u$)と考えられ、近似した(ii)の関係が得られる。

$$Z_g = \alpha Z_u^\gamma \quad (\alpha, \gamma > 1, \alpha = \alpha, \gamma = \gamma) \quad (ii)$$

(i)、(ii)の関係と地上のレーダ反射因子の観測値 Z_g より本研究で得られる計算値 Z_g の方が大きいこ

表-2 小水滴の運動方程式

$$(m + m')\alpha = D - mg + B$$

$$\therefore \alpha \frac{dv_s}{dt} = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho_a}{\rho_w + \frac{\rho_a}{a_s}} \frac{1}{a_s} (v - v_s) q - \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w + \frac{\rho_a}{2}} G$$

$$C_D = \left(0.55 + \frac{48}{\sqrt{R_e}} \right)^2$$

m : 小水滴の質量 G : 重力加速度
 m' : 假想質量 B : 浮力
 a_s : 小水滴の粒径 C_D : 球の抵抗係数
 ρ_a : 水の密度 v_s : 大水滴のまわりの空気の流速
 α : 小水滴の加速度 q : 小水滴の空気に対する相対速度
 D : 抗力 R_e : 小水滴の Reynolds 数

とから $Z_u : Z_g = Z'_u : Z_g$ の関係が近似的に成立することが期待できる。これらの根拠から式(9)を仮定する。なお、このモデルの妥当性は今後、地上雨滴計とレーダ雨量計を用いた降雨観測により得られるレーダ雨量の推定精度の結果から間接的な検証を行うこととする。

$$Z_u = \frac{Z_g}{Z_g} = Z'_u \quad (9)$$

以上より、上空で推定されるレーダ反射因子 Z_g と地上において観測した降雨強度 R_g の間に次の Z_g - R_g 関係ができる。

$$Z_g = BR_g^\beta \quad (10)$$

この結果得られた(B, β)とレーダ雨量計より得られたレーダ反射因子 Z を式(10)に代入して降雨強度 R_g を求める。

4. 雨滴粒径分布形の高度・時間変化に関する基礎方程式とその解法

(1) 本研究で解く基礎方程式

雨滴の大きさを粒径ではなく質量で表すと、雨滴粒径分布形の時間変化は式(11)の積分方程式で表される²¹⁾。

$$\frac{dn(m, z, t)}{dt} = \frac{\partial n(m, z, t)}{\partial t} + v_z(m) \frac{\partial n(m, z, t)}{\partial z} - \int_{m/2}^{\infty} \int_{m-z}^{\infty} K(m; x, y) n(x) n(y) dy dx \quad (11)$$

ここに、 $n(m, z, t)$ は時刻 t 、高度 z における質量 m の雨

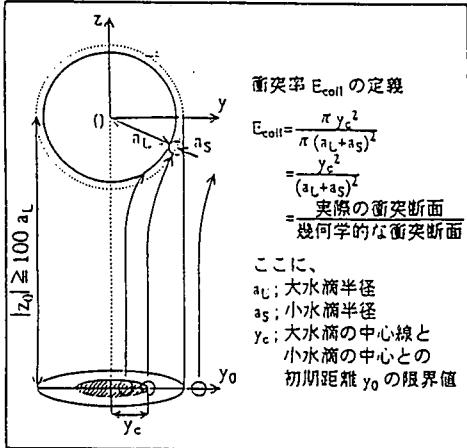


図-2 雨滴衝突の模式図と衝突率の定義

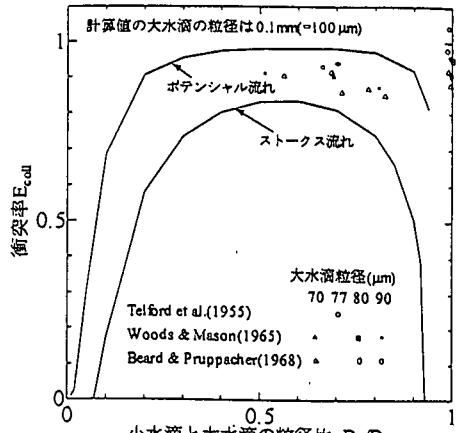


図-3 衝突率の計算値及び実験値

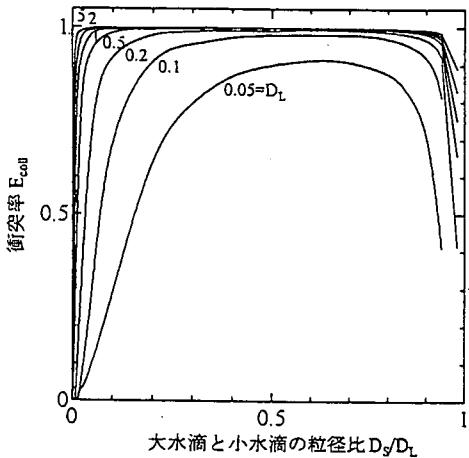


図-4 衝突率 E_{coll} (上から大水滴粒径 $D_L = 5, 2, 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05\text{mm.})$

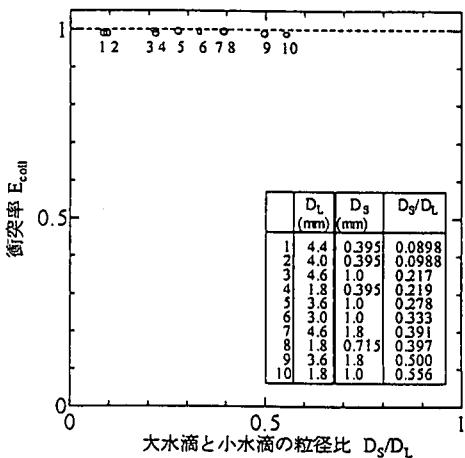


図-5 Low and List (1982)が破片粒径分布のパラメタライズに用いた雨滴のペアについて著者らが計算した衝突率 E_{coll}

滴の数濃度, $K(m; x, y)$ は質量 x と y ($\leq x$) の雨滴が 1 回相互作用することによって発生あるいは消失する質量 m の破片の平均数濃度であり, これは一般に衝突因子と呼ばれている。式(11)の左辺は Lagrange 微分である。

発生項において内側の積分の下限は小水滴の質量 y は大水滴の質量 x と合わせて少なくとも破片の質量が m にならなければならぬことを表している。このため $m-x < 0$ では下限は 0 である。上限においては y は x より大きくならぬことを示している。また外側の積分の下限は大水滴の質量 x は少なくとも m の半分はなければならないことを示している。

a) 衝突因子 K の定義

上記の $K(m; x, y)$ を一般的に表示するために以下のように考える。

$$K(m; x, y) = P(m; x, y)C(x, y) \quad (12)$$

$$P(m; x, y) = E_{bu}P_b(m; x, y) + E_{col}\delta(x+y-m) - \delta(m-x) - \delta(m-y) \quad (13)$$

ここに, $P(m; x, y)$ は質量 x と y の雨滴が 1 回衝突した場合に発生もしくは消失する質量 m の破片の平均数濃度, $C(x, y)$ は大小 1 対の雨滴間の相互作用率, $P_b(m; x, y)$ は雨滴の衝突により発生する破片粒径分布, E_{bu} は分裂率, E_{col} は併合率である。

P_b には前述の通り Low and List^{9), 10)} の実験に基づいたパラメタリゼーションを採用する。またこの P_b は準確率解であるため, 式(11)は準確率併合/分裂式となる。雨滴の衝突で生ずる破片は, 2つの水滴の粒径の組み合わせが全く同じ場合でも単一の組み合わせのものが生ずるわけではなく, 幅を持ったものが生ずることが McTiggart-Cowan and List²²⁾ の実験によつ

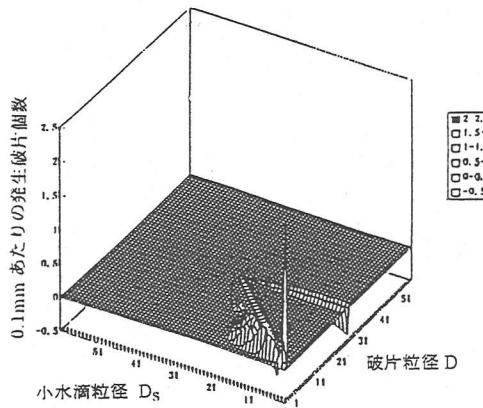


図-6 $D_L = 2.95\text{mm}$ のときの衝突因子 K (縦・横軸の数字はクラス番号 k)

て示されている。これは、衝突時の位置関係及び水滴表面の振動等に起因するものと考えられる。

b) 併合率・分裂率の定義

本研究は分裂と併合を表-1のように定義している。これより衝突の結果生ずる現象は併合する場合以外は分裂することになる。よって、分裂率 E_{bu} と併合率 E_{coal} の関係は次式で表される。

$$E_{bu} = 1 - E_{coal} \quad (14)$$

ここで本研究では図-1に示すように併合率 E_{coal} には Low and List による理論及び実験に基づいたパラメタリゼーションをそのまま用いる。

c) 衝突率の定義と計算

$C(x, y)$ は質量 x と y の2つの雨滴が単位時間あたりに相互作用をする割合である。

$$C(x, y) = \frac{\pi}{4} (D_x + D_y)^2 |v_x - v_y| E_{coll} \quad (15)$$

ここで衝突率 E_{coll} は実際の衝突断面と幾何学的な衝突断面の比で定義され、式(16)及び図-2で表される。

$$E_{coll} = \frac{y_c^2}{(a_L + a_S)^2} = \frac{y_c^2}{\frac{1}{4} (D_L + D_S)^2} \quad (16)$$

y_c は大水滴の中心線と小水滴の中心との初期距離 y_0 の限界値であり、これより外側にある小水滴は大水滴に衝突しない。

Low and List⁹ は衝突率 E_{coll} を1としている。これは破片粒径分布のパラメタライズに用いた10組の水滴の衝突実験において、小水滴が大水滴に直線的に衝突していることを観測したためである。しかし一般に粒径比が小さい場合には衝突率は1より小さい値をとることが知られている。このため、著者らは大水

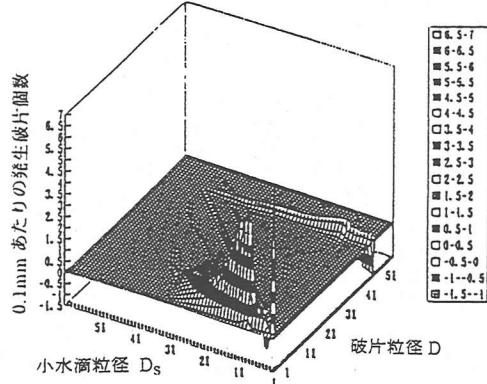


図-7 $D_L = 4.95\text{mm}$ のときの衝突因子 K (縦・横軸の数字はクラス番号 k)

滴を一様流れ中におかれた球と仮定してそのまわりの流れ上の小水滴の運動方程式(表-2)を解き、この結果得た衝突する小水滴の軌道、及び y_c より衝突率を計算している。まず、大水滴の粒径が 0.1mm のとき、そのまわりの流れがボテンシャル流れである場合とストークス流れである場合について計算し、衝突率の計算において空気の粘性を考慮する必要があるかどうかを検討した。なお、粒径 0.1mm の雨滴は終末落下速度が 0.30m/s であり、Reynolds数は 2.3 である。この値はストークス流れの適用上限と考えられる。図-3はその計算による衝突率と Beard and Pruppacher らによる実験値^{23), 24), 25)}を比較したものである。図-4のように、衝突率は大水滴の粒径が大きいほど高い値になる。計算に用いた大水滴は実験に用いた大水滴より大きいため衝突率は実験値より大きくなる。図-3から実験値は、粒径比が約1のとき衝突率が約 $0.9 \sim 1$ という高い値を示し、計算値ではどちらの流れの場合もに近づいているが、ボテンシャル流れのほうが実験値に近い値を示していることがわかる。以上より、本研究では衝突率の計算において大小水滴のまわりの流れにボテンシャル流れを採用した。図-4はその時の衝突率を示すものである。また図-5に Low and List⁹ が破片粒径分布のパラメタライズに用いた10組の水滴の衝突率を示す。これらの結果より Low and List の10組の衝突では、衝突率がほぼ1であるから大水滴と小水滴が直線的に衝突することが再現できたと同時に、本モデルで用いる雨滴のペアにおいても粒径比 D_s/D_L が非常に小さい場合、特に D_L が小さい場合には小水滴の軌道が曲がるという結果が得られた。よって衝突率にはこの計算結果を採用している。

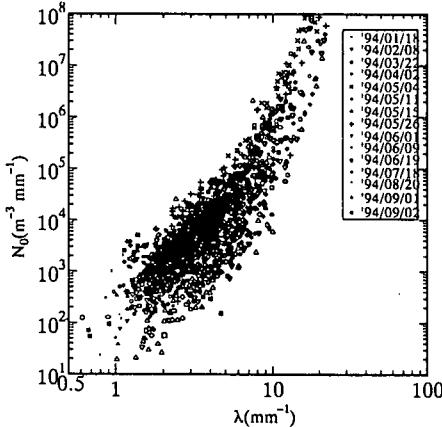


図-8 レーザー雨滴計を用いて観測した N_o と λ の関係
(デ-タ整理時間 5分間)

以上より衝突因子Kは図-6及び図-7に示すようになる。以下、式(11)の数値計算を行い雨滴粒径分布を求めている。

(2) 雨滴粒径のクラス分割法

式(11)の数値計算を行うために連続量である雨滴の大きさをある大きさ毎に分割する。このように大きさ毎に分割されたものをクラスと呼ぶことにする。従来の研究ではクラスの中心の値を決定する際、質量保存をよくするために、例えばList and McFarquhar^{21), 22)}では、0.05~5mm程度の粒径に相当する雨滴の質量を以下の式(17)に示すように指数関数を用いて40程度のクラスに分割している。

$$m_k = m_0 \cdot 2^{(k-1)L}, k=1, 2, \dots, 40; L=2; m_0 = 0.1 \mu g \quad (17)$$

しかし、この分割方法では雨滴の粒径が大きくなるほど分割が粗くなり、粒径の6乗の個数和であるレーダ反射因子Zについて検討するには適していない。このため本研究では最小の雨滴粒径 D_0 を0.05mmとして、刻み幅 $\Delta D = 0.1\text{mm}$ で0~6mmを60のクラスに分割している。

$$D_k = D_0 + (k-1)\Delta D, \quad k=1, 2, \dots, 60, \Delta D = 0.1\text{mm}, D_0 = 0.05\text{mm} \quad (18)$$

(3) 雨滴粒径分布形の計算手法

本節における雨滴間の衝突による分裂・併合を考慮した鉛直1次元落下モデルは、List and McFarquhar²³⁾によるもの用い、ここに概略を示す。空気中における単位体積あたりの雨滴の体積分布の変化は、雨滴間の衝突による分裂・併合によるものよりも雨滴の自由落下による変化のほうが大きいため、

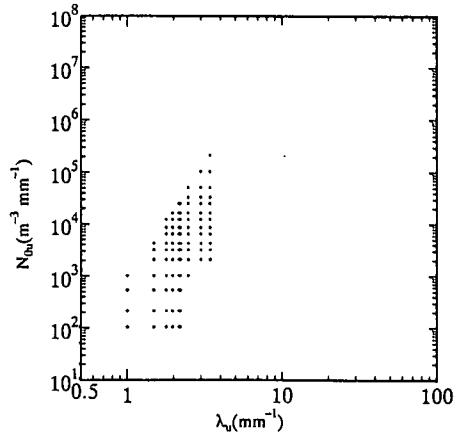


図-9 上端境界条件 N_{ow} , λ_u

自由落下の計算ステップを細かくする必要がある。このため自由落下の計算ステップを増やすために、各体積要素を10個の副体積要素に分割する。よって落下過程の空間刻みを Δz とする。時間刻み Δt は分裂過程・落下過程とも同じである。

主体積要素j中の副体積要素iでのクラスkの雨滴の総体積を ${}^k Q_{ji}$ とする。まず、雨滴の自由落下をSmolarkiewiczの移流スキーム²⁴⁾で計算する。Smolarkiewiczの移流スキームは数値計算上現れる人工粘性に相当する部分を打ち消す方法である。次に、主体積要素jにおけるクラスkの衝突による体積の変化 $\Delta {}^k Q_j$ を求め、これを副体積要素iのクラスkに次の方法で割り振る。

主要体積j中の副体積要素iでのクラスkの衝突による体積の変化 $\Delta {}^k Q_j$ を次のように仮定して計算する。

$$\Delta {}^k Q_{ji} = \Delta {}^k Q_j \frac{\sum_{k=1}^{k_{max}} {}^k Q_{ji}}{\sum_{k=1}^{k_{max}} {}^k Q_j} \quad (19)$$

ここに、

$$\sum_{i=1}^{i=10} {}^k Q_{ji} = {}^k Q_j \quad (20)$$

である。

a) 落下過程の計算方法

基礎方程式(11)について落下過程を分裂過程とは別に扱うことで落下過程による質量 m の雨滴の数濃度nの変化は式(21)で表される。

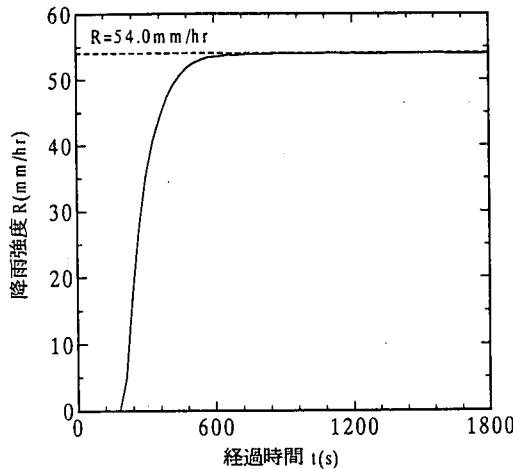


図-10 地上(落下距離1800m)における降雨強度の時間変化($R_{M,P}=50\text{mm}/\text{hr}$)

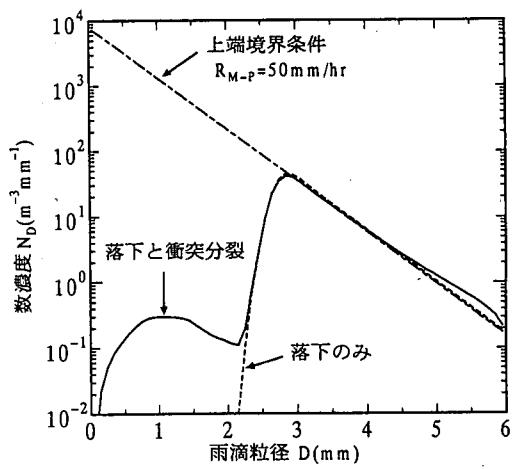


図-11 衝突分裂を考慮することによる雨の降り始めの雨滴粒径分布の違い(一点鎖線は上端境界条件 $R_{M,P}=50\text{mm}/\text{hr}$ 。)

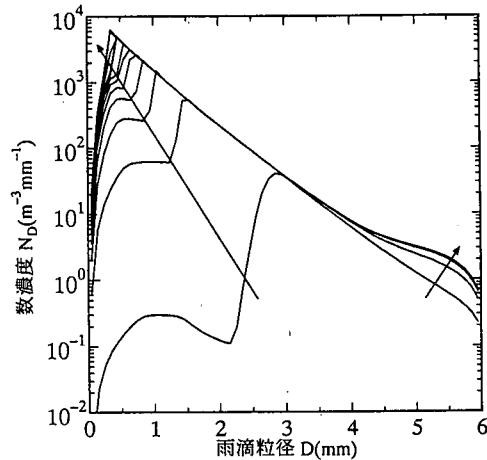


図-12 地上(落下距離1800mにおける)雨滴粒径分布の時変化($R_{M,P}=50\text{mm}/\text{hr}$; 矢印の方向に240~1800s(120s毎)。)

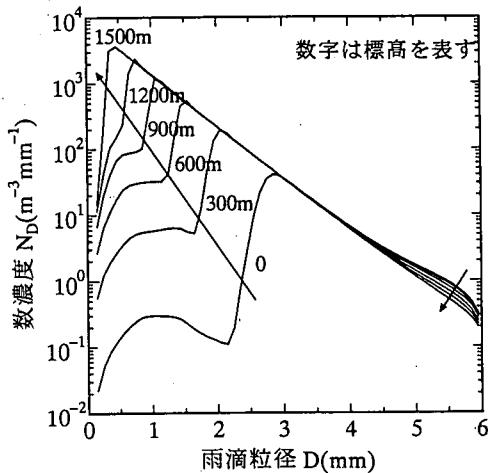


図-13 240秒後の高度別雨滴粒径分布($R_{M,P}=50\text{mm}/\text{hr}$; 矢印の方向に高度0~1500m(300m毎)。)

違いは8%程度であるため、高度による落下速度の変化を無視する。また上昇流や下降流は考慮しない。

b) 分裂過程の計算方法

分裂過程では各クラス内の雨滴の体積の変化を求める。クラスk内の体積 kQ はクラス両端の質量を m_k , m_{k+1} とすると次式で表される。

$$kQ = \int_{m_k}^{m_{k+1}} xn(x)dx \quad (23)$$

また、各クラス内での体積の分布形は未知であるため、 kQ より再構成する。このために各クラス内で形状

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v_T(m) \frac{\partial n}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

雨滴の終末速度 v_T には Best (1950) の式を用いる。

$$vT(D, z) = A \exp(bz) \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{D}{a} \right)^n \right\} \right] \quad (22)$$

ここに、 $A = 9.32\text{m/s}$, $b = 0.0405\text{km}^{-1}$, $a = 1.77\text{mm}^{-1}$, $n = 1.147$ 。この式より地上と上空1800mでの落下速度の

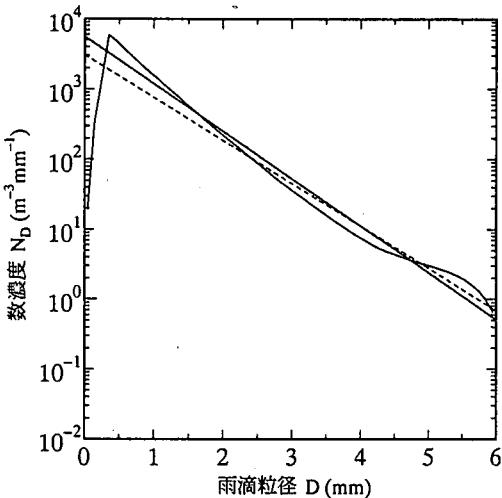


図-14 定常時(1800秒後)の地上における雨滴粒径分布
(点線の直線はすべての粒径を考慮した場合の指
数関数回帰式、実線の直線は0.25mm以下の雨滴を
除外した場合のもの ; $R_{M-P}=50\text{mm/hr.}$)

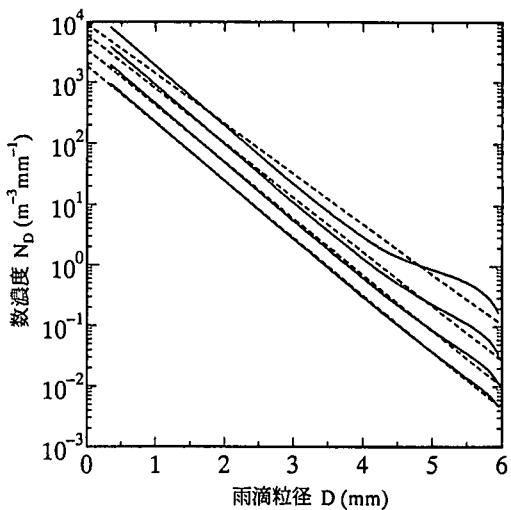


図-15 λ_u が一定で N_{0u} が異なる場合の地上の雨滴粒径分
布の違い($\lambda_u=2.2\text{m}^{-1}$ で、下から $N_{0u}=2000$,
 4000 , 8000 , $16000\text{m}^{-3}\text{mm}^{-1}$ の場合 ; 実線は計算
による雨滴粒径分布、点線はこれを指數関数で
回帰したもの。)

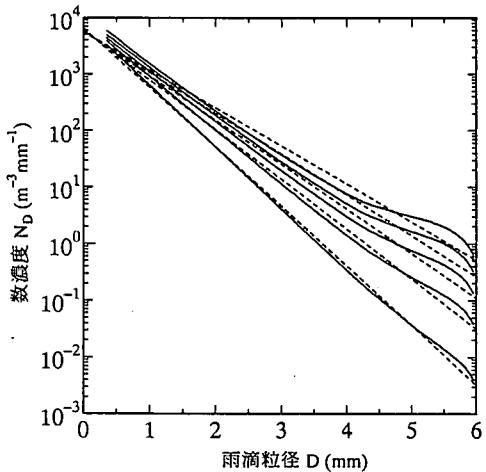


図-16 N_{0u} が一定で λ_u が異なる場合の地上の雨滴粒径分
布の違い(下から $R_{M-P}=10$, 20 , 30 , 40 , 50mm/hr.
の場合、すなわち $N_{0u}=8000\text{m}^{-3}\text{mm}^{-1}$ で $\lambda_u=2.53$,
 2.19 , 2.01 , 1.89 , 1.80mm^{-1} の場合 ; 実線は計算
による雨滴粒径分布、点線はこれを指數関数で帰
したもの。)

関数 $V_k(x)$ を仮定する。

$$n_k(x) = {}^k Q V_k(x) \quad (24)$$

この変形をすると式(11)は ${}^k Q$ を展開した式になる。
すなわち、

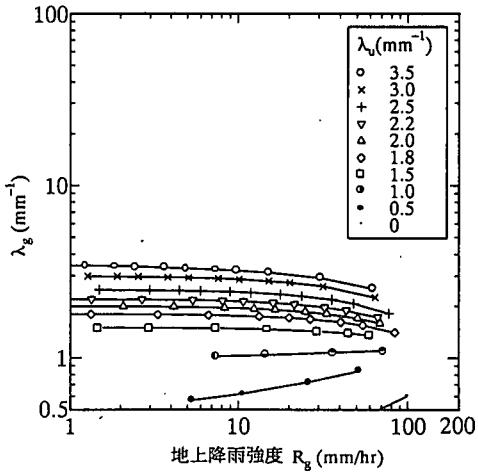


図-17 地上における降雨強度 R_g と傾き λ_g の関係
(上端で雨滴粒径分布における同じ傾きを持つ
雨を降らせた場合、雨滴粒径分布の切片 N_0 が大
きいほどすなわち降雨強度 R が大きくなるほど
地上での傾き λ_g は約1.2に漸近していること
がわかる。)

$$\frac{d^k Q}{dt} = \sum_{i=1}^{k_{max}} \sum_{j=1}^i x_{ijk} Q_i Q_j \quad (25)$$

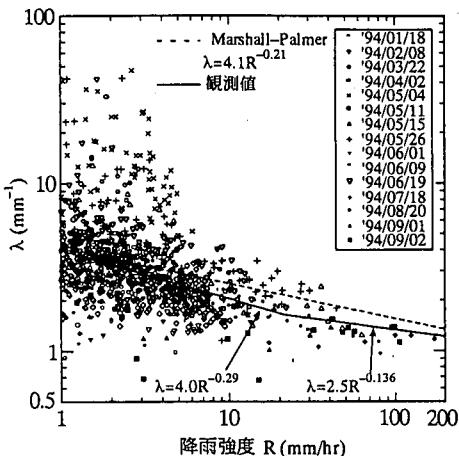


図-18 レーザー雨滴計を用いて観測したRと λ の関係
(デ-タ整理時間 5分間)

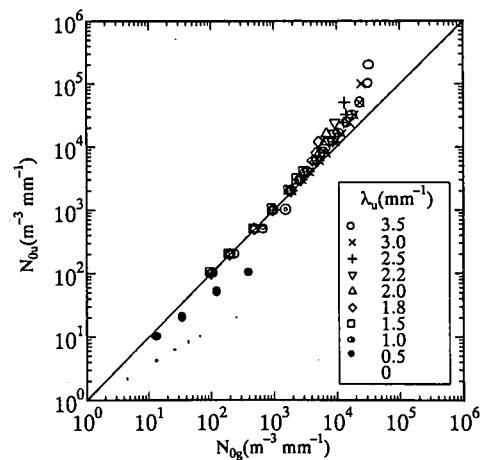


図-19 N_{0g} と N_{0u} の関係
(λ_u が1.5を境に N_{0g} と N_{0u} の大小が変化する。)

$$x_{ijk} = \int_{m_i}^{m_{i+1}} v_i(x) \int_{m_j}^{m_{j+1}} v_j(y) \\ \int_{m_k}^{m_{k+1}} w K(w; x, y) dw dy dx \quad (26)$$

ここに、 $i=j$ のときはこの値の半分である。本研究では V を一定としている。

(4) 計算条件

a) 落下高度

レーダー雨量計の観測域を標高0m(地表に起伏がない、海拔0mでありクラッターの影響がない)と仮定すると、レーダー雨量計の観測面積平均ピーム高度Hは次式によって表される。

$$\bar{H} = \frac{1}{\pi r_{max}^2} \int_0^{r_{max}} 2\pi r H(r) dr \quad (27)$$

ここに、 r はアンテナからの距離、 r_{max} はレーダー定量観測半径、 $H(r)$ は距離 r でのレーダー中心高度であり式(28)で表される。

$$H(r) = H_0 + r \sin \theta + 0.586 r^2 \cos^2 \theta \times 10^{-7} \quad (28)$$

ここに、 H_0 はアンテナ標高、 θ はアンテナ仰角²⁸⁾。

よって \bar{H} は式(29)、(30)のようになる。

$$\bar{H} = \frac{1}{\pi r_{max}^2} \int_0^{r_{max}} 2\pi (H_0 + r \sin \theta \\ + 0.586 r^2 \cos^2 \theta \times 10^{-7}) dr \quad (29) \\ = H_0 + \frac{2}{3} r_{max} \sin \theta + 0.293 r_{max}^2 \cos^2 \theta \times 10^{-7} \quad (30)$$

例えば、北海道ピンネシリ山にある北海道開発局の道央レーダー($H_0=1100m$ 、 $r_{max}=120km$ 、 $\theta=0.3^\circ$)では

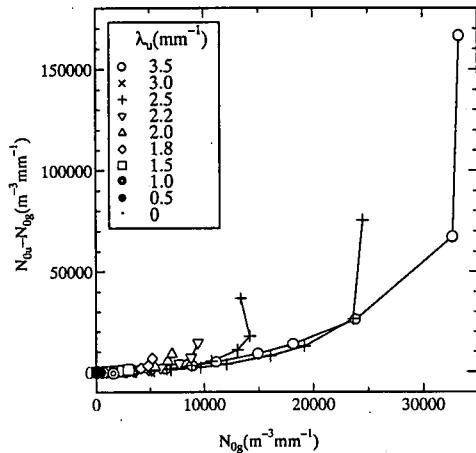


図-20 地上雨滴粒径分布の切片 N_{0g} と上空値から地上値への変化量 $N_{0u}-N_{0g}$ の関係

$\bar{H}=1940m$ となる。レーダー観測域の標高を差し引くと、雨滴の落下距離はこれより小さくなる。

このため、本論文では高度差1800mの鉛直1次元の雨滴落下過程及び分裂過程を計算することにより(雨滴は1800mから落下する)雨滴粒径分布形の変化を求めている。

b) 上端境界における雨滴粒径分布形

本研究では上空の雨滴粒径分布を指数分布と仮定しているため、上端境界で与える雨滴粒径分布を指数分布とする。

$$N_0(D) = N_{0u} \exp(-\lambda_u D) \quad (31)$$

ここで、 N_{0u} 、 λ_u はそれぞれ数濃度を指数関数で

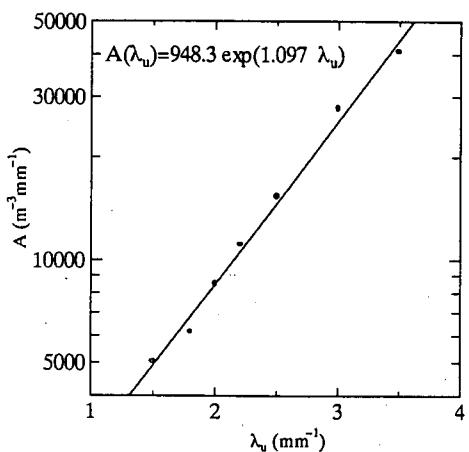


図-21 A の λ_u の関係

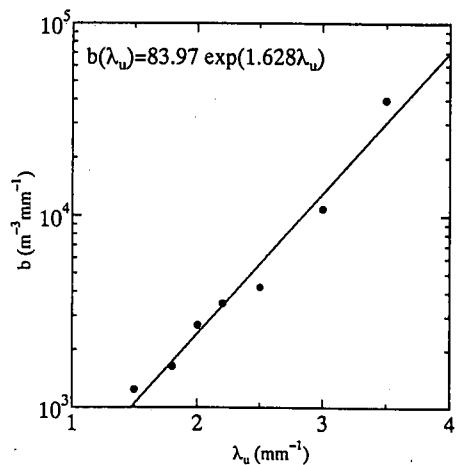


図-22 b と λ_u の関係

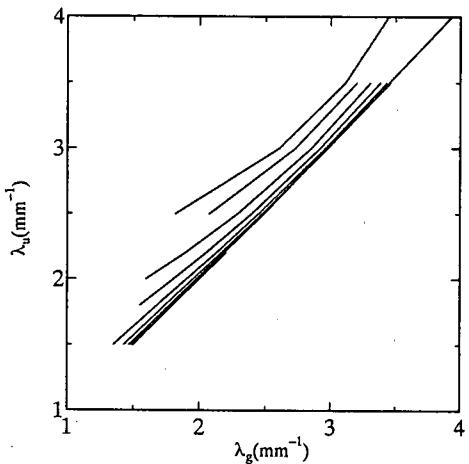


図-23 λ_g と λ_u の関係(下から $N_{0u}=100, 200, 500, 1000, 2000, 4000, 8000, 16000, 32000, 50000 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$ の場合。)

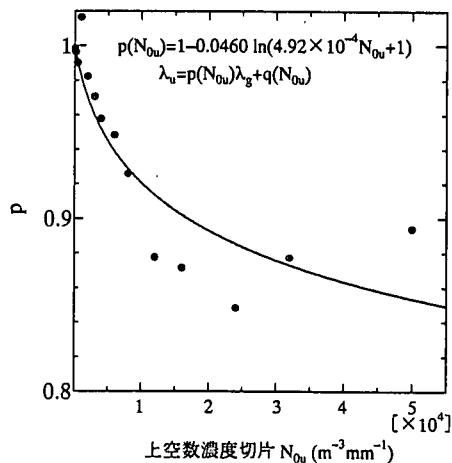


図-24 p と N_{0u} の関係

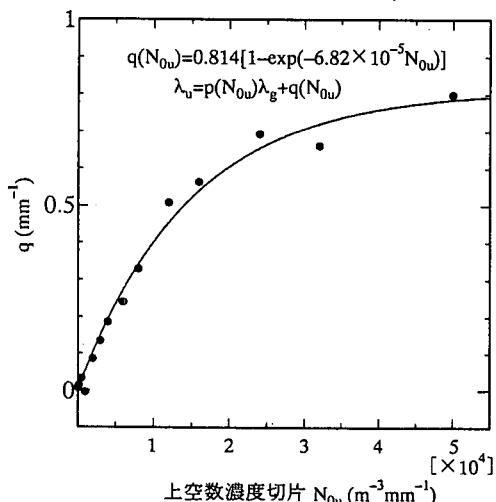


図-25 q と N_{0u} の関係

表したときの切片及び傾きを表す。著者らが開発したレーザー光による雨滴粒径計測器を用いて、東京都文京区の中央大学理工学部キャンパス内で観測した降雨の5分間データから求めた N_0 , λ を図-8に示す。雷雨のような雨は λ が小さい部分であり、逆に霧雨のような雨は λ が大きい部分である。

本研究の主に対象としている降雨は降雨強度の大きい雨(最大5分間降雨強度が10mm/hr以上の降雨)であるため、図-9に示した値を N_{0u} , λ_u とし、 λ_u には0.5~3.5mm^-1(上空から地上へ雨滴が落下する際の雨滴粒径分布の変化と著者らの観測結果に基づき決定した)の範囲の小さい値を採用した。

5. 計算結果

(1) 雨滴粒径分布の時間変化

本章では図-10～図-14に結果を示す数値計算を行うにあたって上端境界条件には代表的な指數関数形の雨滴粒径分布であり、観測データより降雨強度の指數関数として表した経験式であるMarshall-Palmer分布²⁹⁾を用いる。

$$N_0(D) = N_0 \exp(-\lambda D), \quad \lambda = 4.1 R^{-0.21} \quad (32)$$

ここに、 $N_0=8000(\text{m}^{-3}\text{mm}^{-1})$ 、 $\lambda(\text{mm}^{-1})$ 、 D :雨滴の粒径(mm)、 R :降雨強度(mm/hr)である。また、Marshall-Palmer分布における降雨強度(mm/hr)を $R_{M-P}=50\text{mm}/\text{hr}$ と表すこととする。ただし、 $R_{M-P}=50\text{mm}/\text{hr}$ で表す雨は式中に現れる降雨強度 R が $50\text{mm}/\text{hr}$ であり、実際の降雨強度は、 $R=54.0\text{mm}/\text{hr}$ である。

図-10は地表における降雨強度の時間変化を示している。雨は上端で降らせ始めてから4分弱で地上で降り始め、降り始めから10分程度で定常になる。

図-11は上端境界から一点鎖線で表されるMarshall-Palmer分布²⁹⁾の雨を降らせ始めてから240秒後、地上で降り始めから約40秒後の雨滴粒径分布であり、点線は雨滴の落下過程のみを考慮した場合の雨滴粒径分布を、実線は落下過程と分裂過程を考慮した場合の粒径分布を表す。粒径1mm付近にピークを持つ凸形の分布は分裂によって生じた破片の数濃度を示している。この部分の粒径の雨滴は落下過程だけでは地表にまだ到達していないが、分裂過程を加えることにより、落下してきた大きい雨滴が地表の直前で分裂したものと考えられる。粒径3mm付近のピークは落下によるものである。また、粒径4mmから6mmに現れる数濃度の増加は雨滴の併合によって大きい雨滴が増加したことを表している。

図-12は地表での雨滴粒径分布の時間変化を示している。時間が経つにつながって粒径の小さい雨滴の数濃度の増加率が小さくなり、分裂の影響はなくなっている。また併合によって生じた大きい雨滴の増加だけが残る。

図-13は240秒後の各高度の雨滴粒径分布を表している。高度が高いところ、すなわち落下時間に対して落下距離が小さい場合には分裂の影響より落下の影響が卓越するため、短時間で分裂の影響がなくなることがわかる。

(2) 雨滴粒径分布の高度変化

定常な雨において1800mの高度を落下してきた雨の雨滴粒径分布の上端境界値と地上値の相違を検討

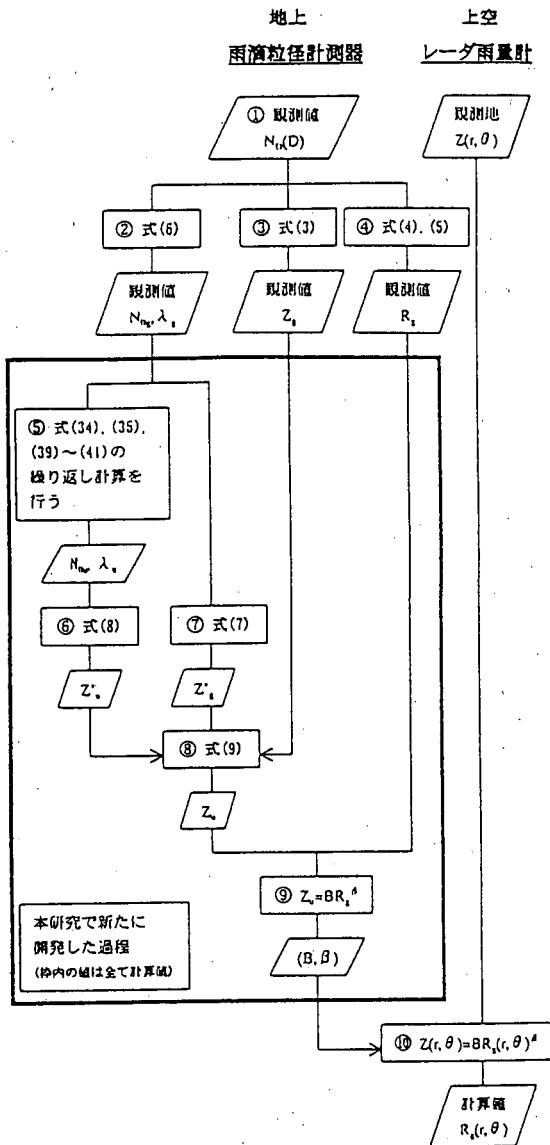
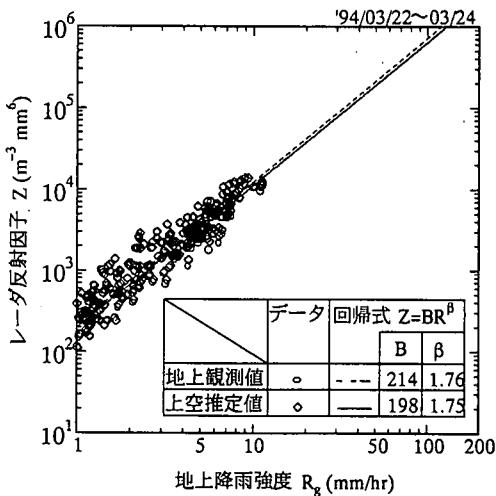
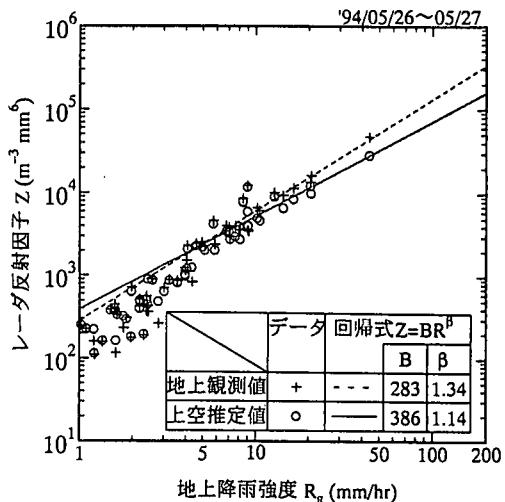


図-26 本手法を用いたレーダ雨量の推定手法を示すフローチャート

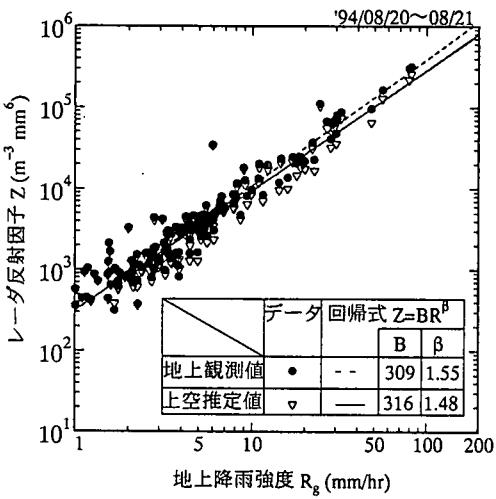
する。ここで、計算開始1800秒後にはほぼ定常状態に達するため、この値を地上での定常な雨として上端境界値と比較する。1800秒後地上における雨滴粒径分布を図-14に示す。落下過程のみを考えた場合1800秒で1800mを落下する雨滴の粒径はBestの式よりも0.27mm以上である。よって粒径0.27mm未満の雨滴は自由落下のみでは地上に到達しておらず、また分裂過程の影響も受けにくいと見られるため数濃度 N_0 が低い値を示している。このため、粒径分布を指數関数で回帰する際は $D_0 = D_0 + 2\Delta D = 0.25\text{mm}$ 以下の雨滴を除外している。地上での雨滴粒径分布を指數関数



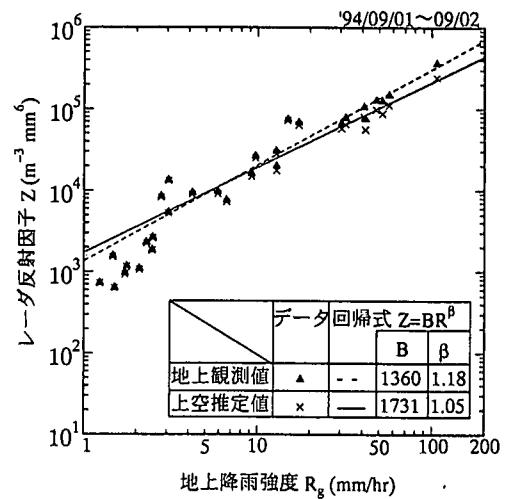
(a) 低気圧による降雨



(b) 温暖前線による降雨



(c) 停滞前線による降雨



(d) 大気の不安定に伴う降雨

図-27 一雨ごとに整理した地上観測値における Z_g - R_g 関係と上空推定値における Z_u - R_g 関係($R_g > 5 \text{ mm/hr}$ 以上の場合 : Z_u の回帰線(実線)は Z_g の回帰線(点線)より低い値を示している。この結果、レーダー雨量計から得られた Z を Z_g の回帰式に代入した場合より R_g を低く算定してしまう。)(5分ごとに雨滴粒径分布から算出した Z と R_g について $R_g > 5 \text{ mm/hr}$ のデータを用いて回帰されている。)

で回帰し、その切片を N_{0g} 、傾きを λ_g として分布形の高度変化の傾向を見る。 λ_g が同じで N_{0g} が異なる場合の粒径分布を図-15に示す。これより λ_g が同じ場合には、 N_{0g} が大きいほど粒径の大きい雨滴の数濃度の増加率が大きいため、併合の影響が強く出てくることがわかる。これは数濃度 N_0 が大きいと雨滴間の距離が小さいために、衝突しやすくなるものと考えられる。次に N_{0g} が同じで λ_g が異なる場合の粒径分

布を図-16に示す。これより N_{0g} が同じ場合、 λ_g が小さい場合ほど粒径の大きい雨滴の数濃度の増加率が大きいため、併合の影響が強く出ているのがわかる。これは λ_g が小さい場合には相対速度が大きい雨滴の組が多くなり、衝突しやすくなるためと考えられる。また λ_g が異なる場合でもほぼ同程度の N_{0g} をとることがわかる。

また図-17は地上における降雨強度 R_g と λ_g の関係

表-3 解析を行った降雨

日時	累積降雨量	降雨の成因
1996/8/31～9/2	27mm	停滞前線
1997/8/8～8/10	91mm	低気圧
1998/8/11～8/13	41mm	停滞前線

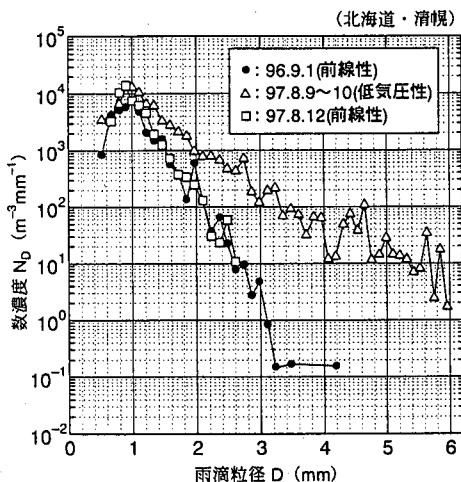


図-28 レーザー雨滴計により観測された雨ごとに整理した雨滴粒径分布
(降雨の成因により粒径分布は似た傾向を示す。)

を示した図である。この図から上端で同じ傾きの雨を降らした場合、 N_0 が大きいほどすなわち R が大きいほど地上での傾き λ_s は約1.2に漸近していくことがわかる。図-18に示すように、これは著者らによる観測結果にも表れている傾向である。

図-19は各 λ_s 毎の N_{0u} と N_{0g} の関係である。この図より $\lambda_s \leq 1.0 \text{ mm}^{-1}$ のときは N_{0g} が N_{0u} より大きくなり、 $\lambda_s \geq 1.5 \text{ mm}^{-1}$ のときは N_{0g} が N_{0u} より小さくなることがわかる。これは $\lambda_s \leq 1.0 \text{ mm}^{-1}$ の場合には大きい雨滴の数濃度が高いために、落下中に分裂の影響が卓越して小さい雨滴の数濃度が増加し、大きい雨滴が減少するためと考えられる。逆に $\lambda_s \geq 1.5 \text{ mm}^{-1}$ の場合には小さい雨滴の数濃度が高いために、併合の影響が卓越して大きい雨滴の数濃度が増加し、小さい雨滴が減少するためと考えられる。この結果、上空と地上で N_0 が変化しないような傾き λ_s が存在することが予想される。この値を λ_s とすると、次式が成立する。

$$1.0 < \lambda_s < 1.5 \text{ mm}^{-1} \quad (33)$$

$\lambda = \lambda_s$ のときには雨滴の分裂と併合が平衡するものと考えられる。

図-20は図-19における N_{0u} と N_{0g} の差を明確にしたも

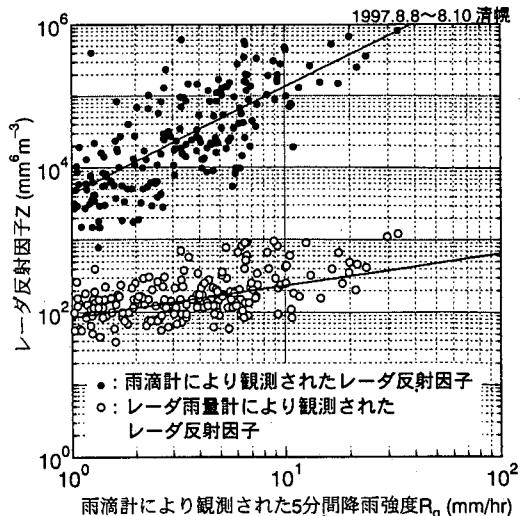


図-29 一雨ごとに整理した地上と上空におけるZ-R関係 (データ整理時間 5分間)
(上空と地上での降雨強度が等しいとしたとき、上空と地上のレーダ反射因子と地上降雨強度の関係は大きく異なる。)

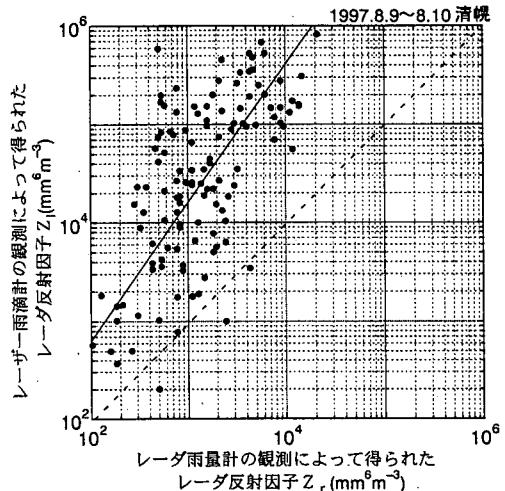


図-30 地上と上空のレーダ反射因子の関係
(上空に較べ地上のレーダ反射因子の方が大きいことがわかる。)

のである。 $\lambda_s < \lambda_g$ の場合、 N_{0g} が大きくなるにしたがつて $N_{0u} - N_{0g}$ も大きくなるが、 λ_g が大きくなるほど N_{0u} も大きくなることがわかる。次に、 $N_{0u} - N_{0g}$ が正である計算値を各 λ_s ごとに次式で内挿し、係数A, b, cについて検討したのが図-21及び図-22である。

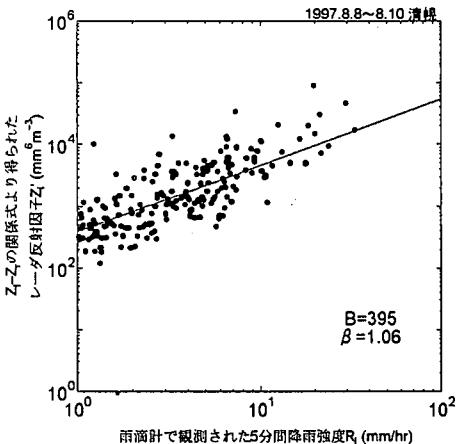


図-31 雨滴計によって観測された降雨強度 R_i と新たに求めたレーダ反射因子 Z_r の関係

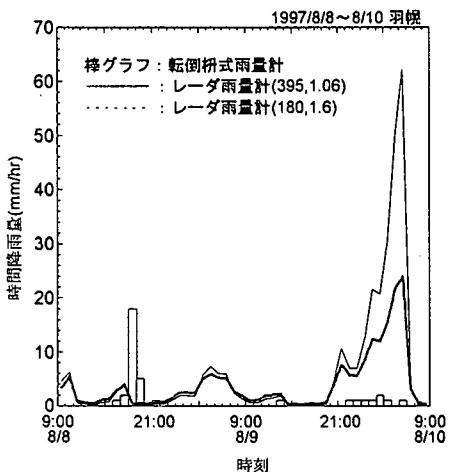


図-32(a) 地上雨量計とレーダ雨量計の時間降雨量の時系列 (精度が向上した例)

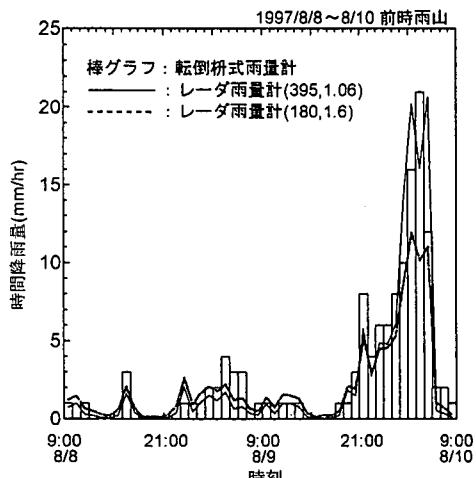


図-32(b) 地上雨量計とレーダ雨量計の時間降雨量の時系列 (精度が向上しなかった例)

$$N_{0g} = A \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{N_{0u} - N_{0g}}{b} \right)^c \right\} \right] \quad (34)$$

以上より式(35)が得られる。

$$A = 948 \exp(1.10 \lambda_u), b = 84.0 \exp(1.63 \lambda_u), c = 0.5 \quad (35)$$

また式(34)を変形すると次式が得られる。

$$N_{0u} - N_{0g} = b \left\{ - \ln \left(1 - \frac{N_{0g}}{A} \right) \right\}^{\frac{1}{c}} \quad (36)$$

よって必要条件より式(37)

$$1 - \frac{N_{0g}}{A} > 0 \quad (37)$$

が成り立ち、式(38)の関係が得られる。

$$\lambda_u > \frac{1}{1.10} \ln \left(\frac{N_{0g}}{948} \right) \quad (38)$$

例えば地上において $N_{0g} = 8000 \text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$ であった場合、 $\lambda_u > 1.94 \text{mm}^{-1}$ となる。

図-23は λ_u と λ_g の関係であり、これを式(39)で直線回帰し、このときの傾きを p 、切片を q とする。 p, q をそれぞれ N_{0u} についてまとめると図-24及び図-25となり式(40)及び(41)で表される。

$$\lambda_u = p \lambda_g + q \quad (39)$$

$$p = 1 - 0.0460 \ln(4.92 \times 10^{-4} N_{0u} + 1) \quad (40)$$

$$q = 0.814 [1 - \exp(-6.82 \times 10^{-5} N_{0u})] \quad (41)$$

よって地上の雨滴粒径計測器によって計測された地上の N_{0g} と λ_g を式(34)、(35)、式(39)～(41)に代入し、連立方程式を解くことで上空の N_{0u} 、 λ_u (推定値)を容易に求めることができる。

6. 本理論を用いたレーダ雨量の推定方法

本章では実際に現場で行う際のレーダ雨量の推定方法をフローチャートにより示す。図-26はそのフローチャートである。また、これを観測値に適用した結果について検討する。

- ①まず、雨滴粒径計測器により、雨滴の数濃度分布 $N_0(D)$ を計測する。
- ②この分布形と式(6)に示す指指数関数で回帰して N_{0g}, λ_g を導出する。
- ③式(3)により Z_g を、④式(4)、(5)により R_g をそれぞれ導出する。以上が雨滴粒径計測器から得られる観測値である。
- ⑤次に得られた N_{0g}, λ_g を式(34)、(35)、(39)～(41)に代入し逐次代入法等により連立方程式を解き、 N_{0u}, λ_u を導出する。
- ⑥得られた N_{0u}, λ_u を式(8)に代入して Z'_u を計算する。
- ⑦観測された N_{0g}, λ_g から Z'_g を計算する。
- ⑧得られた計算値 Z'_u, Z'_g 及び観測値 Z_g を式(9)に代入し、

上空で推定されるレーダ反射因子 Z_u を計算する。⑨得られた計算値 Z_u と観測値 R_g を例えば5分間のデータとして蓄積していく、式(10)で回帰して (B, β) を求める。⑩得られた計算値 (B, β) とレーダ雨量計による観測値 $Z(r, \theta)$ を式(42)に代入して、レーダ観測域における各メッシュごとの地上降雨強度 $R_g(r, \theta)$ 導出する。

$$Z(r, \theta) = BR_g(r, \theta)^{\beta} \quad (42)$$

ここに、 $Z(r, \theta)$: レーダメッシュ (r, θ) におけるレーダ雨量計により観測されたレーダ反射因子、 $R_g(r, \theta)$: レーダメッシュ (r, θ) における地上降雨強度。

以上の手法を実際の観測値に適用する。

図-27は、著者ら¹⁹⁾が観測した5分ごとの地上における雨滴の数濃度 $N_p(D)$ を用いて、図-26のフローチャート①～⑨の計算を行い、一雨ごとに整理し地上(観測値)と上空(推定値)の Z - R 関係及びそれぞれの (B, β) を示したものである。最後に、フローチャート⑩の計算を行い、地上の降雨強度を推定する。また、著者らの観測により、一点において一雨ごとの地上の Z_u - R_g 関係は一定であり、一定の (B, β) を示すことがわかっているが Z_u - R_g 関係についても同様であることがわかる。また、すべての降雨において上空の β が地上の β より低い値を示すことがわかる。また、 Z_u と Z_g を比較すると地上降雨強度 R_g が約10mm/hr以上の場合には、 Z_u は Z_g より大きく減少していることがわかる。

図-27(b)のように地上と上空の値に大きな差がある場合、すなわち2本の回帰式が離れている場合、地上の雨滴粒径分布より求めた Z_g - R_g 関係にレーダ雨量計により計測された Z を代入すると、地上降雨強度 R_g を過小評価してしまう危険がある。以下に、その例を示す。

例) 図-27(b)の場合において、あるレーダメッシュ (r_i, θ_i) におけるレーダ反射因子 $Z(r_i, \theta_i) = 3.0 \times 10^4 \text{ mm}^{-6}$ であったとき本手法より決定した $(B, \beta) = (386, 1.14)$ を用いて地上降雨強度 R_g を求めるところようになる。

$$R_g(r_i, \theta_i)_{(B, \beta)=(386, 1.14)} = \left\{ \frac{Z(r_i, \theta_i)}{B} \right\}^{\frac{1}{\beta}} = \left(\frac{3.0 \times 10^4}{368} \right)^{\frac{1}{1.14}} = 45.5 \text{ mm/hr}$$

次に地上の雨滴数濃度より求めた Z_g - R_g 関係にレーダ雨量計により観測された $Z(r_i, \theta_i)$ を代入すると地上

表-4 降雨別の Z_u - Z_g 関係式と新たに決定した (B, β)

	1996/8/31	1997/8/8	1997/8/11
$Z_u - Z_g$	$Z_g = 5.10 Z_u^{1.01}$	$Z_g = Z_u^{1.14}$	$Z_g = 5.10 Z_u^{1.01}$
(B, β)	(284, 1.25)	(395, 1.06)	(415, 1.03)

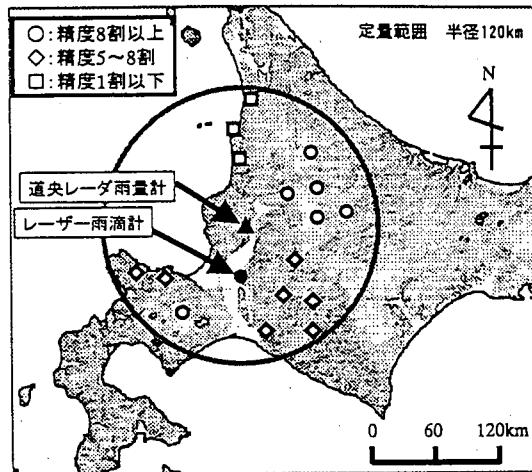


図-33 レーダ雨量計と地上雨量計から得られた累積降雨量の精度の比較
(3降雨の解析の結果、いずれも同様な地域的な偏りが見られた。)

降雨強度 R_g は次のようになる。

$$R_g(r_i, \theta_i)_{(B, \beta)=(283, 1.34)} = \left\{ \frac{Z(r_i, \theta_i)}{B} \right\}^{\frac{1}{\beta}} = \left(\frac{3.0 \times 10^4}{283} \right)^{\frac{1}{1.34}} = 32.5 \text{ mm/hr}$$

以上より、雨滴粒径分布の高度変化を考慮しない場合は $R_g = 32.5 \text{ mm hr}$ 、考慮した場合には $R_g = 45.5 \text{ mm hr}$ となり、13.0mm/hr(28.7%)低く地上降雨強度 R_g を算定してしまう危険がある。

7. レーザー雨滴計を用いた観測・解析結果

著者らは自ら開発したレーザー雨滴計¹⁹⁾を用いて北海道石狩平野において1996年～1998年(5月～11月)まで降雨観測を行っており、ここでは表-3に示す3降雨の解析を行った解析結果を示す。

図-28は解析に用いた3降雨の1雨ごとの雨滴粒径分布である。これから降雨の成因ごとに特徴がある

ことがわかる。図-29は雨滴計により観測された地上の5分間降雨強度 R_g と地上のレーダ反射因子 Z_g 及びレーダ雨量計により観測された Z_u の関係を示したものである。これより上空に較べ地上のレーダ反射因子が大きいことがわかる。これらのことから現行のレーダ雨量計を用いた地上降雨強度((B, β) を固定)の定量評価は未だ十分な精度が得られていないことがわかる。図-30はレーザー雨滴計とレーダ雨量 Z_r 計により観測された地上と上空のレーダ反射因子 Z_g と Z_u との関係を示したもので、図に示す直線は上空と地上のレーダ反射因子を近似したものである。この結果得られた関係式 $Z_u = Z_g^{1.4}$ を用いレーザー雨滴計により観測された地上のレーダ反射因子から上空のレーダ反射因子を推定し、新たにレーダ反射因子を得た。これと地上の降雨強度 R_g を用い図-31に示す関係から(B, β)を決定した。表-4に解析した3降雨の Z_u - Z_g 関係式と新たに決定した(B, β)を示す。図-32は1997年8月8日～8月10日に道央レーダサイト内のアメダスポイント(前時雨山、羽幌)で観測された降雨における時間降雨量の時系列である。図中の棒グラフは地上の転倒枠式雨量計の時間降雨量、実線と点線はそれぞれ新たに決定した(B, β)を用いて算定したレーダ雨量、現行の(B, β)を用いて算定したレーダ雨量を示す。図-32(a)により従来手法では表現できなかった時間降雨量のピークを新たに決定した(B, β)を用いることにより表現できるようになったことがわかる。一方、図-32(b)ではどちらのレーダ雨量も地上雨量を非常に大きく推定していることがわかる。レーダサイトの定量範囲内におけるアメダスポイントでこれらの比較結果を示したものが図-33である。図中の○の地点は新たに決定した(B, β)を用いて算定したレーダ雨量が現行の(B, β)=(180, 1.6)を用いて算定したレーダ雨量に較べ、精度よく地上の降雨強度を推定した地点を示す。□の地点はどちらのレーダ雨量も推定精度の低かった地点を示す。このように地上雨量とレーダ雨量に大きな差が生じる地点は3降雨ともに同じ地域であることがわかった。

8. 結論

雨滴間の衝突による分裂と併合を表したLow and List^{9), 10)}パラメタリゼーション、及び著者らが算出した衝突率^{7), 8)}を考慮して雨滴粒径分布の高度変化を数値計算によって求めた。

この結果得られたことは次の通りである。

- 高度変化による雨滴粒径分布の変化量の傾向を

求め、地上の雨滴粒径分布の切片 N_{0g} と傾き λ_g から上空の切片 N_{0u} と傾き λ_u を導出する式を表した。

- 定常な雨において上空と地上で N_g の変化が見られない傾き λ_u の漸近値 λ_s が存在する。
- 算出した上空の雨滴粒径分布の切片 N_{0u} 、傾き λ_u を用いた新たな Z_u - R_g 間の換算手法を提案した。これにより、雨滴粒径分布の地上観測値をそのまま用いた Z - R 換算から得られた降雨強度より精度の高い降雨強度の推定を行なうことが期待できる。
- 本手法によりレーダ雨量の精度が向上する地点、向上しない地点には地域性があることがわかった。

謝辞: 本研究を遂行するにあたり、現東京大学生産技術研究所 沖大幹助教授の学位論文³⁰⁾より数多くの示唆を得ている。また中津川誠氏(現北海道開発局石狩川開発建設部札幌河川事務所 副所長)、池永均氏(現日本工営(株)中央研究所試験研究部水理研究室主任研究員)には多くの貴重な助言をいただき、本研究を遂行する事ができた。ここに記して深甚なる謝意を表す。

付録 Low and List^{9), 10)}による雨滴の併合・分裂に関するパラメタリゼーション

Low and Listパラメタリゼーションは併合率を衝突前後の雨滴のエネルギーに関連づけた実験式で表し、分裂については分裂形状よりfilament型、sheet型、disk型の3種類に分類し、1組の雨滴が衝突した時の各分裂型の発生率 R 、発生破片個数 F 、単位粒径あたりの破片の発生個数である破片数濃度分布 P を表したものである。これらをパラメタライズするために、McTaggart-Cowan and List²²⁾とLow and List^{9), 10)}(以降M-LとL-Lと呼ぶ)は粒径0.395～4.6mmの水滴を用いた衝突実験において1組の雨滴について100回以上、10回組合計1437回の衝突を発生させている。

(1) 併合率の定義

併合率 E_{coal} は次式により与えられ、分裂率 E_{bu} を次のように定義している。

$$E_{coal} = \begin{cases} a \left(1 + \frac{D_s}{D_L} \right) \exp \left(-\frac{b \sigma E_T}{S_c} \right), & \text{for } E_T < 5.0 \mu J \\ 0, & \text{for } E_T \geq 5.0 \mu J \end{cases} \quad (1)$$

$$E_{bu} = 1 - E_{coal} \quad (2)$$

$$E_{bu} = 1 - E_{coal} \quad (3)$$

ここに、 $a=0.778$ 、 $b=2.61 \times 10^6 J^{-2} m^2$ 、水の表面張力 $\sigma=7.28 \times 10^{-2} Nm^{-1}$ (20°C)、大水滴粒径 D_s 、小水滴粒径 D_L 、

衝突エネルギー E_T 、併合後の雨滴の表面エネルギー S_T 、また、衝突エネルギー E_T は次式で表される。

$$E_T = CKE + \Delta S_o \quad (4)$$

ここに、衝突運動のエネルギー CKE を次のように定義している。

$$CKE = \frac{\rho \pi}{12} \frac{D_L^3 D_S^3}{D_L^3 + D_S^3} (v_L - v_S)^2 \quad (5)$$

ここに、 ρ は水の密度、 v_L, v_S はそれぞれ大水滴と小水滴の終末速度。また、 ΔS_o は併合前の2つの雨滴の合計表面エネルギー S_T と併合した雨滴の表面エネルギー S_c の差であり、併合によって失われる表面エネルギーを表している。

$$\Delta S_o = S_T - S_c \quad (6)$$

$$S_T = \pi \sigma (D_L^2 + D_S^2) \quad (7)$$

$$S_c = \pi \sigma (D_L^3 + D_S^3)^{2/3} \quad (8)$$

(2) 各分裂型の発生率の定義

filament分裂の発生率は次式で表される。

$$R_f = \begin{cases} 1.11 \times 10^4 CKE^{-0.654}, & \text{for } CKE \geq CKE_0 \\ 1.0, & \text{for } CKE < CKE_0 \end{cases} \quad (9)$$

ここに、 $CKE_0 = 0.893 \mu J$

sheet分裂の発生率は次式で表される。

$$R_s = \begin{cases} 0.685 [1 - \exp\{-0.63(W_2 - W_0)\}], & \text{for } W_2 \geq W_0 = 0.86 \\ 0, & \text{for } W_2 < W_0 \end{cases} \quad (11)$$

ここに、

$$W_2 = CKE \times S_T^{-1} \quad (13)$$

W_0 はsheet分裂の発生する下限値である。

残りの割合がdisk分裂の発生率であるが R_f と R_s の和が1以上になる場合があるため、List, Donaldson and Stewart(1987)の方法に準じて次式を用いてこれを補正する。

$$\alpha = \frac{1}{R_f + R_s}, R'_f = \alpha R_f \quad (14)$$

$$R'_s = \alpha R_s, R_d = 1 - (R'_f + R'_s) \quad (15)$$

ここに、 R'_f, R'_s は補正值である。

(3) 平均破片個数

a) 基礎方程式

添字f, s, d及びbはそれぞれfilament, sheet, disk及び、全分裂型の和に関する値を示すものとし、添字のないものは併合を含む衝突全体の結果を示すものとすると、分裂によって発生する破片の平均個数 \bar{F}_b

は次式で表される。

$$\bar{F}_b = R_f \bar{F}_f + R_s \bar{F}_s + R_d \bar{F}_d \quad (16)$$

b) 各分裂型での平均破片個数

各分裂において破片の個数は2つ以上であるため、次式が成り立つ。

$$\bar{F}_j \geq 2(j = f, s, d) \quad (17)$$

以下、雨滴粒径の単位は $L-L$ に準じて cm で表す。

$$\bar{F}_n = \begin{cases} 2.25 \times 10^4 (D_L - 0.403)^2 - 37.9 D_s^{2.5} \\ + 9.67 (D_L + 0.170)^2 + 4.95, & \text{for } D_L \geq D_{s0} \end{cases} \quad (18)$$

$$P = a'' D_s^{b'} + 2 \quad \text{for } D_L < D_{s0} \quad (19)$$

ここに、前記 D_{s0} は F_{11} と F_{12} の交点であり次式で表される。

$$D_{s0} = \left\{ F_n - 2 \right\}^{1/b} \quad (20)$$

$$\bar{F}_s = 5 \operatorname{erf} \left(\frac{S_T - 2.53 \times 10^{-6}}{1.85 \times 10^{-6}} \right) + 6 \quad (21)$$

S_T の単位はJ.

$$\bar{F}_d = 297.5 + 23.7 \ln CKE, \text{ for } CKE \geq 385 \mu J \quad (22)$$

c) 平均破片個数

併合を考慮すると衝突後の破片の平均個数は次式で表される。

$$\bar{F} = (R_f \bar{F}_f + R_s \bar{F}_s + R_d \bar{F}_d) E_{bu} + E_{coal} \quad (23)$$

(4) 破片数濃度分布

a) filament分裂

filament分裂では衝突前の大水滴と小水滴に相当する水滴がそれぞれ1つずつと、その2つが分離する際の接続部分が壊れて生ずる水滴が発生する。

大水滴に相当する破片の数濃度関数 $P_{11}(D_i)$ は、関数の上限値を併合後の雨滴粒径

$$D_{coal} = (D_L^3 + D_S^3)^{1/3} \quad (24)$$

とすると、曲線以下の面積が発生する破片の個数を表すため次式で表される。

$$\int_{-\infty}^{D_{coal}} P_{11}(D_i) dD_i = 1 \quad (25)$$

また分布形を正規分布で回帰するため、 P_{11} は次式で表される。

$$P_{11}(D_i) = H_{11} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{D_i - \mu_{11}}{\sigma_{11}} \right)^2 \right\} \quad (26)$$

ここに、

$$H_{fl} = 50.8 D_L^{-0.718}, \mu_{fl} = D_L \quad (27)$$

標準偏差 σ_{fl} は式(25), (26)より得られる次式を解くことによって得られる。

$$H_{fl} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{D_{coal} - D_L}{\sqrt{2}\sigma_{fl}} \right) \right] \sigma_{fl} = 1 \quad (28)$$

小水滴に相当する破片の数濃度分布 $P_{fl}(D_i)$ も同様に正規分布で回帰した実験式である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_{fl}(D_i) dD_i = 1 \quad (29)$$

$$P_{fl}(D_i) = H_{fl} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{D_{coal} - D_L}{\sigma_{fl}} \right)^2 \right\} \quad (30)$$

ここに、

$$H_{fl} = 4.18 D_s^{1.17}, \sigma_{fl} = \left(\sqrt{2\pi} H_{fl} \right)^{-1}, \mu_{fl} = D_s \quad (31)$$

破片の平均粒径 D_{fl} は次式で表される。

$$D_{fl} = 0.241 D_s + 0.0129 \quad (32)$$

対数正規分布で表すと数濃度分布は次のようになる。

$$P_B(D_i) = \frac{H_{fl}}{D_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\ln D_i - \mu_{fl}}{\sigma_{fl}} \right)^2 \right\} \quad (33)$$

ここに、

$$\mu_{fl} = \ln D_{fl} + \sigma_{fl}^2 \quad (34)$$

filament 分裂による全ての破片から大水滴と小水滴に相当する雨滴破片を差し引くと、平均破片個数は F_{fl} であり、 P_{fl} の式の面積を表す。また平均値 $D_i = D_{fl}$ では、次式のようになる。

$$P_B(D_{fl}) = \frac{H_{fl}}{D_{fl}} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{fl}^2 \right) \quad (35)$$

これは数濃度分布の最大値 P_{fl} であり 3 つの場合に分けられる。

$D_s \leq D_{s0}$ の場合、

$$P_{B,01} = 1.68 \times 10^5 D_s^{2.33} \quad (36)$$

$D_s \geq 1.2 D_{s0}$ の場合、

$$P_{B,02} = \begin{cases} 43.4(D_L + 1.81)^2 - 159.0 & D_s^{-1} \\ -3870(D_L - 0.285)^2 - 58.1 & \end{cases} \quad (37)$$

$D_{s0} < D_s < 1.2 D_{s0}$ の場合

$$P_{B,03} = \alpha P_{B,01} + (1 - \alpha) P_{B,02} \quad (38)$$

ここに、

$$\alpha = (D_s - D_{s0})(0.2D_{s0})^{-1} \quad (39)$$

破片粒径を計測した際の下限値は $D_0 = 0.001 \text{ cm}$ ($M-L$ のデータでは 0.05 cm) であるため、 D_0 から無限まで式(38)を積分すると F_{fl} となる。

$$\int_{D_0}^{\infty} P_B(D_i) dD_i = \bar{F}_{fl} - 2 \quad (40)$$

よって、

$$H_{fl} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\ln D_L - \mu_{fl}}{\sqrt{2}\sigma_{fl}} \right) \right] \sigma_{fl} = \bar{F}_{fl} - 2 \quad (41)$$

上式を解いて得た σ_{fl} を用いて H_{fl} と μ_{fl} を得る。

以上より、全ての filament 分裂による数濃度分布は次式のように表される。

$$P_B(D_i) = P_{fl}(D_i) + P_{ss2}(D_i) + P_{ss1}(D_i) \quad (42)$$

b) sheet 分裂

sheet 型分裂は大水滴に相当する破片とそれ以外の破片を生ずる。これらの数濃度分布をそれぞれ $P_{s1}(D_i)$ と $P_{s2}(D_i)$ とする。小水滴に相当する破片は発生しない。

$P_{s1}(D_i)$ は次のようにある。

$$P_{s1}(D_i) = H_{s1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{D_i - D_L}{\sigma_{s1}} \right)^2 \right\} \quad (43)$$

この曲線の D_{coal} 以下の積分は 1 であるため、 σ_{s1} は次式を解くことにより得られる。

$$H_{s1} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{D_{coal} - D_L}{\sqrt{2}\sigma_{s2}} \right) \right] \sigma_{s1} = 1 \quad (44)$$

また、次式が成り立つ。

$$H_{s1} = 100 \exp(-3.25 D_s) \quad (45)$$

残りの微小な破片の数濃度分布は次式の平均値にピークを持つ対数正規分布で表される。

$$D_{ss2} = 0.254 D_s^{0.413} \times \exp \{ (3.53 D_s - 2.51)(D_L - D_s) \} \quad (46)$$

このピークの高さ H_{s2} は

$$P_{s2}(D_{ss2}) = \frac{H_{s2}}{D_{ss2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{s2}^2 \right) \quad (47)$$

と次の実験式より求めることができる。

$$P_{s2}(D_{ss2}) = 0.23 D_s^{-3.93} D_L^{b'} \quad (48)$$

ここに、

$$b'' = 14.2 \exp(-17.2 D_s) \quad (49)$$

式(46)～(49)を使うと、 σ_{s2} は次の積分式から得られる。

$$\int_{D_0}^{\infty} \frac{H_{s2}}{D_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\ln D_i - \mu_{s2}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \right\} dD_i = \bar{F}_s - 1 \quad (50)$$

ここに、

$$\mu_{ss2} = \ln D_{ss2} + \sigma_{ss2}^2 \quad (51)$$

c) disk分裂

disk型分裂は衝突運動エネルギーが高く最も激しい衝突型であり、大水滴に相当する1つの破片と多数の微小な破片で構成されている。

大水滴に相当する破片の数濃度分布 $P_{d1}(D_i)$ は

$$P_{d1}(D_i) = H_{d1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{D_i - D_{dd1}}{\sigma_{d1}} \right)^2 \right\} \quad (52)$$

ここに、 D_i に関して0から D_{coal} まで積分した $P_{d1}(D_i)$ の下の面積は1である。また計測値より次の関係が得られる。

$$H_{d1} = 1.58 \times 10^{-5} CKE^{-1.22} \quad (53)$$

$$D_{dd1} = D_L [1 - \exp \{-3.70(3.10 - W_1)\}] \quad (54)$$

ここに、 W_1 はエネルギーのWeber数。

$$W_1 = CKE \times S_C^{-1} \quad (55)$$

微小な破片の数濃度分布 $P_{d2}(D_i)$ は対数正規分布で回帰している。ここに、平均 D_{dd2} は

$$D_{dd2} = \exp \{(-17.4D_s - 0.671)(D_L - D_s)\} D_s \quad (56)$$

この式と次式から H_{d2} がわかる。

$$\begin{aligned} P_{d2}(D_{dd2}) &= \frac{H_{d2}}{D_{dd2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{d2}^2 \right) \\ &= 8.84 D_s^{-2.52} (D_L - D_s)^b \end{aligned} \quad (57)$$

ここに、

$$b'' = 0.007 D_s^{-2.54} \quad (58)$$

$P_{d2}(D_i)$ の積分は F_{d1} である。 σ_{d2} はfilament分裂とsheet分裂の場合の対数正規分布と同様に得られる。

d) 破片数濃度分布

以上より1組の雨滴が衝突した際に発生する各分裂型と併合とを考慮すると、発生する破片数濃度分布は次式により表される。

$$P_i(D_{coal}) = \{R_f P_f(D_i) + R_s P_s(D_i) + R_d P_d(D_i)\} E_{bu} + \delta(D_{coal}) E_{coal} \quad (59)$$

ここに、

$$\delta(D_{coal}) = \begin{cases} 1, & \text{for } D_i = D_{coal} \\ 0, & \text{for } D_i \neq D_{coal} \end{cases} \quad (60)$$

参考文献

- 1) 吉野文雄：レーダ水文学の発展と課題-レーダによる降水強度の定量観測を中心として：土木学会論文集、II-27, Vol. 491, pp. 15-30, 1994.

- 2) Langmuir, I.: The production of rain by a chain reaction in cumulus clouds at temperatures above freezing. *J.Meteor.*, Vol. 5, pp. 175-192, 1948.
- 3) Berry, E. X.: Cloud droplet growth by collection. *Atmos. Sci.*, Vol. 24, pp. 688-701, 1967.
- 4) Young, K. C.: The evolution of drop spectra due to condensation, coalescence and breakup. *Atmos. Sci.*, Vol. 32, pp. 965-973, 1975.
- 5) 中川勝広, 中北英一, 池淵周一, 佐藤亨, Baxter Vieux, 高樟琢馬：降雨の3次元構造を考慮したレーダ雨量推定手法の構築。水工学論文集第40巻, pp. 297-302, 1996
- 6) Rogers, R. R., Zawadzki, I. I. and Gossard, E. E.: Variation with altitude of the drop-size distribution in steady light rain. *Q.J.R.Meteorol. Soc.*, Vol. 117, pp. 1341-1369, 1991.
- 7) 萩島弥成, 鈴木敦, 日比野忠史, 山田正: 雨滴の成長過程に関する研究。水文・水資源学会1993年研究発表会要旨集, pp. 206-207, 1993.
- 8) 坂憲浩, 萩島弥成, 日比野忠史, 山田正: 雨滴の衝突係数に関する研究。第21回関東支部技術研究発表会講演概要集, pp. 178-179, 1994.
- 9) Low, T. B. and List, R.: Collision, coalescence and breakup of raindrops. Part I: Experimentally established coalescence efficiencies and fragment size distribution in breakup. *J.Atmos. Sci.*, Vol. 39, pp. 1591-1606, 1982.
- 10) Low, T. B. and List, R.: Collision, coalescence and breakup of raindrops. Part II: Parameterization of fragment size distributions. *J.Atmos. Sci.*, Vol. 39, pp. 1607-1618, 1982.
- 11) Gunn, R. and Kinzer, G. D.: The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air. *J.Meteor.*, Vol. 6, pp. 243-248, 1949.
- 12) Best, A. C.: Empirical formulae for the terminal velocity of water drops falling through the atmosphere. *Quart.J.Roy.Meteor.Soc.*, Vol. 76, pp. 302-311, 1950.
- 13) 鈴木敦, 萩島弥成, 山田正: レーザー光を用いた雨滴計の作成(その1), 第20回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集, pp. 142-143, 1992.
- 14) 鈴木敦, 萩島弥成, 日比野忠史, 山田正: レーザーを用いた雨滴粒径分布測定器の作製と測定結果。第48回土木学会年次学術講演会講演概要集, pp. 156-157, 1993.
- 15) 鈴木敦, 日比野忠史, 山田正: レーザー光を用いた雨滴計の試作とそれを用いた雨滴粒径分布の観測。水文・水資源学会1993年研究発表会要旨集, pp. 212-213, 1993.
- 16) 鈴木敦, 萩島弥成, 日比野忠史, 山田正, 出茂茂: 新しい

- 雨滴粒径計測装置の測定精度に関する研究, 水文・水資源学会1994年研究発表会要旨集, pp. 218-219, 1994.
- 17) 日比野忠史, 鈴木敦, 萩島弥成, 山田正: 雨滴計を用いた雨滴粒径分布の特性に関する考察, 降水を伴う中規模気象擾乱の観測・解析・数値モデルに関する総合的研究, 平成4年度科学研究費補助金(総合研究B)研究成果報告書, pp. 58-62, 1993.
- 18) 山田正, 日比野忠史, 鈴木敦, 萩島弥成: 新しいタイプのレーザー雨滴計を用いた雨滴粒径分布の観測, 第3回河川情報センター研究発表会講演集, pp. 29-36, 1994.
- 19) 山田正, 日比野忠史, 鈴木敦, 萩島弥成, 中津川誠: 新しいタイプのレーザー雨滴計の開発とこれを用いた降雨の雨滴粒径分布の観測, 土木学会論文集, No. 539/ II - 35, pp. 15-30, 1996.
- 20) 建設省土木研究所河川部水文研究室: DNDレーダによる降水現象の観測に関する共同研究報告書, 第2報 pp. 153-162, 1989.
- 21) List, R. and McFarquhar, G. M.: The role of breakup and coalescence in the three-peak equilibrium distribution of raindrops. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 47, pp. 2274-2292, 1990.
- 22) McTaggart-Cowan, J. D. and List, R.: Collision and breakup of water drops at terminal velocity, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 32, pp. 1401-1411, 1975.
- 23) Telford, J. W., Thorndike, N. S. C. and Bowen, E. G.: The coalescence between small water drops., *Quart. J. Roy.*, Vol. 81, pp. 241-250, 1955.
- 24) Woods, J. D. and Manson, B. J.: The wake capture of water drops in air. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 91, pp. 35- 43, 1965.
- 25) Beard, K. V. and Pruppacher, H. R.: An experimental test of theoretically calculated collision efficiencies of cloud drops. *J. Geophys. Res.*, Vol. 73, pp. 6407-6414, 1968.
- 26) List, R. and McFarquhar, G. M.: The evolution of three-peak raindrop size distributions in one-dimensional shaft model. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 47, pp. 2996-3006, 1990.
- 27) Smolarkiewicz, P. K.: A simple positive definite advection scheme with small implicit diffusion. *Mon. Wea. Rev.*, Vol. 111, pp. 479-486, 1983.
- 28) 日本気象学会: 気象研究ノート第90号, 1967.
- 29) Marshall, J. S. and Palmar, W. M.: The distribution of raindrops with size. *J. Meteol.*, Vol. 5, pp. 165-166, 1948.
- 30) 沖大幹: 水文・水資源予測のための大気水循環に関する研究, 東京大学博士学位論文, 1993.
- 31) List, R., Donaldson, N. R. and Stewart, R. E.: Temporal evolution of drops spectra to collisional equilibrium insteady and pulsating rain. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 47, pp. 2996-3006.
- 32) 児玉勇人, 小山田香, 志村光一, 山田正: レーザー雨滴計を用いて決定した降雨換算定数の面的な適用範囲に関する研究, 第54回土木学会年次学術講演会, 投稿中

(1997. 2. 3受付)

A NEW METHOD TO ESTIMATE RAINFALL INTENSITY FROM RADAR REFLECTIVITY CONSIDERING THE ALTITUDE VARIATION OF RAINDROP SIZE DISTRIBUTION

Tadashi YAMADA, Tadashi HIBINO, Koichi SHIMURA,
Yasunari MINOSHIMA and Atsushi SUZUKI

The method to estimate the raindrop size distribution at altitude covering with radar beam from the one observed at the ground is discussed and by this new method, the method to estimate rainfall intensity from radar reflectivity factor is proposed. The equations to estimate the raindrop size distribution at the upper altitude from the one at the ground are derived from one dimensional simulation of raindrop collision/breakup. The new model proposed in this paper can estimate rainfall intensity observed by a radar raingauge more accurately.