

モード空力減衰に着目した暴風時質量付加型吊橋の フラッター特性

中崎俊三¹・山口宏樹²

¹正会員 博士(学術) 大日本コンサルクト(株)道路構造事業部(〒170-0003 東京都豊島区駒込3-23-1)

²正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科(〒338-8570浦和市下大久保255)

モード毎の空力減衰寄与を解析し、暴風時質量付加型吊橋のフラッター特性を検討した。その結果、質量を付加しない状態すなわち従来型吊橋の場合、鉛直たわみ対称3次モードが、従来からの基本2モード(鉛直たわみ、ねじれ対称1次モード)に加えて重要となり、それはフラッター発現風速を上昇させることと、質量を付加した暴風時質量付加型吊橋の場合、質量付加パターンによっては質量を大きくすると却ってフラッター発現風速の低下を招くことがあるが、それはねじれモードを伴った水平たわみモードが誘因となっていること等が明らかにされた。

Key Words : modal analysis, aerodynamic damping, flutter, suspension bridge, temporary mass

1. 緒言

新しい全国総合開発計画においては、1極・1軸型から多軸型国土構造への転換の必要性が強調されているが、それには幾つかの海峡横断プロジェクトが必要とされている。この海峡横断プロジェクトには、明石海峡大橋を上回るスパンの超長大吊橋が計画されているが、このような超長大吊橋の経済性は、言うまでもなく適用される耐風設計法に大きく依存する。現在、効果的かつ実用的な耐風安定化策を見い出すべく、各方面で研究がなされている^{1), 2)}。

著者らの提案している暴風時質量付加型吊橋³⁾もそのひとつであり、暴風時ののみ一時に海水などの質量を箱桁断面中央に橋軸方向に沿って付加することにより耐風安定性を向上させようとする。すなわち、本案は質量の付加位置や量を適切とすることにより、質量効果、ケーブル張力の増加による吊橋の剛性増およびモード制御を図るものである。

その最適質量付加位置の検討³⁾において、付加パターンによっては質量を増加させると却ってフラッター発現風速を低下させることが指摘されている。このような現象の解明も含め、フラッターの発生およびその安定化に及ぼす質量付加方法の影響を構造動力学的側面から検討することは、耐風安定化策の最適化を図る上で重要である。

フラッターと構造動力学的特性の関係について

の研究事例としては、超長大吊橋を対象に、補剛桁の持つ非定常空気力特性や構造特性の違いによって補剛桁に対する空気力の仕事分布が異なることについて着目したもの⁴⁾や、長大斜張橋を対象に、非定常空気力係数の異なる2種類の主桁形式のフラッターに対する支配的モードを検討するため、多重モードフラッター解析をモードの組み合わせを種々変えて行い、それらのフラッター発達分岐における発達状況と空力減衰の両面から支配的モードを考察したもの⁵⁾などがある。

以上のような背景から、本論文は、暴風時質量付加型吊橋を対象に、そのフラッター特性を主に、空力減衰の場で論じるものである。具体的には低次から高次までの全モード(本論文では50次)について、モード毎の空力減衰寄与、あるいは主要モード間の連成による空力減衰寄与を解析することにより、フラッターに対する支配的モードやフラッター時の動的特性を考察し、質量付加効果を明確にする。

2. 解析方法

(1) 多重モードフラッター解析

フラッター解析法として多重モードフラッター解析法⁶⁾を適用した。これは、(2)で述べる無風時の固有振動モード毎の空力減衰寄与を解析する

ためである。

作用空気力としては、補剛桁には Theodorsen の平板としての非定常空気力と準定常抗力を、ケーブルには準定常の揚力と抗力を考慮するものとした。

離散化された骨組モデルで表された吊橋の風作用下の運動方程式は、式(1)で与えられる。

$$[\mathbf{M}]\{\xi\} + [\mathbf{K}]\{\xi\} = \{\mathbf{F}\} \quad (1)$$

ここに、 $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{K}]$ は各々、質量および剛性マトリックス、 $\{\xi\}$ は節点変位ベクトル、 $\{\mathbf{F}\}$ は空気力ベクトルであって次式で表される。

$$\{\xi\}^T = [Y_g \ \theta_g \ Z_g \ Y_c \ Z_c] \quad (2)$$

$$\{\mathbf{F}\}^T = [L_g \ M_g \ D_g \ L_c \ D_c] \quad (3)$$

ただし、構造減衰については、フランジャーに与える構造減衰の影響は小さいと考え、省略している。

式(2)の右辺に現れる Y, θ, Z は、各々、鉛直たわみ、ねじれ角および水平たわみベクトルであり、添字で示される g, c は、補剛桁およびケーブルの部位を示す。また、式(3)の L, M, D は、各々、揚力、空力モーメントおよび抗力ベクトルである。

空気力ベクトル $\{\mathbf{F}\}$ は、式(4)で表す。

$$\{\mathbf{F}\} = [\mathbf{A}]\{\xi\} + [\mathbf{B}]\{\xi\} \quad (4)$$

ここに、 $[\mathbf{A}], [\mathbf{B}]$ は係数マトリックスで、換算振動数の関数である。

式(1)に対して、 $\{\mathbf{F}\} = 0$ として無風時の振動モードを計算し、1次から N 次までのモードを使用して式(1)のフランジャーに対する運動方程式を解くものとする。つまり、フランジャーモード $\{\phi_F\}$ を式(5)のように仮定する。

$$\begin{aligned} \{\phi_F\} &= \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m, \dots, \phi_N\} \{V\} \\ &= [\Phi] \{V\} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $\{\phi\}_m$ は m 次の無風時振動モードベクトル、 $\{V\}$ は重みベクトル、 $[\Phi]$ は無風時の振動モードマトリックスである。

式(5)より、運動方程式の変位ベクトル $\{\xi\}$ は、一般化変位 q を導入して

$$\{\xi\} = \{\phi_F\} q = [\Phi] \{V\} q \quad (6)$$

と表すことができる。

式(1)に式(6)を代入し、 $[\Phi]^T$ を各項の左からかけると、最終的に、フランジャー方程式(7)が得られる。

$$\begin{aligned} \{V\} \ddot{q} - \frac{[\Phi]^T [\mathbf{A}] [\Phi]}{[\Phi]^T [\mathbf{M}] [\Phi]} \{V\} \dot{q} \\ + \left(\left[\omega_0^2 \right] - \frac{[\Phi]^T [\mathbf{B}] [\Phi]}{[\Phi]^T [\mathbf{M}] [\Phi]} \right) \{V\} q = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $[\omega_0^2]$ は無風時の円固有振動数の 2 乗から成る対角マトリックスである。

式(7)について換算振動数を仮定した上で、複素固有値解析を行って複素固有値および複素固有ベクトルを得て、次のモード毎の空力減衰寄与の解析に適用する。

(2) モード毎の空力減衰寄与の解析

系の全エネルギー E の時間当たりの変化率は、式(8)で表される⁷⁾。

$$\dot{E} = \dot{T} + \dot{U} = \{\xi\}^T [\mathbf{A}_s] \{\xi\} + \{\xi\}^T [\mathbf{B}_a] \{\xi\} \quad (8)$$

ここに、 T は運動エネルギー、 U はポテンシャルエネルギーであり、 $[\mathbf{A}_s], [\mathbf{B}_a]$ は、エネルギー計算のために式(4)を実数化した結果得られた非対称マトリックス $[\mathbf{A}], [\mathbf{B}]$ の各々、対称、逆対称マトリックスである（橋軸方向単位長さ当たりの $[\mathbf{A}_s], [\mathbf{B}_a]$ は、付録に具体的に示される）。したがって、1 周期間のエネルギー増分 ΔE は、m 次の無風時振動モードを式(9)で表すと、式(10)のように求められる。

$$\{\phi\}_m = \begin{pmatrix} \phi_m(Y_g) \\ \phi_m(\theta_g) \\ \phi_m(Z_g) \\ \phi_m(Y_c) \\ \phi_m(Z_c) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int_0^{2\pi/\omega_r} (\{\xi\}^T [\mathbf{A}_s] \{\xi\} + \{\xi\}^T [\mathbf{B}_a] \{\xi\}) dt \\ &= A_s 11 \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \phi_m(Y_g) \phi_n(Y_g) \int_0^{2\pi/\omega_r} \dot{X}_m \dot{X}_n dt \\ &\quad + A_s 21 \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \phi_m(\theta_g) \phi_n(Y_g) \int_0^{2\pi/\omega_r} \dot{X}_m \dot{X}_n dt \\ &\quad + \dots \\ &\quad + B_a 12 \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \phi_m(Y_g) \phi_n(\theta_g) \int_0^{2\pi/\omega_r} \dot{X}_m \dot{X}_n dt \\ &\quad + B_a 21 \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \phi_m(\theta_g) \phi_n(Y_g) \int_0^{2\pi/\omega_r} \dot{X}_m \dot{X}_n dt \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、 $A_s 11, A_s 21$ などはマトリックス $[\mathbf{A}_s]$ の、 $B_a 12, B_a 21$ はマトリックス $[\mathbf{B}_a]$ の要素を表す。また、m 次の基準座標 X_m は、フランジャーモードにのみ着目して、前述のフランジャー解析（複素固有値解析）結果より式(11)のように表せる。

$$X_m = \sqrt{V_{mr}^2 + V_{mi}^2} \cos(\omega_r t + \theta_m) \quad (11)$$

ここに、 V_{mr}, V_{mi} は各々、複素固有ベクトル $\{V\}$ の m 次 V_m の実部、虚部、 ω_r は複素固有値 ω の実部である。また、位相 θ_m は式(12)で表せる。

$$\theta_m = \tan^{-1}(V_{mi} / V_{mr}) \quad (12)$$

式(10)は、1 周期のエネルギー変化であり、これを運動エネルギーの最大値 T_{max} で除することで空力減

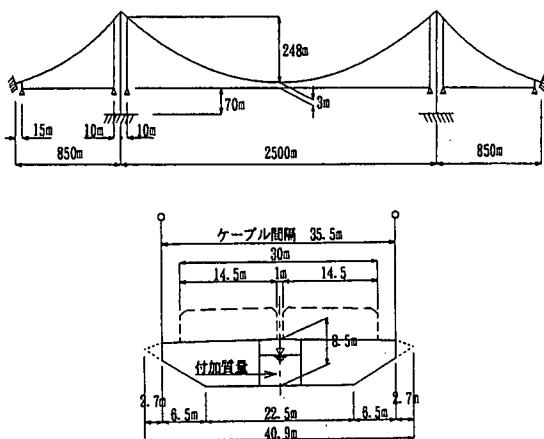


図-1 対象とする吊橋

衰減率 δ が求められる。つまり、

$$\delta = \frac{\Delta E}{2T_{\max}} \quad (13)$$

ここに、 $T_{\max} = \max(\frac{1}{2} \sum_{m=1}^N [M]^{1/2})$ であり、1周期中の最大値である。

この δ は、 $\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N a_m a_n$ の形式で表されることがから、無風時 m 次モードの空力減衰寄与 $a_m(a_1 + a_2 + \dots + a_N)$ や、無風時の m 次と n 次のモードの連成による空力減衰 $a_m a_n$ が評価される。

3. 解析条件および解析ケース

以下に述べる構造条件や質量付加パターンなどは、全て文献3)からの引用とした。ただし、文献3)では、中央径間長2000m, 2500m, 3000mについて検討しているが、海峡横断プロジェクトに対する検討スパンが、2500mを主として行われていることから、本論文では2500mのみを対象とした。

(1) 解析条件

図-1に示すように、中央径間長は2500m、サグ比は1/10、側径間長と中央径間長との比は1/3、総車線数は6、ケーブル間隔は明石海峡大橋と同じ35.5mとした。また、桁高8.5mの箱桁断面中央には海水が一時的に貯えられるように隔壁が設かれている。質量付加を箱桁断面中央としたのは、質量付加による極慣性モーメントの増加、すなわち、ねじれ振動数の低下を極力抑えるためである。

(2) 解析ケース

質量付加型吊橋に対する質量の付加パターンを

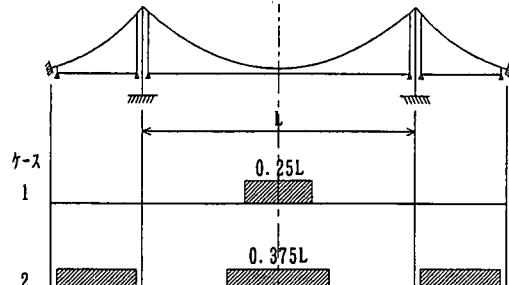


図-2 質量付加のケース

図-2に示す2ケースに設定した。すなわち、ケース1は中央径間中央付近に中央径間長の25%を付加領域とするもの、ケース2は中央径間中央付近には中央径間長の37.5%を、側径間については全域を付加領域とするもので、質量の付加領域に関しては側径間はもちろんのこと中央径間においてもケース1よりも多いケースである。付加質量の大きさとしては10, 20, 30, 40t/mの4種類とした。なお、本検討は、まず、有風時の剛性変化や補剛桁のせん断中心の偏心を無視した状態で行い、後でそれらを考慮した場合の影響を調べるものとした。

4. 解析結果

(1) 質量付加前の検討

質量付加前について、まず、示すが、この場合の吊橋は、従来型吊橋と同等である。図-3に、式(7)に基づいたモード数50の場合の質量付加前における風速-空力減衰関係(V-δ曲線)解析結果を示す。

これより、第1のフラッター発現風速 V_f は約77m/sである。なお、風速105m/s付近で、第2のフラッター発現の可能性を示しているが、フラッターベクトル数が第1のそれとは異なり、したがって、非定常空気力係数もそれぞれ異なることから、同一風速下で同時に2つのフラッターが存在することはないと考えられる。

第1のフラッターモードについて、無風時6, 18, 24次の3つのモードのフラッターベクトル空力減衰寄与を式(9)~(13)に基づいて求め、図示したものが、図-4である。これら3つのモードは、空力減衰寄与が他のモードに比べて大きく、支配的であったものであり、図にはモード毎に空力減衰の正の値、負の値および正負の合計値を示した。これは、前述のように、モード空力減衰がモード連成による空力減衰 $a_m a_n$ の和で表されることから、各 $a_m a_n$ を正負に分類して和をとった上でその総和を示したものである。

なお、何をもって支配的モードとするかについ

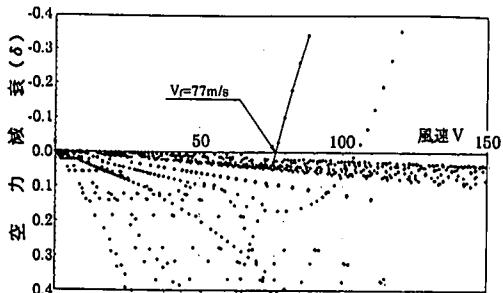


図-3 従来型吊橋のフラッター発現風速

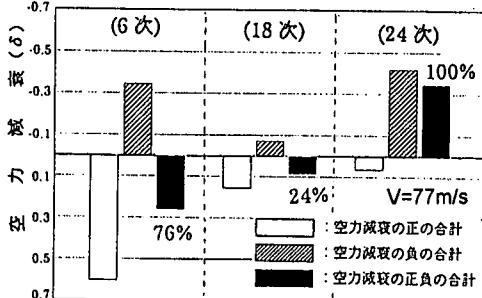


図-4 従来型吊橋でのフラッターモードにおける主要3モードの空力減衰寄与

ては、仮に、正と負の絶対値がほとんど一致し、正負の合計値が零近くになる場合（本論文ではそのようなことはなかった）を支配的でないとして無視すると、このモードと連成する他のモードの減衰寄与評価が不正確となるため、減衰の合計値ではなく正負各々の絶対値の大きさによって判断している。

図-5に示すように、6次は鉛直たわみ対称1次モード、18次は同・3次モード、24次はねじれ対称1次モードであり、従来の簡易計算では無視される鉛直たわみ対称3次モードが、超長大吊橋のフラッターでは重要となることがわかる。

正減衰側には6次と18次のモードが、負減衰側には24次があるが、18次モードが正減衰側にあることにより、このモードはフラッター発現風速上昇に寄与していることがわかる。これはフラッタータイムの鉛直たわみモードの6次と18次が組み合わされる結果、ねじれモードとモード形状が異なってくるためと考えられる。図-5の鉛直たわみ対称1次モードと後述する図-12に示されるフラッターモード($\Delta M=0 t/m$)のたわみモードとの違いがそれを示していると思われる。

支配的モードが6,18,24次の3つのモードであることを確認するため、この3モードだけを用いてフラッター解析を行った結果、図-6のV- δ 曲線が得

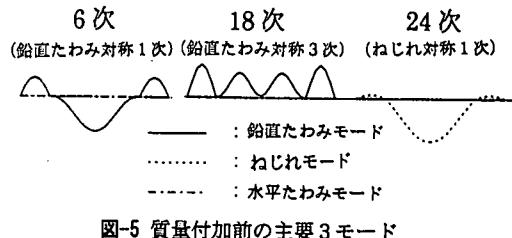


図-5 質量付加前の主要3モード

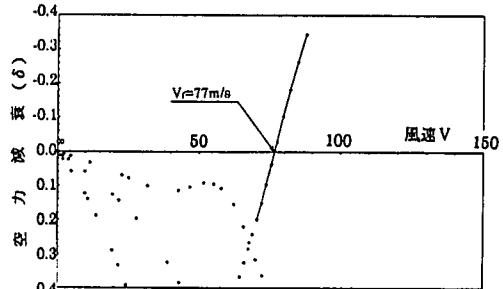


図-6 主要3モード解析でのフラッター発現風速

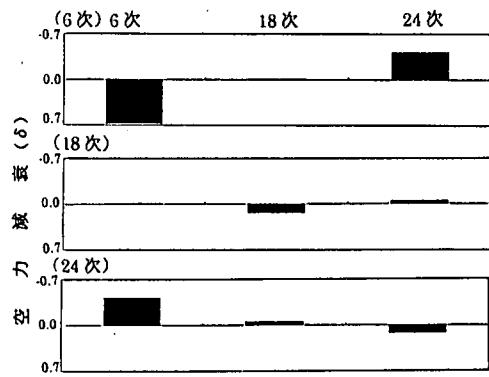


図-7 主要3モード間の連成による空力減衰寄与

られた。モード数50の場合とほとんど差がなく、フラッター特性が、これら3モードに支配されていることが確認できる。

フラッター時空力減衰におけるこれら3つのモード間の連成関係を示したのが図-7である。6次モードに着目すると、それ自身は正減衰、24次と連成したものが負減衰、合計すると正減衰となる。18次モードに着目すると、それ自身は正減衰、24次と連成したものが負減衰、合計すると正減衰となる。24次モードに着目すると、それ自身は正減衰、その他の鉛直たわみモードとの連成により、ともに負減衰となり、合計すると負減衰となる。すなわち、連成項のみが負減衰となっており、連成性の重要性が示されると言える。なお、当然ながら、

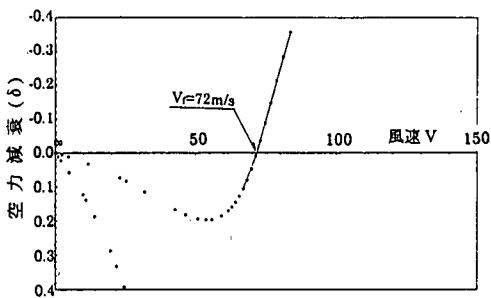


図-8 基本2モードの場合のフラッター発現風速

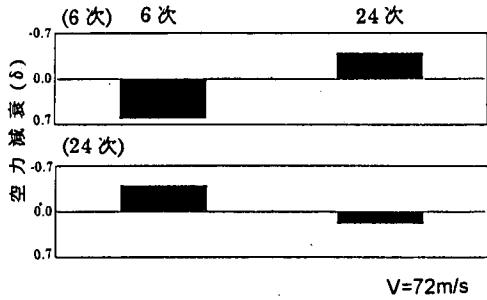


図-9 基本2モード間の連成による空力減衰寄与

モード m, n 間の連成による空力減衰寄与 α には $a_{mn} = a_{nm}$ の関係がある。すなわち、例えば、6次に着目した場合の24次との連成値と24次に着目した場合の6次との連成値は等しい。

図-8, 9には各々、18次のモードを抜いた基本2モード（鉛直たわみ、ねじれ対称1次モード）による $V \cdot \delta$ 曲線および2モード間の連成関係を示す。図-8より、 V_f は約72m/sである。このことは、18次モードの存在により V_f が約5m/s上昇することを意味している。2モードの図-9は、3モードの図-7より18次の項を取り去ったものと大きく変わらないことからも、18次モードの存在がフラッターを安定化する傾向が伺える。

(2) 質量付加後の検討

3. で述べた質量付加領域の異なる2ケースについて付加質量の大きさ ΔM を零から10t/mピッチに40t/mまで大きくした場合のフラッター発現風速 V_f の解析結果を図-10に示す。ただし、考慮したモード次数は50である。

図-10より、ケース1の V_f は $\Delta M = 30t/m$ まで一様に上昇するが、その後の上昇率は非常に小さい。

一方、ケース2は $\Delta M = 20t/m$ まではケース1と同様に V_f は上昇するが、その後は逆に下降をたどっている。

ケース2の V_f の低下原因として、まず、ねじれ

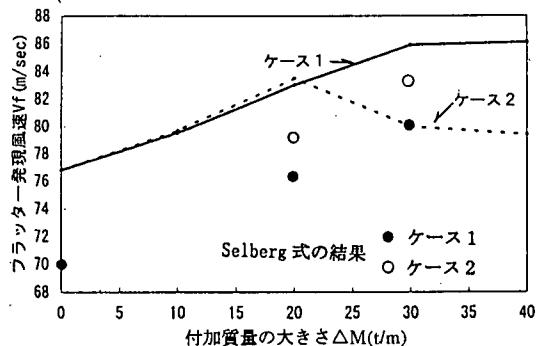


図-10 付加質量の大きさとフラッター発現風速

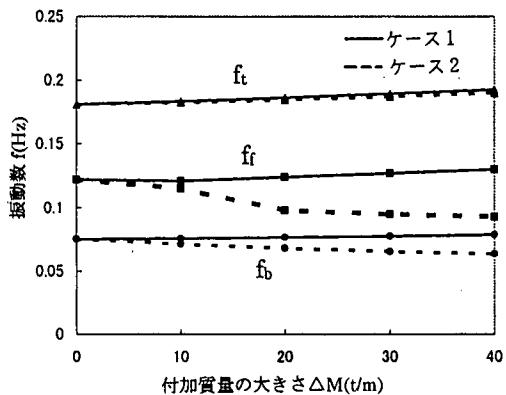


図-11 付加質量の大きさと振動数

振動数の低下が考えられる。しかし、付加質量は補剛桁断面の中央に載荷されているので質量の大きさを大きくしてもねじれ振動数の低下は考えられない。むしろ、ケーブル張力は増加するのでねじれ振動数は増加するはずである。その確認のため、質量の大きさと振動数の関係を調べた（図-11）。

図-11より、ねじれ対称1次振動数 f_t はケース1、2ともに質量の増加とともに同じ大きさで増加しているが、鉛直たわみ対称1次振動数 f_b はケース1では上昇傾向、ケース2では下降傾向をたどっている。これは側径間にに対する質量付加の有無の違い、すなわち、側径間の主ケーブルサグの大小が、中央径間にに対する拘束力の違いとなって現れたものと思われる。

これらの振動数および鉛直たわみ対称1次モードを考慮した等価質量によるSelberg式によるフラッター発現風速を計算し、それを図-10にプロットした。図からわかるように、 $\Delta M = 0t/m$ の段階ですでに7m/s程の差があるが、これはSelberg式の場合、基本2モードだけの連成によるもので、しかもたわみモードとねじれモードが全く一致することを

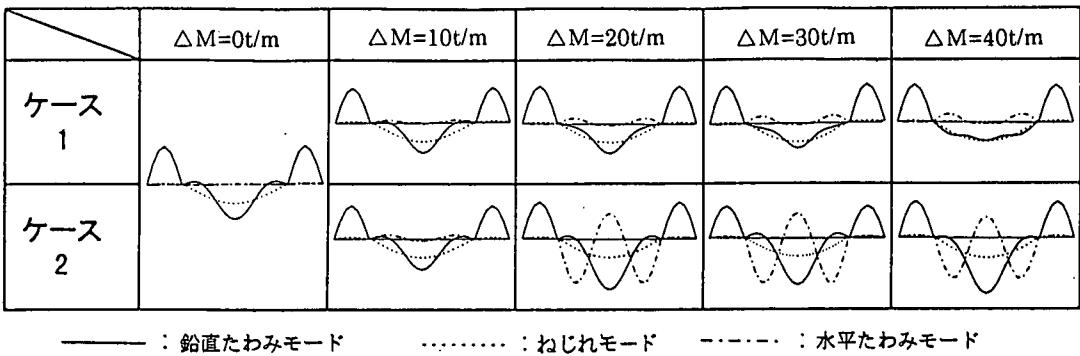


図-12 質量付加各ケースのフラッターモード図（ねじれモード最大時）

前提としているのに対し、実際は、図-5に示すように、18次のモードが存在すること、6次と24次のモードにおいても違いがあることなどに起因しているものと思われる。付加質量を大きくしていった場合のSelberg式による結果は、ケース1の場合、フラッターパー解析とほぼ同じ上昇率を示すが、ケース2の場合はケース1よりも大きく、フラッターパー解析と逆の傾向である。

以上から、ケース2では鉛直たわみ、ねじれ各1次振動以外の振動モードの連成が大きな意味を有すると考えられる。図-11中、フラッターパー時の振動数 f_f を示すが、ケース2では $\Delta M=20t/m$ からすでにケース1より低下しており、ケース2においてフラッターパー振動数 f_f を低下させる振動モードが連成したと考えられる。

図-12に各ケースのフラッターモード図を示した。ただし、中央径間中央のねじれモード振幅が最大の時点での振動状態を示したものである（風の方向と変位ベクトルの関係を図-13に示す）。ケース1の場合、鉛直たわみモードとねじれモードが主体であり、その鉛直たわみモードは ΔM が大きくなるに従ってフラットになっている。一方、ケース2の場合、 $\Delta M=20t/m$ から突然、水平たわみモードが主要モードとして加わっている。しかし、 $\Delta M=20\sim40t/m$ のフラッターモード間には有意差が認められず、前述のフラッターパー風速低下の説明が難しい。

そこで、各モード間の位相差に違いがあるかどうかみることにした。図-14にケース1、2について $\Delta M=0t/m\sim40t/m$ まで $10t/m$ ピッチに増加させた時の中央径間長 L_c の $1/2$ 点、 $1/4$ 点、側径間長の $1/2$ 点での各モードの時刻歴応答を示す。ケース1、2に共通していえることは、橋軸方向に沿って各モードの位相がずれていることである。

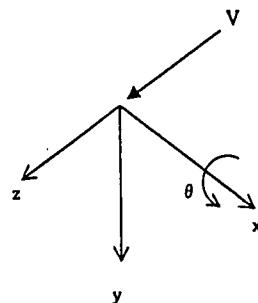


図-13 風速と変位

図-15には、この位相差の付加質量による変化を定量的に示した。ケース1の場合、 $L_c/2$ 点に着目すると、質量付加により鉛直たわみとねじれモードの位相差が ΔM の小さい段階から零に近づいている。ただし、 $L_c/4$ 点では、 ΔM の変化による影響が小さく、 $L_c/2$ でみられた位相の接近が認められない。

一方、ケース2の場合、鉛直たわみモードとねじれモードの位相差は、 $L_c/2, L_c/4$ 点とともに ΔM が増加してもほとんど変わらないが、ねじれモードと水平たわみモードの位相差は、付加質量が大きくなると、 $L_c/2, L_c/4$ 点ともに大きく減少している。このことが、ケース2における $\Delta M=20t/m$ からのフラッターパー発現風速の低下の一因となっていると予想される。

図-16はケース1、2、 $\Delta M=20t/m, 30t/m$ の場合のフラッターパーにおいて支配的なモード毎の空力減衰寄与を、図-17は各々の振動モード形状を示す。ケース1の場合は負の空力減衰のほとんどがねじれモードによるものであるが、正の空力減衰は鉛直たわみの対称1次、2次、3次によるものであり、しかも $\Delta M=20t/m$ の場合よりも $\Delta M=30t/m$ の方が、鉛直2次、鉛直3次の高次モードの寄与が大

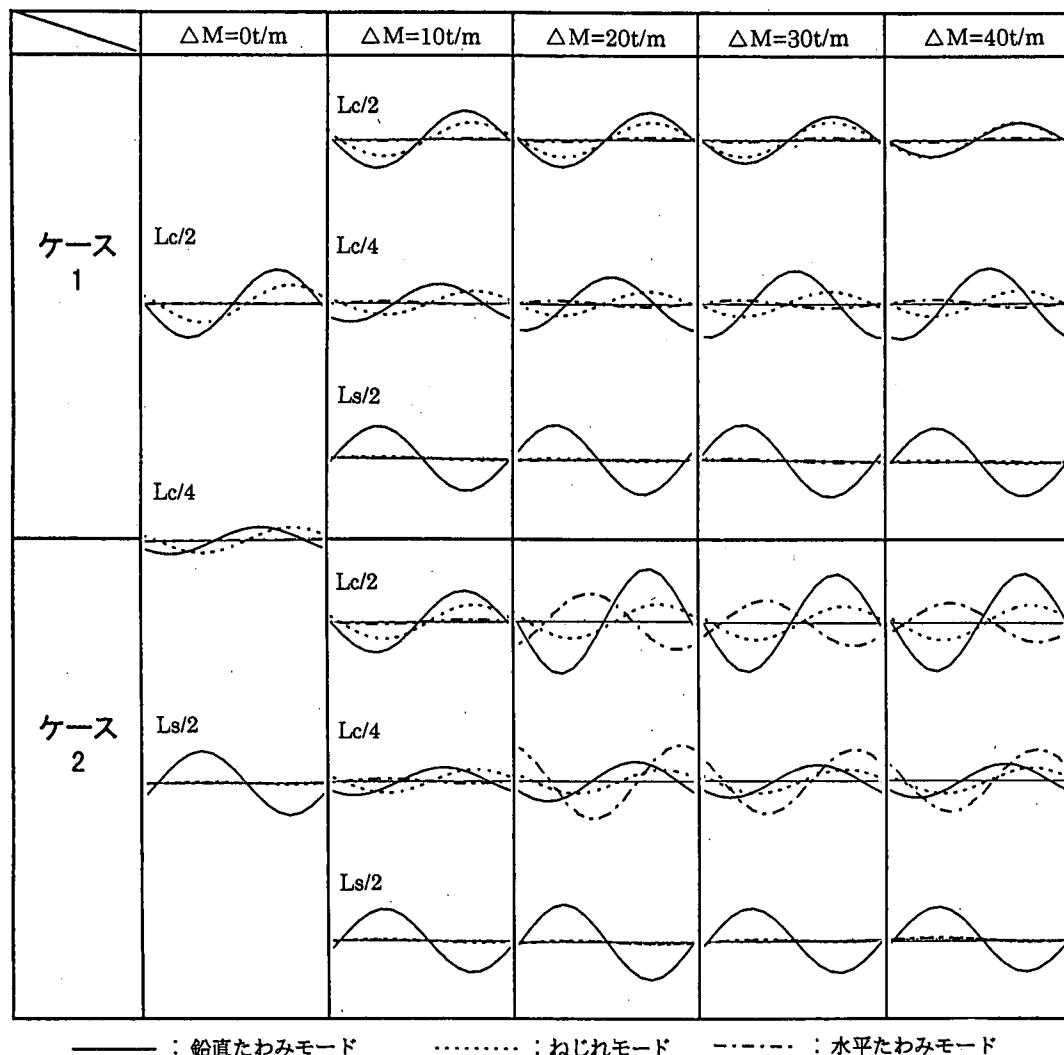


図-14 質量付加各ケースの時刻歴応答

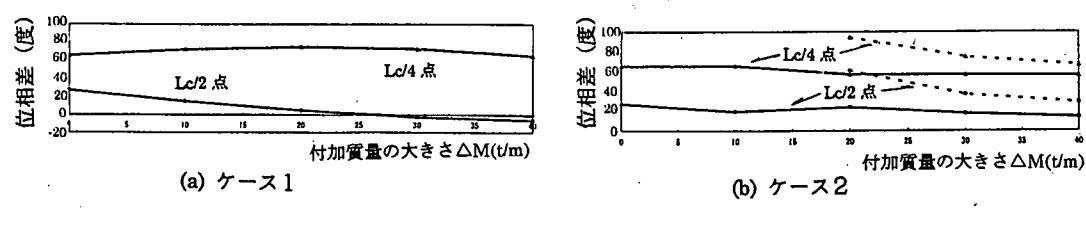


図-15 質量付加各ケースの位相差

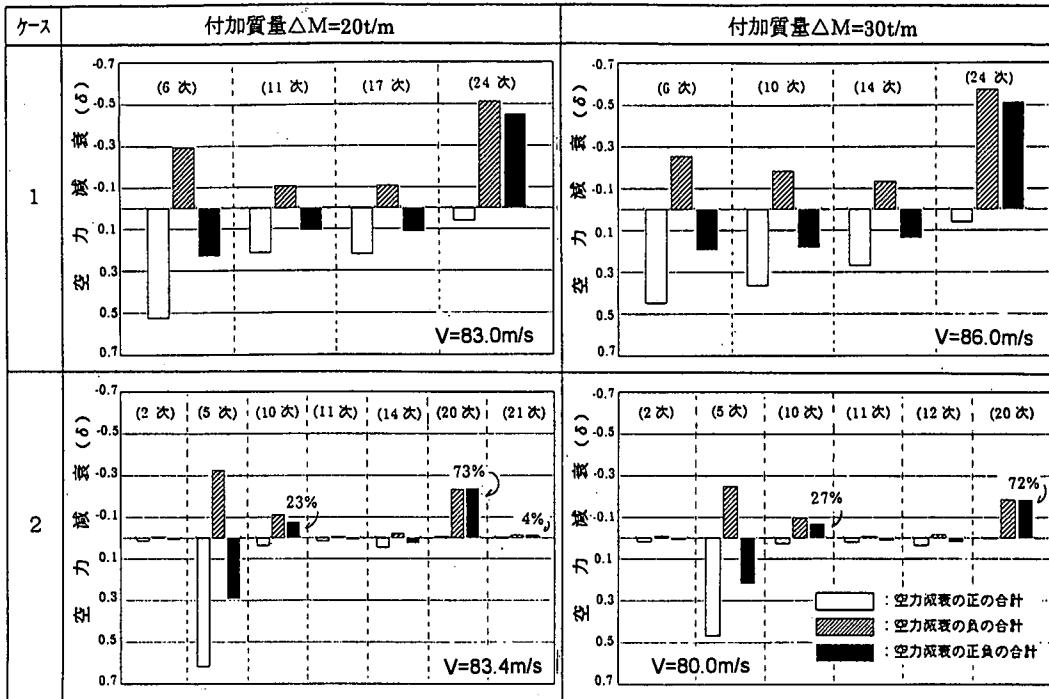


図-16 質量付加各ケースの主要モード毎の空力減衰寄与

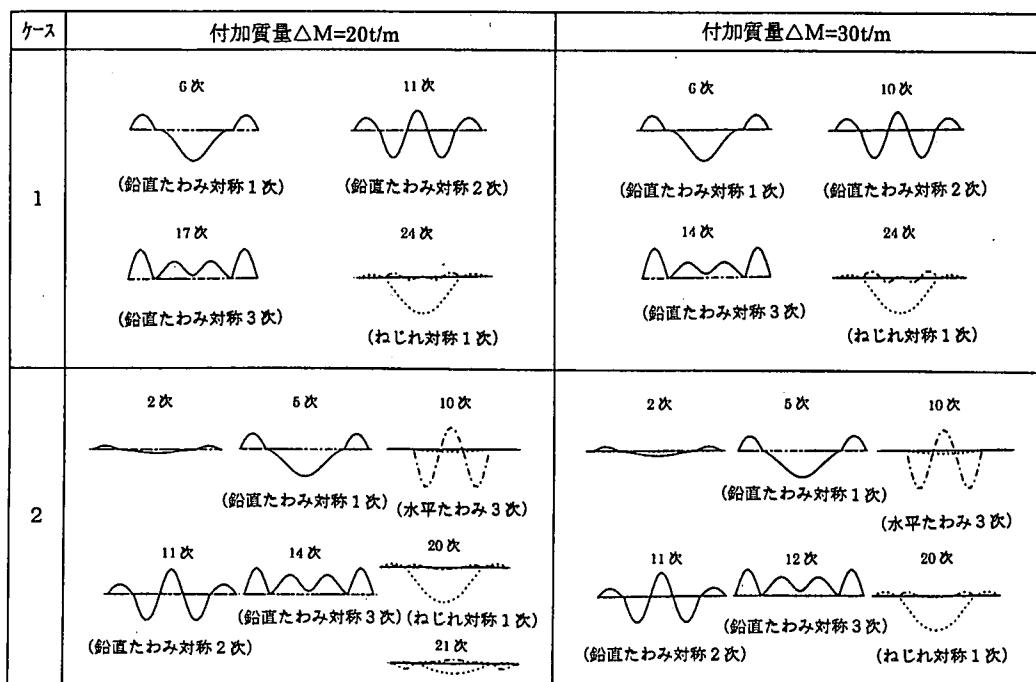


図-17 質量付加各ケースの無風時の主要固有振動モード

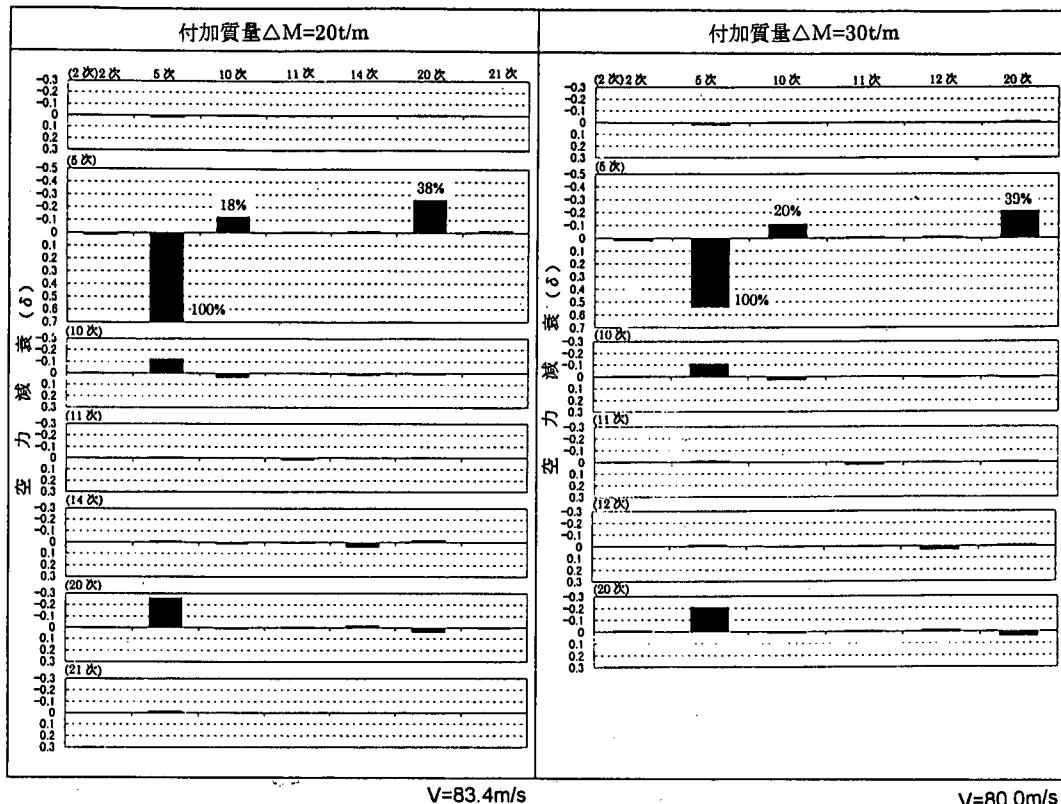


図-18 質量付加ケース2における主要モード間の連成による空力減衰寄与

きくなっている。しかし、フラッター特性に特別に変化を与えないことから、結果として質量増に伴ってフラッター発現風速が上昇するものと考えられる。すなわち、ケース1の場合は、フラッターモードが発生しなかった結果、図-10に示されたSelberg式による上昇率にはほぼ匹敵したと解釈される。

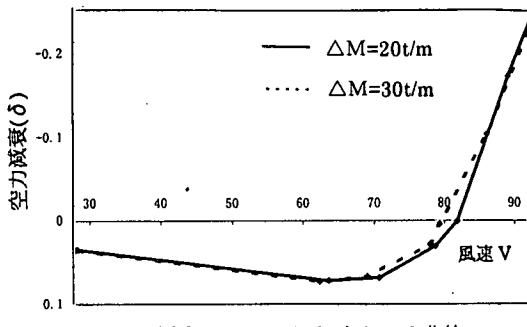
次に、ケース2の場合、正の空力減衰は鉛直たわみ対称1次モードが主体で、高次のたわみモードの影響は少ない。一方、負の空力減衰はねじれ対称1次モードが主体であることには変わりはないが、ねじれモードを伴った水平たわみモード(10次)の影響がかなり大きいことが特徴的である。ここで注目すべきことは、負の空力減衰寄与の内、水平たわみモードの占める割合が、 $\Delta M=20t/m$ から $\Delta M=30t/m$ で23%から27%に増加していることである。これより、ケース2におけるフラッター発現風速の低下は水平たわみモードが影響したためと考えられる。

次に、ケース2の $\Delta M=20t/m$ と $\Delta M=30t/m$ の条件下での空力減衰に対するモード間の連成度合いを

示したのが図-18である。これより、先に述べた水平たわみモードは負減衰効果を示したが、どのモードとの連成によるものかを知ることができる。

図より、ねじれモードを伴った水平たわみモード(10次)が負減衰を生じているのは鉛直たわみモード(5次)との連成によるものであることがわかる。鉛直たわみモードの正減衰の大きさを100%とした時の水平たわみモードの負減衰は $\Delta M=20t/m$ では18%であるが、 $\Delta M=30t/m$ では20%と増加しており、質量増に伴って、連成度合いが強まっている。図-15で示した質量増に伴って水平たわみとねじれの位相差が小さくなったのは、水平たわみモードが鉛直たわみモードとの連成度を強めた結果、もともと鉛直たわみモードと主要な連成関係にあるねじれモードとの同時性が強まったためと考えられる。

図-19はケース2の付加質量が $20t/m$ の場合と $30t/m$ の場合における風速の上昇に伴うモード毎の空力減衰寄与の変化を示す。両者共、低風速の場合はフラッター時において負減衰効果を示す10次モードが正減衰側であるが、風速の上昇とともに



(a) $\Delta M=20, 30 \text{t/m}$ における V - δ 曲線

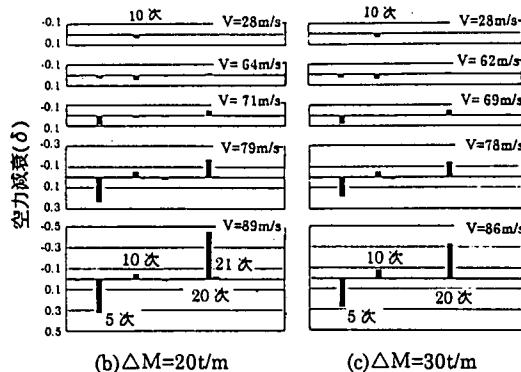


図-19 質量付加ケース2の各風速におけるモード毎の空力減衰寄与

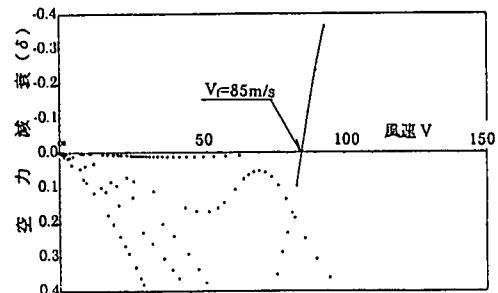
負減衰側に移り、フラッター発現風速以降においては $\Delta M=30 \text{t/m}$ の場合の方が $\Delta M=20 \text{t/m}$ の場合よりも 10次モードの負減衰の割合が大きいことが分かる。

図-20はケース2における $\Delta M=30 \text{t/m}$ の場合の主要6モード(図-16)の内から10次の水平たわみモードを考慮した場合と無視した場合の V - δ 曲線であるが、両者の比較から本モードにより V_f が低下することが明瞭に示される。

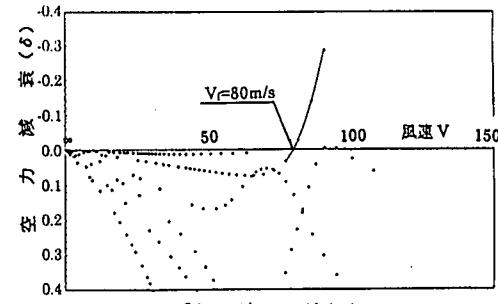
以上より、ケース2において付加質量の大きさをある値以上とするとフラッター発現風速が低下する原因是、ねじれモードを伴う水平たわみモードと鉛直たわみ対称1次モードが連成したためと判断される。

(3) 有風時の剛性変化と補剛桁のせん断中心偏心を考慮した場合の影響

これまでの検討は、静的風荷重による変形の影響すなわち有風時の剛性変化や補剛桁のせん断中心の偏心を無視して行ってきた。ここでは、(2)における質量付加ケースについて、これらの影響を考慮した場合の影響を調べるものとする。



(a) 10次モード無視



(b) 10次モード考慮

図-20 質量付加ケース2($\Delta M=30 \text{t/m}$)における水平たわみモード(10次)の有無とフラッター発現風速

a) 検討条件

図-21に、補剛桁を梁要素とした偏心モデル図を示す。偏心距離 e は、補剛桁のせん断中心位置と吊構造部重量の重心との平均値とした。この値は付加質量の大きさと共に変化し、 $e=3.2 \text{m} \sim 4.0 \text{m}$ である。

質量付加の計算ケースは、図-2と同じとし、付加質量の大きさ $\Delta M=0, 20, 30 \text{t/m}$ とした。なお、有風時の解析に入力すべき風速は、正確には、求めるべきフラッター発現風速であるが、(2)で得られた無風時の結果(図-10)を代用した。また、補剛桁に作用する空気力は、(1), (2)と同様に、Theodorsenの平板空気力とし、静的風荷重によるねじれ変形(検討計算中の最大ねじれ角は 0.5° であった)に対応した空気力の変化は考えないものとした。

b) 解析結果

解析結果を図-10の結果と対比して図-22に示す。これより、有風時の剛性変化や補剛桁のせん断中心の偏心を考慮することにより、フラッター発現風速は、全般的にはほぼ一様に低下しており、 $1\sim2 \text{s/m}$ の低下量が認められる。有風時の剛性変化と補剛桁のせん断中心の偏心のどちらが支配的であるかについては、本論文と同一データで有風時

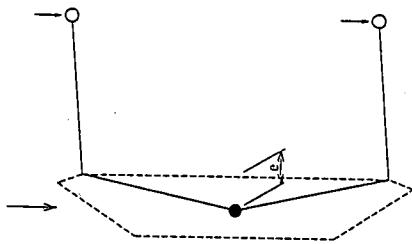


図-21 補剛桁の偏心モデル

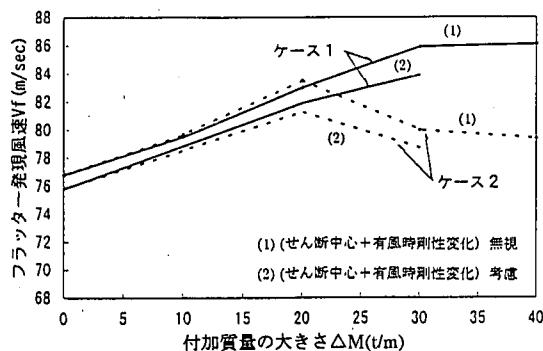


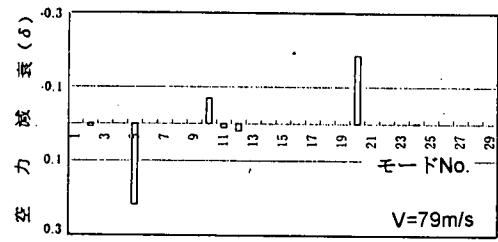
図-22 付加質量の大きさとフラッター発現風速

の剛性変化のみの影響を考慮した検討³⁾（質量付加ケース1, $\Delta M=30t/m$ ）においてフラッター風速が1.6m/s低下しており、今回の1.5m/sとほとんど差がないことから有風時の剛性変化の影響度合いが大きかったと考えられる。

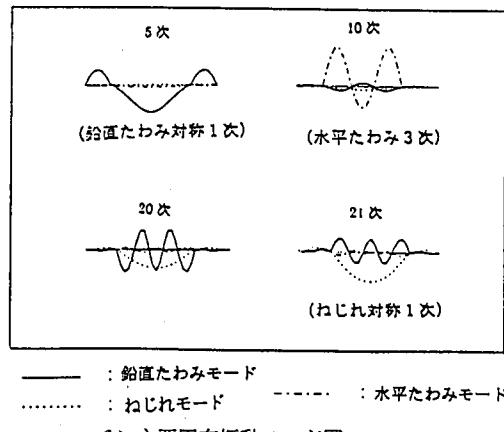
次に、質量付加ケース2の場合、 $\Delta M=20t/m$ から $30t/m$ に増加させるとフラッター発現風速は低下しているが、(2)の検討結果と同じ理由によるものかどうか検討した。

図-23は有風時の剛性変化と補剛桁のせん断中心の偏心を考慮した場合のモード毎の空力減衰寄与と主要モードのモード図を示す。この場合でも、(2)と同様、ねじれモードを伴った水平たわみモード（10次モード）が負減衰側にあり、このモードがフラッター発現風速の低下の原因と考えられる。そこで確認のため、図-20と同様にフラッターアンalysisにおいて10次モードを抜いて解析したところ、フラッター発現風速は84m/sと、10次モードを考慮した場合の79m/sから5m/s上昇し、図-20の結果と同じ上昇幅を示した。

以上のように、有風時の剛性変化と補剛桁のせん断中心の偏心を考慮することにより、フラッタ



(a) モード毎の空力減衰寄与(ケース2, $\Delta M=30t/m$)



(b) 主要固有振動モード図

図-23 有風時の剛性変化と補剛桁のせん断中心の偏心を考慮した場合の空力減衰寄与

一発現風速は、これらを無視した場合に比べてわずかに低下する。しかし、質量付加量に対するフラッター発現風速の変化の様子は基本的に変わりはない。

5. 結論

モード毎の空力減衰寄与に着目して、補剛桁に平板の非定常空気力を適用した場合の質量付加型吊橋のフラッター特性を検討した。本論文の結論をまとめると以下のようである。

- (1) 従来型吊橋の場合、鉛直たわみ対称3次モードが、従来からフラッターの基本モードされた鉛直たわみ、ねじれ対称1次モードに加えて重要であり、それはフラッター発現風速を上昇させる。
- (2) 質量付加型吊橋の場合、付加パターンケース1の場合は付加質量が大きくなてもモード毎の空力減衰寄与に本質的な変化がないことから付加質量の大きさにほぼ比例してフラッター発現風速が上昇(Selberg式による上昇率にほぼ匹敵)する。
- (3) 付加パターンケース2において、ある付加質

量以上からフランジャー発現風速が低下したのは、ねじれモードを伴った水平たわみモードと鉛直たわみ対称1次モードとの連成度合いが強まったためと判断される。

(4) 有風時の剛性変化と補剛桁のせん断中心の偏心を考慮することにより、質量付加型吊橋のフランジャー発現風速は、これらを無視した場合に比べてわずかに低下した：しかし、質量付加量を大きくすると却ってフランジャー発現風速が低下する場合の構造動力学的特性は、基本的に変わりはなかった。

上記結論は、平板の空気力を前提とした結果に基づくが、箱桁などに対する実測空気力でも同じ結果になるかは今後の課題である。

付録

2. の解析方法の(2)において、エネルギー計算を行ってモード毎の空力減衰寄与を解析する場合は、式(4)は実数形式が適用され、橋軸方向単位長さ当たりに対する係数マトリックス[A], [B]は次のように表される。

補剛桁に作用する Theodorsen の非定常空気力は式(A1)により実数化される⁸⁾。

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_g &= \theta_g - i(\dot{\theta}_g / \omega) \\ \bar{\dot{\theta}}_g &= \dot{\theta}_g + i\omega\theta_g \\ \bar{Y}_g &= \dot{Y}_g + i\omega Y_g\end{aligned}\quad (A1)$$

この操作によって求められた空気力は、マトリックス[A], [B]の内の1, 2行列に現れ、非対称となるが、式(8)のエネルギー計算のため、次のように対称および逆対称マトリックスに分ける⁷⁾。

$$\begin{aligned}[A] &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_{11} & \frac{A_{12} + A_{21}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_{12} + A_{21}}{2} & A_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{A_{12} - A_{21}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A_{12} + A_{21}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= [A_s] + [A_a] \quad (A2)$$

マトリックス[B]も同様にして式(A3)で表す。

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [B_s] + [B_a] \quad (A3)$$

なお、式(A2), (A3)のマトリックスの具体的な内容は以下に示される。ただし、風速の方向と空気力との関係は、図-13における風速方向と変位の関係と同じであるとして与えている。

$$\begin{aligned}A_{11} &= -sv^2 \frac{F(k)}{v} \\ A_{12} &= -sv^2 \left(\frac{-G(k)}{\omega} + \frac{b(1-F(k))}{2v} \right) \\ A_{21} &= \frac{sbv^2 F(k)}{2v} \\ A_{22} &= sv^2 \left(\frac{-G(k)}{\omega} - \frac{b(1-F(k))}{2v} \right) \\ B_{11} &= -\frac{sv^2 \omega G(k)}{v} \\ B_{12} &= -sv^2 \left(F(k) + \frac{b\omega G(k)}{2v} \right) \\ B_{21} &= \frac{sbv^2 \omega G(k)}{2v} \\ B_{22} &= \frac{sbv^2}{2} \left(F(k) + \frac{b\omega G(k)}{2v} \right) \\ A_{33} &= -phC_{dg}v \\ A_{44} &= -\frac{\rho dC_{dg}v}{2} \\ A_{55} &= -\rho dC_{dc}v\end{aligned}$$

ここに、 $s = 2\pi\rho b$, ρ : 空気密度, b : 補剛桁幅の1/2, $F(k)$ および $G(k)$: Theodorsen 関数 $C(k)$ の実数部および虚数部 ($C(k) = F(k) - iG(k)$) , v : 風速, h : 補剛桁高, C_{dg} : 補剛桁の抗力係数, d : ケーブル径, C_{dc} : ケーブルの抗力係数である。

参考文献

- 1) 佐藤弘史, 鳥海隆一, 関谷光昭, 渡辺正剛: 超長大橋の耐風安定確保に関する基礎的検討, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.419-424, 1994.12.
- 2) 辻丈彰, 宮田利雄, 山田均: スピンドルタイプ補剛桁超長大吊橋の強風時応答特性について, 土木学会第52回年次学術講演会, I-B58, pp.116-117, 1997.9.
- 3) 中崎俊三, 山口宏樹: 暴風時質量付加型超長大吊橋の検討と試設計, 土木学会論文集, No.584/I-42, pp.295-305, 1998.1.
- 4) 宮田利雄, 山田均, 風間浩二: フラッターモード形に着目した長大吊橋の耐風安定性向上に関する研究, 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.191-200, 1995.10.
- 5) 松本勝, 陳新中: フラッターにおける諸モードの寄与について, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.40A, pp. 1025-1030, 1994.3.
- 6) 日本鋼構造協会: 構造物の耐風工学, 東京電機大学出版局, pp.281-284, 1997.11.
- 7) Scanlan, R.H. : The Action of Flexible Bridges Under Wind, I : Flutter Theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.60, No.2, pp.187-199, 1978.
- 8) Bell, A.J. and Brotton, D.M. : A numerical integration method for the determination of flutter speeds, *Int.J.Mech.Sci.*, 15, pp.473-483, 1973.

(1998. 6. 8受付)

CONTRIBUTION OF MODAL AERODYNAMIC DAMPING IN FLUTTER OF SUSPENSION BRIDGES WITH TEMPORARY MASS

Shunzo NAKAZAKI and Hiroki YAMAGUCHI

Flutter of suspension bridges with temporary mass was studied by contribution of modal aerodynamic damping. The following are recognized through these studies. In case of conventional suspension bridges, 3rd symmetrical vertical bending mode is important next to 2 basic modes and this mode enhances flutter speed. In case of suspension bridges with temporary mass, flutter speed drops when the lateral bending mode accompanied with the torsional mode develops remarkably.