土木学会論文集 No. 625／IV-44, 181-191, 1999. 7

提携の外部性を考慮した多目的ダム事業の費用割り振り問題に関する考察

谷本圭志[1]・岡田憲夫[2]

[1]正会員　工博　鳥取大学助手　工学部社会開発システム工学科 (〒 680-8552 鳥取市湖山町南4丁目101)
[2]正会員　工博　京都大学教授　防災研究所 (〒 611-0011 宇治市五ケ庄)

多目的ダム事業では，複数の主体にどのように共同費用を割り振るかという費用割り振り問題が生じる．共同費用を割り振る方法には，各主体について公平で公正な割り振り解を与えることが求められる．本研究では，多目的ダム事業に環境に関するマネジメント主体という新たな主体が参加することを想定し，その場合には提携の形成に関する外部性が生じ得ることに着目する．そこで，提携の形成に関する外部性を考慮しうるよう従来の公正配分解を拡張，定式化することを本研究の目的とする．その際，提携の形成の外部性を考慮しうるゲームとして，「分割関数形のゲーム」を用いて検討する．

Key Words : cost allocation, game theory, conflict analysis

1. はじめに

多目的ダム事業は複数の主体から構成される共同事業であり，その共同費用をいかに主体に割り振るかは事業を実施する上での重要な課題である．この問題は費用割り振り問題 (cost allocation problem) と呼ばれており，コンフリクト調整問題の一種として捉えることができる．我が国ではこの問題に対し，昭和42年に分離費用身替り妥当支出法 [1)]を費用割り振り法とする制度を整備し，現在に至っている．多目的ダム事業の費用割り振り問題に焦点を当てた研究としては，岡田 [2)]，岡田・谷本 [3),4)]，佐々木 [5)]などがある．

しかし，その制定当初に比べて多目的ダム事業に対する社会的な要請が変化しており，新たな対応が求められているのも事実である．その一つとして環境問題へのより積極的で明確な対応が必要となっていることが指摘できる．そのことは河川管理の目的として河川環境の整備，保全を位置づけた河川法の改正にも現れており，今後はダム事業においてもその対応が一層求められよう．よって，ダムの建設に伴う河川環境への影響の緩和を目的としたマネジメント主体がダム事業に参加することが考えられる．このような主体としては，例えば，ダムの下流河川での正常流量を確保するための「流水の正常な機能の維持」主体や洪水時の濁水を一時貯留する「濁水対策」主体 [4)]といった主体が考えられ，前者については既にダム事業への参加が現実となっている．このようなダムの下流の河川での流水を量及び質の面で一定水準以上に維持するためにダムに貯水容量（以後，環境容量と言う）を確保する主体を総じて「環境マネジメント主体」(以後,「環境主体」と言う）と呼ぶことにしよう[1]．本研究で想定する環境主体とは環境の観点からダム建設に反対する主体ではなく，ダム建設に係わるコンフリクトの調整，解消がなされた状況において，そのダムによって生じるダム下流の河川環境の影響を環境容量を確保することで緩和することを目的とした主体である．すなわち，他の主体によるダムの建設が決定されていることを前提とし，その場合にダムに参加することで河川環境への影響を小さくした分の便益を環境主体は享受することになる．

環境主体が一主体として事業に参加する場合には，以下のような状況が不可避的に生じると考えられる．共同費用を公平に割り振るには各主体の交渉可能性を認めることが必要であるが，そのために現行の費用割り振り法の適用においては，各主体の身替り費用（機会費用）[2]を特定し，この値を用いて各主体への割り振り

[1] 流水の正常な機能を維持する主体は不特定主体と呼ばれている．この主体は，流水の正常な機能を維持するための「維持流量」と既得の水利のための「水利流量」をあわせた「正常流量」を確保することを目的としている．現行の制度では，不特定主体は治水主体と同時に参加する，すなわち河川主体という一つの集合的な主体として参加することが認められており，その主体の実体は河川管理者である．河川環境への影響を緩和するためのマネジメント主体の実体も河川管理者であると考えられることから，この主体も河川主体の一部として取り込まれる可能性がある．しかし，本研究ではこの主体が独立した一主体としてダム事業に参加することを想定する．

[2] 現行の費用割り振り制度では共同事業に参加する主体について，共同事業と同等の機能水準（新規開発水量など）を有するダムを身替りダムという．身替りダムを任意の主体が単独に設置する場合に要する推定の費用の額を身替り費用という．本研究では，身替り費用を任意の主体が単独に設置したダムのみならず，複数の主体の結託による任意の部分提携が設置した場合に拡張する．以後，本研究で用いる身替りダムは後者の意味による．なお，各提携の身替りダムを当該提携にとって経済的に最適な規模で建設した場合のダムとして想定することが考えられるが，本研究ではダムによって達成する機能水準が事前に決定されているという現行の費用割り振り制度に基づいて検討する．

費用を算定している．治水と都市用水，環境の3主体による多目的ダム事業を例にとろう．治水や都市用水主体はその他の主体がどのような提携を形成しようとしても基本的に身替り費用は影響を受け得ない．このため，身替り費用は自ら決定することができる．しかし，環境主体については，その他の主体がどのような提携を形成するかによって環境（主体）が受ける影響の大きさが異なるため，身替り費用が異なる．このため，身替り費用は他の主体の提携形成に依存して決まる．

このような，当該主体以外の主体の提携形成に関して当該主体の身替り費用が影響を受けるのは，提携形成によって達成される身替り費用の増減が提携を形成する当事者だけではなく，それ以外の提携にも及んでいる（遺漏している）ためである．この意味での「遺漏効果（spillover）」[6]は一般に経済学で定義される外部性の一種であると解釈できるが[3]，各主体が形成する提携の組みあわせ（提携構造）のパターンの変化が当該主体の身替り費用に変化を及ぼす効果を表している．以後，本研究で用いる「外部性」とは，この遺漏効果を指すものとする（図-1参照）．また，「外部費用」とは，提携構造の変化に伴う身替り費用の差である．

外部性が問題となる状況は実はこれまでにも潜在的に存在していた．例えば，ダムを建設し流況を安定させた結果，ダム下流にある発電所の発電能力が増加する場合である．この場合に外部性を受ける主体は「下流増」（を享受する）主体と称されている．下流増主体は，その他の主体がどのような提携を形成するかで流況，すなわち発電能力の増加分も異なるため，この主体が参加した事業には外部性が認められる．しかしながら現行の費用割り振り法では外部性を考慮せず，共同事業の下での流況における当該主体の受益額分を身替り費用として費用割り振りに参加させるという運用上の工夫によって対応しており，これまでにも何件かの適用事例が見られる[7]．

しかしながら，現行の制度はこの種の外部性がある場合に対して費用割り振り法の改善や拡張を積極的に検討し，その導入を図ってきたわけではない．むしろそのような問題を回避してきたのが実状であろう．しかし，環境問題への社会の関心の高まりは，もはやこのような小手先の対応では処理しきれなくなってきている．従って，現実に即した適切な利害調整及びそれに伴う円滑な事業の実施を可能にするために，この種の外部性がある場合にどのような費用割り振りを実施すべきかについて基礎的な検討を実施しておくことが不可欠である．

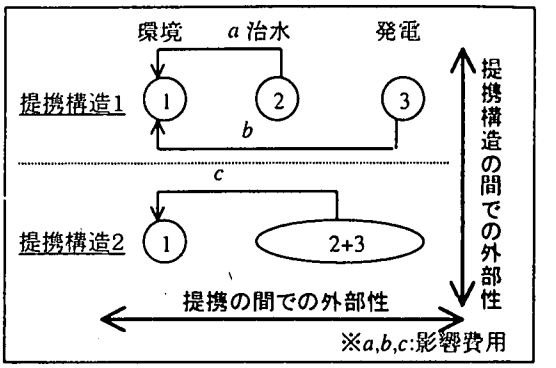

図-1 「提携の間での外部性」と「提携構造の間での外部性」

そこで，本研究では環境主体が参加した場合を想定し，それによって生じる外部性を適切に反映した費用割り振り方法について検討を行う．その際，協力ゲーム理論を援用し，既往の公正配分概念を外部性のある場合へ拡張するとともに新たな費用割り振り法の開発を試みる．

2. 提携構造と費用の関係

本研究では，1) 平常時におけるダム下流の河川の正常流量を確保し，2) 洪水時の流入濁水を一定期間貯留し，濁りが改善された後に下流に放流するという二つの機能を有したマネジメント主体を「環境主体」と定義し，共同事業への当該主体の参加を想定する．

まず環境主体が事業に参加した場合について，費用割り振り過程の出発点となる身替りダム，身替り費用の考え方について検討しよう．

治水や都市用水などの一般の主体（一般の主体とは外部性の影響を受けない主体を指す）のみでのダム事業では外部性が問題とならないために，当該主体以外の主体による提携形成を明示せずに各主体の身替り費用を決定することができる．しかし，環境主体の参加により外部性が生じる場合では，身替り費用の決定には当該主体に加えて提携構造に含まれる全ての提携に関する身替りダムを同時に考慮しておく必要がある．

もし，提携構造に含まれる提携の数がm個であれば，身替りダムがm個あると考えられる．これらm個のうちの一つに環境主体が含まれている．環境主体はその提携に含まれる（環境主体以外の）他の主体による河

[3] 一般に外部性とは「ある経済主体の経済環境が，他の経済主体の行動によって影響を与えられ，そのため当該主体の行動様式が変化すること」[8]を言う．この定義を多目的ダム事業に当てはめると，ある提携（主体）の身替り費用が他の提携（による事業）に影響を受けることを意味しており，これは提携の間に外部性（以後これを「提携の間の外部性」と呼ぶ）があると考えることができる．一方，本研究で対象とする外部性は，ある提携の身替り費用が他の主体が形成する提携形成のパターン（提携構造）に影響を受けることを意味しており，提携構造の間に外部性（以後これを「提携構造の間の外部性」と呼ぶ）があると考えることができる（図-1参照）．ゲーム理論で定義される外部性は一般に後者の外部性を指している[6]．

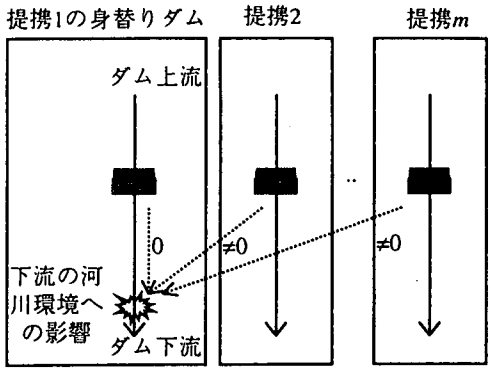

図-2 提携構造と身替りダムとの対応関係

表-1 各提携構造下での各提携の身替り費用

提携	提携構造	「自身の身替り費用」	影響費用
1	$\{\{1\}\{2\}\{e\}\}$	$C_V(V_1)$	0
2	$\{\{1\}\{2\}\{e\}\}$	$C_V(V_2)$	0
e	$\{\{1\}\{2\}\{e\}\}$	0	$C_V(V_e(V_1))$ $+C_V(V_e(V_2))$
1	$\{\{1\}\{2e\}\}$	$C_V(V_1)$	0
2	$\{\{2\}\{1e\}\}$	$C_V(V_2)$	0
e	$\{\{e\}\{12\}\}$	0	$C_V(V_e(V_1+V_2))$
12	$\{\{12\}\{e\}\}$	$C_V(V_1+V_2)$	0
1e	$\{\{1e\}\{2\}\}$	$C_V(V_1+V_e(V_1))$	$C_V(V_e(V_2))$
2e	$\{\{2e\}\{1\}\}$	$C_V(V_2+V_e(V_2))$	$C_V(V_e(V_1))$
12e	$\{\{12e\}\}$	$C_V(V_1+V_2$ $+V_e(V_1+V_2))$	0

川環境への影響を緩和するための容量（環境容量）を確保しており，その大きさは他の主体の規模に依存する．ここで規模を代表する変数を貯水容量とし，環境主体をe，環境主体と提携を組んでいる主体の貯水容量の合計をVとすると，環境容量V_eはVの関数$V_e(V)$で与えられる．

環境主体が含まれる提携（の身替りダム）による河川環境への影響は環境主体によって緩和されるものの，環境主体が含まれない$m-1$個の提携の身替りダムからは河川環境への影響が発生しうる．例えば図-2において，m個の提携の身替りダムのうち提携1に環境主体が含まれ，残りの$m-1$個の提携には含まれていないとしよう．このとき，環境主体は環境主体が含まれる提携1の身替りダムによる下流の河川環境への影響を緩和したとしても，$m-1$個の提携の身替りダムによる影響を防ぐことができないため，結果的に下流には$m-1$個の提携による環境への影響（以後その影響に相当する費用を「影響費用」と呼ぶ）が生じる．

いま，環境主体を含めた3人の主体がいる場合を考えよう．一般の主体1,2と環境主体eによる3人ゲーム（$N=\{1,2,e\}$）について，各提携構造別の各提携の身替り費用（以後単に提携の費用と呼ぶ）は表-1のようになる．各提携の費用は貯水容量Vで算定できるとすると，その値を貯水容量に関する費用の関数$C_V(V)$で与えることができる．ここに，任意の主体iの貯水容量をV_iとしている[4]．

表-1は，各提携の身替り費用の内訳として，「提携の間の外部性」を考慮せずに身替りダムを建設した場合の費用（これを「自身の身替り費用（self alternative cost）」と呼ぶことにする[5]）並びに当該提携がその他の提携によって被る影響費用を示している（影響費用は環境容量を有したダムの建設費で測った回避費用[6]で与えられると仮定）．以下では，「身替り費用」は「自身の身替り費用」と影響費用の和と定義する．なお，表中の提携12とは，主体1と2の提携を指し，提携構造$\{\{12\}\{e\}\}$とは，提携12と提携eが関与主体全体として存在していることを指す．

このような各提携の費用が提携構造に依存する場合のゲームについては，伝統的な協力ゲーム理論の枠組みで分析することは不可能である．そこで，以下では近年研究が進展しつつある分割関数を用いたゲームを用いることにより外部性がある場合の費用割り振り問題が定式化できることを示す．

3. 外部性がある場合のゲームの定式化

(1) 分割関数形のゲーム

まず，外部性を表現するために提携構造を考慮した費用関数を定義しよう．伝統的な協力ゲーム理論では任意の提携の費用は当該提携のみの関数で与えられるため外部性は表現しえない（この関数形は特性関数形または提携形と呼ばれている）．しかし，任意の主体（提携）の費用を当該提携と提携構造の関数として表現することができる関数形として分割関数形（partition function form）[9]があることに注目しよう．分割関数を用いた既往の研究例としては，提携の自発的な形成問題を対象とした研究[10),11)]に見られるものの，その主たる関心はある割り振り法を与えた時に形成される提携構造にある．

これに対して本研究では，あくまで多目的ダム事業という共同事業が成立していることを前提としている．よって，共同事業という全ての主体による提携が成立しうる前提条件を分割関数形で規定することが必要になる．その上で，共同費用の割り振り法を分割関数形で定義するとともに，割り振り解の特性についての検討を行うことにする．まずその準備として，協力ゲー

[4] 任意の提携Sの費用を$C(S)$で表すとすると，$C(S)$と$C_V(V)$の関係は$C(S)=C_V(\sum_{i\in S}V_i)$となる．

[5] 環境主体は他の主体の影響を高々緩和するのみであるため，環境主体が単独提携の場合，「自身の身替り費用」は0である．

[6] 影響費用の推定値を影響費用を被ることを回避するために要する対策費用（＝ダムの建設費）と仮定したときの費用．

ム理論において用いられる表記方法を説明しておこう．

ゲームのプレイヤーの集合を$N = \{1, 2, ..., n\}$と表し，その要素である任意のプレイヤーを$i(\in N)$と表す．Nの部分集合は提携（coalition）と呼ばれ，$S(\subset N)$と表現される．Nを提携ととらえた場合，これを全員提携と呼ぶ．共同事業の成立とは，全員提携Nの形成を意味している．提携形のゲームでは任意の提携に関する費用は$C(S)$のように提携に関する費用の関数として与えられる．分割関数形では，提携の他に提携構造を定義する必要がある．まずは，各プレイヤーがどのような提携を組んでいるかを表す「分割（partition）」の概念について定義する．分割$\mathcal{B}$は次式で表される．

$$\mathcal{B} = \{B_1, B_2, ..., B_m\} \quad (1)$$
$$(B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_m = N)$$
$$(B_k \cap B_h = \phi, 1 \leq k, h \leq m, k \neq h)$$

分割は任意のプレイヤーの集合Sについて拡張することができ，Sの分割を$\mathcal{B}_S$と表す．また式(1)に示すように全プレイヤーNの分割を提携構造と言う．以後，提携構造$\mathcal{B}_N$を$\mathcal{B}$と表す．提携構造$\mathcal{B}$の任意の要素（提携）をB_kと表す．提携形における提携の表現Sとは異なった表現になっているが，両者ともプレイヤーの部分集合を示しており，あくまで表現上での違いであって，両者に本質的な違いはない．

以上に定義した表現を用いると，分割関数形のゲームでは，提携構造$\mathcal{B}$の下での任意の提携B_kの費用は$C(B_k, \mathcal{B})$のように与えられる．よって，表-1に示した費用と分割関数形で定義される費用との間には以下の関係がある．ただし，上の式は$\forall B_k \in \mathcal{B}, B_k \neq B_e$について，下式は$B_k = B_e$について示す．$B_e$は環境主体が含まれる提携である．

$$C(B_k, \mathcal{B}) = \begin{cases} C_V(\sum_{i \in B_k} V_i) \\ C_V(\sum_{i \in B_e \setminus \{e\}} V_i + V_e(\sum_{i \in B_e \setminus \{e\}} V_i)) \\ + \sum_{B_h \in \mathcal{B} \setminus \{B_e\}} C_V(V_e(\sum_{i \in B_h} V_i)) \end{cases}$$

以下では，上に定義される任意の提携構造下での提携の費用を基に，全員提携Nの費用$C(N, \{N\})$（＝共同費用）[7]をいかに割り振るかについてゲーム理論的に検討を行う．

(2) 分割関数形による費用関数の特性

a) 劣加法性

任意の提携構造$\mathcal{B}$及び任意の二つの提携$B_k, B_h(\in \mathcal{B})$について次式が成立する場合，費用関数$C$は劣加法性を満たす．劣加法性は任意の提携がより大きな提携を組むことに対する動機を与えるものであり，全員提携が成立するための基本的な要件である．

$$C(B_k \cup B_h, \mathcal{B} \setminus \{B_k, B_h\} \cup \{B_k \cup B_h\})$$
$$\leq C(B_k, \mathcal{B}) + C(B_h, \mathcal{B}) \quad (2)$$

b) 外部性

提携同士の新たな提携の形成がそれらの提携以外の提携にとって有益か有害かによって，正と負の外部性を定義することができる．正（負）の外部性がある場合の費用関数Cは以下の式で表される．

$$C(B_k, \mathcal{B} \setminus \{B_h, B_\ell\} \cup \{B_h \cup B_\ell\})$$
$$\leq (\geq) C(B_k, \mathcal{B}), (\forall B_k \neq B_h, B_\ell \in \mathcal{B}) \quad (3)$$

4. 分割関数形への費用割り振り法の拡張

仁(Nucleolus) [15]，シャープレイ値(Shapley Value) [12]などに代表される協力ゲーム理論に基づく費用割り振り法は提携形で定義されている．これらの方法を分割関数形に拡張したものとしては，コア [11), 6)]，シャープレイ値 [13]がある．以下ではこれらの既往の研究による方法を整理するとともに，コアから唯一解を絞り込んだ解として与えられる仁について分割関数形への拡張を試みる．

(1) 既往の研究による方法

a) コア（core）

コア [14]は，任意のプレイヤーが全員提携に参加することの動機を保証するために割り振り費用に課されるべき要件を充足する解集合である．提携関数ゲームにおけるコアを定義するために，まず「不満」を定義する．任意のプレイヤーiの割り振り費用をx_i，任意の割り振りベクトルを$X = (x_1, x_2, ..., x_n)$と表す．任意のXに対する提携Sの不満$e(X : S)$は当該提携に割り振られる費用と当該提携の費用の差で定義され，次式で表される．

$$e(X : S) = \sum_{i \in S} x_i - C(S) \quad (4)$$

不満を用いてコアを定義すると，次式で表される割り振りベクトルXの集合である．

$$e(X : S) \leq 0$$
$$\sum_{i \in N} x_i = C(N) \quad (5)$$

コアは，費用割り振りゲームにおける任意の提携の交渉力として$e(X : S)$を認めた場合での規範的な解の

[7] 提携構造に含まれる提携がNのみの場合の提携構造は$\{N\}$である．すなわち$\{N\}$は共同事業が成立している場合の提携構造である．$\{N\}$は$\mathcal{B}$の特殊なケースである．

集合である．この概念を分割関数形のゲームに拡張したものとして，αコアとβコアがある[11), 6)]．これらはもともと，提携の自発的な形成問題において定義されたものであるため，コアの集合は提携構造として表されている．しかし本研究では，共同事業が成立していることを前提としているため，提携構造$\mathcal{B}=\{N\}$の下での割り振り費用x_iが満たすべき条件として，式(5)のように不満を用いたコアの再定式化が必要である．以下にこれらのコアについて一般的な定式化と不満を用いた形での再定式化を検討する．

分割形αコア　まずは，提携構造としてコアの集合を表した場合の定義を示そう．

任意の分割$\mathcal{B}_{N\setminus S}$に対して，次式を満たすプレイヤーの集合$S$及び提携構造$\mathcal{B}'_S$が存在しないとき，提携構造$\mathcal{B}$は「(分割形) αコア安定的である」という[6)]．ただし$x_i(\mathcal{B})$は提携構造$\mathcal{B}$のもとでの任意のプレイヤーiの割り振り費用を示している[8]．

$$x_i(\mathcal{B}'_S \cup \mathcal{B}_{N\setminus S}) < x_i(\mathcal{B}), (\forall i \in S) \tag{6}$$

つまり任意のプレイヤーの集合Sが，任意の分割$\mathcal{B}_{N\setminus S}$に対してある分割$\mathcal{B}'_S$を選択することによって，提携構造$\mathcal{B}$の下での割り振り費用よりも小さな割り振り費用が得られる場合，提携構造$\mathcal{B}$は（分割形）αコア安定的ではない．従って，そのようなプレイヤーの集合と分割が存在しない場合，提携構造$\mathcal{B}$は（分割形）αコア安定的である．よって分割形αコアは，相手の戦略（の結果として生じる分割：$\mathcal{B}_{N\setminus S}$）に関して任意のプレイヤーの集合$S$がミニマックス戦略をとった場合に，もとの提携構造下で割り振られる費用よりも小さくならない割り振りベクトルの集合と解釈できる．

従って，分割形αコア安定性を割り振りベクトルの集合として式(5)に即した形で再定式化すると，$e^{\alpha}(X:S,\mathcal{B})$を分割形$\alpha$コアに関する不満として以下のようになる．明らかに$x_i = x_i(\{N\}), \sum_i x_i = C(N,\{N\})$である．

$$e^{\alpha}(X:S,\mathcal{B}) = \sum_{i\in S} x_i - \min_{\mathcal{B}_S} \max_{\mathcal{B}_{N\setminus S}} C^*(\mathcal{B}_S, \mathcal{B}_{N\setminus S}) \le 0 \tag{7}$$

ここに，

$$C^*(\mathcal{B}_S, \mathcal{B}_{N\setminus S}) = \sum_{B_h \in \mathcal{B}_S} C(B_h, \mathcal{B}) \tag{8}$$

である．よって，分割形αコアは当該提携の費用のミニマックス値を不満の準拠値とした場合の割り振り費用の集合を与える．

[8] Hart *et al* [11)]はαコアを戦略形で定義しているが，Bloch [6)]はこれを分割を用いて再定義しており，これを本研究では「分割形αコア」と呼ぶ．本研究では分割形αコアを取り上げて検討する．後述のβコアについても同様である．

分割形βコア　分割形βコアは，相手の戦略（の結果として生じる分割：$\mathcal{B}_{N\setminus S}$）に関して任意のプレイヤーの集合$S$がマックスミニ戦略をとった場合に，もとの提携構造下で割り振られる費用よりも小さくならない割り振りベクトルの集合である．よって，式(5)に即した形で分割形βコア安定性を再定式化すると，次式のようになり，当該提携の費用のマックスミニ値を不満の準拠値とした場合の割り振りベクトルの集合を与える．

$$e^{\beta}(X:S,\mathcal{B}) = \sum_{i\in S} x_i - \max_{\mathcal{B}_{N\setminus S}} \min_{\mathcal{B}_S} C^*(\mathcal{B}_S, \mathcal{B}_{N\setminus S}) \le 0 \tag{9}$$

分割形αコアは相手の提携が先に戦略を決定しその後に当該提携が戦略を決定することを想定しており，分割形βコアは当該提携が先でその後に相手の提携を想定しているとの違いがある．これらのコアの定義より，分割形αコア安定性よりも分割形βコア安定性の方が厳しい条件であることが分かる[6)]．しかし劣加法性が成立する場合，任意のプレイヤーの集合Sについて，$N\setminus S$に含まれるプレイヤーの集合の分割とは無関係に$\sum_{B_h\in\mathcal{B}_S} C^*(B_h, \mathcal{B}_{N\setminus S}) \ge C^*(\{S\}, \mathcal{B}_{N\setminus S})$が成り立つ．よって，当該プレイヤーの集合の戦略をミニマックスとしてもマックスミニとしても同じ戦略，つまりSに含まれるプレイヤーの集合が一塊の提携を組むことになる．このため，任意のプレイヤーの集合Sは提携構造$\mathcal{B}$の一要素である．従って，記号上の整合をとった上で（つまり，SをB_kとおきかえて）分割形αコア安定性と分割形βコア安定性を示すと次式のように同一の条件となることが示される．

$$e^{\alpha,\beta}(X:B_k,\mathcal{B}) = \sum_{i\in B_k} x_i - \max_{\mathcal{B}_{N\setminus B_k}} C^*(\{B_k\}, \mathcal{B}_{N\setminus B_k}) \le 0 \tag{10}$$

この式の意味するところは，全員提携に参加した際に提携B_kに割り振られる費用が，B_k以外のプレイヤーがB_kにとって最も費用が大きくなるような分割の下での費用関数の値よりも小さければよいということである．よって分割形α,βコアは，当該提携の交渉力として相手のプレイヤーの戦略に関して最も悲観的な場合のみを認めた場合の割り振り解の集合であると解釈できる．

ここで着目すべきは，分割形α,βコアは当該提携以外のプレイヤーの戦略（の結果として生じる分割）を規定しているということである．よって分割形α,βコアは，任意の一つの提携に対して一つの不満が対応するという提携形の費用割り振りゲームに変換していることになる．

b)　シャープレイ値

シャープレイ値[12)]は参加する順序に関する限界費用の加重平均として割り振り費用を与える方法である．

シャープレイ値は対称性，効率性，加法性といった公理を満たす割り振り解を与える方法として定義されており，それを定式化したものが次式である．ここにx_iは任意のプレイヤーiの割り振り費用，sは任意の提携Sに含まれるプレイヤーの数（$|S|$）である．

$$x_i = \sum_{S \ni i, S \subseteq N} \frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}(C(S) - C(S \backslash \{i\})) \tag{11}$$

Myerson [13]はシャープレイ値が満たす公理を備えた割り振り解を分割関数形で再定義した方法を提案しており（以後これを分割関数形シャープレイ値と呼ぶ），これを定式化すると次式のように表される．

$$x_i = \sum_{(B_k, \mathcal{B}) \in ECL} (-1)^{m-1}(m-1)! \times (\frac{1}{n} - \sum_{B_h \in \mathcal{B} \backslash \{B_k\}, i \notin B_h} \frac{1}{(m-1)(n-|B_h|)})C(B_k, \mathcal{B}) \tag{12}$$

ここに，ECLは任意の提携構造とそれに含まれる提携の組の集合と定義され，次式で表される．

$$ECL = \{(B_k, \mathcal{B}) | B_k \in \mathcal{B} \in \mathcal{PT}\} \tag{13}$$

ただし，$\mathcal{PT}$は提携構造$\mathcal{B}$の集合である．例えば3人ゲームでは表-1に示す5つの提携構造の集合が$\mathcal{PT}$である．また，mは提携構造$\mathcal{B}$に含まれる提携の数$|\mathcal{B}|$を，$|B_h|$は提携B_hに含まれるプレイヤーの数を示す．例として，3人ゲーム（$N = \{1, 2, 3\}$）におけるプレイヤー1の割り振り費用を以下に示す．

$$\begin{aligned} x_1 = {} & (1/3)[C(N, \{N\}) - C(\{23\}, \{\{1\}\{23\}\})] \\ & + (1/6)[C(\{12\}, \{\{3\}\{12\}\}) - C(\{2\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})] \\ & + (1/6)[C(\{13\}, \{\{13\}\{2\}\}) - C(\{3\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})] \\ & + (1/3)C(\{1\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\}) \\ & + (1/3)[C(\{2\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\}) - C(\{2\}, \{\{13\}\{2\}\})] \\ & + (1/3)[C(\{3\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\}) - C(\{3\}, \{\{12\}\{3\}\})] \\ & + (2/3)[C(\{1\}, \{\{1\}\{23\}\}) - C(\{1\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})] \end{aligned} \tag{14}$$

この式より，分割関数形シャープレイ値は当該プレイヤーの限界貢献度に関する項の評価（式(14)の上から1〜4行目）と外部性に関する項の評価（同5〜7行目）を重みづけて平均する形で解を与えていると考えられる．双方の項の評価に関する重みについては，式(12)から分かるように，外部性のいかんにかかわらず同一の方式で与えている．つまり「外部費用という当該プレイヤー自らが直接コントロールできない派生的な費用を自身の交渉力の一部として費用割り振りにどこまで反映するか」という問題に対し，分割関数形シャープレイ値は自らで獲得できる交渉力（＝限界貢献度）と同等に反映するとしている．しかし，その結果として分割関数形シャープレイ値では当該プレイヤーへの割り振り費用は当該プレイヤーの単独提携の費用が大きくなればその分小さくなるという状況が生じることに注意を要する[9]．

このような割り振り法の適用が任意のプレイヤーに認められるかどうかが鍵になる．つまり，適用の妥当性は「限界貢献度に関する評価と外部性に関する評価」を割り振りに同等に反映させることの妥当性について任意のプレイヤーが合意しているかに依存する．

(2) 新たな費用割り振り法の提案

a) Δコア

分割形αコア，分割形βコアは，相手の戦略に関して最も悲観的という極端な想定をしており，当該提携のそれ以外の交渉力を全て捨象していることになる．そこで本研究では，次式に示すΔコアを提案する．Δコアでは，各提携の交渉力として任意の提携構造のもとでの提携の費用を交渉力として認めるとともに，当該プレイヤーの直接的な貢献分である費用（身替り費用）とそうでない分の費用（外部費用）を分離して不満$e^{\Delta}(X, D : B_k, \mathcal{B})$を拡張している点に特徴がある．

$$\begin{aligned} e^{\Delta}(X, D : B_k, \mathcal{B}) = {} & \sum_{i \in B_k} x_i - C(B_k, \mathcal{B}) \\ & - \sum_{h(\neq k)} d_{B_h} + (|B| - 1)d_{B_k} \\ \text{ただし} d_{B_k} = 0, & (\forall B_k \in \mathcal{B}, |B_k| = 1) \end{aligned} \tag{15}$$

ここに，$D = \{d_{B_k}\}$は任意の提携B_kについての外部費用に関する調整変数の項（以後「調整項」と呼ぶ）であり，正（負）の外部性がある場合には$d_{B_k} \geq (\leq) 0$である．一人の提携を結託しても外部性が生じないため，$|B_k| = 1$のとき$d_{B_k} = 0$である．

この調整項Dの導入には次のような意味付けが可能である．Δコアでは各提携の交渉力として任意の$\mathcal{B}(\ni B_k)$の下での費用$C(B_k, \mathcal{B})$を認めているが，この交渉力は当該提携B_k自らのみによって得られるものではない．従って，提携B_kが他の提携から受ける影響分を$-\sum_{h(\neq k)} d_{B_h}$，他の提携に与える影響分を$(|B|-1)d_{B_k}$として不満に加えることによって不満を補正している．ここに，Dに関する$\sum_{h(\neq k)}$や$\times(|\mathcal{B}|-1)$の演算は，外部費用の発生及び帰着先の提携の数を意味している．Δコアを定義すると，以下のようになる．

[9] 費用割り振りゲームにおける各プレイヤーの交渉力の反映という観点から，プレイヤーiが含まれる任意の提携$S(\ni i)$に関する費用$C(S)$が大きくなれば当該プレイヤーiへの割り振り費用も大きくなることが一般に適当であろう．しかし式(14)における$C(\{1\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$の係数は$-1/3$であり，プレイヤー1への割り振り費用$x_1$は$C(\{1\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$が大きくなれば小さくなる．

$$e^{\Delta}(X, D : B_k, \mathcal{B}) \leq 0$$
$$\sum_{i \in N} x_i = C(N, \{N\}) \tag{16}$$

ΔコアはDを導入し，コアの領域を縮小もしくは拡大することで外部性を反映した公正配分解の集合を与えている．コアの領域の縮小及び拡大という操作は提携形のゲームにおけるϵ-コアのϵの導入に相当しており，いずれも補正を加えて各提携の不満の大きさを評価しようとするものである．ϵ-コアと同様にDはΔコアに基づいて定義される仁を導く過程で規範的に決定される．

b) 仁 (Nucleolus)

提携形ゲームにおける仁[15]は，コアが非空である場合にはコアの集合から唯一解を絞り込む方法として定義されている（コアが空である場合にはコアが非空になるまでコアを広げることによって唯一解を得る）．仁を定式化すると以下のようになり，そこで得られる割り振りベクトルXが仁である．仁の計算は，下式を線形計画問題として定式化し，不満$\max_S e(X : S)$を辞書式順序によって最小化する最適な割り振りベクトルXで与えられる．

$$\max_S e(X : S) \rightarrow \min$$
$$\sum_{i \in N} x_i = C(N) \tag{17}$$

仁を分割関数形に拡張して再定義したものは，次式で表される．

$$\max_{B_k, \mathcal{B}} e(X : B_k, \mathcal{B}) \rightarrow \min$$
$$\sum_{i \in N} x_i = C(N, \{N\}) \tag{18}$$

ここで，不満の値には分割形αコア（劣加法性の成立下では分割形αコアと分割形βコアは同一の集合となるため，これらを分割形αコアで代表する）の定義と本研究で提案したΔコアの定義の二つがある．よって，分割関数形での費用関数から求められる仁には二種類が考えられる．以下ではそれらを分割形α仁，Δ仁と呼ぶことにする．

分割形α仁を定式化すると，以下のように表される．ただし，制約不等式のみを示す．

$$\max_{B_k, \mathcal{B}} e^{\alpha}(X : B_k, \mathcal{B}) \rightarrow \min \tag{19}$$

本研究で提案したΔコアを基に得られる唯一解（これを「Δ仁」と呼ぶ）についても同様にして以下のように定式化することができる．ただし，制約不等式のみを示す．Δ仁では，変数にDが加わっていることに注意を要する．

表-2 費用関数

費用関数	Case1	Case2
$C(\{1\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$	5	5
$C(\{2\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$	5	5
$C(\{3\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$	5	5
$C(\{1\}, \{\{1\}\{23\}\})$	$5+a$	$5+a$
$C(\{2\}, \{\{2\}\{13\}\})$	$5+2a$	$5+2a$
$C(\{3\}, \{\{3\}\{12\}\})$	$5+3a$	$5+3a$
$C(\{12\}, \{\{3\}\{12\}\})$	9	9
$C(\{13\}, \{\{2\}\{13\}\})$	9	9
$C(\{23\}, \{\{1\}\{23\}\})$	9	9
$C(N, \{N\})$	10	13

$$\max_{B_k, \mathcal{B}} e^{\Delta}(X : D, B_k, \mathcal{B}) \rightarrow \min \tag{20}$$

分割形αコアは任意の提携に関するもっとも悲観的な交渉力のみを認めていたが，これと対極的な関係にあるコア，すなわち最も楽観的な交渉力を認めた場合のコア（任意の提携B_kの交渉力として$\min_{B_{N \setminus B_k}} C(B_k, \mathcal{B})$を準拠とした場合のコア）が非空でかつ正の外部性がある場合，Δ仁は分割形αコアの内部にあることが証明できる（付録参照）．

(3) 簡単な例

分割関数形での費用関数を割り振る方法として，分割関数形シャープレイ値，二種類のコアの定義に基づく仁（分割形α仁，Δ仁）を対象とし，3人ゲーム($N = \{1, 2, 3\}$)についてこれらの方法を適用したときの割り振り解の数値例を示すとともに，解の基本的特性について吟味する．

費用関数を**表-2**のように設定する．ここでは，全員提携の費用が比較的小さい場合，大きい場合をそれぞれCase1,2として解を導出する．

なお，aは外部性に関するパラメータであり，aが正の場合は負の外部性が，負の場合は正の外部性がある状況に，また0の場合は外部性がない状況に対応している[10]．このaの範囲においては，費用関数に劣加法性が成立している．**表-3**に結果を示す．なお，P-Shapは分割関数形シャープレイ値を表している．

表-3より，以下の考察が得られる．

- 正の外部性がある場合（$a = -0.2$），Δ仁による各プレイヤーの割り振り費用の値は分割形α仁と分割関数形シャープレイ値の間の準中間値（一人のプレイヤーを除いて他は中間値をとること）となっている（この特性が成立する条件の導出と準中間値の定義については付録に示す）．これは，分割形α仁では各提携の交渉力として最も悲観的な状況

[10] **表-2**において提携構造が$\{\{1\}\{2\}\{3\}\}$から$\{\{1\}\{23\}\}$に変化した場合の$\{1\}$についての外部費用がaとなる．

表-3 各プレイヤーへの割り振り費用

a	0.2	0.0	−0.2
Case.1	(x_1, x_2, x_3)	(x_1, x_2, x_3)	(x_1, x_2, x_3)
分割形α仁	(3.1,3.3,3.5)	(3.3,3.3,3.3)	(3.3,3.3,3.3)
Δ仁	(3.3,3.3,3.3)	(3.3,3.3,3.3)	(3.3,3.3,3.3)
P-Shap	(3.1,3.3,3.5)	(3.3,3.3,3.3)	(3.5,3.3,3.1)
Case.2	(x_1, x_2, x_3)	(x_1, x_2, x_3)	(x_1, x_2, x_3)
分割形α仁	(4.3,4.3,4.3)	(4.3,4.3,4.3)	(4.3,4.3,4.3)
Δ仁	(4.3,4.3,4.3)	(4.3,4.3,4.3)	(4.4,4.3,4.3)
P-Shap	(4.1,4.3,4.5)	(4.3,4.3,4.3)	(4.5,4.3,4.1)

のみを評価するという極端な状況を，分割関数形シャープレイ値では外部費用と限界貢献度を同等に評価するという極端な状況を想定しているが，Δ仁ではこれらの「極端」の状況を緩和した定義となっているためと考えられる．

- 費用関数にある条件が整えば，Δ仁は分割形α仁よりも多様な交渉力を認めているにもかかわらず，分割形α仁に一致する場合がある．この一致性の条件を付録に示す．これはΔ仁における制約条件式のうち，分割形α仁における制約条件式と同じ制約条件式のみが活性化するためである．従って，ある条件の下では分割形α仁はΔ仁の意味付けをもつことができることが明らかになった．
- 分割関数形シャープレイ値はaの値に応じて解が比較的大きく変化している．つまり外部費用の変化分に対する解の感度（sensitivity）が仁よりも相対的に高い結果となっている．これが常に成立することは，付録に示した各費用割り振り法の解析解を比較すれば明らかである．これは，分割関数形シャープレイ値が各提携の交渉力として限界貢献度と外部費用を同等に評価しているのに対し，Δ仁では，外部費用はあくまで不満を調整するための項になっているためと考えられる．
- 外部性がない場合には，どの方法によっても同じ解を得る．

5. 事例分析

以上で得た理論的な知見を具体的に確認するために，兵庫県に位置する一庫ダムを参考に事例分析を行う．一庫ダムは，淀川水系の猪名川流域に存在しており，河川（治水＋不特定）と上水道の二主体による多目的ダム事業である．以下では，1)「正常流量の確保」と2)「洪水時の流入濁水の一時貯留」の二つの機能を有した主体を環境主体と定義し，その主体を含めて仮想的に新規ダムとして一庫ダムを計画した場合に共同事業費をいかにこれらの主体に割り振るかという利害調整問題をゲーム理論的に検討する．すなわち，治水，上水道，環境の3人による費用割り振りゲームとして検討する．

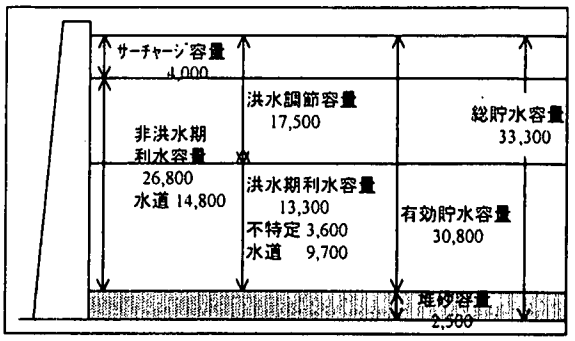

図-3 現行の一庫ダムの貯水容量配分

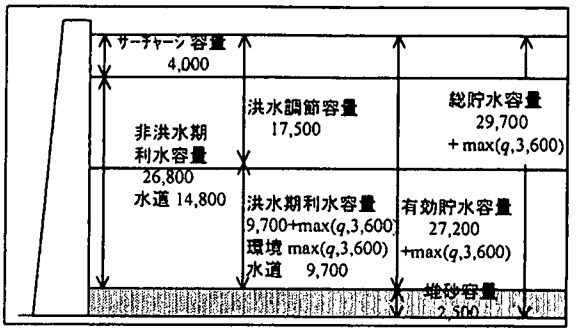

図-4 環境主体を含めた一庫ダムの貯水容量配分

実際の一庫ダムの貯水容量配分を示すと，図-3に示すように治水（洪水制御）が17,500，上水道が14,800，不特定が3,600，堆砂が2,500（千m^3）となっている．なお，上水道の容量は洪水期（7月1日〜9月30日）と非洪水期によって異なり，治水と提携を形成する場合は洪水期の容量(9,700千m^3)を，そうでない場合は非洪水期の容量(14,800千m^3)を用いて身替り費用を算定する．任意の提携の身替り費用は，その提携に含まれる主体の容量の和+堆砂容量で与えられる．

以下では環境主体が確保する貯水容量としては，「正常流量の確保」という機能に対しては不特定の貯水容量（3,600千m^3）[11]と，「洪水時の流入濁水の一時貯留」のための貯水容量（q千m^3）を設けることを想定する．

以後前者を流量確保容量，後者を濁水対策容量と呼ぶ．ただし，ここでの容量の設定には以下の注意が必要である．濁水対策容量は洪水時に，流量確保容量は平常時に必要であるため，1) 洪水時のみの対応を行う治水主体と提携を組んだ場合の環境主体に関する貯水容量は濁水対策容量q千m^3のみを，2) 平常時のみの対応を行う上水道主体と提携を組んだ場合の環境主体に関する貯水容量は流量確保容量3,600千m^3のみを，3) 治水と上水道主体の提携と提携を組んだ場合の環境主

[11] 河川環境の悪化を緩和するための維持流量を確保することが環境主体の一つの機能であることから，不特定容量をそのまま環境主体に関する「正常流量の確保」の機能に対する容量にあてると仮定する．

表-4 一庫ダムの費用関数

提携	提携構造	ダム容量（千m³）	費用（百万円）	
			q=3,000	5,000
1	{{1}{2}{e}}	17,500+2,500	53,400	53,400
2	{{1}{2}{e}}	14,800+2,500	49,200	49,200
e	{{1}{2}{e}}	$q\oplus$ 3,600	42,000	47,700
1	{{1}{2e}}	17,500+2,500	53,400	53,400
2	{{2}{1e}}	14,800+2,500	49,200	49,200
e	{{e}{12}}	max(q, 3, 600)+2,500	29,600	31,400
12	{{12}{e}}	17,500+9,700+2,500	61,800	61,800
1e	{{1e}{2}}	[17,500+q+2,500] $\oplus$ 3,600	82,100	82,300
2e	{{2e}{1}}	[14,800+3,600+2,500] $\oplus$ q	66,700	74,800
12e	{{12e}}	max(33, 300, 29, 700 + q)	62,500	63,200

表-5 一庫ダムの費用割り振り（単位：億円）

q	3,000			5,000		
–	x_1	x_2	x_e	x_1	x_2	x_e
分割形α仁	246.0	165.6	213.5	214.3	172.3	245.5
Δ仁	257.8	215.8	151.5	241.3	199.3	184.3
P-Shap	293.2	195.2	136.2	273.3	213.8	145.8

体に関する貯水容量は，洪水時と平常時が排他的であることに留意すればq千m³と3,600千m³のうち大きな貯水容量を確保すればよい．環境主体を含めた場合の一庫ダムの貯水容量配分は図-4のようになる．

影響費用については，表-1の例と同様に回避費用，つまりその影響費用の発生を回避するのに必要な環境容量を有するダムの建設費で与えるとする．ただし，堆砂容量は確保しなくてもよいとする．一庫ダムの費用関数は表-4に整理される．プレイヤー1,2,eはそれぞれ治水，上水道，環境である．また，ダム容量に示している「$q\oplus$ 3,600」の「$\oplus$」は，貯水容量qを確保するダムと貯水容量3,600を確保するダムの費用の和をとることを表しており，貯水容量$q+3,600$を確保するダムの費用を表すものではないことに注意を要する．一庫ダムにおける貯水容量と費用の関係は谷本[16]による．

費用関数は，濁水対策の貯水容量qが3,600（千m³）より大きいか小さいかに依存するため，$q=3,000$の場合と5,000の場合の二つのケースについて費用割り振りを行った．その結果を表-5に示す．なお，いずれのケースにも劣加法性が成立しており，全員提携が成立するための必要条件が充足される．

Δ仁，分割形α仁，分割関数形シャープレイ値による解を比較すると，$q=3,000$の場合におけるΔ仁では各主体の割り振り費用について分割形α仁と分割関数形シャープレイ値の準中間値，5,000の場合は中間値となっている．これは，前章での考察を具体的に裏付ける結果となっている．分割形α仁と分割関数形シャープレイ値を比較して分かるように，外部性がある場合の各提携の交渉力をどのように評価するかで得られる解は全く異なる．どの交渉力を認めるかどうかは対象とする事業によって異なると考えられ，参加する主体を統括するダム事業の調整者がその意思決定を行うことになろう．ここでは，分割形α仁や分割関数形シャープレイ値のように，当該提携以外の主体の行動や外部費用の評価について極端な状況における交渉力のみを認めるということが現実的に妥当であるかどうかという問題を提起しておこう．これに対し，各提携の交渉力として極端な状況を想定しないで解を得ることがΔ仁の利点であり，これが特筆すべきΔ仁の有効性である．従って，環境主体が事業に参加することで外部性が生じる場合の費用割り振り法としては本研究で提案したΔ仁の適用が有効となろう．

6. 結論

本研究では，環境主体の参加を想定した多目的ダム事業を対象として費用割り振り問題について検討を行った．本研究ではダム建設によってダム下流の河川環境への影響を緩和する主体を環境主体と呼び，その主体が事業に参加する場合には一種の外部性が問題となることに着目した．そこで，その外部性を反映した費用割り振り法の開発を目的として検討を行った．

まず，既に分割関数形への拡張がなされている公正配分解として分割形αコア，分割関数形シャープレイ値を取り上げ，前者については不満という形で再定式化した．次いで，これらの方法が抱える問題点を指摘するとともに，それらを改善するための新たな公正配分概念としてΔコア及びΔ仁の開発を行った．この方法は，分割関数形シャープレイ値及び分割形α仁が想定しているある種の極端な想定を緩和した定義を与えており，費

用関数の条件によって各主体の割り振り費用は分割関数形シャープレイ値と分割形α仁による割り振り費用の中間値となりうることが数値例及び事例分析において確認された．さらに，より多様な交渉力を認めたΔ仁がある条件ではより少ない交渉力のみを認めた分割形αコアと一致するとの知見を得た．これは，ある条件の下ではΔ仁の意味付けが分割形α仁にあてはまることを意味しており，今後の費用割り振り制度の検討において有用な知見になると考えられる．

本研究では，多目的ダム事業において外部性が問題となる場合として環境主体が事業に参加することを想定した．しかし，「下流増」の主体が参加する場合も同様の問題が生じており，本研究でのアプローチの適用が可能である．しかし本研究では，各提携構造の下での流況の再現とそれに伴う発電能力の算定方法，すなわち下流増に関する費用の算定の困難からこれを検討の対象として取り上げなかったため，この点についてはさらに検討が必要である．

本研究では全ての主体による共同事業が成立することを前提としていたが，事業によってはこれがそのままあてはまらないことも考えられる．その場合は，割り振られる費用によって部分提携による事業を実施するということもあり得る．このような提携の形成と費用割り振りとを同時に議論する研究が盛んに行われており [17]，外部性を考慮した形での発展が求められている．よって，提携の形成を含めかつ外部性を考慮した費用割り振りの問題への検討も今後の大きな課題となろう．

なお，本研究のアプローチは多目的ダム事業に限らない他の共同事業についても適用が可能である．社会で実施されている事業の多くは外部性を有しており，本研究での分析アプローチが応用できる分野は非常に多く存在していると考えられる．よって，今後の研究課題の一つとしては，本研究の適用可能性を様々な分野に拡大していくことが上げられる．

付録 I　3人ゲームにおける分割形α仁，Δ仁，分割関数形シャープレイ値の関係

以下では，分割形α仁，Δ仁，分割関数形シャープレイ値の解析解を示し，これらの解の関係を検討する．分割形α仁，Δ仁の解析解の算定方法は，岡田・谷本ら [4] を参照されたい．

単純な費用関数として表-A.1を設定する．ただし，$a, b, c > 0$である．以下では，劣加法性が成立し，かつ正の外部性がある場合（$\Delta a < 0$）について検討する．

分割形α仁　$a > a + \Delta a$であるため，分割形α仁ではΔaの値とは関係なく以下のように解が導出される．

表-A.1 費用関数

$C(\{1\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$	a
$C(\{2\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$	a
$C(\{3\}, \{\{1\}\{2\}\{3\}\})$	a
$C(\{1\}, \{\{1\}\{23\}\})$	$a + \Delta a$
$C(\{2\}, \{\{2\}\{13\}\})$	$a + \Delta 2a$
$C(\{3\}, \{\{3\}\{12\}\})$	$a + \Delta 3a$
$C(\{12\}, \{\{3\}\{12\}\})$	b
$C(\{13\}, \{\{2\}\{13\}\})$	b
$C(\{23\}, \{\{1\}\{23\}\})$	b
$C(N, \{N\})$	c

$$x_1 = x_2 = x_3 = \frac{c}{3} \tag{I.1}$$

分割関数形シャープレイ値

$$x_1 = \frac{c - 3\Delta a}{3}$$
$$x_2 = \frac{c}{3}$$
$$x_3 = \frac{c + 3\Delta a}{3} \tag{I.2}$$

Δ仁　以下の二つの場合に応じて，解が導出される．

i)$c \leq 3b - 3a - 3\Delta a$

$$x_1 = x_2 = x_3 = \frac{c}{3} \tag{I.3}$$

このとき，Δ仁は分割形α仁に一致する．また，Δ仁による任意のプレイヤーの割り振り費用は，分割形α仁と分割関数形シャープレイ値の中間値となっている，すなわち，分割形α仁，分割関数形シャープレイ値，Δ仁による任意のプレイヤーの割り振り費用をそれぞれ$x_i^\alpha, x_i^s, x_i^\Delta$とすると，式(I.4)が成立する．なお，ある一人のプレイヤーについて式(I.4)が成立しない場合を，「Δ仁による割り振り費用は分割形α仁と分割関数形シャープレイ値の準中間値となっている」と言うことにする．明らかに中間値であれば準中間値である．

$$x_i^s \leq x_i^\Delta \leq x_i^\alpha \text{ or } x_i^\alpha \leq x_i^\Delta \leq x_i^s, (i = 1, 2, 3) \tag{I.4}$$

ii)$c > 3b - 3a - 3\Delta a$

$$x_1 = \frac{c + a - b + \Delta a}{2}$$
$$x_2 = \frac{c - a + b - \Delta a}{4}$$
$$x_3 = \frac{c - a + b - \Delta a}{4} \tag{I.5}$$

このとき，プレイヤー1,3についてのみ，次式の条件において式(I.4)を満たす．

$$c \leq 3b - 3a - 9\Delta a \tag{I.6}$$

i),ii) より $c \leq 3b - 3a - 3\Delta a$ では，Δ仁の割り振り費用は分割形α仁と分割関数形シャープレイ値の中間値となり，$3b - 3a - 3\Delta a < c \leq 3b - 3a - 9\Delta a$ では準中間値となることが証明された．

付録 II　分割形αコアとΔ仁との関係

分割形αコアと対極的な関係にあるコア，すなわち任意の提携 B_k の交渉力として $\min_{\mathcal{B}_{N\setminus B_k}} C(B_k, \mathcal{B})$ を準拠とした場合のコアが非空でかつ正の外部性がある場合，Δ仁は分割形αコアの内部にあることを証明する．

分割形αコアと対極的な関係にあるコア，すなわち任意の提携 B_k の交渉力として $\min_{\mathcal{B}_{N\setminus B_k}} C(B_k, \mathcal{B})$ を準拠とした場合のコアが非空であれば，次式を満たす割り振りベクトル X が存在する．

$$\sum_{i \in B_k} x_i - C(B_k, B) \leq 0, (\forall \mathcal{B} \in \mathcal{PT}, \forall B_k \in \mathcal{B}) \quad \text{(II.1)}$$

このとき，Δ仁において得られる最大不満 ϵ^*_Δ は0以下になる．なぜなら，式(II.1)は $D=0$ とすることにより，少なくても任意の提携構造における任意の提携の不満を0以下にしうることを示しているからである．

また，正の外部性がある場合，$\max_{\mathcal{B}_{N\setminus B_k}} C(B_k, \mathcal{B}) = C(B_k, \{B_k\} \cup \{\{i\}|_{i \in N\setminus B_k}\})$ である．これらは分割形αコアにおいて準拠となる費用関数の集合である．Δ仁の制約条件式のうち，これらの費用関数を準拠とした式のみを抽出したものが次式である．

$$\sum_{i \in B_k} x_i - C(B_k, \{B_k\} \cup \{\{i\}|_{i \in N\setminus B_k}\}) \leq \epsilon^*_\Delta - (m-1)d_{B_k} \quad \text{(II.2)}$$

ここに，$\epsilon^*_\Delta \leq 0, d_{B_k} \geq 0$ より，左辺は非正である．よって，Δ仁によって得られる解は分割形αコアの内部に含まれることが証明された．

参考文献

1) Federal Inter-Agency River-Basin Committee, Proposed Practices for Economic Analysis of River Basin Projects, Technical Report, Washington D.C., 1950.
2) 岡田憲夫：公共プロジェクトの費用配分法に関する研究：その系譜と展望，土木学会論文集，No.431/IV-15,1991.
3) 岡田憲夫，谷本圭志：多目的ダム事業における慣用的費用割振り法の改善のためのゲーム論的考察，土木学会論文集，No.524/IV-29, 1995.
4) 岡田憲夫，谷本圭志，榊原弘之：水資源開発事業における優先支出法のゲーム論的考察，土木学会論文集，No.555/IV-34, 1997.
5) 佐々木才朗：多目的ダムのコストアロケーションに関する研究，東京大学工学部博士論文，1992.
6) Bloch, F. : Non-cooperative models of coalition formation in games with spillovers, New Directions in the Economic Theory of the Environment, Edited by C. Carraro and D. Siniscalco, Cambridge, 1997.
7) 建設省河川局監修・ダム技術センター発行：日本の多目的ダム，1990.
8) 奥野正寛，鈴村興太郎：ミクロ経済学I，岩波書店，1993.
9) Thrall, R. and Lucas, W. : N-Person Games in Partition Function Form, Naval research Logistics Quarterly, 10, 1963.
10) Shenoy, P. : On Coalition Formation : A Game Theoretical Approach, International Journal of Game Theory, 8, 1979.
11) Hart, S. and Kurz, M. : Endogenous Formation of Coalitions, Econometrica, 51,1983.
12) Shapley, L. S. : Cores of Convex Games, Int. J. Game Theory, Vol.I, 1971.
13) Myerson, R.B. : Values of Games in Partition Function Form, Int. J. Game Theory, Vol.6, 1977.
14) Gillies, D. B.: Solutions to General Non-zero-sum Games, in:Contributions to the Theory of Games IV, R.D.Luce, and A.W.Tucker eds., Annals of Mathematics Studies, No.40, Princeton, 1959.
15) Schmeidler, D. : The Nucleolus of a Characteristic Function Game, SIAM, Journal of Applied Mathematics 17, pp.1163-1170, 1969.
16) 谷本圭志：新たな目的を加えた多目的ダム事業の費用割振り問題に関する基礎的研究 －親水目的を対象として－，京都大学修士論文，1995.
17) 高野浩一，榊原弘之，岡田憲夫，多々納裕一：流域下水道整備事業の費用配分方法に関するゲーム論的考察，土木計画学研究・論文集，1998.

(1998.10.21 受付)

AN EXTENDED COST ALLOCATION METHOD FOR MULTI-PURPOSE RESERVOIR DEVELOPMENTS WITH SPILLOVER FROM COALITION FORMATION CONSIDERED

Keishi TANIMOTO and Norio OKADA

One of the critical conflict issues in multi-purpose reservoir development is over the allocation of joint costs among uses. Given an efficient joint projects, fairness and equity is required to qualify the cost allocation method. This paper addresses to the need for developing a new method which can account for spillover effects from other uses forming a coalition. This is particularly the case with a new use representing environmental interest comes into the ground. Within a framework of cooperative game theory, some theoretical solution concepts proposed by formulating the problem in partition function form.