

# 遺伝的アルゴリズムを用いた室内不飽和透水試験による不飽和浸透特性値の非定常算定方法

竹下祐二<sup>1</sup>・中澤一磨<sup>2</sup>・福田大樹<sup>3</sup>・河野伊一郎<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 学術博 岡山大学助教授 環境理工学部 (〒700-8530 岡山市津島中2-1-1)

<sup>2</sup>正会員 工修 清水建設(株) 土木本部 (〒105-8007 東京都港区芝浦1-2-3)

<sup>3</sup>(株)鴻池組 大阪本店土木部 (〒541-0057 大阪市中央区北久宝寺町3-6-1)

<sup>4</sup>フェロー 工博 岡山大学教授 環境理工学部 (〒700-8530 岡山市津島中2-1-1)

室内不飽和透水試験データから飽和透水係数および不飽和浸透特性パラメータを同時に、安定かつ簡便に算定できる非定常解析手法の開発を目的として、生物の進化の過程である自然淘汰・交叉・突然変異を模した多点探索法である遺伝的アルゴリズムと非定常浸透流解析手法とを組み合わせた方法を提案した。本方法によれば、不飽和浸透特性の関数モデルに含まれる複数個のパラメータの推定問題を組み合わせ最適化問題としてとらえ、推定解の候補として事前に構築した膨大なパラメータ群の中から、実用解を安定して算定することが可能となる。本方法の有効性はvan Genuchtenの提案した不飽和浸透特性の関数モデルとまさ土試料による不飽和透水試験データを用いて吟味した。

**Key Words :** unsaturated hydraulic properties, parameter estimation, genetic algorithms, laboratory test, FEM, ground water

## 1. はじめに

不飽和地盤における浸透問題や物質輸送問題の定量的評価において、不飽和領域での浸透挙動を支配する不飽和浸透特性値は重要なパラメータである。ここで、不飽和浸透特性値とは水分特性曲線(体積含水率と圧力水頭の関係)および体積含水率または圧力水頭の関数として表示した不飽和透水係数と定義する。現在、不飽和浸透特性値の測定は、原位置試験方法が確立されていないために、主に室内試験によって行われている。従来、室内試験方法としては、pF試験法やRichards型の不飽和透水試験法に代表される定常法<sup>1)</sup>が用いられてきたが、近年、パソコンコンピュータの処理能力とセンサー技術の向上により、非定常法による測定方法が提案されている。

非定常法による室内測定法では、供試体に一段階あるいは複数段階の背圧を作用させ、生じた不飽和浸透挙動を数値解析による浸透流解析によってシミュレートし、その浸透挙動を最も良好に表現できる不飽和浸透特性の関数モデルを同定して、不飽和浸透特性値を算定する方法が良く用いられている<sup>2)-7)</sup>。その際、不

飽和浸透挙動の非定常計測データとしては、圧力水頭、体積含水率あるいは流入出流量等が選定されている。また、不飽和浸透特性の関数モデルとしては、van Genuchtenによって提案された関数モデル<sup>8)</sup>が多用されており、この非線形モデルに含まれるパラメータの推定手法としては、非線形最小二乗法の解法としてGauss-Newton系の方法が採用されている例が多い。

これらの方針の利点は、計測データを浸透流解析によって数値解析的に評価するため、理論的な解析手法に比べて種々の初期条件、境界条件の導入が容易であり、複雑な試験条件に対応できること、また、水分平衡状態に達するまでの長時間の計測を必要とせず、試験時間の短縮が期待できる点にある。しかし、不飽和浸透挙動のシミュレーションは強い非線形性を有することから、不飽和浸透特性の関数モデルに含まれるパラメータの推定は必ずしも容易ではない。これらは、いずれも逆問題に特有の不適切性(ill-posedness)によるものであり、たとえば、計測データのわずかな変動に対して、推定すべきパラメータが不釣合に大きな変化を生じるといった解の不安定性の問題や、非線形最小二乗法の反復法による解法においては、未知パ

ラメータの初期推定値の設定が不適切であるために、解の発散や最小二乗法における目的関数の探索方向が見い出せないといった問題<sup>2)</sup>に遭遇することが多い。特に、不飽和浸透特性の関数モデルに含まれる飽和透水係数と不飽和浸透特性パラメータを同時に推定する場合、推定されたパラメータの組み合わせが多数個存在し、解の唯一性に問題が生じる場合が少なくない。そのため、Echingらは推定されたパラメータの唯一性を検討するために、異なる初期値による3回の解析を行って、解の吟味を行う方法を提案している<sup>9)</sup>。

このような状況を鑑みて、室内不飽和透水試験データから、飽和透水係数および不飽和浸透特性パラメータを同時に、安定かつ簡便に算定できるパラメータ推定方法の開発が必要であると考えられる。一般に、室内不飽和透水試験データの工学的評価という観点に立てば、真値に十分近いと考えられ、実用上問題ないと思われるパラメータの算定が要求される場合が少くない。このような場合には、厳密な意味での最適解は得られなくとも、非線形性の強い広域な未知パラメータの探索空間を効率よく探索し、実用上の実行可能解を速やかに発見するアプローチが必要とされる。本研究では、このようなパラメータ探索手法として、遺伝的アルゴリズムを採用し、室内不飽和透水試験で計測された非定常データから飽和透水係数と不飽和浸透特性パラメータを同時に推定する方法を提案する。

遺伝的アルゴリズムは生物の進化の過程である自然淘汰・交叉・突然変異を模した多点探索法であり、不飽和浸透特性の関数モデルのパラメータ推定を推定すべきパラメータの組み合わせ最適化問題として取り扱うことができる。すなわち、事前に用意した非常に多数の解集合の中から、迅速に実行可能解を見い出すことができ、また、目的関数の微係数などの情報を必要とせず、パラメータ探索のためのアルゴリズムとしてプログラミングが簡単であるという特徴をも有している。本文で提案する解析方法の有用性および妥当性は、van Genuchtenの提案した不飽和浸透特性の関数モデルと2種類のまさ土試料による室内不飽和透水試験の非定常計測データを用いて吟味した。

## 2. 室内不飽和透水試験方法

### (1) 試験装置

供試体に多段階の背圧を連続的に与えて、強制的に不飽和浸透を生じさせ、その際に計測された非定常データから不飽和浸透特性を逆解析的に算定する方法は、Multistep outflow method（以後、MSO法と記す。）として、多くの研究者によってその適用性の検討

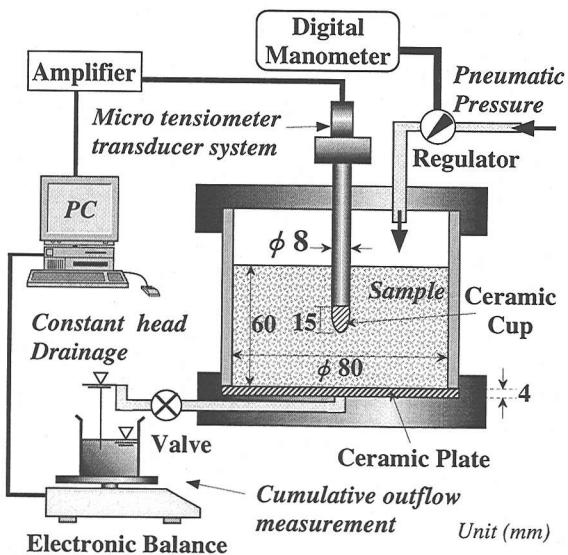


図-1 MSO法試験装置

がなされている<sup>5,6,9,10)</sup>。この方法は、pF試験法の加圧板法<sup>1)</sup>を非定常法に拡張した方法であり、現在、不飽和浸透特性の室内測定方法として多用されている。そこで、本研究においてもMSO法を採用し、図-1に示す試験装置を用いた。

本試験装置では、コンプレッサーを用いて空気による背圧を供試体に作用させ、鉛直一次元の不飽和浸透流を生じさせる。供試体下部には不透気性のフィルター材として、厚さ4mmのセラミックディスクを設置した。その飽和透水係数値は $5.8 \times 10^{-7} \text{ cm/s}$ 、空気侵入値(Air Entry Value)は196kPaである。

非定常不飽和浸透挙動の計測項目としては、試料からの排水流量値と試料中心部における圧力水頭値との経時変化を選定した。そのため、供試体の寸法は、直径80mm、高さ60mmとした。圧力水頭値は、外径8mmのステンレスパイプの先端に、長さ15mmのセラミックカップを取り付けたマイクロテンシオメーターを試料中心部に挿入し、拡散型半導体圧力変換器(豊田工機製SD110、測定圧力範囲-98～98kPa、非直線性±0.3%RO)によって計測した。また、排水流量値は供試体下部のセラミックディスク上面の高さにて定水位排水を生じさせ、上皿電子天秤(メトラー・トレド社製PG5002、秤量範囲5100g、読みとり限度0.01g)を用いて計測した。これらの非定常計測データは、マイクロコンピュータによって最小サンプリングタイム1秒にてモニターおよび収録を行った。

### (2) 試験試料

岡山市内で採取されたまさ土試料をふるい、粒径分

表-1 試料の物理特性

Sample	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$k_s$ (cm/s)	$W_{opt}$ (%)	$\rho_d \max$ (g/cm <sup>3</sup> )
A	2.65	$4.20 \times 10^{-3}$	13.9	1.92
B	2.65	$1.09 \times 10^{-2}$	14.9	1.75

表-2 用いた背圧値と試験時間

step	Back Pressure (kPa)		Period of experiment
	sample A	sample B	
1	0.0 → 4.9	0.0 → 2.94	Steady state
2	4.9 → 9.8	2.94 → 6.86	24 hour
3	9.8 → 19.6	6.86 → 29.4	24 hour

布の異なる2種類の試料(試料A、試料B)を作成した。用いた試料の物理特性を表-1に、また、粒径加積曲線を図-2に示す。試料は飽和体積含水率0.325にて締め固め、自然通水後、真空脱気を行い、飽和供試体を作成した。なお、表-1に示した飽和透水係数値は変水位透水試験法(JIS A 1218)によって計測した。

なお、MSO法の実施に際しては、供試体に作用させる背圧段階数およびその背圧値と作用させる時間の設定が重要な問題となる。しかし、明確な試験基準は確立されておらず、試料の状態に応じて、経験的に設定している現状にある。たとえば、Echingらは、5.88, 7.84, 11.76, 19.6, 39.2, 68.6, 98.0 kPaの7段階の背圧値を選定し、作用させる時間としては、各段階とも24時間または各段階での排水流量の変化量が0.05ml/h以下になるまで与えるという方法を提案している<sup>9)</sup>。本研究では、十分な非定常データが計測でき、かつ可能な限り少ない背圧段階数を用いて不飽和浸透特性の算出を試みることを目的として、表-2に示すような3段階の背圧値を順次作用させた。なお、試料の粒径加積曲線より、試料Bは試料Aよりも透水係数が大きいことが予想されたため、異なる背圧値の設定を試みた。

### 3. 遺伝的アルゴリズムを用いた不飽和浸透特性の算定方法

#### (1) 支配方程式

本研究では、鉛直一次元非定常浸透挙動を考える。その支配方程式はRichardsの式によって次式で表される。

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (1)$$

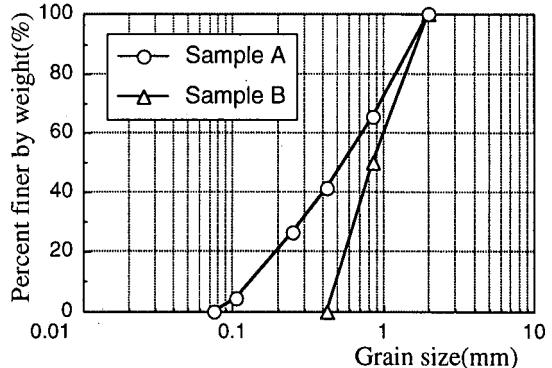


図-2 試料の粒径加積曲線

ここに、 $z$ : 鉛直座標(鉛直上向きを正とする),  
 $h$ : 圧力水頭,  $\theta$ : 体積含水率,  $K(h)$ : 透水係数,  
 $C$ : 比水分容量 ( $= d\theta / dh$ ),  $t$ : 時間

また、初期および境界条件は、以下のようである。

$$h=h(0,z) : t=0, 0 \leq z \leq L \quad (2a)$$

$$q=0 : t>0, z=L \quad (2b)$$

$$h=h(t,0) - ha(t) : t>0, z=0 \quad (2c)$$

ここに、 $L$ : 供試体の高さ,  $q$ : 供試体上部における流入出流量,  $h(0,z)$ は初期の静水圧分布,  $ha$ : 供試体に作用させた背圧(空気圧)値

式(1), (2)の解は、有限要素法による一次元浸透流解析によって算定した<sup>10)</sup>。その際に、不飽和浸透特性を表現する関数モデルとしては、van Genuchtenの提案したモデル<sup>8)</sup>(以後、VGモデルと記す。)を用いた。このモデルは、式(3)で定義される有効飽和度  $Se$  を用い、不飽和透水係数および比水分容量をそれぞれ式(4), (5)にて表す。

$$Se = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[ \frac{1}{1 + (\alpha h)^n} \right]^m \quad (3)$$

$$K(Se) = K_s Se^{0.5} [1 - (1 - Se^{1/m})^m]^2 \quad (4)$$

$$C = \alpha (n-1)(\theta_s - \theta_r) Se^{1/m} (1 - Se^{1/m})^m \quad (5)$$

ここに、 $Se$ : 有効飽和度,  $\theta_s$ : 飽和体積含水率,  $\theta_r$ : 残留体積含水率,  $K_s$ : 飽和透水係数,  $\alpha$ ,  $n$ : 水分特性曲線の形状を支配する土に固有のパラメータ,  $n > 1$ ,  $m = 1 - 1/n$

本研究では、不飽和透水試験によって計測された非定常データを式(1)～(5)を用いた浸透流解析手法によってシミュレートしてVGモデルの同定を行い、不飽和浸透特性の算定を行う。ここで、VGモデルに含

まれる未知パラメータのうち、 $\theta$  は土質試験等によって独立に測定が可能なパラメータと考えられるため既知量として取り扱い、他の 4 つのパラメータ ( $K_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $\theta_r$ ) を未知量として同時に推定する。これらのパラメータの推定に際しては、圧力水頭と累積排水流量の非定常データを目的関数として、次式で示される重み付き残差平方和  $OF(b)$  を最小にする未知パラメータベクトル  $b$  を見いだす手法を用いる。

$$OF(b) = \omega_h \sum_{i=1}^N (h_m(t_i) - h_c(t_i, b))^2 + \omega_Q \sum_{j=1}^M (Q_m(t_j) - Q_c(t_j, b))^2 \quad (6)$$

ここに、 $\omega$  は重みであり、記号および添え字における  $h, Q$  はそれぞれ、圧力水頭（次元は（長さ））と累積排水流量（次元は（長さ）<sup>3)</sup>）を意味する。また、添え字、 $m, c$  はそれぞれ、計測データと浸透流解析によって得られた解析値を表す。また、 $N, M$  は計測データ数であり、 $t$  は計測時間である。

式(6)における各測定値の重みの設定方法は基本的な問題であり、一般には、各測定値に対する誤差の分散値を用いる方法などが提案されている。ここでは、圧力水頭と累積排水流量という単位の異なる物理量の計測精度およびそれらの絶対値の較差が残差平方和に与える影響を簡便に補正すること目的として、各計測データの平均値に基づき、次式に示すような設定を行った。ただし、各計測時間における計測データについては、すべて同程度の誤差を含むと考えて、各計測データごとの重み付けは考えない。

$$\omega_h = 1.0 \quad (7)$$

$$\omega_Q = \frac{\sum_{i=1}^N (h_m(t_i))^2 / N}{\sum_{j=1}^M (Q_m(t_j))^2 / M} \quad (8)$$

## (2) 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithms、以下 GA と記す。）は、生物進化（選択淘汰・突然変異）の原理に着想を得たアルゴリズムであり<sup>12)</sup>、組合せ最適化問題の近似解法の一つとして注目されている。GA では、従来の最適化問題における推定すべき未知パラメータを遺伝子とみなし、同定すべきモデルは任意の遺伝子配列を有する仮想的な生物（個体）として表現する。個体は探索問題における探索点に相当し、複数

の個体を同時に用いて、各個体における環境（対象とする問題）との適応度を任意の評価関数を用いて計算する。この際、低い適応度を持つ個体を淘汰して消滅させ、高い適応度を持つ個体を増殖させる操作に加えて、各個体において遺伝子の交叉や突然変異と呼ばれる操作を行い、適応度の高い個体を見いだす世代交代シミュレーションを実行する。その結果として、最終的に得られた非常に適応度の高い個体は、推定すべきパラメータの近似解を与えるものと考えられる。GA の特徴は以下のようである。

①複数の探索点から同時に確率的探索を行い、高い評価値を有する解の近傍を中心とした広域的な解探索を行うため、収束に要する時間が比較的速く、初期推定値による影響も少ない。

②探索過程において、次の探索点を設定するために現在の探索点における評価値（適応度）だけを用いており、目的関数の導関数を用いないので、不連続もしくは離散的目的関数や目的関数の性質が把握できかない問題にも適用でき、プログラミングが容易である。

③遺伝子の交叉や突然変異を模した操作を行うことにより、最適解近傍の探索に方向性を与えて探索効率を高め、かつ局所解への収束を回避する機能が期待できる。

従来の最適化手法に比較して、GA が有利な点は、広域的な性質を有する点にある。つまり、探索点が多数であることは、局所解にとらわれる心配が少ないので、多峰性の関数の最適化問題には適している。しかし、必ずしも広域的な最適解を生成する保証がなく、真値に近い結果が得られれば満足できる性質の問題が対象となる。なお、GA の基礎的な詳細については専門書等<sup>13)~15)</sup>を参照されたい。

## (3) 遺伝的アルゴリズムによる VG モデルのパラメータ推定手順

### a) 推定すべきパラメータ群の構築

GA によるパラメータ探索では、推定解の候補として事前に構築された膨大なパラメータ群の中から実行可能解を見い出すという、パラメータの組み合わせ最適化問題としての解析を行う。したがって、パラメータ群の構築は極めて重要な作業となりうるが、GA では厳密な最適解の探索を目的としないために、通常、未知パラメータの推定解と予測される値を十分に網羅するパラメータの範囲を決定し、その範囲を分割してパラメータ群を構築する。パラメータ群の基本単位は個体と呼ばれ、推定すべきパラメータを任意の記号列の形にモデル化し、その記号列を組み合わせることによって作成される。本研究では、記号列として取り扱いの容易な 2 値 {0,1} の 2 進文字

表-3 GAに用いたパラメータ群

No.	Sample A $k_s$ (cm/s)	Sample B $k_s$ (cm/s)	7-bit binary code	No.	$\alpha$ (1/cm)	$n$ (-)	6-bit binary code	No.	$\theta r$ (-)	3-bit binary code
1	$6.0 \times 10^{-4}$	$4.5 \times 10^{-3}$	0 0 0 0 0 0 0	1	0.017	1.1	0 0 0 0 0 0	1	0.02	0 0 0
2	$6.1 \times 10^{-4}$	$4.6 \times 10^{-3}$	0 0 0 0 0 0 1	2	0.018	1.2	0 0 0 0 0 1	2	0.04	0 0 1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	3	0.06	0 1 0
60	$2.9 \times 10^{-3}$	$1.4 \times 10^{-2}$	0 1 1 1 1 0 0	31	0.047	4.1	0 0 1 1 1 1	4	0.08	0 1 1
61	$3.0 \times 10^{-3}$	$1.5 \times 10^{-2}$	0 1 1 1 1 0 1	32	0.048	4.2	0 1 0 0 0 0	5	0.10	1 0 0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	6	0.12	1 0 1
127	$9.6 \times 10^{-3}$	$8.1 \times 10^{-2}$	1 1 1 1 1 1 0	63	0.079	7.3	1 1 1 1 1 0	7	0.14	1 1 0
128	$9.7 \times 10^{-3}$	$8.2 \times 10^{-2}$	1 1 1 1 1 1 1	64	0.080	7.4	1 1 1 1 1 1	8	0.16	1 1 1

列を用いた。そのため、各未知パラメータにおいては、2の累乗個の推定解を用意する必要がある。

パラメータ群の個数は、パラメータの推定精度や計測データに対する感度を考慮して、解析者が対象問題毎に検討すべき問題である。たとえば、パラメータの感度が大きい場合には、推定解の個数を増加させるなどの配慮が必要である。ただし、定解の個数を過剰に増大させることは、パラメータの探索領域を必要以上に広げることになり、探索効率を低下させる恐れがあるため注意が必要である。

本研究におけるパラメータ群の構築方法は以下のようである。まず、飽和透水係数については、試料の粒度分布情報より  $10^{-3}$  cm/s オーダーの透水係数値を推定した。ここで、試料Bについては試料Aよりも細粒分の含有率が少ないために透水係数が大きいことが予想されたため、試料Aでは  $6.0 \times 10^{-4} \leq K_s(\text{cm/s}) \leq 9.7 \times 10^{-3}$  の範囲を、また、試料Bでは  $4.5 \times 10^{-3} \leq K_s(\text{cm/s}) \leq 8.2 \times 10^{-2}$  の範囲をそれぞれ128分割し、7bit長の2進文字列で表記した。次に、( $\alpha$ ,  $n$ )については、van Genuchtenが一般的な土に対して示している  $0.005 \leq \alpha$  (cm $^{-1}$ )  $\leq 0.05$ ,  $1.1 \leq n \leq 10.0$ なる値<sup>2)</sup>を参考にして、 $0.017 \leq \alpha$  (1/cm)  $\leq 0.08$ ,  $1.1 \leq n \leq 7.4$ の範囲をそれぞれ64分割し、6bit長の2進文字列で表記した。 $\theta r$ は重力排水終了後も土に保持されている体積含水率と定義されることから、飽和体積含水率の1/3程度以下の範囲である  $0.02 \leq \theta r \leq 0.16$ を対象と考えた。また、今回対象としたMSO法の計測データが飽和に近い状態での浸透挙動であったことから、 $\theta r$ の感度はさほど大きくないと考えて、この範囲を8分割し、3bit長の2進文字列で表記した。

以上のようにして構築したパラメータ群を表-3に示す。構築したパラメータ群によって生成される未知パラメータの推定可能解の組み合わせ総数は、

4,194,304個 (=128\*64\*64\*8) であり、各個体における未知パラメータの記号列は、22ビット長 (=7+6+6+3) の2進文字列で表現される。

#### b) 初代の個体集団の発生

前述のa)において作成した個体の中から、乱数を用いてランダムに個体を抽出し、初代の個体集団を形成させる。これを用いて、GAの特徴である遺伝と進化による世代交代シミュレーションを開始する。未知パラメータの初期値は乱数によって決定されるため、非線形最小二乗法の反復法による解法を実行する際に解析者が行っていた未知パラメータの初期推定値の設定作業は不要である。

#### c) 各個体の評価

評価関数を用いて世代を構成する各個体の適応度を評価する。評価関数の設定は世代交代シミュレーションの成否を左右する重要な役割を有しており、その設定によっては探索結果が大きく変化することが予想される。坂和、田中は<sup>14)</sup>、評価関数の設定方法や適応度のスケーリング手法を提案しているが、確立された手法はない現状にあり、今後の重要な研究課題であると言える。本研究では、最も単純な評価関数の設定方法として、式(6)に示した目的関数の逆数を用いて、残差平方和の値に応じた適応度を式(9)により算出した。

$$AD(b) = \frac{1}{OF(b)} \quad (9)$$

すなわち、不飽和透水試験の計測データを良好にシミュレートでき、式(6)の残差値が小さくなる個体ほど大きな適応度  $AD(b)$  が与えられることになり、これによって各個体の適応度が相対的に評価される。

#### d) 淘汰および増殖

各個体の適応度に応じて次世代に生き残る個体を決定する。ここでは、ルーレット選択<sup>12)</sup>を用いて適応度

の低いいくつかの個体は淘汰し、その個数だけ適応度の高い個体を増殖させる。これは広大なパラメータ探索空間における探索方向の模索に相当する。ただし、エリート保存選択<sup>14)</sup>を採用し、世代交代シミュレーションにおいて、各世代で最も優れた個体は必ず次世代に残るように設定した。したがって、パラメータ探索過程においては、各世代における最も優れた個体により算出された残差平方和値  $OF(b)$  は、必ず前世代以下の値となり、その値は単調に減少して行くことが期待される。

#### e) 交叉および突然変異

世代交代シミュレーションにおける新しい個体の生成作業において、交叉は、より高い適応度を持つ個体の発生を期待して、任意の2つの個体の文字列をランダムな位置で入れ換える操作であり、突然変異は各個体を構成する文字列の任意のビット（2進文字列を構成する数字の0または1）をある確率（突然変異率）で変化させる操作である。これらの操作により、パラメータ探索空間における探索方向が次世代の個体に伝達され、探索過程における局所解からの脱出および突発的に良い解を得るといった効果が期待される。交叉は任意の確率値（交叉率）を用い、一様交叉<sup>15)</sup>にて実施した。

以上、c)～e)の操作を繰り返し、個体の適応度が設定した条件を満足するか、あらかじめ定めた世代数に到達すれば世代交代シミュレーションを終了する。その際、最終世代における最も適応度の高い個体は、表-3に示したパラメータ群における膨大な推定解の組み合わせの中から選択された実行可能解であると期待される。

なお、GAの動作を制御するパラメータである初代の世代における個体数、交叉率、突然変異率については、対象問題に応じて最適な値を決定する手法が確立されていないため、試行錯誤または経験的に決定する必要がある。本研究では、従来の研究<sup>17), 18)</sup>等を参考に、初代の世代の個体数は推定すべきパラメータ数の10倍程度と考えて50とし、交叉率は0.6、突然変異率は0.1を設定した。図-3にGAを用いたVGモデルのパラメータ推定手順のフローチャートを示す。

## 4. 室内不飽和透水試験データによる検証

### (1) 計測データの選定

本研究で用いた不飽和浸透挙動の支配方程式(1)はRichardsの毛管ボテンシャル理論に基づいて誘導された式であり、その不飽和浸透流の形態としては一様な不飽和状態、すなわち、試料の各間隙がいずれも

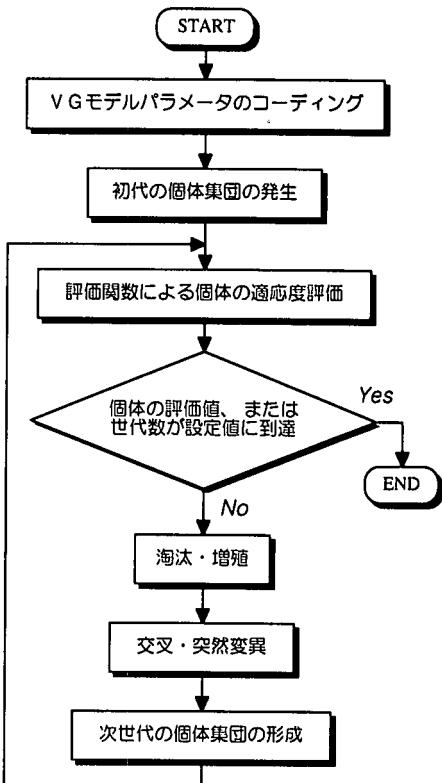


図-3 GAによるVGモデルのパラメータ推定手順

それぞれに不飽和であり、間隙空気は大気と連続している状態を仮定している<sup>19)</sup>。そのため、式(1)を用いてMSO法により計測された不飽和浸透挙動をシミュレートするためには、供試体が一様な不飽和状態を有していることが必要条件である。しかし、飽和供試体に第一段階目の背圧を与えた場合、試料の含水状態が飽和状態から不飽和状態へと遷移する過程であることから、一様な不飽和状態の様相を呈していないことが予想される。

本研究では、最初の背圧段階では、供試体に小さな背圧を与えて水分平衡状態を発生させ、一様な不飽和状態を作成することを目的とした。したがって、試料AおよびBとともに、背圧段階1での非定常計測データは解析には使用しない。つまり、GAによるVGモデルのパラメータの推定は、背圧段階2および背圧段階3における非定常計測データを個々に用いて行った。解析に用いる圧力水頭と排水流量の非定常データの時間分布は、各背圧段階とともに、観測時間全体を網羅するように、それぞれ21点づつの計測データを用いた。

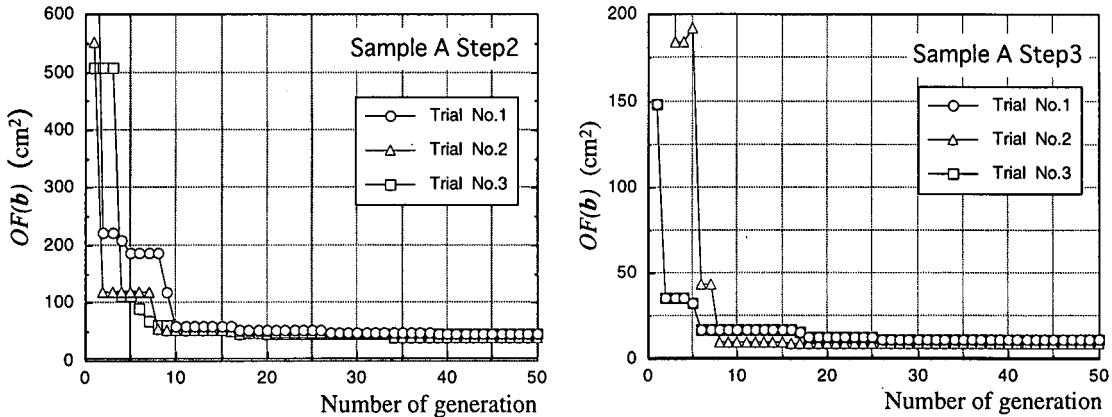


図-4 最も優れた個体における $OF(b)$ の変化 (Sample A)

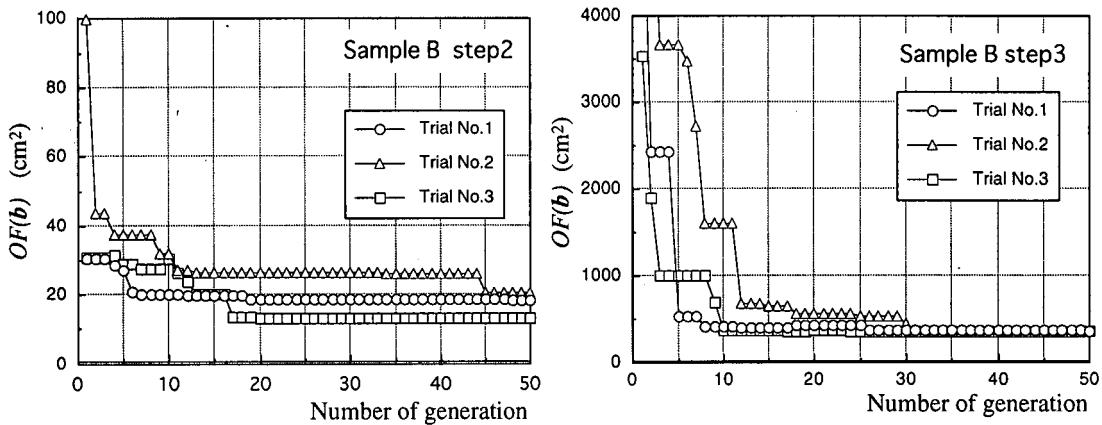


図-5 最も優れた個体における $OF(b)$ の変化 (Sample B)

## (2) VGモデルのパラメータの推定結果と考察

GAによるパラメータの探索では、世代を構成する各個体のパラメータ文字列が必ずしもすべて同一となるまで世代交代シミュレーションを行う必要はなく、演算時間の許される時点で計算を終了し、探索された解の検討を行えばよいと考えられる。そこで、本研究では、50世代までの世代交代シミュレーションを行うことにした。また、乱数による初期世代の個体設定における影響を検討するために、各Caseとも独立した3回の試行を試みた。

### a) パラメータの探索結果

世代交代シミュレーションの結果、各世代で算出された最も適応度の優れた個体について、重み付き残差平方和 $OF(b)$ の変化をそれぞれ図-4、図-5に示す。これらの図において、世代数が10世代程度までの $OF(b)$ 値の減少状況が大きく異なるのは、乱数による初期世代の個体設定における影響であると思われる。しかし、 $OF(b)$ 値は3回の試行のいずれ

の場合も世代交代シミュレーションの進行とともに減少傾向を示し、20世代程度までに急激に減少した後、30世代程度でほぼ一定値に収束している。ここで、試料Bの背圧段階2の場合には、1回目および2回目の試行では、局所解からの脱出がなされていない状態であるが、さらに世代交代シミュレーションを継続すれば、3回目の試行と同程度の残差減少が期待できると思われる。このように試行によってパラメータの探索過程が若干異なる現象は、乱数を多用するGAの特徴である。

最終世代において最も適応度の高かった個体の $OF(b)$ 値およびVGモデルのパラメータ値を表-4に示した。各試料とも、3回の試行によって推定された各パラメータ値は若干異なるが、 $OF(b)$ 値にはほとんど差異が認められない。この理由として、表-3に示すパラメータ群の中に最適解に近い実行可能解が複数個存在しており、それらの中の1つの解が探索されたためと考えられる。また、飽和透水係数につい

表-4 GAによるパラメータ推定結果

Sample	Back pressure (kPa)	GA Trial No.	OF(b) (cm <sup>2</sup> )	Weighting factors		Estimated VG parameters			
				$\omega_h$ (cm <sup>2</sup> )	$\omega_Q$ (cm <sup>2</sup> /cm <sup>5</sup> )	$\alpha$ (1/cm)	n (-)	$\theta_r$ (-)	K <sub>s</sub> (cm/s)
A Step2	4.9 ↓ 9.8	1	45.3	1.0	42.3	0.069	1.8	0.16	4.2x10 <sup>-3</sup>
		2	38.6			0.080	1.7	0.16	5.2x10 <sup>-3</sup>
		3	45.3			0.069	1.8	0.16	4.2x10 <sup>-3</sup>
A Step3	9.8 ↓ 19.6	1	11.0	1.0	131.6	0.050	1.7	0.14	4.0x10 <sup>-3</sup>
		2	8.6			0.068	1.5	0.12	5.9x10 <sup>-3</sup>
		3	11.0			0.050	1.7	0.14	4.0x10 <sup>-3</sup>
B Step2	2.94 ↓ 6.86	1	18.4	1.0	7.0	0.078	2.2	0.10	9.1x10 <sup>-3</sup>
		2	20.6			0.075	2.6	0.10	1.6x10 <sup>-2</sup>
		3	13.1			0.071	2.6	0.12	1.4x10 <sup>-2</sup>
B Step3	6.86 ↓ 29.4	1	351.5	1.0	141.6	0.072	1.9	0.06	5.1x10 <sup>-2</sup>
		2	363.4			0.074	1.9	0.06	5.1x10 <sup>-2</sup>
		3	352.0			0.073	1.9	0.06	5.1x10 <sup>-2</sup>

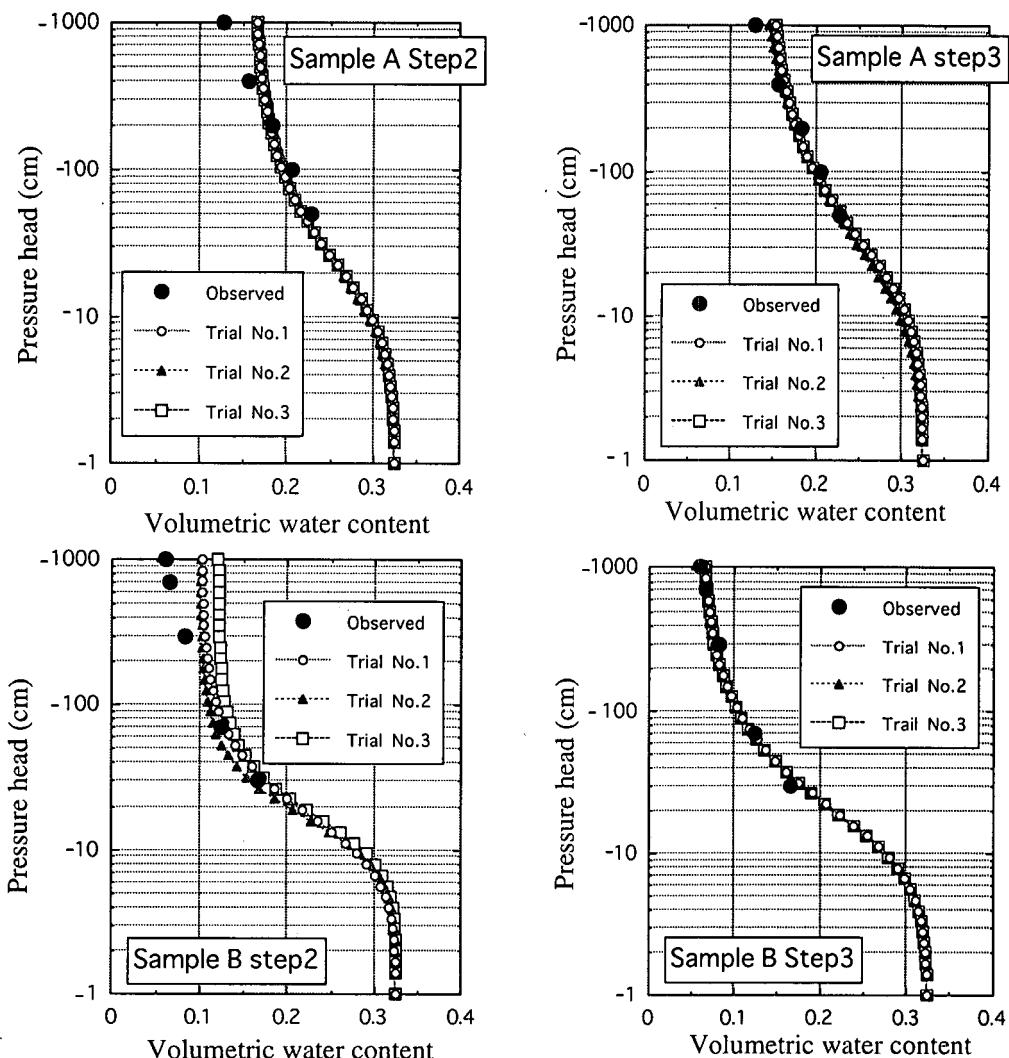


図-6 水分特性曲線の比較

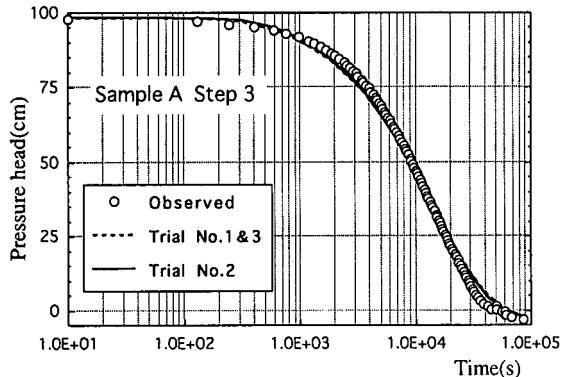
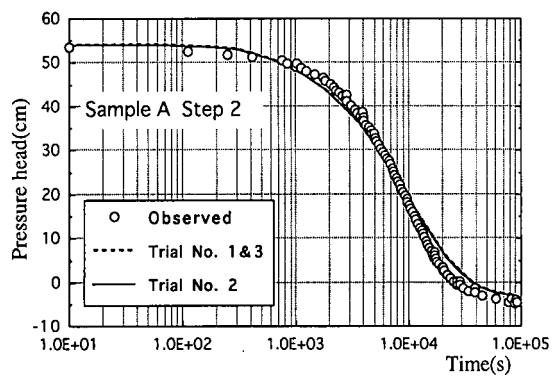


図-7 間隙水圧の経時変化の比較 (Sample A)

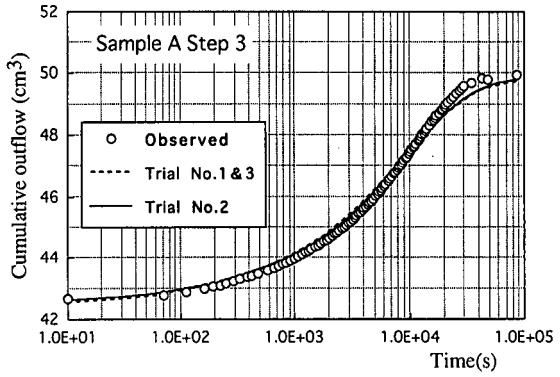
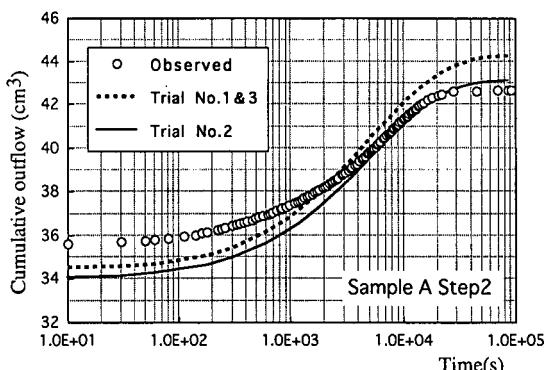


図-8 排水流量の経時変化の比較 (Sample A)

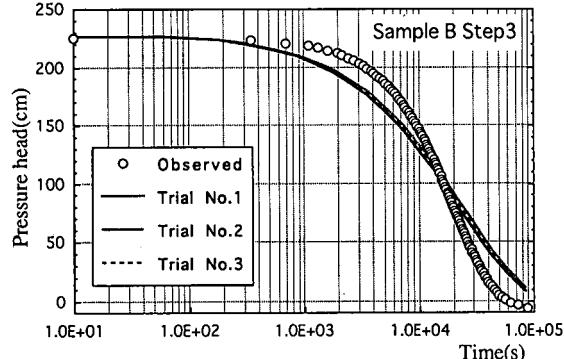
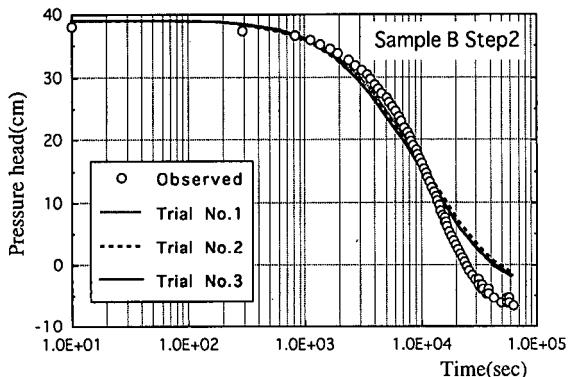


図-9 間隙水圧の経時変化の比較 (Sample B)

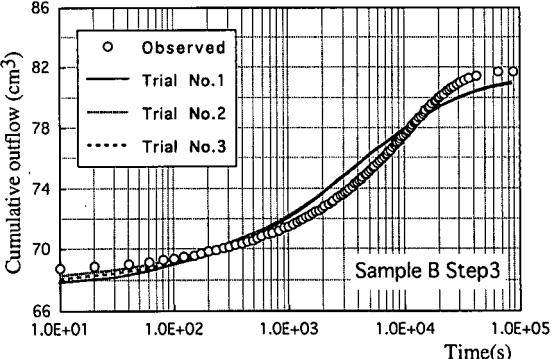
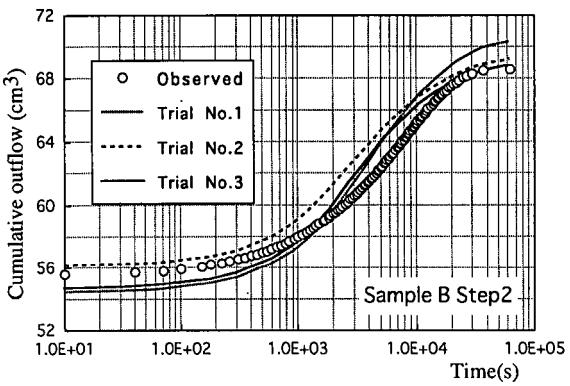


図-10 排水流量の経時変化の比較 (Sample B)

ては、表-1に示した変水位透水試験法による計測値とほぼ等しい値が推定されている。試料Bの背圧段階3のケースでは、変水位透水試験値と比べて約5倍の差異が生じているが、これは、MSO法の試験条件として背圧値の上昇量が他のケースに比べて大きく、解析に用いた非定常計測データが非線形性の強い不飽和浸透挙動であったために生じた誤差であると考えられる。

#### b) 水分特性曲線の比較

表-4に示したパラメータを用いて、式(3)により算定された水分特性曲線と従来のpF試験における加圧板法を実施して計測された水分特性曲線とを比較した結果を図-6に示す。各試行とも水分特性曲線の形状は非常に類似していると言える。また、両試料ともに背圧段階3の計測データを用いて推定した水分特性曲線は、加圧板法による計測値と良く一致しているが、背圧段階2の場合には、体積含水率が低い部分では十分な一致が得られていない。これは、飽和状態に近い不飽和浸透挙動の非定常計測データからパラメータの推定を行ったために、 $\theta_r$ の推定精度に難点があったためと考えられる。よって、 $\theta_r$ を精度良く推定するためには、試料に適度な大きさの背圧を与え、試料の水分状態が $\theta_r$ 値近傍に達するまでの非定常計測データを用いる必要があると考えられる。

#### c) MSO法の計測データの再現性

図-7～図-10に推定されたVGモデルのパラメータを用いて一次元浸透流解析を実施し、MSO法にて計測された圧力水頭および累積排水流量の非定常計測データをシミュレートした結果を示した。これらの図によれば、全体的には満足できる精度で計測データがシミュレートされていると思われる。よって、GAによって推定されたパラメータ値は実用上十分な精度を有する実行可能解であると判断される。

a)～c)で述べた結果から、本研究で提案した方法によれば、MSO法による計測データとVGモデルを用いて、試料の飽和透水係数および不飽和浸透特性値の実用解を安定かつ簡便に算定することが可能であると考えられる。さらに、本方法では、初期推定値の設定や事前に未知パラメータの感度解析を行う必要もなく、目的関数の導関数などの複雑な計算も不要であるため、従来の不飽和浸透特性のパラメータ推定方法に比較して、プログラミングが容易で汎用性に優れている解析方法であると考えられる。

今後の課題として、GAによる効率の良い探索を行うために、個体数や交叉率などのパラメータの設定方法や推定すべきパラメータ群の構築方法などの検討が望まれる。また、MSO法における非定常計測データを用いてVGモデルのパラメータを精度良く

同定するためには、供試体に作用させる背圧段階数およびその背圧値と非定常データの計測時間の設定などの試験基準の確立に対する検討が必要である。

## 5. 結論

室内不飽和透水試験データから飽和透水係数および不飽和浸透特性パラメータを同時に、安定かつ簡便に算定できる解析手法の開発を目的として、生物の進化の過程である自然淘汰・交叉・突然変異を模した多点探索法である遺伝的アルゴリズムと非定常浸透流解析手法とを組み合わせた方法を提案した。本研究により得られた成果を要約すれば、以下のようなになる。

(1) 遺伝的アルゴリズムを用いたパラメータ探索手法によれば、室内不飽和透水試験による非定常計測データを用いた不飽和浸透特性の関数モデルの同定問題を、推定すべきパラメータの組み合わせ最適化問題として取り扱うことが可能であり、飽和透水係数と不飽和浸透特性パラメータの実用解を同時に安定して算定することが期待できる。また、本方法では目的関数の微係数の計算などの複雑なプログラミングを必要とせず、初期値の設定がパラメータ推定結果に及ぼす影響が非常に小さいといった利点を有している。

(2) 本方法の有用性は、van Genuchtenの提案した不飽和浸透特性モデルと粒径分布の異なる2種類のマサ土試料を用いて実施した Multistep outflow methodにおける間隙水圧および累積排水流量の非定常計測データを用いて吟味した。その結果、30世代程度の世代交代シミュレーションにより van Genuchtenモデルのパラメータ ( $K_s$ ,  $\alpha$ ,  $n$ ,  $\theta_r$ ) の実行可能解が同時に算定された。それらの解の妥当性を pF 試験（加圧板法）によって計測された水分特性曲線値によって検討した結果、良好な一致を得た。

(3) 遺伝的アルゴリズムを不飽和浸透特性の算定手法として適用するまでの今後の課題として、推定すべき浸透特性パラメータ群の構築作業や評価関数ならびにGAを制御するパラメータの設定方法を指摘した。特に、Multistep outflow methodによる計測データから非線形性の強い不飽和浸透特性値を精度良く求めるためには、供試体に作用させる背圧段階数およびその背圧値と非定常データの計測時間の設定に関する明確な試験基準の確立が急務であることを述べた。

謝辞：本研究の遂行にあたり、遺伝的アルゴリズムの開発および数値解析には本学卒業生、安井克豊君（現、清水建設（株））、八木一雄君（現、本学大学院）の協力を得ました。ここに感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) (社) 農業土木学会編 : 実験書シリーズNo.1 土の理工学性実験ガイド , 農業土木学会, pp.72-113, 1983.
- 2) Kool, J. B., Parker, J. C. and van Genuchten, M. T. : Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments by parameter estimation, I, Theory and numerical studies, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 49, pp.1348-1354, 1985.
- 3) Parker, J. C., Kool, J. B. and van Genuchten, M. T. : Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments by parameter estimation, II, Experimental studies, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 49, pp. 1354-1360, 1985.
- 4) 西垣誠, 竹下祐二, 河野伊一郎 : 室内試験による不飽和浸透特性の非定常算定方法, 土木学会論文集, No. 454 / III-20, pp.103-112, 1992.
- 5) Eching, S. O., Hopmans, J. W. and Wendoroth,O. : Unsaturated hydraulic conductivity measurements from transient multistep outflow and soil water pressure data. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 58, pp.687-695, 1994.
- 6) van Dam, J. C., Stricker, J. N. M. and Droogers, P. : Inverse method to determine soil hydraulic functions from multistep outflow experiments, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 58, pp.647-652, 1994.
- 7) Eching, S. O. and Hopmans, J. W. : Optimization of hydraulic functions from transient outflow and soil water pressure data. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 57, pp.1167-1175, 1993.
- 8) van Genuchten, M.Th: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44, pp. 892-898, 1980.
- 9) Eching, S. O. and Hopmans, J. W. : Inverse solution of unsaturated soil hydraulic functions from transient outflow and soil water pressure data, *Dept. of land, air, and water resources paper No.100021*, Univ. of California, DAVIS, 1993.
- 10) Vereecken, H., Kaiser, R., Dust, M. and Puts, T.: Evaluation of the multistep outflow method for the determination of unsaturated hydraulic properties of soils, *Soil Science*, Vol.169, No.9, pp.618-631, 1997.
- 11) 河野伊一郎, 西垣誠 : 有限要素法による不飽和土中の鉛直一次元浸透解析, *Rep. Research and development, Okyama Univ. Computer Center*, Vo.2, No.1, pp.39-64, 1983.
- 12) Holland, J.H.: *Adaptation in Natural and Artificial systems*, University of Michigan Press., 1975.
- 13) 北野宏明 : 遺伝的アルゴリズム, 産業図書, 1993.
- 14) 坂和正敏, 田中雅博 : 遺伝的アルゴリズム, 朝倉書店, 1995.
- 15) Goldberg, D.E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Pub. Co., 1989.
- 16) Syswerda, G.: Uniform crossover in genetic algorithms, *Proceedings of the third international conference on genetic algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, pp.2-9, 1989.
- 17) 夏秋義広, 向台茂, 保田敬一, 古田均:GAによる連続桁RC床版の打設計画; 第2回ファジイ土木応用シンポジウム講演論文集, 日本ファジイ学会, pp.1-9, 1994.
- 18) 竹下祐二, 安井克豊, 河野伊一郎 : 遺伝的アルゴリズムを用いた多層帯水層地盤における揚水試験データの逆解析方法, 地下水学会誌, 第39巻, 第4号, pp.313-325, 1997.
- 19) 八幡敏雄 : 土壌の物理, 東京大学出版会, pp.86-108, 1983.

(1998.6.24 受付)

## DETERMINATION OF UNSATURATED SOIL HYDRAULIC PROPERTIES FROM TRANSIENT OUTFLOW EXPERIMENTS USING GENETIC ALGORITHMS

Yuji TAKESHITA, Kazuma NAKAZAWA, Daiki FUKUDA and Ichiro KOHNO

A new parameter estimation methodology of determining unsaturated soil hydraulic properties from laboratory transient outflow experiments was investigated. In this method saturated hydraulic conductivity and unsaturated soil hydraulic properties in van Genuchten's equations are estimated by Genetic Algorithms incorporating finite element solution of Richards equation. Measured soil water pressure and cumulative outflow data as a function of time were used to evaluate the objective function. The utility of our proposed method is demonstrated using experimental data for Japanese decomposed granite soil. An excellent agreement between optimized and independently measured soil water retention data and saturated hydraulic conductivity were found.