土木学会論文集 No.623／VI-43，277-280，1999.6

［討議・回答］

口田　登著

「捨石の形状・破砕を考慮したシミュレーションによるつまり方と強度に関する考察」への討議・回答

（土木学会論文集，No.567／VI-35，1997年6月号掲載）

▶討議者（*Discussion*）――― 倉田克彦（東洋建設）

Katsuhiko KURATA

1．はじめに

本論文では捨石，砕石の形状，破砕の程度，強度特性等を互いに関連づけて表現しようと試みている．その手法として捨石，砕石の形状をフラクタル理論に基づき表現し，砕石の詰まり方については情報理論による整理，考察を加えている．これらの結果と砕石の強度特性の関係を考察する等，これ迄とは違った観点からの取り組みを行っている．この試みは成功したかに見えるが，具体的な記述（図，式を含む）は筆者にとって必ずしも明快なものでなく，本論文の価値を十分理解できないでいる．そこで，筆者が抱いている疑問を提示することを許していただき，それに対する著者のお考えをご教示頂ければ幸いである．

2．超過確率係数と破砕率について

超過確率係数と破砕率は互いに全く無関係に定義されているように見えるが，共に超過質量確率（あるいは通過質量百分率）に関係するものである．前者はその曲線の傾きから，後者は試験前後の曲線がとる値の違いから算定されるものであると言える．

いま，図－1のように超過質量確率を普通目盛りで，最大粒径を対数目盛で表示し，両者の関係を最小二乗法によって直線近似した場合の直線の傾きが超過確率係数で，破砕率は同じ横軸（粒径）の値における2つの直線の縦軸（超過確率）の値の差を加え合わせたものに相当することになる．いま，本論文と同じように縦軸に超過個数確率Pを，横軸に最大粒径ϕをとり，Pを次のように表すと，

$$P=\lambda\cdot\phi^{-V_c}$$

この関係は片対数座標上では

$$P=\kappa-V_C\cdot\log\phi$$

試験前後の質量残留率の差ΔW_kは超過個数確率Pの違いに相当するとすれば

$$\Delta W_k=P_{k,0}-P_{k,1}$$
$$=(\kappa_0-\kappa_1)-(V_{c,0}-V_{c,1})\cdot\log\phi_k$$

破砕率Bは

$$B=\Sigma\,\Delta W_k=\Sigma(\kappa_0-\kappa_1)-(V_{c,0}-V_{c,1})\cdot\Sigma\log\phi_k$$
$$=K-(V_{c,0}-V_{c,1})\cdot\Phi$$

このように片対数座標上で直線関係にあれば，破砕率Bは超過確率係数 V_cの値の違いに応じて定められることになる．

著者は図－3から超過確率係数と破砕率の間に正の相関があるとしており，これは上式から推測されるところである．ただ，図－3では初期状態（I，II－*）における破砕率（$V_c=0$）と超過確率係数の関係は必ずしも説明できるとは言えないが，上式から推測される関係がほぼ成り立つことから，著者が求めた超過確率係数の値は妥当であったと考えられる．

しかし，破砕率は，ある状態，本論文中では試験前（締め固め前）を基準にして破砕の状態を示すものであるので，基準の状態を何にするかによってその値は異なってくる．また，超過確率係数の値が与えられても，上式から判るように破砕率は一義的に定められるものではない．逆に言えば，破砕率によって超過確率係数が定められることはない．

したがって，超過確率係数は各粒径の配合割合によって定まるもので，細粒分の割合に影響されることは疑いないが，細粒化を直接表すものではないと考える．

本論文における結論的な記述「超過確率係数は粒子破砕による細粒化の進行度合いを示す一指標と言える」は，本論文におけるように同じ砕石群の試験前後を対象にする場合は妥当であっても，一般的に言えるものであるかどうかについては今後十分な吟味が必要と思える．

3．形状・破砕を考慮したシミュレーションについて

非整数ブラウン関数を用いてシミュレーションした結果－砕石の形状－は，計算の度に異なってくるのではないかと考える．このような図形をランダムに配置して得られた一つの結果を基に以降の検討，考察を進めているが，最終的に得られる結果の確からしさについての説明が十分でない．

例えば，式(1)に示される情報量 J(r)の値はⅠ，Ⅱの各段階に対して 3.997～4.081 となり，最大と最小の違いは 0.084＝2%程度である．図－6ではこの程度の違いであっても意味のあるものに見えるが，個々の値あるいはその差についての有意性の判定はどうなのであろうか．

シミュレーションの確からしさを検証するための一つとして，計算による間隙比と試験におけるそれとの比較検討の結果を示すことも必要であると考える．本論文のように「微調整」という定性的な語句だけでは，シミュレーション法の評価，特に結果の定量的な評価をする場合には不十分と言える．

クラスター係数の算定において，格子サイズ比 R／r＝2～10 の場合の単位質量要素 C_C の平均値をとった根拠が明確に示されていないように思う．R／r の値が大きくなれば，形状の近似が難しくなるとしているので，平均値をとることは，形状の微細な変化，凹凸を表現できるシミュレーションの意義，効用を損なわせるおそれがあると感じた．

図－7に示されている C_C と R／r の関係を示す曲線の勾配の変化点（R／r＝4と見なした）と R／r＝1の範囲における C_C の代表的な値，例えば R／r＝1または R／r＝4の場合の値あるいはそれらの平均値，をクラスター係数として採用するのが妥当でないかと思えた．

4．せん断強度の推定について

砕石のせん断強度を荘司の研究成果を参考にして数式化しようと試み，一応の成果を得たことは今後の研究の道筋をつけたものと言える．

数式化に当たって荘司による試験の結果を基にして求めた係数 α・β が次元量となっている．この値，すなわち式（11），（12）における拘束圧 $\log\sigma_3$ を含む各項の係数の値は試験値に適合するように導かれたものである．このことは図－9 および図－12 に示された拘束圧 σ_3 と α あるいは β 係数の関係に見られるとおりである．一方，本論文の基となっている試験結果を提供している荘司の研究では，α・β に相当する係数が無次元量となるよう，拘束圧 σ_3 を含む項を無次元化する工夫をしている．

このことから，本論文中で得られた式は対象とした試験の結果とは合うが（式中の係数の値が試験の結果を基に最小二乗法によって求められていることから当然と考えられる），一般性を持つとまでは言えないのではないかと考えるが如何であろうか．

（1997.12.22 受付）

▶回答者（*Closure*）――――――――――口田　登（運輸省）
Noboru KUCHIDA

著者の論文について，貴重な意見及び質問を戴き感謝いたします．３点に関する著者の回答は以下の通りです．

1．超過確率係数と破砕率

著者が記述した超過確率係数は，捨石径（Max. φ (cm)）～超過個数確率（Pn(%)）の関係を両対数で**図－2**のように表示したグラフにおける右下がりの直線的な傾向を，最小二乗法で直線近似（$Pn=\lambda\cdot \mathrm{Max}.\phi^{-V_C}$）した際のベキの指数（$V_C$）であり，個数分布から見た粒度配合の状態を表す指標と考えている．一方，捨石径（Max. φ (cm)）～超過質量確率（Pm(%)）の関係を片対数で表示した図－1のグラフは，粒径加積曲線（粒径～通過質量百分率の関係を片対数表示）と同様に質量分布を示しているので，粒度配合の良悪や相似性を表す指標として均等係数等が利用できる．

粒径に対する個数確率と質量確率の関係を見るために，

$$Pni=\sum_{j=1}^{i} Nj \Big/ \sum_{j=1}^{k} Nj \qquad \text{(i)}$$

Pni：　ふるい i の超過個数確率

Nj：　k 個のふるいを用いて大きい開き目のふるいから順に計量し，j 番目のふるいに残留した石の個数（個）

$$Pmi=\sum_{j=1}^{i} Wj \Big/ \sum_{j=1}^{k} Wj \qquad \text{(ii)}$$

Pmi：　ふるい i の超過質量確率

Wj： k 個のふるいを用いて大きい開き目のふるいから順に計量し，j 番目のふるいに残留した石の質量（kg）

と表記し，筆者[1]が提案した形状表示法の一つである，質量（kg）～最大径（cm）の関係（$M \propto Max.\phi^{D}$）を利用して，$\overline{Mj}=0.00277\cdot\overline{Max.\phi j}^{D}(D=2.6)$ と想定する．（$\overline{Mj}$, $\overline{Max.\phi j}$ は j 番目のふるいに残留した石の平均質量と平均最大径）

前述した Nj と Wj の間には $Wj=\overline{Mj}\cdot Nj$ の関係があるので，式（ii）に代入すれば次のように書き換えられる．

$$Pmi=\sum_{j=1}^{i}(\overline{Max.\phi j}^{D}\cdot Nj)\Big/\sum_{j=1}^{k}(\overline{Max.\phi j}^{D}\cdot Nj) \qquad (ii)'$$

式 (i), (ii)'から，個数割合を表す Pni に対して，Pmi は重み($\overline{Max.\phi j}^{D}$)付きの個数割合を表す指標と言える．また，次の関係式によって表記することもできるので，個数確率と質量確率の比は，石の形状特性（最大径および形状係数 D）と密接に関連していることが理解できる．

$$Pni/Pmi=\sum_{j=1}^{i}(1/\overline{Max.\phi j}^{D})\Big/\sum_{j=1}^{k}(1/\overline{Max.\phi j}^{D}) \qquad (iii)$$

一方，粒子破砕率と通過質量百分率の関係については，石井[2),3)]の研究から，対数的に等しい間隔の開き目をもつふるいで計量した通過質量百分率から，マーサルの粒子破砕率（$B_M(\%)=\sum \Delta W_k$，ΔW_k はふるい k による試験前後の質量残留率(%)の差）を求めれば，試験前状態における粒子の質量分布の領域から外れて細粒化した粒子質量と総粒子質量の比との間に，理論的にほぼ一致する関係があること，また，粒子破砕前後の均等係数の対数の差（$\log(U_C'/U_C)$）と粒径の分布幅（$\log(\phi_{max.}/\phi_{min.})$）の比とも，概ね一致することが報告されている．こうした粒子破砕性と粒径分布を関連付ける知見は，超過質量確率（Pm）と破砕率（B_M）の関係にも適用できるであろう．

もし討議者の意見が，著者が粒径～超過個数確率の近似式とした $Pn=\lambda\cdot\phi^{-Vc}$ の関係を，超過質量確率の片対数グラフにも適用してみれば，Vc（著者が示した超過確率係数や図－3とは無関係）の値と破砕率の間に，正の相関関係が期待できるとの主旨であれば，石井の考え方に直線近似を加味した概念と推察されるので理解できる．

しかし，著者が質量確率ではなく個数確率に関するベキの指数として超過確率係数を導入した理由は，①石のように粗粒側で粒子破砕が卓越する材料の粒径分布がもつ特徴は，粒径と共に超過個数確率を対数で表記する方が良いと考えたため，②質量確率には前述したように形状特性の影響が内在しているが，同一産地から供給された石の形状は粒径の相違にかかわらず似通った特性をもつ[1)]と推察されるので，最も基礎的な情報である個数確率で表記して解析に供する方が良いと考えたためである．

討議者が指摘するように，$Pn=\lambda\cdot\phi^{-Vc}$ による近似から破砕率が一義的に定まることはない．石井[3)]によれば，粗粒側で粒子破砕が卓越する場合には，粒径の破砕前後の対数の差と分布幅（$\log(\phi_{max.}/\phi_{min.})$）の比で，破砕率をある程度近似できるようである．これは，λ と Vc から破砕率が推定できることを示唆していると考えられる．ただし，著者が B_M と V_C の関係として**図－3**を描き，「I，IIシリーズ共に良い正の相関が確認できるので，超過確率係数は粒子破砕による細粒化の進行度合を示す一指標と言える.」と記述したのは，試験前後の状態の B_M～V_C 関係を I，II シリーズ毎に示すためであり，細粒化の汎用的な指標とする考えはなく，シリーズ毎の各 λ 値がほぼ等しいことが，**図－3**の関係を与えていると推察している．

2．形状・破砕を考慮したシミュレーション

形状を近似した砕石群によるつまり方をシミュレーションするにあたって，粒径分布や実積率（または間隙比）を各供試体の試験前後の状態に一致させるため，著者は次のような事前解析を各ケース毎に実施している．

① **図－2**の関係から Pn を 0.1%で等分割した範囲の最大径の中央値を試算．② ①を利用して，各範囲毎の砕石群の体積を推算．③ ②の結果を集計した体積と，各供試体で測定された容積・間隙比（$e_{実}$）から求めた砕石群の総体積の比を（1/2.6）乗して，最大径を補正した後に各範囲の体積を再計算すると共に，間隙比（$e_{計}$）を求め $e_{実}=e_{計}$を確認．④ 各供試体毎の砕石数に対応した各再現ケースの砕石の個数（k）を設定．⑤ ③の結果から（100/k）%の範囲にある砕石群の体積を集計し，再現する砕石の体積として登録．⑥（100/k）%の範囲の最大径をもつ異形状な石を試算して，⑤の体積と再現値が一致（0.05%誤差以内）するまで，演算を繰り返して形状データを登録．⑦ 各供試体で測定された容積と，⑥の結果を集計した k 個の石の総体積の比を用いて間隙比（$e_{計}$）を求め，$e_{実}=e_{計}$を確認．

こうした事前解析は，討議者も指摘するように，試算される石の形状が無数にあるので，Pn の分割範囲毎の石の大きさのチェックや，各範囲の集計値による間隙比の確認が必要との理由から実施した．したがって，試験お

よび計算による間隙比は有効数字3桁まで一致している．また，著者が「微調整した」と記述したのは，石相互の接触部で，シルエットの最外縁に位置する解析用の小格子が数個重なっているのを補正したことを意味している．

一方，情報量が $J(r)=3.997\sim4.081$ と，約2％の狭い変動範囲内にあることから，討議者は有意性の有無を指摘している．Ⅰ，Ⅱシリーズでは $1/(1+e)=0.62\sim0.76$ の状態にあるが，これらの情報量のオーダーを左右するのは，解析の基本単位（$r=1$）である画面の分割数であり，著者は16,000メッシュを用いたが，もし，画像解析精度を向上させて分割数を多くしても，情報量は相当増えるものの変動範囲率が必ずしも大きくなる訳ではなく，寧ろ小さくなる傾向をもつ可能性があるが，これは，解析精度のスケールによって基礎情報量のレベルが異なるためである．しかし，著者はこうした変動範囲率よりも，各ケース毎の情報量の差異が小数点以下の有効数値に表れることを勘案して，図－6のように，$\Delta 1/(1+e)\fallingdotseq0.1$ に対して $\Delta J(r)\fallingdotseq0.06\sim0.07$ 程度の変化率があれば，両シリーズの各状態を検討できると考えてクラスター係数等を算出している．

また，クラスター係数の算出方法について，討議者はシルエット形状が近似し難くなる $R/r=5,10$ を含めると，形状の変化をシミュレーションした意義，効用が損なわれることを指摘している．著者の提案は，情報量に対する格子サイズ（画像解析精度）の依存性を，指標 C_C で表示することを試みる過程で，相対的に拘束圧が高いほど依存性が小さい（C_C の逓減傾向が緩い）ことを考慮する必要が生じたため，4種類の格子サイズ比に対する C_C の平均値からクラスター係数を求めることとしたものである．その理由は，①拘束圧別には概ね似通った逓減パターンをしていること，②16,000メッシュを基本単位（$r=1$）として式(1)から求めた $J(R)$ と，クラスター係数を式(2)に代入して求めた $J(R)$ の差が，$R/r=2,4,5,10$ に対して各々 0.05～0.12％，−0.06～0.12％，−0.08～0.03％，−0.49～−0.11％と，全てのケースで概ね一致していることなどである．したがって，クラスター係数のとり方によって形状再現の意味合いが変わることはないと考えている．

3．せん断強度の推定

荘司[4]は，最上の式（$\sin\phi_0=3k/(2(1+e)+k)$，k：材料定数，e：破壊時間隙比）に初期間隙比 e_0 を代入し k を算出すれば，拘束圧 σ_3 との間に次の関係があることを示した．

$$k=n_1-n_2\cdot\log(\sigma_3/P_A) \tag{iv}$$

n_1，n_2：正の定数，P_A：大気圧（$\fallingdotseq 1\,\mathrm{kgf/cm^2}$）

著者の提案式（$\sin\phi_0-1=\alpha\cdot\beta\cdot(1/(1+e)-1)$，$\alpha$，$\beta$：パラメータ，$e$：破壊時間隙比）に，Ⅰ・Ⅱシリーズの7ケース（花崗岩）の試験データを代入して，クラスター係数に基づく近似式を求めた結果，著者は次の関係を示している．

$$\alpha\cdot\beta=0.189\cdot(\log\sigma_3)^2+1.22\cdot\log\sigma_3+1.87 \tag{11}$$

また，この式(11)の妥当性を検討するために，Ⅰ,Ⅱとは異なる6ケース（Ⅲ，Ⅳ）の試験データに基づく，$\sin\phi_0$ の試験値と計算値の整合性を図－13で確認し，実用面で許容し得る推定精度をもつことから，$\sigma_3=0.1\sim0.4$MPa の拘束圧範囲であれば適用性のあることを示している．しかし，硬質砂岩に関する17ケースの試験データから最小二乗法によって同型の近似式である式(12)を求め，$\sin\phi_0$ の試験値と計算値の差が非常に小さいことも記述したので，討議者に「花崗岩に関する式(11)が試験結果に合うのは当然と考える．」と混同されたかもしれない．勿論，荘司が使用した母岩（花崗岩・硬質砂岩）による試験データから得られたこれらの近似式が，異なる母岩にも十分に適用できるのかについては，今後，多くの新たなデータに基づく検証がなされなければならないと考えている．

一方，討議者の指摘のように，荘司は物理量ではない n_1，n_2 を無次元化して表示しているのに対して，著者は材料等によって与えられるパラメータ（$\alpha\cdot\beta$）を次元量としている．そこで荘司の表記法のように，近似式のパラメータを σ_3/P_A（大気圧 $P_A\fallingdotseq0.098$MPa）を用いて無次元量として取り扱うには，式(11)および式(12)の各係数を一部修正した次のような近似式を利用することとなる．

〈花崗岩〉
$$\alpha\cdot\beta=0.189\cdot(\log(\sigma_3/P_A))^2+0.835\cdot\log(\sigma_3/P_A)+0.832 \tag{11'}$$

〈硬質砂岩〉
$$\alpha\cdot\beta=0.326\cdot(\log(\sigma_3/P_A))^2+0.358\cdot\log(\sigma_3/P_A)+0.668 \tag{12'}$$

参考文献

1) 口田　登：捨石および捨石マウンド表面の形状特性に関する考察，土木学会論文集，No.516/VI-27, pp.207-215, 1995.
2) 石井　武美：粒子破砕の表示尺度のもつ物理的意義，土質工学会論文報告集，Vol.29, No.4, pp.155-164, 1989.
3) 石井　武美：粒子破砕の各種表示尺度の間の関係，土と基礎，Vol.39, No.2, pp.95-96, 1991.
4) 荘司　喜博：大型三軸圧縮試験による捨石材のせん断特性に関する考察，港湾技術研究所報告，Vol.22, No.4, pp.63-74, 1983.

（1998.12.18 受付）