

# AR法による都市雨水の流出解析と AR係数の同定に関する研究

吉本国春

正会員 工博 (株)日水コン下水道本部 顧問 (〒163-1101 東京都新宿区西新宿6-22-1)

都市雨水の流出解析法には、主として貯留池追跡法とKinematic-wave的流れ追跡法があり、貯留池追跡法である修正RRL法の適用例が多い。これらのモデルは、排水区や管きよのモデル化が複雑であったり、インプット・データの作成にかなりのロードが要求される。そこで、こうした問題点の少ないAR法を都市雨水の流出解析に適用し良好な結果が得られた。また、AR係数の適正值が比較的広い範囲に分布していることも分かった。AR法の適用上のポイントはAR係数の値を求めることである。モデル化した流出パターンを対象としてAR法による流出解析を行い、流達時間からAR係数の値が把握できるようになった。以上の成果から、流出データの有無に関係なく、都市雨水の流出解析が容易に行えるようになった。

**Key Words :** AR hydrograph method, urban storm water, runoff analysis, AR coefficient

## 1. はじめに

下水道の雨水の流出解析モデルには、貯留池追跡法をとるものとKinematic-wave的流れ追跡法をとるものに大別される。わが国では、貯留池追跡法である修正RRL法の適用例がもっとも多い<sup>1)・2)</sup>。諸外国では、雨水の量・質の解析を同時に行うことができるMOUSE, XP-SWMM, HYDROWORKSなどの名称のパッケージソフトが市販されており、わが国への導入にあたっての評価が現在行われている<sup>3)</sup>。

これらのモデルには、インプット・データの作成にかなりのロードが要求されたり、排水区や管きよのモデル化が複雑である。また、諸外国で開発されたモデルには、パラメータの同定に際して、わが国では実績のないものが見受けられる。

著者<sup>4)</sup>は、都市域において下水道の雨水管きよ網が整備された排水区の雨水(以下「都市雨水」と呼ぶ)を対象として、上記のような問題点の少ないAR法による流出解析を試みた。その際、地下水流出と中間流出の二成分については、ほとんど無視できることから、表面流出成分のみを対象とした。また、排水面積は広い場合でも数百ヘクタールと、その規模は比較的小さく、不浸透面積率もかなり高いことから、降雨はすみやかに流出し、しかもピークは急

峻であることを考慮して、AR係数の次数を「1次」に設定した。その結果、都市雨水の降雨-流出系は、線型系として取り扱えること、予測された流出量は、流出量の測定値と良く一致していることなどから、AR法が適用できるとともに、その次数は1次に設定できることが分かった。

本報告は、都市雨水を対象として、雨水のバイパス管、さらには雨水貯留管や雨水調整池の計画・設計の基本である雨水流出量のハイドログラフを比較的簡単に、かつ実用的に求めることを主たる目的としたものである。そのためにAR法の適合性の確認を図るとともに、AR係数の特性について検討を加えた。またモデル化した流出パターンを対象としてAR法による流出解析を行い、排水区の流達時間からAR係数の値の把握ができるようになった。こうした成果は、都市雨水の流出解析を行うにあたって実用的に広く適用できるものと考えられる。

## 2. AR法による流出解析

### (1) AR法

#### a) AR式

AR法<sup>5)</sup>による流出解析の基本式は、次数が1次

の場合、降雨と流出量の測定時間間隔を $\Delta t$ 、本報告では $\Delta t$ は5分、排水区の下流端の懸案地点における流出量を $Y_i$  ( $i=1, 2, \dots$ )、 $i$ から $i+1$ までの $\Delta t$ 間の降雨の有効降雨量を $X_i$  ( $i=1, 2, \dots$ )とすると、現時点 $t = i \Delta t$ の流出量 $Y_i$ は、現時点より1ステップ前 ( $= (i-1) \Delta t$ ) の流出量 $Y_{i-1}$ と有効降雨量 $X_{i-1}$ から、次の式(1)で表わされる。

$$Y_i = aY_{i-1} + \lambda BX_{i-1} \quad (1)$$

ここに、 $a$  : AR係数

$B$  : 有効降雨量にかかる係数

$\lambda$  : 単位変換係数

なお、有効降雨量や流出量などのデータは時系列であるが、特別のケースを除いて、「時系列」という字句は省略する。

入力項である有効降雨量の係数 $B$ については、流出が平衡状態に達したとすれば、流量の連続性から次の式(2)のように求められる。

$$1 = a + \lambda B \quad (2)$$

$X_i$ と $Y_i$ に同一の単位系を用いる場合は、単位変換係数は $\lambda = 1$ である。 $X_i$ と $Y_i$ に異なる単位系を用いる場合、本報告においては、 $X_i$  : mm/5min,  $Y_i$  : m<sup>3</sup>/sec, 排水面積 ( $A$ ) : km<sup>2</sup> でそれぞれ表すことから、 $\lambda$ は次の式(3)のようになる。

$$\lambda = 10A/3 \quad (3)$$

流出現象の物理機構について式(1)をもとに考察を加えると(簡単のために $\lambda = 1$ と設定)、入力項である有効降雨量の流出量への寄与分は1を超えることはなく、またゼロもしくは負にもならないことから、係数 $B$ には、次の式(4)の関係が認められる。

$$1 \geq B > 0 \quad (4)$$

したがって、式(2)と式(4)から、次の式(5)の関係が得られる。

$$1) a \geq 0 \quad (5)$$

#### b) 単位図

AR式では、有効降雨量から流出量を次々に予測するとき、変動が激しく極端なピーク値や負値をとることがまれにはあるが認められる。しかし、次の式(6)の単位図では、有効降雨量に異常な値を入力しない限り、極端に離れた流出量を与えることはなく、単位図による計算は安定している。

$$Y_i = \lambda \{H_0 X_i + H_1 X_{i-1} + \dots + H_m X_{i-m}\} \quad (6)$$

ここに、 $H$  : 単位図の縦座標である。

式(1)と同様に流出が平衡状態に達したとすれば、流量の連続性から、次の式(7)の関係が得られる。

$$1 = \lambda \{H_0 + H_1 + H_2 + \dots + H_m\} \quad (7)$$

ここで、AR式から単位図へは、次のようにして

変換される。式(1)を次々に変形していくと、最終的には次の式(8)が得られる。

$$\begin{aligned} Y_i &= aY_{i-1} + \lambda BX_{i-1} \\ &\vdots \\ &= a^{i-1} Y_1 \\ &\quad + \lambda \{BX_{i-1} + \dots + a^{m-1} BX_{i-m} + \dots + a^{i-2} BX_1\} \end{aligned} \quad (8)$$

流出量の初期値 $Y_1$ は0であることから、式(8)は次の式(9)となる。

$$Y_i = \lambda \{BX_{i-1} + \dots + a^{m-1} BX_{i-m} + \dots + a^{i-2} BX_1\} \quad (9)$$

式(6)と式(9)において、有効降雨量の係数ごとに比較して、 $H_0, H_1, H_2, \dots, H_m$ が、次の式(10)のように得られる。

$$\begin{aligned} H_0 &= 0 \\ H_1 &= B \\ H_2 &= a \cdot B \\ &\vdots \\ H_m &= a^{m-1} \cdot B \quad (m \geq 1) \end{aligned} \quad (10)$$

なお、式(2)から $B$ を求めて式(10)に代入すると、式(10)の単位図の縦座標は、AR係数( $a$ )のみによって表すことができる。

#### (2) AR係数の値

AR係数の値を、測定データから得られる有効降雨量と流出量をもとに重相関回帰法によって求めた。つぎに流出量の予測誤差の二乗平均を最小とする方法(後述)によってAR係数の値を求めた。

重相関回帰法によって得られたAR係数の値は、流出量の予測誤差の二乗平均を最小とする方法によって求めたAR係数の値と比較すると、いずれの場合にもわずかに大きな値を示した(表-1参照)。

したがって、有効降雨量から流出量を求めることを目的としていることから、流出量の予測誤差の二乗平均を最小とする方法でAR係数の値を求めることとした。

流出量の予測誤差の二乗平均をEPSで表わすと、EPSは次の式(11)で表わされる。このEPSが最小のときのAR係数の値を「最適値」として取り扱った。

$$EPS = \sum_{i=1}^N (YY_i - Y_i)^2 / N \quad (11)$$

ここに、 $YY_i$  : 流出量の測定値

$Y_i$  : 流出解析によって得られる予測流出量

$N$  : データの個数

AR係数の値が求められると、式(1)または式

(6) のいずれかの式によって、入力である有効降雨を用いて流出量を次々と求めることができる。

### 3. 計算結果と考察

本報告では、式(1)のAR式、または式(6)の単位図のいずれの方法で流出解析を行ってもほぼ同じ結果が得られたことから、式(6)の単位図を用いて流出解析を行った。

#### (1) AR係数の代表的な値の導出

都市域において下水道の雨水管きよ網が整備された排水区において、下水道の雨水管きよや合流管のバイパス管、さらには雨水貯留管や雨水調整池の計画・設計に必要な雨水流出量のハイドログラフを実用的に求めることを目的としており、降雨量と流出量の測定データが得られないケースがほとんどである。

そこで有効降雨量と流出量のパターンを次のように仮定したモデルを考える。このモデルを対象としてAR法で流出解析を行い、流出量の予測誤差の二乗平均が最小のときのAR係数の値を求めた。

有効降雨は、

- ・ 排水区の流達時間に等しい継続時間とする。
- ・ 単位強度の有効降雨とする。

流出パターンは、

- ・ 流出量がゼロからピークまでの立ち上がり時間とピークからゼロになるまでの減速時間は等しいとする。
- ・ 流出量の変化は直線的である。

以上の仮定により、流出パターンは、高さは単位強度、底辺は流達時間の2倍の二等辺三角形となっている。したがって、流出パターンの形状は、「流達時間のみによって決定」されることになる。

一方、自然河川における調査報告や実験報告によると、流出パターンは二等辺三角形ではなく、流出量が増大していくときは先の仮定に比較的好く一致するが、流出量が減速していくときは仮定より長い時間かかって流出が終了している。

モデルの二等辺三角形の流出パターンは、

- ・ 下水道の分野では今日に至るまで広く採用されていること、
  - ・ これにより数学的な取り扱いが容易になること、
- また、
- ・ 実用的にも満足できる結果が得られること、
- 以上の理由から、流出パターンとして二等辺三角形の採用は許容できると判断した。

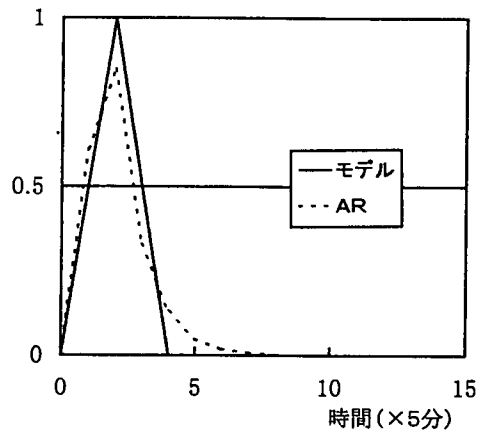


図-1 モデル流出パターンの適合性  
(流達時間=10分:  $a = 0.39$ )

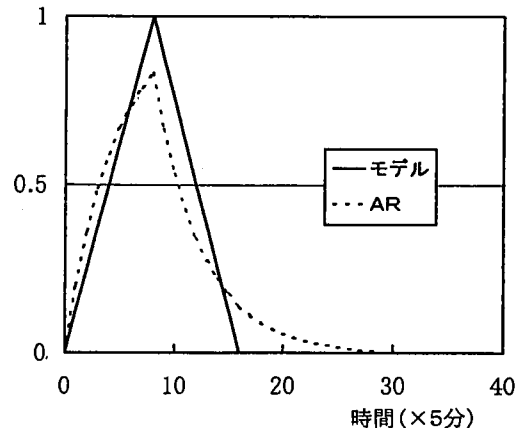


図-2 モデル流出パターンの適合性  
(流達時間=40分:  $a = 0.80$ )

流出解析を行った代表例として、流達時間が10分と40分の2ケースを図-1と図-2に示す。流出量のピークの適合度は、図-1で85%、図-2で83%であるが、全般的にはパターンを含めて適合していることが認められる。なお、この場合のAR係数の値は、流達時間が10分と40分の場合、0.39と0.80であった。

#### (2) 測定データへのAR法の適用

##### a) 有効降雨量の算出

有効降雨量の算出に際して、定量法を採用した場合は、浸透区域の浸透能をそれぞれの降雨ごとに適正に見積もる必要がある。しかし、現実的には相当に困難であり、かつ得られた有効降雨量の総量は、総流出量に必ずしも一致しないことから、有効降雨量にしかるべき補正係数を乗じなければならないことになる。こうした複雑な算出法は、かえって混乱

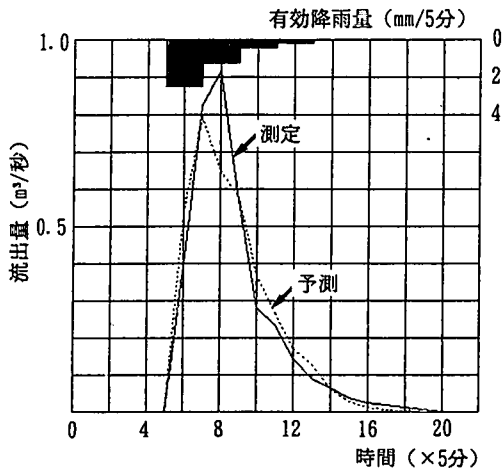


図-3 最適な予測流出量 (ケース 1) ( $a = 0.48$ )

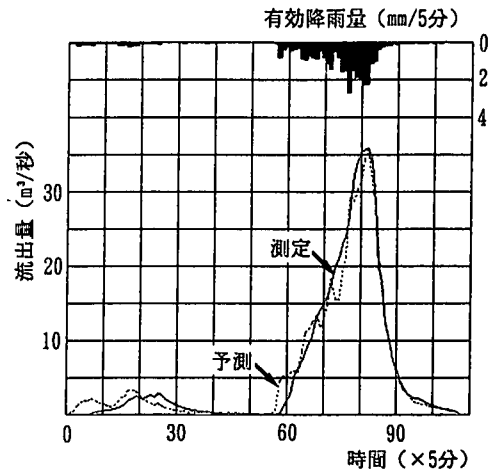


図-5 最適な予測流出量 (ケース 3) ( $a = 0.71$ )

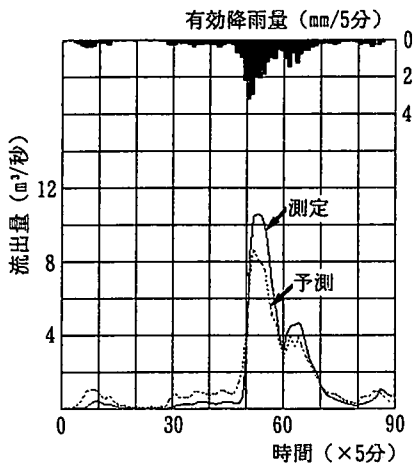


図-4 最適な予測流出量 (ケース 2) ( $a = 0.61$ )

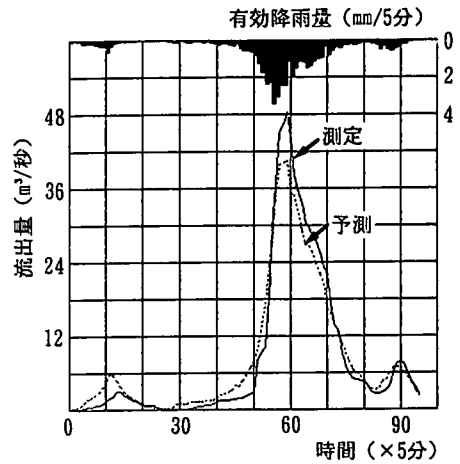


図-6 最適な予測流出量 (ケース 4) ( $a = 0.74$ )

を招くだけであると判断して、定率法を採用して有効降雨量を求めた。

降雨ごとに総流出量を総降雨量で除して得られた平均流出係数を降雨量に乗じて求めた。得られた平均流出係数は、一般には降雨強度や先行降雨などにより異なり、また降雨期間中も一定ではなく時間とともに変化しているといわれている。

一方、修正RRL法<sup>9)</sup>などで採用されている定量法による有効降雨量の算出は、地中への浸透損失の他に初期降雨の一部を「初期損失+凹地貯留分」としてカットしている。このようなカットは流出の物理機構に基づいた取り扱いであり、正確な有効降雨量を求めるためには考慮する必要がある。しかし、定率法では、平均流出係数の値は、降雨期間中一定として取り扱っていることから、本来はカットされるべき初期降雨の一部がカットされていないことに

なる。

したがって、有効降雨量の総量は一定であることから、定率法で算出された有効降雨量は、降雨初期では少し大きく、その後は、その分だけ少し小さい有効降雨量となっている。

#### b) 解析結果の適合性

AR係数 ( $a$ ) の値を設定して、式 (10) から単位図の縦座標を求め、式 (6) から予測流出量を求めた。また式 (11) から流出量の予測誤差の二乗平均値を求めた。AR係数が、0を含む0から1までの値であることから、この範囲でEPSが最小のとき、そのときのAR係数が最適値として求められる。

こうして求められるAR係数の値を適用して予測流出量を求めた。流出解析を行ったケースの代表例としてケース1から4までを図-3から図-6に示す。また流出量の測定値と有効降雨量を比較検討す

表-1 排水区と降雨の概要

ケース	排水区名	排水面積 (ha)	不浸透面積 (%)	地表こう配 (%)	総降雨量 (mm)	総流出量 (mm)	平均流出係数 (-/-)	データ個数 (個)	AR係数の値		流達時間 (分)
									重相関回帰法	予測誤差最小	
1	花 隈	12.4	82	1.61	10.5	8.8	0.84	22	0.52	0.48	15
2	谷端川上流	109.2	40	—	66.4	37.4	0.56	90	0.65	0.61	18
3	谷端川下流	542.0	53	1.44	70.6	34.7	0.49	100	0.81	0.71	31
4	桃 園 川	510.6	49	1.72	77.6	48.5	0.63	96	0.77	0.74	32
5	谷端川上流	109.2	40	—	24.0	10.8	0.45	30	0.59	0.58	14
6	谷端川下流	542.0	53	1.44	72.0	44.1	0.61	100	0.89	0.86	47
7	桃 園 川	510.6	49	1.72	34.9	15.4	0.44	80	0.71	0.65	26

るために同図に示す。図-3, 図-5, 図-6では, 予測流出量のピークやパターンは, 流出量の測定値によく一致している。また図-4の予測流出量のピークは, 流出量の測定値と比較すると幾分小さいが, パターンなどを含めて, その適合性は許容範囲と判断される。

有効降雨量は, 「a) 有効降雨量の算出」で述べたように, 降雨初期で少し大きく, その後は, その分だけ少し小さく算出されているが, ここでは流出量の予測結果とも一致している。したがって, より精度の高い有効降雨量が何らかの方法によって算出できれば, 図-3から図-6に示す予測流出量と流出量の測定値との適合度は, さらに良好な結果になることが示唆される。

なお, 各降雨観測所で測定された降雨分布には, 降雨域が少し移動しているために, わずかな差が認められること, さらには降雨変動の確率性のために, 「1入力1出力」として行っている流出解析では, 予測流出量を流出量の測定値に完全に一致させることは困難である。

AR係数の値によって EPSがどのように変化しているかを把握するために, EPS が最小値のときをEPS<sub>0</sub>として, EPS/EPS<sub>0</sub>とAR係数との関係を求めて図-7に示す。図-7によると, EPSの変化が緩やかなのが分かる。AR係数の最適値の周辺, とくに最適値より小さい領域では, EPSの増加率は非常に小さい。したがって, AR係数が0を含む0から1までの範囲であることを考え合わせると, 実用的な観点からAR係数を選定する際の「適正なAR係数の値」は, 広い範囲にわたっていることになる。

流出解析を行った7ケースについて, 排水区と降雨の概要を表-1に示す<sup>7), 8)</sup>。

c) 流達時間とAR係数との関係

石原, 高棹<sup>9)</sup>によると, ピーク流出量を発生する

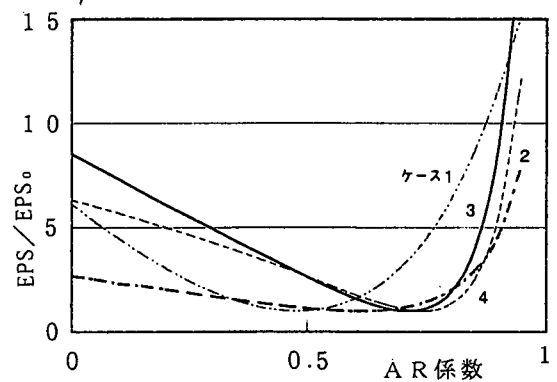


図-7 AR係数とEPS/EPS<sub>0</sub>の関係

降雨部分の伝播の出発時刻 $t_p$ と到達時刻 $T_p$ における降雨強度は相等しい。これは, 降雨のピークを挟んで降雨強度の等しい時間内の降雨がピーク流出量に関与していることを示している。この $T_p$ と $t_p$ の時間差が近似的に流達時間と見なされる。このようなことから, 測定された流出量と降雨量のデータを用いて図式的に流達時間を求めることができ, その結果を表-1にあわせて示す。

「(1) AR係数の代表的な値の導出」で求めたモデルの流達時間とAR係数との関係を図-8に●印で示す。また, 同図にあわせて測定データから求めた流達時間とAR係数との関係を■印で示す。■印が, ●印で表される曲線に良く一致していることが分かる。

したがって下水道の分野で一般的に用いられている等流流速法<sup>10)</sup> もしくは上記の石原, 高棹の方法などによって流達時間を求め, この値を用いて図-8からAR係数の値が推定できる。

(3) 適合性の検討

図-8において●印で表されるモデルの流達時間

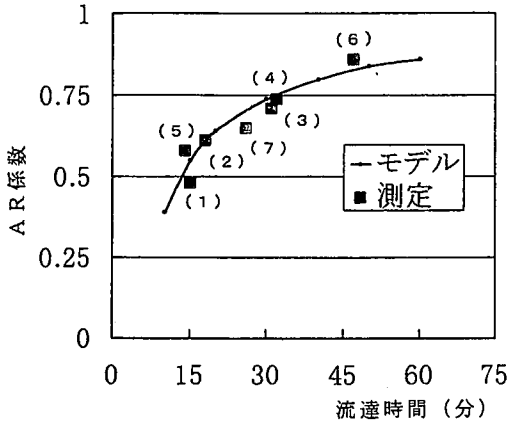


図-8 流達時間とAR係数の関係  
(図中の数字はケースを示す)

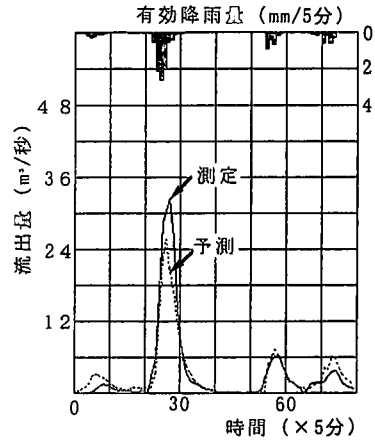


図-11 流達時間より求めたAR係数による  
予測流出量 (ケース7:  $a = 0.70$ )

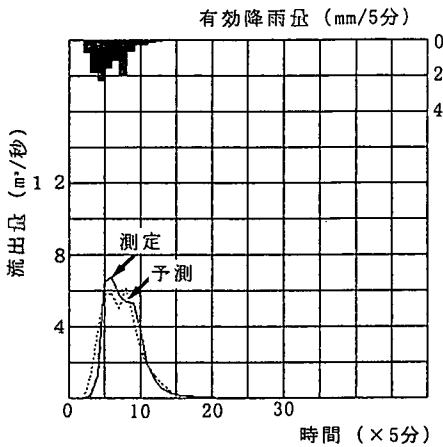


図-9 流達時間より求めたAR係数による  
予測流出量 (ケース5:  $a = 0.53$ )

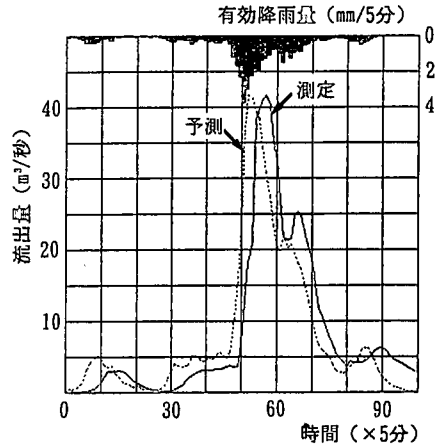


図-12 AR係数を変化させた場合の予測流出量  
(ケース6:  $a = 0.71$ )

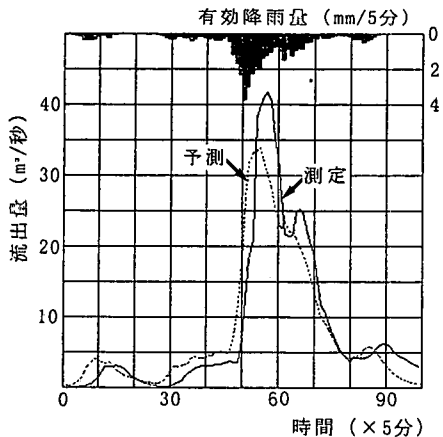


図-10 流達時間より求めたAR係数による  
予測流出量 (ケース6:  $a = 0.82$ )

とAR係数の関係、すなわち流達時間からAR係数を求め、このAR係数を用いた行った流出解析の結果が、どの程度の適合性を有するかの検討を行った。

図-8においてケース1からケース4までの●印は、●印で表される曲線によく適合していることから、適合性は良好である。以上の4ケースは除いて、■印が図-8の印●で表される曲線から少しずれたケース5と7、さらに適合性がもともと悪く、しかも流達時間のもっとも大きいケース6の3ケースについて、流達時間からAR係数を求めて流出量の予測を行った。その結果を図-9から図-11に示す。この場合のAR係数の値は、ケース5, 6, 7で、それぞれ0.53, 0.82, 0.70であった。なお、流出量の予測誤差の二乗平均を最小とする方法で求めたAR係数の値は、表-1によるとケース5, 6, 7で、それぞれ0.58, 0.86, 0.65である。

ケース5の図-9とケース7の図-11では、降雨の継続時間が短かかったり、また小さな降雨が途中にあったりするものの、予測流出量と測定流出量との適合性は良好と判断される。

一方、ケース6の図-10の場合、予測流出量と測定流出量との適合性は良好とは認められない。この場合、測定された流出量のパターンやピーク流出量を同じ排水区の場合のケース3の図-5と比較すると、ほぼ大差がないものと判断されるにも関わらず、表-1に示したように流達時間やAR係数の値は大きく異なっている。そこで、AR係数の値をケース3と同じ0.71に設定して予測流出量を求めた。その結果を図-12に示す。図-12によると、流出量の測定値に時間的なズレが生じているように思われることから、測定流出量のグラフを左方向にずらしてみると、予測流出量におおむね一致することが分かる。しかし、ケース6の予測流出量と測定流出量の適合性が良くない理由については、現段階では不明である。

#### 4. まとめ

AR法を適用して都市雨水の流出解析を行い、これらの適合性を確認するとともに、AR係数の実務的な同定法の開発を目指したものであり、次のことが明らかとなった。

- ① AR係数を1次に設定して行った流出解析によると、予測流出量と流出量の測定値は、ピークやパターンともによく一致していることから、AR法によるあてはめの良好なことが確認できた。
- ② AR係数の最適値を含む「適正值」は、比較的広い範囲に分布していることが分かった。  
したがってAR係数の値の選定や取り扱いが、実用上の観点からかなり容易であることが示唆される。
- ③ 流達時間とAR係数の値との一般的な関係を求めることができ、それらの適合性の良好なことが測定データから確認できた。

また、AR法による都市雨水の流出解析の長所を次に示す。

- ① AR法(1次)の式型はシンプルである。
- ② 解析に必要な計算は容易に行うことができる。
- ③ Kinematic-wave法では欠かせない排水区を一樣化するための区域の分割などは必要ない。

④ 修正RRL法に必要なS-Q曲線や等到達時間域図などは不要で、流達時間を求める以外のロードは少ない。

⑤ 流出データのない排水区においても、流達時間を推定することによってAR係数の値が求められることから、これを用いて流出解析を行うことができる。

AR法による流出解析は、以上のような長所を有していることから、流出解析が比較的容易にできるものと期待されるが、なお多くの下水道の排水区における適用性の検討が必要である。

#### 参考文献

- 1) (社)日本下水道協会：合流式下水道越流水対策暫定指針，1982年。
- 2) (社)日本下水道協会：下水道雨水調整池技術基準(案)，1984年。
- 3) (財)下水道新技術推進機構：雨天時汚濁負荷量流出モデル比較検討調査，下水道新技術研究所年報，1997年6月。
- 4) 吉本国春：AR法による都市雨水の流出解析，下水道協会誌，第34巻，第417号，pp.42~49，1997年。
- 5) 日野幹雄，長谷部正彦：水文流出解析，森北出版，1985年7月。
- 6) 山口高志，松原重昭，山守隆：都市域における降雨流出調査第2報-修正RRL法による流出推定，土木技術資料，第14巻，第11号，pp.34~39，1972年。
- 7) 建設省土木研究所下水道研究室：分流式下水道からの雨水流出に関するデータベース，土木研究所資料，第1549号，1980年1月。
- 8) 建設省土木研究所：都内谷端川・桃園川排水区水文観測資料，土木研究所資料，第1026号，1975年3月。
- 9) 石原藤次郎，高棟琢磨：単位図法とその適用に関する基礎的研究，土木学会，第60号・別冊(3-3)，1959年3月。
- 10) 上掲2)のpp.16~17。

(1997.12.1受付)

# A STUDY ON RUNOFF ANALYSIS FOR URBAN STORM WATER BY THE AR HYDROGRAPH METHOD AND IDENTIFICATION OF THE AR COEFFICIENT

Kuniharu YOSHIMOTO

The runoff analysis for urban storm water can be divided broadly into two categories; the storage analysis and the kinematic-wave analysis. These models however have the following problems; modeling of area and pipes is complex and preparation for input-data requires too much load to perform. Therefore, the AR Hydrograph method is presented. The right value of the AR coefficient had the application of wide range. The key point is to gain the value of AR coefficient. The AR Hydrograph method was applied to the modeled runoff patterns, which resulted in the good expression between the concentration time and the AR coefficient. Then, the runoff analysis can be readily performed whether runoff data is found or not.