

陸棚で発生した津波に関する基礎的研究

藤間功司¹・正村憲史²・堂蘭良一³・重村利幸⁴・後藤智明⁵

¹正会員 工博 防衛大学校助教授 土木工学教室(〒239-8686 横須賀市走水1-10-20)

²正会員 修(工) 防衛大学校助手 土木工学教室

³学生会員 防衛大学校理工学研究科

⁴正会員 D.Eng. 防衛大学校教授 土木工学教室

⁵正会員 工博 東海大学教授 工学部土木工学科

線形長波理論に基づき、一様勾配斜面上に形成された波源からの津波伝播を表す理論解を求めた。陸棚で発生する津波は、波源の条件によって伝播形態が大きく異なり、特に、波源が汀線付近に存在する場合エッジ波が顕著に現れることを示した。また、波源の長軸・短軸の長さ、波源の位置、方向などのパラメータから、発生する津波の特性を予測する経験式を導いた。さらに、コリオリ力の効果について考察した。

Key Words : tsunami, edge wave, trapping, tsunami source

1. はじめに

沿岸近くで地震が発生すると、津波が陸棚に捕捉されエッジ波が発生する可能性がある。エッジ波が発生すると、防災対策上、以下のような注意が必要である。

1. 同じ様な周期の波が連続して来襲するため、エッジ波の周期と同じ固有周期を持つ湾では、共振現象により水位変動が大きくなる。
2. 津波の継続時間が長く、最大波が第1波と限らないため、通常の津波と比較して警戒時間を長くとる必要がある。
3. 遠距離においても水位変動の減衰が少なく、被害が広範囲におよぶ可能性がある。

したがって、エッジ波の発生を予測することは、津波防災対策を考える上で重要なことである。しかし、今のところ、波源の規模や方向と発生するエッジ波の規模との関係は必ずしも明らかにされていない。

現在、津波の予測には数値計算を用いるのが一般的である。しかし、エッジ波は反射や屈折を繰り返しながら伝播するため、数値計算で用いる格子間隔が大きいと高い精度でエッジ波を再現することができない可能性がある。しかも、どの程度の格子間隔を用いれば高い計算精度が得られるのか分かっていない。したがって、波源の位置や方向により、励起されるエッジ波がどのように変化するかを数値計算によって検討することは必ずしも実用的とは言えない。

一方、Carrier¹⁾は、一様勾配斜面の直線海岸において指数関数と誤差関数を組み合わせた半無限の波源を考え、線形長波理論の初期値問題に対する解を導いている。理論解析では地形近似の上で制限があるものの、

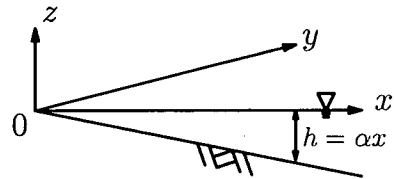


図-1 海底形状

数値計算に比べ、広範囲かつ長時間にわたる津波特性を調べることが格段に容易である。したがって、Carrierの理論を拡張し、任意の初期水位分布に対する解が求められるようにできれば、波源の位置や方向と発生するエッジ波の関係についての基礎的資料を蓄積する有効な手段となり得る。

そこで、本研究では、一様勾配斜面の直線海岸に形成された、任意初期水位分布をもつ有限波源からの津波伝播を表す理論解を求めた。求めた理論解により、波源の位置や方向、初期水位分布および海底勾配を様々な設定して理論解析を行い、そこで得られた解析データを整理することにより、波源のパラメータと発生する津波の定量的関係を表す経験式を作成した。

2. 解析方法

(1) 理論解の誘導

海底形状は、図-1に示す一様勾配直線海岸とする。ただし、海岸線をy軸に、x軸を沖方向に取る。基礎方程式は、以下の線形長波理論である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = fv \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = -fu \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここで、 u, v は x, y 方向の断面平均流速、 h は水深、 η は平均水面からの水位変動、 t は時間、 g は重力加速度、 f はコリオリ因子を表す。式(1), (2)を利用して式(3)から u, v を消去すると次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right) \frac{\partial \eta}{\partial t} = gh \nabla^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} + g \nabla h \cdot \nabla \frac{\partial \eta}{\partial t} + fg \nabla h \times \nabla \eta \quad (4)$$

いま、次式で表される2次元波動を考える。

$$\eta = \zeta(x) e^{i(ky - \sigma t)} \quad (5)$$

ただし、 σ は角周波数、 k は y 方向の波数であり、 $k \neq 0$ とする。 $\zeta(x)$ の中には屈折による x 方向の振動成分が含まれている。なお、 $k=0$ の場合は1次元波動を表しており、ベッセル関数で表される解が得られる。

水深 $h = \alpha x$ (α は勾配) とおけるから、式(4), (5)から ζ の支配方程式として次式を得る。

$$x \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (\kappa - k^2 x) \zeta = 0 \quad (6)$$

ただし、

$$\kappa = \frac{\sigma^2 - f^2}{g\alpha} - \frac{fk}{\sigma} \quad (7)$$

である。ここで、

$$\zeta = e^{-\xi/2} F(\xi) \quad (8)$$

$$\xi = 2|k|x \quad (9)$$

により変数変換を行うと、次式で表される F に関する支配方程式を得る。

$$\frac{d^2 F}{d\xi^2} + \left(\frac{1}{\xi} - 1\right) \frac{dF}{d\xi} + \left(\frac{\kappa}{2|k|} - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{\xi} F = 0 \quad (10)$$

これはラゲールの微分方程式であり、左辺第3項の係数が非負整数のとき、すなわち、

$$\sigma^3 - (f^2 + (2n+1)g\alpha|k|)\sigma - g\alpha k f = 0 \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (11)$$

のときのみ、 $x \rightarrow \infty$ で発散しない、物理的に意味のある解を持つ。このとき、基本解は次式で与えられる。

$$F(\xi) = L_n(\xi) \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (12)$$

ただし、 L_n は n 次のラゲール関数を表す。以上はエッジ波の定常解を誘導する過程と同じである²⁾。

本研究では、以上のエッジ波に関する定常解をもとに、任意初期水位分布からの津波伝播を表す理論解を求める。まず、コリオリ力を考慮しない $f=0$ の場合の解を求める。 $f=0$ のとき、式(11)は、

$$\sigma = \pm \sigma_n, \quad \sigma_n = \sqrt{(2n+1)g\alpha|k|} \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (13)$$

により満たされる。したがって、波数 k をもつ波動 η_k は以下のように表される。

$$\eta_k = \sum_{n=0}^{\infty} L_n(2|k|x) e^{-|k|x} e^{iky} (A'_n e^{-i\sigma_n t} + B'_n e^{i\sigma_n t}) \quad (14)$$

さらに、 η_k の複素振幅を $\phi(k)$ とすると、一般解は以下のように表すことができる。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(k) \eta_k dk \quad (15)$$

したがって、結局、一般解は次式のように得ける。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(2|k|x) e^{-|k|x} e^{iky} \times (A_n e^{-i\sigma_n t} + B_n e^{i\sigma_n t}) dk \quad (16)$$

ただし、係数 A_n, B_n は、式(14)の A'_n, B'_n に ϕ を乗じたもので、 k の関数である。

係数 A_n, B_n は以下の初期条件から決定する。

$$\eta|_{t=0} = \eta_0(x, y) \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (18)$$

まず、式(16), (18)から、

$$A_n = B_n \quad (19)$$

である。すなわち、1次元水平床における初期値問題と同様、正方向・負方向へ伝播する成分の振幅は等しくなる。さらに、式(16), (17)から、次式が得られる。

$$\eta_0(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} 2A_n L_n(2|k|x) e^{-|k|x} e^{iky} dk \quad (20)$$

さて、初期水位分布 $\eta_0(x, y)$ を y 方向にフーリエ変換すると、

$$\eta_0(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} c_k(x) e^{iky} dk \quad (21)$$

なるフーリエ係数 $c_k(x)$ が算出できる。式(20)と式(21)を比較すると、

$$c_k(x) = \sum_{n=0}^{\infty} 2A_n L_n(2|k|x) e^{-|k|x} \quad (22)$$

であることが分かる。ここで、

$$b_k(\xi) = \frac{1}{2} e^{\xi/2} c_k \left(\frac{\xi}{2|k|} \right) \quad (23)$$

なる関数を考えると、式(22)から次式が導かれる。

$$b_k(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n L_n(\xi) \quad (24)$$

すなわち、 A_n は関数 $b_k(\xi)$ のラゲール関数展開の展開係数と見なすことができる。したがって、 A_n は次式から求められる。

$$A_n(k) = \frac{n!}{\Gamma(n+1)} \int_0^{\infty} e^{\xi} L_n(\xi) b_k(\xi) d\xi = |k| \int_0^{\infty} e^{-|k|x} L_n(2|k|x) c_k(x) dx \quad (25)$$

上式の積分を数値的に求めることにより、任意の初期水位分布から A_n が計算でき、支配方程式と初期条件を満足する解を求めることができる。コリオリ力を考慮した解については後述する。

なお、Green の法則によれば、一様勾配斜面上での長波の浅水係数は $(h/h_0)^{-1/4} = (x/x_0)^{-1/4}$ である(添字 0 はある基準点での値を示す)。すなわち、波の入射地点 x_0 が同一なら、浅水係数は海底勾配と無関係に決まる。屈折係数についても同様である(式(34)参照)。本理論展開においても、 $\eta_0(x, y)$ が同じなら、複素振幅 A_n は海底勾配 α と無関係に決まる。すなわち、一様勾配斜面を仮定した本モデルでは、 $\eta_0(x, y)$ が同じなら、海底勾配は津波高に影響を与えない。ただし、角周波数 σ_n が $\sqrt{\alpha}$ に比例するため、津波の伝播速度は海底勾配の影響を受け、 $\sqrt{\alpha}$ に比例することになる。

(2) 理論解の計算方法

実際の計算においては、有限フーリエ変換を使用し、式(16)を次式で表す。

$$\eta = \sum_{m=-K/2}^{K/2-1} \sum_{n=0}^{\infty} A_{nm} L_n(2|k_m|x) e^{-|k_m|x} e^{ik_m y} \times (e^{-i\sigma_{nm}t} + e^{i\sigma_{nm}t}) \quad (26)$$

ただし、

$$A_{nm} = |k_m| \int_0^{\infty} e^{-|k_m|x} L_n(2|k_m|x) c_m(x) dx \quad (27)$$

$$c_m(x) = \frac{1}{K} \sum_{\ell=-K/2}^{K/2-1} \eta_0(x, \ell\Delta y) e^{-ik_m\ell\Delta y} \quad (28)$$

$$k_m = 2\pi m / (K\Delta y) \quad (29)$$

$$\sigma_{nm} = \sqrt{(2n+1)g\alpha|k_m|} \quad (30)$$

である。 K は初期水位の汀線方向のデータ数、 Δy は初期水位データの汀線方向サンプリング間隔を表す。また、式(27)は数値積分により計算する。

ところで、 η_0 が実数関数なので、 $c_{-m} = \overline{c_m}$ であり、これにより $A_{n,-m} = \overline{A_{nm}}$ となる。さらに、 n, m が十分大きければ $|A_{nm}|$ は減衰するから、実用的には、 n, m をそれぞれ十分大きな数 N, M まで考慮すればよい。また、有限波源を考え、かつ y 方向の領域を十分大きく取れば、本理論解で考慮していない $k=0$ の成分 $c_0(x)$ が無視し得る大きさになる。すなわち、実用的には次式を用いて計算を実施できる。

$$\eta = 2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N A_{nm} L_n(2|k_m|x) e^{-|k_m|x} e^{ik_m y} \times (e^{-i\sigma_{nm}t} + e^{i\sigma_{nm}t}) \quad (31)$$

近似式(31)により理論式(16)を精度良く再現するためには、 $K, N, M, \Delta y$ 及び式(27)の数値積分間隔

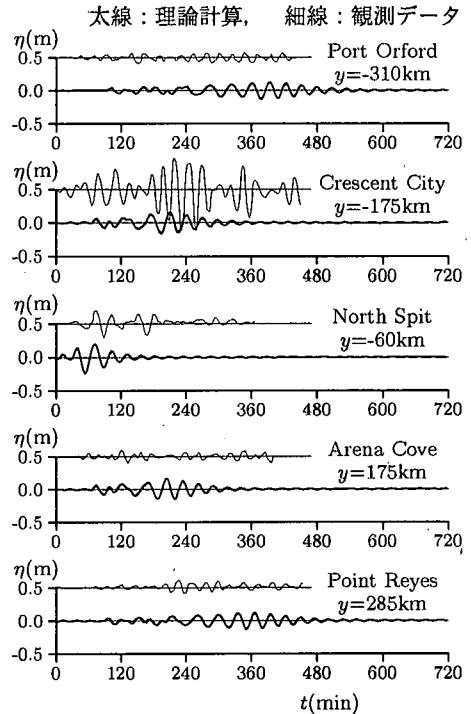
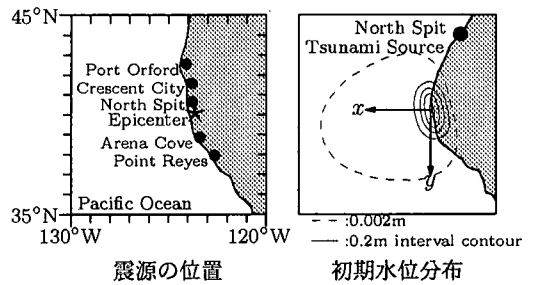


図-2 1992年 Mendocino 岬地震津波における観測データと理論解の比較

Δx の設定を適切に行う必要がある。本研究では、以下の条件を満たすように計算を実施した。

1. $\Delta y \leq 2(a \sin \theta + b \cos \theta) / 40$ (a, b, θ は図-3参照)
2. $K \geq 2.5 \times 10^7 / \Delta y$
3. $\Delta x \leq 30m$
4. $M \geq 6.0 \times 10^{-4} \frac{K\Delta y}{2\pi}$
5. $N \geq 1000$

以上の条件を用いれば、本研究における波源の形状、規模においては、誤差を概ね最高水位の5%以内に抑えることができる。

(3) 理論解析例

1992年4月、アメリカ西海岸の Mendocino 岬付近で起こった地震により津波が発生した。図-2上段は、Mendocino 岬地震の震源の位置と Oppenheimer³⁾らに

よる津波の波源モデルである。Mendocino 岬津波の水位経時変化に関し、本理論解による解析結果と観測データを比較し、図-2下段に示す。図中、理論値と観測値は50cmずらして描いている。また、理論計算において、初期水位分布は図-2上段の Oppenheimer らのモデルを用いている。海底勾配は1/100とした。

図-2から、波源に近い North Spit では津波到着が早く入射波数が少ないが、波源から遠い Port Orford や Point Reyes では津波到着が遅く入射波数が多いことなどがよく再現されていることが分かる。水位変化の大きさに関しても、Crescent City 以外では理論解と観測データは概ね一致している。なお、Mendocino 岬津波の数値計算は Gonzalez⁴⁾ らが実施しているが、この計算でも Crescent City での大きな水位変化を再現できていない。Gonzalez らは、エッジ波が Crescent City 付近で局所的に共振し、大きな水位変化が発生したと推測している。理論解においては局所的な地形変化を考慮していないので、それが原因で起こる現象を再現することはできない。しかし、全般的に本理論解は広範囲・長時間にわたる観測データの傾向をよく表しており、本理論解により沿岸部で発生した津波の伝播特性を考察するのは有効であると言える。

(4) 初期水位分布の設定

以下の理論解析では、津波の初期水位分布を次式により与えた。

$$\eta_0(x, y) = \begin{cases} \eta_{0max} \phi(x_1) \psi(y_1) & (|x_1| \leq 0.25, |y_1| \leq 0.25) \\ 0 & (\text{上記領域外}) \end{cases} \quad (32)$$

ただし、

η_{0max} : 初期水位分布の最高水位 (本研究では2m)

$$\phi(x_1) = -\{\sin^2(2\pi x_1)\}^p + 1$$

$$\psi(y_1) = -\{\sin^2(2\pi y_1)\}^q + 1$$

$$x_1 = \{(x - d) \cos \theta - y \sin \theta\} / (4a)$$

$$y_1 = \{(x - d) \sin \theta + y \cos \theta\} / (4b)$$

$$p = \frac{-\log 2}{2 \log \{\sin(\pi a_{50} / (2a))\}}$$

$$q = \frac{-\log 2}{2 \log \{\sin(\pi b_{50} / (2b))\}}$$

a, b : 波源の短軸, 長軸方向長さの2分の1

d : 波源の位置 (波源中心と汀線の間の距離)

θ : 波源の方向 (x 軸と波源短軸の角度)

a_{50}, b_{50} : 初期水位を平面 $z = \eta_{0max}/2$ で切断して得られる図形の短軸, 長軸方向長さの2分の1

である (図-3参照)。なお、波源中心とは初期水位 η_0 が η_{0max} となる地点を指す。

表-1 波源パラメータ等の範囲

| a (km) | b | d (km) | θ (度) |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 30, 40, 50 | $2a \sim 4a$ | 0~200 | 0, 30, 60, 90 |
| a_{50}/a | b_{50}/b | η_{0max} | α |
| 0.5, 0.6, 0.7 | 0.5, 0.6, 0.7 | 2m | 0.01~0.02 |

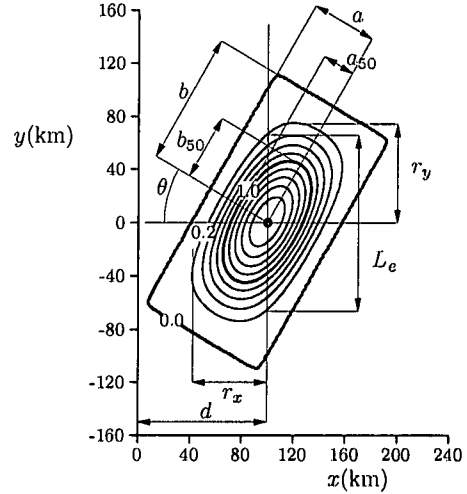


図-3 初期水位分布

表-2 各ケース毎の波源の諸元

| Case | d (km) | θ (度) |
|------|----------|--------------|
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 60 | 90 |
| 3 | 150 | 0 |

表-1は本研究での初期水位の各パラメータ及び海底勾配の範囲を示したもので、これまで日本近海で起こった津波を伴う地震のデータ⁵⁾を参考にして決定した。

なお、本研究では解析対象を $|y| \leq 700$ km の範囲に限定した。しかし、この長さはほぼ千葉県と青森県間の距離であり、日本の沿岸部で発生した津波の性質を考察するには十分な長さであろう。

3. 津波の伝播形態

本節では、波源の違いによる津波の伝播形態の違いを説明するため、初期水位分布が同じで波源の位置 d および方向 θ が異なる3ケースの解析結果を示す。各ケースの d 及び θ の値を表-2に示す。各ケースとも $a = 30$ km, $b = 60$ km, $a_{50}/a = b_{50}/b = 0.5$ である。海底勾配 α は1/100である。

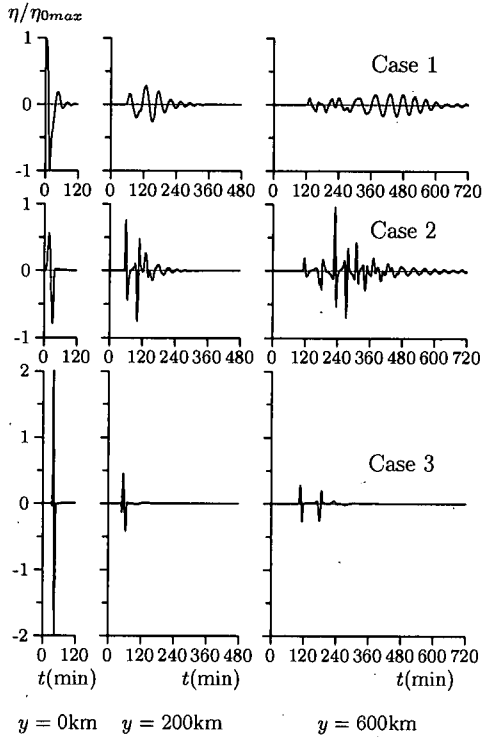


図-4 水位経時変化 (Case 1 ~ 3)

(1) 水位経時変化及び水位空間分布

図-4は各ケースの汀線上での水位経時変化の一例である。図は上段から Case 1, 2, 3, 左から $y = 0, 200, 600\text{km}$ における波形を表している。図から、波源の位置及び方向の変化により津波伝播状況が大きく異なることが分かる。

すなわち、Case 1 では、水位経時変化の中で規則的で滑らかな波が数波続いている。Case 2 では、険しく不規則な波列が観測される。また、波源からかなり離れた $y = 600\text{km}$ 地点で初期最高水位と同程度の水位が観測されている。Case 3 は $y = 0\text{km}$ 地点で高い水位が観測されるが、他の観測地点では高い水位は記録されず、また来襲する波数が少ない。

図-5は、各ケースの水位空間分布の経時変化である。Case 1, 2 では、コンターが汀線に沿うように y 方向に移動している。津波が汀線付近に捕捉されたためである。一方、Case 3 では、捕捉現象は見られない。したがって、波源の位置が汀線に近いとエッジ波が発生しやすいと推測できる。ただし、Case 1 においては、津波が汀線に貼り付くように捕捉されているが、Case 2 では、それよりも沖合において津波が捕捉されている。このような捕捉状況の違いがあり、Case 1 では規則的な波列が観測されるが、Case 2 では観測されないもの

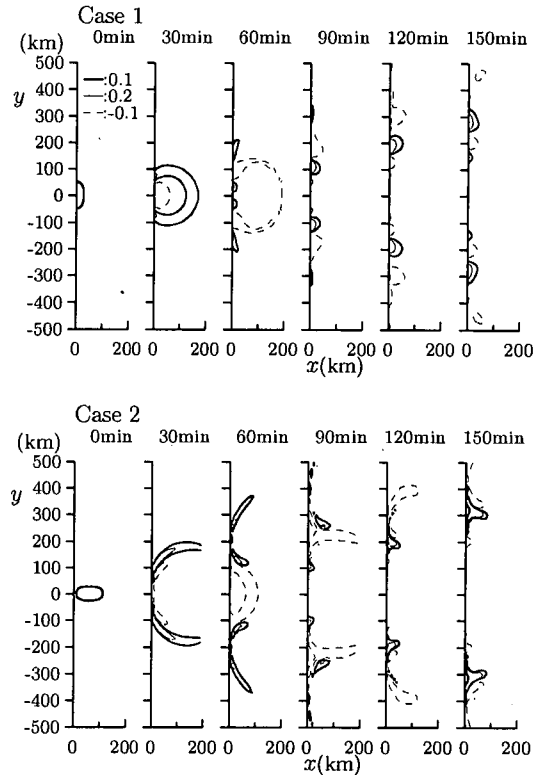


図-5 水位空間分布の経時変化 (Case 1 ~ 3)

と考えられる。

(2) 津波の伝播形態と A_{nm} の卓越モードの関係

ここでは、津波の伝播形態と本理論解の各モードの振幅を表す A_{nm} との関係調べる。

図-6は、各ケースごとの複素振幅 A_{nm} の絶対値の分布である。ただし、▲印は $|A_{nm}|$ のピークを表し、各コンターは $|A_{nm}|$ の最大値の $1/5 \sim 4/5$ の値を表す。規則的なエッジ波が顕著に見られる Case 1 では、 $n = 0$ に $|A_{nm}|$ のピークが存在する。不規則で険しい波列が観測される Case 2 では、 $n = 1$ に $|A_{nm}|$ のピーク

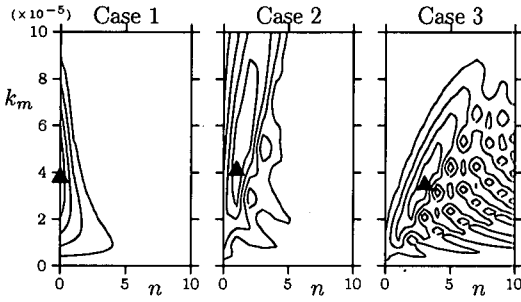


図-6 $|A_{nm}|$ の分布

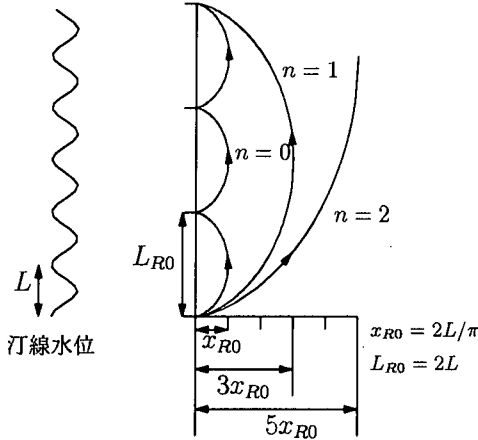


図-7 津波の汀線方向への伝播

クが存在する。エッジ波が現れない Case 3 では $n=3$ に $|A_{nm}|$ のピークがある。したがって、津波の伝播形態の違いには A_{nm} の卓越モードが影響していると考えられる。

そこで、各モードの波がどのような伝播をしているか波向線を使って説明する。各モードの波(定常エッジ波)の汀線方向の波速 C_n は、次式で表される。

$$C_n = \sigma_n / |k| = \sqrt{(2n+1)g\alpha L / (2\pi)} \quad (33)$$

ただし、 L は汀線方向に測った波長を表し、 $L = 2\pi / |k|$ である。すなわち、同じ波長であれば、 n が大きいほど速い速度で汀線方向に伝播することになる。

波向線は、図-7のように、屈折と反射を繰り返し、全体として汀線方向に進行する。さて、 $y=0$ 、 $x=x_0$ で x の負方向とのなす角が θ_0 の波向線が到達する汀線位置は、波向線方程式または Snell の法則から、次式で与えられる⁶⁾。

$$y = x_0 \left(\frac{\theta_0}{\sin^2 \theta_0} - \frac{1}{\tan \theta_0} \right) \quad (34)$$

また、これに要する時間は次式で与えられる。

$$t = \sqrt{\frac{x_0}{g\alpha} \frac{2\theta_0}{\sin \theta_0}} \quad (35)$$

したがって、波向線が最も沖側に達したときの汀線からの距離 x_R と汀線に沿った反射の間隔 L_R の関係は、式(34)に $x_0 = x_R$ 、 $\theta_0 = \pi/2$ を代入して、2倍することにより、

$$L_R = \pi x_R \quad (36)$$

と求められる。波向線が L_R 移動するのに要する時間に関しても、同様に

$$T_R = 2\pi \sqrt{x_R / (g\alpha)} \quad (37)$$

と求められる。したがって、波向線の汀線方向への見かけの伝播速度 C_R は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_R &= \frac{L_R}{T_R} = \frac{\pi x_R}{2\pi \sqrt{x_R / (g\alpha)}} \\ &= \sqrt{g\alpha x_R} / 2 \end{aligned} \quad (38)$$

したがって、

$$x_R = 2(2n+1)L / \pi \quad (39)$$

であれば、 C_R は C_n と一致する。また、そのとき、 $L_R = 2(2n+1)L$ である。

モード $n=0$ の場合、 $x_R = 2L/\pi (\equiv x_{R0})$ の波向線を考えると $C_R = C_0$ となる。すなわち、 x_{R0} を通る波向線が 0 次モードの波を代表する波向線と言えるであろう。この波向線は、波長の長さの約 0.6 倍の位置が最沖部になる。すなわち、 $n=0$ のモードは汀線で細かい反射を繰り返し、汀線付近を伝播する成分である。このため、 A_{nm} の卓越モードが $n=0$ の場合、波が汀線付近に捕捉され、規則的なエッジ波が卓越するような現象になるのであろう。

$n=1$ の場合、波向線は波長の長さの約 1.9 倍の位置を最沖部として伝播する。したがって、 A_{nm} の卓越モードが $n=1$ の場合、波動運動の影響は沖側に及ぶことになる。

一方、 $n \geq 2$ の場合、波向線は汀線からはるかに離れてしまう。したがって、 $n \geq 2$ のモードが卓越し、 $n=0, 1$ のモードにおける $|A_{nm}|$ の値があまり大きくないような場合、エッジ波は卓越せず、直接入射波主体の伝播形態となると考えられる。

ところで、0 次モードが卓越した場合に生成される規則的なエッジ波の周期 T_e は、図-3の L_e により評価することができる。ただし、 L_e は、波源を初期最高水位の 1/10 の高さで切断した際に得られる図形と波源中心を通り y 軸に平行な直線の 2 交点間の距離である。図-8は、 L_e を波長とする 0 次モードのエッジ波の理論周期(次式)と水位経時変化から得られる規則的なエッジ波の周期を比較したものである。

$$T_e = \sqrt{2\pi L_e / (g\alpha)} \quad (40)$$

ただし、解析結果は $d=0$ の場合の結果のみプロットしている。図から規則的なエッジ波の周期が式(40)によ

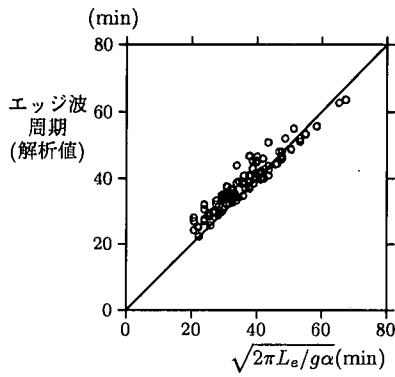


図-8 規則的なエッジ波の周期の解析値と評価式の比較

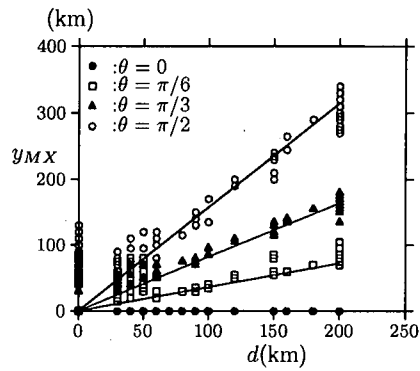


図-10 波源の位置と y_{MX} の関係

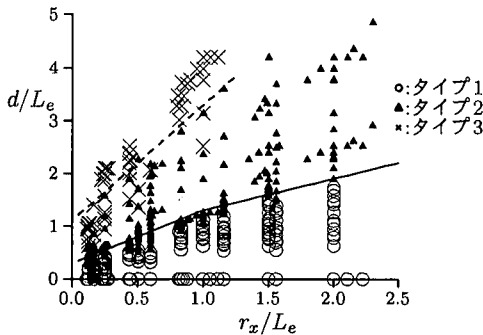


図-9 津波の伝播形態の分類

て概ね近似できることが分かる。このことから、規則的なエッジ波の実体が 0 次モードのエッジ波であることが確認できる。

4. 沿岸域で発生した津波の基本的特性

ここでは、前節の Case 1 ~ 3 の波源だけではなく、表-1 に示される諸元の範囲で理論解析を実施し、沿岸域で発生した津波の特性について定量的に整理した。

(1) 伝播形態の区分

前節のように、津波は、波源の条件によって伝播形態が異なり、エッジ波の発生状況によって、以下の 3 つのタイプに区分できる。

- ①タイプ 1: 0 次モードが卓越し、規則的なエッジ波の発生が見られるもので、前節の Case 1 に代表される。同じ様な周期の波が連続入射するため、湾水振動が励起される可能性があるタイプである。
- ②タイプ 2: 1 次モードが卓越し、険しく不規則な波群が形成される場合で、Case 2 に代表される。
- ③タイプ 3: 2 次以上のモードが卓越した場合で、直接入射波が主体の津波である。Case 3 がこれに当たる。

図-9 は、理論解析結果から得られた水位経時変化から以下の基準によって上記のどのタイプであるかを判断し、波源の位置によって津波の伝播形態を区分した結果である。

- ①タイプ 1: η/η_{0max} が 0.1 を越える規則的な波動が 2 波以上存在する場合。
- ②タイプ 2: タイプ 1 に該当する規則的なエッジ波は現れないが、不規則なエッジ波が卓越し、汀線上 ($0 \leq y \leq 700\text{km}$) のどこかで、第 1 波よりも大きな第 2 波もしくは第 3 波が観測される場合。
- ③タイプ 3: 汀線上 ($0 \leq y \leq 700\text{km}$) のすべての地域で第 1 波が最大となる場合。

ただし、図中、○、▲、× がそれぞれタイプ 1, 2, 3 を表す。ただし、 r_x は波源を初期最高水位の 1/10 の高さで切断した際に得られる図形の最沖(岸)部と直線 $x = d$ の距離を表す(図-3)。図-9 から、波源が汀線付近に存在する場合、規則的なエッジ波が発生するタイプ 1 になると言える。また、波源が汀線から離れるにしたがって、発生する津波の形態がタイプ 2、タイプ 3 と変わっていく。図中の実線がタイプ 1 の発生限界であり、次式で与えられる。

$$d/L_e = \begin{cases} r_x/L_e + 0.25 & (r_x/L_e \leq 1) \\ 0.6(r_x/L_e) + 0.65 & (r_x/L_e > 1) \end{cases} \quad (41)$$

また、破線はタイプ 2 の発生限界であり、次式で与えられる。

$$d/L_e = 2.2r_x/L_e + 1.1 \quad (42)$$

(2) 沿岸域で最大の津波高が観測される地点 y_{MX}

本論文では、汀線における最高水位を津波高と呼ぶことにする。汀線に沿って津波高分布が最大値をとる地点(以後、 y_{MX})が、波源の位置 d によりどのように変化するか調べた結果が図-10 である。 $\theta = 0$ の場合 $y_{MX} = 0$ となるが、 $\theta \neq 0$ の場合 y_{MX} は d と共に増加している。また、 θ によってその増加率が明確に異な

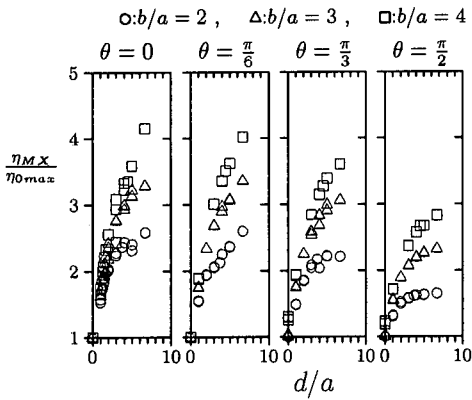


図-11 d/a , θ , b/a による η_{MX} の変化 ($a_{50}/a = b_{50}/b = 0.5$)

る。図-10中の実線は次式をプロットしたものである。

$$y_{MX} = d \left(\frac{\theta}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \right) \quad (\equiv y_G) \quad (43)$$

上式は、式(34)において、 $x_0 = d$, $\theta_0 = \theta$ としたものであり、波源内の初期最高水位地点から波源の短軸方向に放射した波向線が屈折変化を経て到達する地点を表す。 d が大きいとき、すなわち、タイプ2、タイプ3の場合、式(43)が y_{MX} を良好に近似している。

しかし、タイプ1、特に $d=0$ をはじめ $d \leq 60\text{km}$ の場合、式(43)では過小評価となっているケースが多く見られる。タイプ1の y_{MX} のばらつきは、概ね以下の範囲内である。

$$y_G \leq y_{MX} \leq 1.1r_x - d/2 + y_G \quad (44)$$

(3) 沿岸域での最大津波高 η_{MX}

汀線に沿った津波高の最大値 (y_{MX} での津波高で、以後 η_{MX} とする) は、図-11のように波源の位置 d/a 、波源の方向 θ および波源の長軸及び短軸の長さの比 b/a により変化する。

すなわち、津波のエネルギーは主として波源の短軸方向に放射されるが、短軸方向に放射された津波は、 d/a が大きいと浅水変形の効果により波高が増大し、 θ が大きいと方向分散により波高が減少する。また、 b/a が大きいと津波の短軸方向へのエネルギー集中度が大きくなるため η_{MX} は b/a の増加に伴って大きくなる。また、一般に、 a_{50} , b_{50} が大きくなると津波高も大きくなるが、その影響の度合いはタイプによって異なる。

各パラメータから η_{MX} を評価する経験式を求めた結果、以下のような式が得られた。

タイプ1 ($d=0$):

$$\frac{\eta_{MX}}{\eta_{0max}} \simeq \max \left\{ \frac{2r_x}{3L_e} \left(2 \frac{a_{50}}{a} \right)^{0.6} \left(2 \frac{b_{50}}{b} \right)^{1.2}, 1 \right\} \quad (45a)$$

タイプ1 ($d \neq 0$):

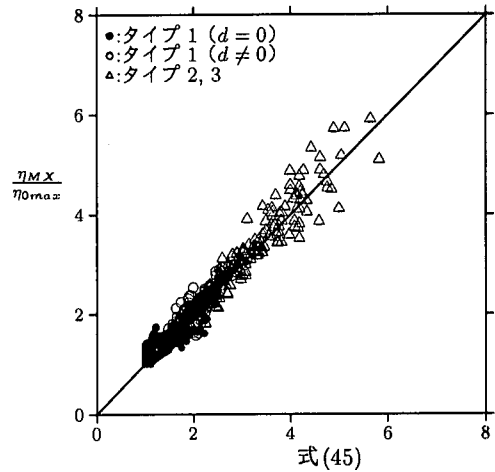


図-12 η_{MX} の解析値と評価式の比較

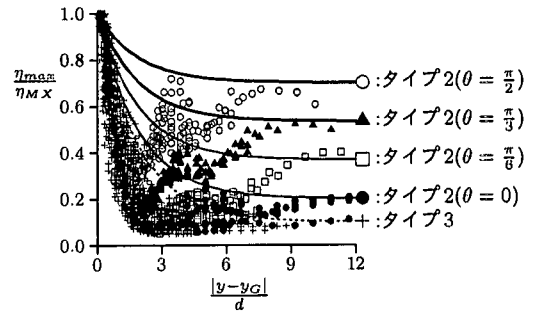


図-13 タイプ2、タイプ3における η_{max} の分布

$$\frac{\eta_{MX}}{\eta_{0max}} \simeq 1.4(d/a)^{0.5}(b/a)^{0.15}(\cos(\theta/2))^{0.3} \times \left(2 \frac{a_{50}}{a} \right)^{0.15} \left(2 \frac{b_{50}}{b} \right)^{0.3} \quad (45b)$$

タイプ2, 3:

$$\frac{\eta_{MX}}{\eta_{0max}} \simeq 1.1(d/a)^{0.3}(b/a)^{0.5}(\cos(\theta/2))^{0.9} \times \left(4 \frac{a_{50}}{a} \frac{b_{50}}{b} \right)^{0.6} \quad (45c)$$

図-12は式(45)の評価式と η_{MX} の解析値の比較である。図から、評価式(45)が η_{MX} の解析値と概ね一致していると言える。

式(45)に実際の数値を代入すると、通常、最大津波高 η_{MX} はタイプ1が最も小さく、タイプ3が最も大きくなる。

(4) 津波高 η_{max} の分布

図-13は、タイプ2及びタイプ3における津波高 η_{max} の汀線上での分布を示したものである。ただし、 y_G は式(43)で与えられる。図-13中の+印は、第1波が最大波であるタイプ3を表す。それ以外の記号はタ

タイプ2を表す。

図-13から、タイプ3では、観測地点が y_{MX} から離れるにつれ η_{max} が指数関数的に減衰している。平均的には $|y - y_G|/d = 1$ 付近で $\eta_{max}/\eta_{MX} = 0.5$ 程度、 $|y - y_G|/d = 2$ 付近で $\eta_{max}/\eta_{MX} = 0.2$ 以下になる。すなわち、タイプ3では、 η_{MX} は他のタイプより大きくなる傾向があるものの、エネルギーは y_{MX} 付近の狭い地域に集中し、 y_{MX} から離れると津波高が急激に減衰すると言える。タイプ3における各観測地点毎の津波高の上限値を結んだ包絡線的な津波高分布評価式は次式で与えられる。

$$\frac{\eta_{max}}{\eta_{MX}} \simeq 0.9 \exp\left(-\frac{\pi}{6} \frac{|y - y_G|}{d}\right) + 0.1 \quad (46)$$

一方、タイプ2では、 y_G から離れるにしたがい減衰傾向にあった η_{max} が途中から増加に転じている。これは、 y_G から離れた地域で不規則なエッジ波が成長し、第2波以後の波が最大波になるためである。これにより、津波高分布に複数の山・谷が形成され、 y_{MX} からかなり離れた地域でも、高い津波高が観測される。すなわち、波源に近い場所で津波高が小さいのに、波源から離れた場所で大きな津波高が発生する可能性があることになり、警戒が必要である。タイプ2における η_{max} の評価式として次式が得られる。

$$\frac{\eta_{max}}{\eta_{MX}} \simeq (1 - f(\theta)) \exp\left(-\frac{\pi}{6} \frac{|y - y_G|}{d}\right) + f(\theta) \quad (47)$$

$$f(\theta) = \theta/\pi + 0.2$$

図-13中の実線が式(47)をプロットしたものである。図から分かるように、式(47)では、詳細な η_{max} の分布を考慮せず包絡線的に式を決定している。

なお、式(47)は、 $d = 0$ を除くタイプ1においても概ね適用できる。すなわち、タイプ1では η_{MX} はそれほど大きくないが、 y_{MX} から離れても津波高はそれほど減衰しないと言える。ただし、タイプ1で $d = 0$ の場合には、 η_{max} の分布の評価式は以下ようになる。

$$\frac{\eta_{max}}{\eta_{MX}} \simeq \exp\left(-\frac{\pi}{30} \frac{|y - r_x|}{r_x}\right) + 0.2 \quad (48)$$

(5) 各観測地点での第1波到達時刻 t_{1st}

図-14は、Case 1 ~ 3 での津波の第1波到達時刻 t_{1st} の汀線上での分布である。ただし、海底勾配 α は 0.01, 0.015, 0.02 の3通りである。上段は波源から比較的遠い地点のもの ($|y - r_y| \geq 100\text{km}$) で、下段は比較的波源に近い地点のものである。ただし、 r_y は、波源を初期最高水位の1/10の高さで切断した際に得られる図形の汀線方向の長さの1/2である。第1波到達時刻 t_{1st} は、式(35)を利用して以下の手順で精度良く評価できる。①波源の0.2mコンター上に多数の点波源を設定する、②各点波源から各観測点に到達する波向線の初期入射角 θ_0 を、観測点を y 、入射開始地点の座

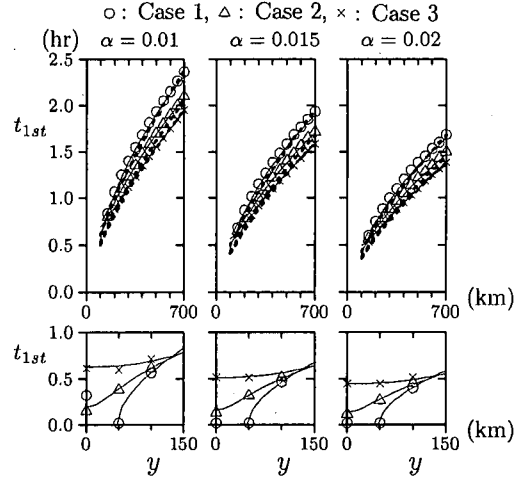


図-14 第1波到達時刻の分布 (Case 1 ~ 3)

標を (p_x, p_y) として、

$$y - p_y = p_x(\theta_0/\sin^2 \theta_0 - 1/\tan \theta_0) \quad (49)$$

を満足するように逆算する、③各点波源毎に、式(35)により到達時刻を求める、④各点波源に対応する到達時刻のうち最小のものを、波源全体を対象とした各観測点への予想される第1波到達時刻とする。

図-14の実線が以上の方法により求めた第1波到達時刻を表しており、良好な精度で t_{1st} を評価していると言える。このことは、複雑な地形においても、水深データが得られれば、同様の手順で津波の第1波到達時刻の算定が可能であることを示している。ただし、その場合、式(35)の代わりに波向線方程式を差分化した数値解法を用いる。

観測点が $|y - r_y| \geq 100\text{km}$ の地域においては、上記①のようにコンター上に多数の点波源を設定することなく、座標 $(d + r_x, r_y)$ に点波源を与え、②、③のみにより、 t_{1st} を概ね評価できる。さらに、その結果は次式により近似することが可能である。

$$t_{1st}|_{|y-r_y| \geq 100\text{km}} \simeq 0.19y^{0.7}(d+r_x)^{-0.1}/\sqrt{\alpha} \quad (50)$$

図-14の破線が近似式(50)を表しており、波源から離れた場所ではこの式により第1波到達時刻を近似できることが分かる。

(6) 各観測地点での最高水位出現時刻 t_{emx}

図-15は、横軸に第1波到達時刻、縦軸に最高水位出現時刻 t_{emx} をとってプロットしたものである。タイプ3では第1波が最大波となるため、最高水位出現時刻と第1波到達時刻は、ほぼ一致する(厳密には波の立ち上がりと波頂の通過時刻の差だけ異なる)。また、タイプ2では、直接波もしくはその後のエッジ波が最大

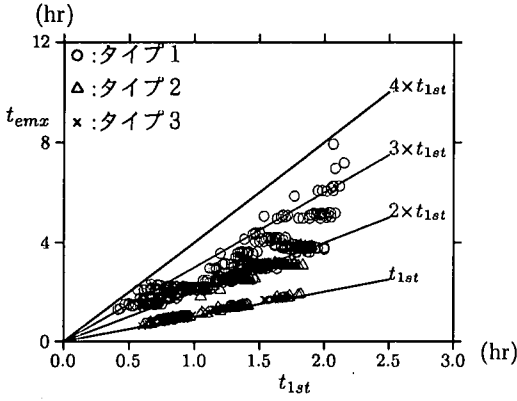


図-15 最高水位出現時刻と第1波到達時刻の関係

波となり、第1波出現時刻の1~2.5倍程度の時刻に最大波が出現する。タイプ1では、最大波は第1波出現時刻の1~4倍程度の時刻に出現する。タイプ1, 2では最高水位出現時間が遅く、長時間の警戒が必要であることが分かる。特にタイプ1では警戒時間を長くとる必要がある。

(7) コリオリカの効果

コリオリ力は、大規模な波動現象に対し大きな影響を与えるが、ここで、本研究で解析した規模におけるコリオリカの効果について述べる。

コリオリカを考慮した場合、分散関係式(11)を以下の3通りの σ が満たす。

$$\sigma_1 = 2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\beta}{3}\right) \quad (51)$$

$$\sigma_2 = 2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\beta}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (52)$$

$$\sigma_3 = 2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{\beta}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (53)$$

ただし、 Q と β は

$$Q = (f^2 + (2n+1)g\alpha|k|)/3 \quad (54)$$

$$\cos\beta = g\alpha k f / (2\sqrt{Q^3}) \quad (55)$$

を表す。 $f=0$ とすると、 $\sigma_1 = \sigma_n$ 、 $\sigma_2 = -\sigma_n$ 、 $\sigma_3 = 0$ となる。本研究では、北緯30~45度を解析対象とし、 $f = 1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ とする。また、波源の規模(10~300km)、海底勾配($10^{-2} \sim 2 \times 10^{-2}$)を考慮すると、 $\sqrt{g\alpha k} = 1.4 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \sim 1.1 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ である。そこで $g\alpha|k| \gg f^2$ として式(51)~式(53)を展開し、コリオリカの効果を1次オーダーまで取り入れると、

$$\sigma_1 = \sigma_n + \sigma_n^* \quad (56)$$

$$\sigma_2 = -\sigma_n + \sigma_n^* \quad (57)$$

$$\sigma_3 = -2\sigma_n^* \quad (58)$$

を得る。ただし、

$$\sigma_n^* = \frac{k}{|k|} \frac{f}{2(2n+1)} \quad (59)$$

である。ここで、 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 を改めて σ_{n1} 、 σ_{n2} 、 σ_{n3} と書くと、 η は以下のように表すことができる。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(2|k|x) e^{-|k|x} e^{iky} \times (A_n'' e^{-\sigma_{n1}t} + B_n'' e^{-\sigma_{n2}t} + C_n'' e^{-\sigma_{n3}t}) dk \quad (60)$$

係数 A_n'' 、 B_n'' 、 C_n'' は以下の条件から決定される。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_0(x, y) \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} (gh \frac{\partial \eta_0}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (gh \frac{\partial \eta_0}{\partial y}) \end{aligned} \right\} \text{at } t=0 \quad (61)$$

なお、これは $t=0$ において η 、 $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$ がコリオリカを無視した場合と一致することを表している。式(61)から1次オーダーの精度で解を求めると、以下の結果が得られる。

$$A_n'' = A_n - A_n^* \quad (62)$$

$$B_n'' = A_n + A_n^* \quad (63)$$

$$C_n'' = 0 \quad (64)$$

ただし、

$$A_n^* = \frac{\sigma_n^*}{\sigma_n} A_n \quad (65)$$

を表す。したがって、最終的に、コリオリカを1次オーダーまで考慮した解として次式を得る。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(2|k|x) e^{-|k|x} e^{iky} \times \left\{ (A_n - A_n^*) e^{-i(\sigma_n + \sigma_n^*)t} + (A_n + A_n^*) e^{i(\sigma_n - \sigma_n^*)t} \right\} dk \quad (66)$$

式(66)から、コリオリカを考慮することで各成分の角周波数及び振幅が補正されることが分かる。コリオリカにより正の方向に進む波は周期が短くなり、振幅が小さくなる。逆に負の方向に進む波は周期が長くなり、振幅が大きくなる。なお、これらの各成分毎の補正は大きくとも1%程度である。

波源を x 軸に対称になるよう設定した場合、コリオリカを考慮しなければ、津波は y の正負の方向に全く同じ様に伝播する。しかしながら、コリオリカを考慮した場合、正方向と負方向で違いが現れる。

図-16は、コリオリカを考慮した場合における y の正方向と負方向の伝播の違いを比較した結果である。なお、ここでは、タイプ1の波源(Case 1)と、タイプ2の波源(Case 2)を使用した解析結果をプロットしている。

図から、正方向と負方向の η_{max} を比較すると、約10%程度異なる場合があることが分かる。しかし、分布形状には大きな違いが無く、防災対策に影響を与え

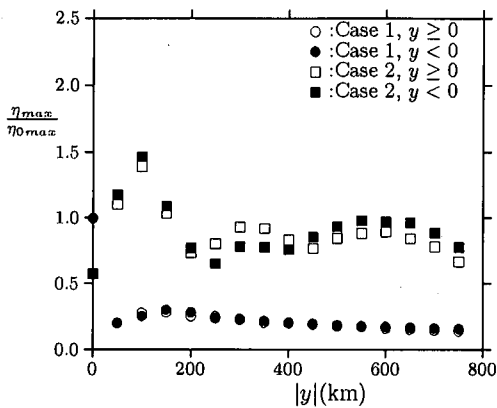


図-16 コリオリ力の効果

るような違いとは言えない。したがって、波源から数100km程度の範囲においては基本的にコリオリ力の効果を無視しても重大な問題とはならないであろう。

5. 結論

線形長波理論により、一様勾配直線海岸に形成された任意形状波源から生じられる津波の理論解を求めた。

エッジ波に注目すると、伝播形態は、①タイプ1: 0次モードが卓越し、規則的なエッジ波が発生する場合、②タイプ2: 1次モードが卓越し、不規則なエッジ波が発生する場合、③タイプ3: 高次モードが卓越し、直接进入波が主体となる場合、に分類できる。またその発生区分を求め、波源が汀線付近にあるとタイプ1になり、波源が汀線から離れるにしたがってタイプ2、タイプ3と変わっていくことを示した。

また、波源のパラメータと発生する津波の特性との定量的関係を表す経験式を求めた。その結果、以下のことが分かった。

タイプ1では一般に他のタイプに比べ最大津波高が

小さいが、波源から離れても津波高はそれほど減衰しない。また津波継続時間が長く、警戒時間を長くとる必要がある。特に、同じ様な周期の波が連続入射するため、共振により局所的に大きな津波高が発生する可能性がある。タイプ2では同じ様な周期の波が連続入射するわけでないが、津波継続時間が長く、長時間の警戒が必要である。また津波高分布に複数の山・谷ができ、波源から遠く離れた場所でもかなり大きな津波高が発生する可能性があるため、注意が必要である。タイプ3の場合、津波高は狭い地域で非常に大きくなり、その地域から離れると津波高は急激に減衰する。またエッジ波は発生せず入射波数が少ない。

最後に、コリオリ力の効果について検証した。波源から数百kmの範囲内では、コリオリ力の影響は最大10%程度であり、それほど重要ではないことが分かった。

参考文献

- 1) Carrier, G.F. :On-shelf Tsunami Generation and Coastal Propagation, Tsunamis:Progress in Prediction, Disaster Prevention and Warning, pp.1-20, 1995.
- 2) 富永政英 : 海洋波動 - 基礎理論と観測成果 -, 共立出版, 591p, 1976.
- 3) Oppenheimer, D., Beroza, G., Carver, G., Dengler, L., Eaton, L., Gee, L., Gonzalez, F., Jayko, A., Li, W.H., Lisowski, M., Magee, M., Marshall, G., Murray, M., McPherson, R., Romanowicz, B., Satake, K., Simpson, R., Somerville, P., Stein, R. and Valentine, D. :The Cape Mendocino, California, Earthquake of April 1992 :Subduction at the Triple Junction, Science 261, pp.433-438, 1993.
- 4) Gonzalez F.I., Satake, K., Boss, E.F. and Mofjeld, H.O. :Edge Wave and Non-trapped Modes of the 25 April 1992 Cape Mendocino Tsunami, Pure and Applied Geophysics, Vol.144, No.3/4, pp.409-426, 1995.
- 5) 見上敏文, 後藤智明 : 日本周辺における津波初期波形の統計的性質, 海岸工学論文集, Vol.42, pp.366-370, 1995.
- 6) 佐山順二, 後藤智明, 首藤伸夫 : 屈折に関する津波数値計算の誤差, 海岸工学講演会論文集, Vol.33, pp.389-402, 1986.

(1998. 7. 2 受付)

FUNDAMENTAL STUDY ON TSUNAMIS GENERATED ON A SHELF

Koji FUJIMA, Kenji MASAMURA, Ryoichi DOZONO,
Toshiyuki SHIGEMURA and Chiaki GOTO

Based on the linear long wave theory, theoretical solution is obtained for the tsunami which propagates from a tsunami source generated on a straight beach with an uniform slope. The solution indicates that the behaviors of tsunami generated on a shelf is governed by the conditions of tsunami source and that edge wave is generated considerably in the case when the tsunami source locates near a coastline. The empirical formulas are derived which evaluate the characteristics of tsunami by those of tsunami source such as the lengths of long-axis and short-axis, the position and direction of tsunami source, and so on. Further, effect of the Coriolis force is also discussed.