

河岸侵食を伴う河道変動の特性と その数値解析法に関する研究

長田信寿¹・細田 尚²・村本嘉雄³

¹正会員 工博 京都大学助手 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

³フェロー 工博 大阪工業技術専門学校 建設土木学科 (〒530-0043 大阪市北区天満 1-9-27)

本研究は、河岸侵食によって生じる2次元的な流路変動を対象としており、流路平面形状の変化すなわち河岸侵食量の空間的分布とその時間変化特性と、それに影響を与える要因を明らかにすることを目的としている。まず、実河川の流路変動現象を再現可能なモデルを提示し、バングラデシュ国・メグナ川に適用を行い、実河川での平面流況と侵食位置との関係について考察を行った。次に、侵食性河岸を有する蛇行および直線流路において実験・数値解析を行った。蛇行流路においては、初期平面形状を同一とし水理条件を変化させて行った複数ケースの結果より、水理量分布が流路変動過程に及ぼす影響について検討した。また、直線流路においては、交互砂州の発達・移動特性と河岸侵食との関連性について考察した。

Key Words : bank erosion, channel process, numerical analysis, meandering, alternate bar, actual river

1. はじめに

河岸侵食の発生位置及び侵食速度の的確な予測は、適切な河道計画を行う上で必要かつ重要な技術であり、従来より、様々な手法を用いて、河岸侵食を伴う流路変動機構の解明及びその過程の解析が試みられてきた。

まず、直線流路の拡幅現象に関しては、芦田・村本・奈良井¹⁾、村本・田中・藤田²⁾により、側岸侵食を伴う1次元河床変動式が誘導され、直線流路の拡幅過程の解析が行われている。側岸侵食土砂量は摩擦速度の関数として表示されており、その係数は実験より決定している。平野³⁾は、側岸斜面上の砂粒の流送機構の考察により、斜面上の限界掃流力、砂粒の移動方向と速度、流砂量式を導出し、それらを基に直線流路の1次元解析を行っている。その後、側岸侵食現象における流砂の非平衡性を考慮した長谷川⁴⁾の解析、あるいは側岸斜面上のせん断応力分布算出法の重要性に着目した福岡・山坂⁵⁾の解析法などが提案されている。

蛇行の発達の観点からは、Ikeda, Paker and Sawai⁶⁾、Paker, Sawai and Ikeda⁷⁾により、河岸侵食速度が偏倚流速に比例するとして、自由蛇行の平面形状に関する方程式が導かれている。また、福岡・山坂⁸⁾は、流砂の非平衡性を考慮して流砂量を求め、流砂の連続式から求める

河岸侵食速度より、蛇行の発達過程を表現している。

湾曲・蛇行河道を対象として河床形状の変化と河岸侵食現象を、数値解析により扱った研究としては、関根⁹⁾、守田・江頭・金ら¹⁰⁾が一樣湾曲流路、また、清水・平野・渡辺¹¹⁾、著者ら¹²⁾、Duan, Jia and Wang¹³⁾が蛇行流路について解析したのものがある。しかし、いずれのモデルも実験流路における流路変動過程を対象としており、また、その解析例も少なく、実河川に適用するには至っていない。

実河川での、流れ、河床変動及び河岸侵食をとともに計算した研究としては、Darby and Thorne¹⁴⁾が、河岸近傍での河床の侵食・堆積量の計算結果を用いて、平面すべり・円弧すべりの両面から河岸の安定性の検討を行っている。しかし、基礎式において、流下方向の一様性を仮定しており、平面2次元的な流路変動に対しては適用できない。

本研究では、以上の点を踏まえ、任意の平面形状を有する河道の2次元的な流路変動現象に対して解析が可能な数値解析モデルを構築し、流路変動機構及び河岸侵食の平面分布特性を明らかにすることを目的としている。まず、ここで開発されたモデルを、河岸侵食被害が著しい蛇行河川であるバングラデシュ国のメグナ川に適用する。さらに、実測結果と比較することにより、モデルの

妥当性について検討するとともに、流況特性が河岸侵食に与える影響について考察する。

しかし、実河川においては、河岸・河床材料の空間分布の不均一性及び河道形状の複雑さ等から、河岸侵食量に影響を与える要因を明確に把握することが困難である。従って、次に、単純な形状、すなわち初期平面形状として、sine-generated curve で表示された蛇行流路、及び直線流路を用いて、流路変動実験を行い、これに対して数値解析モデルを適用する。さらに、これらの結果を用いて、水理条件、砂州の発達、あるいは流路の平面形状が、流路変動特性に与える影響について検討を行う。

2. 計算手法

これまでに、実河川の河床変動計算を行った例は数多くあるが、河岸侵食を伴った平面2次元な流路変動過程の解析は、実河川についてはほとんど行われていない。これは、河床形状の変化と、実現象としては土塊の崩落・堆積過程をも含んでいる河岸侵食現象との関連づけ、及びそのモデル化が困難であったためと考えられる。ここでは、侵食過程にある断面形状変化の特徴を用いることによって、簡易な手法で河岸侵食過程をモデル化し、実河川の流路変動を解析できるモデルを提示する。

(1) 流れの計算

流れの基礎式は、一般座標系で表示された平面2次元流れの連続式と運動方程式である。ただし、蛇行度の大きい流路においては、2次流による横断方向への運動量の輸送が、主流の横断方向流速分布に影響を及ぼす(例えば、Rozovskii¹⁵⁾, Kalkwijk and De Vriend¹⁶⁾, 山坂・池田・酒寄¹⁷⁾) ことから、ここでは、運動方程式において、Kalkwijk and De Vriend¹⁶⁾と同様の手法を用いて、その影響を考慮している。2次流による付加項の導出過程を付録Iに示す。

また、河岸侵食を扱う計算においては、河岸水際近傍の底面せん断応力の評価が重要となる。そこで、ここでは、澤井・芦田¹⁸⁾によって示された法線面積分割法を一般座標系に変換し、これを用いて算定することとする。

(2) 河床変動の基礎式

ここでは、流砂形態として掃流砂、浮遊砂を考える。まず、掃流砂については、流線とその直角方向すなわち(s, n)方向の単位幅流砂量(q_{Bs}, q_{Bn})を、それぞれ M-P-M 式¹⁹⁾、長谷川式⁹⁾を用いて計算する。

次に、浮遊砂については、水深平均浮遊砂濃度を、次式で示す水深積分された一般座標系表示の浮遊砂の連続式を用いて算出する。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (ch) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{c}{J} Q^\xi \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{c}{J} Q^\eta \right) \\ &= \frac{1}{J} w_0 (c_{bc} - c_b) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \xi} h \left(\frac{D_x \xi_x^2 + D_y \xi_y^2}{J} \frac{\partial c}{\partial \xi} + \frac{D_x \xi_x \eta_x + D_y \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta} h \left(\frac{D_x \xi_x \eta_x + D_y \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial c}{\partial \xi} + \frac{D_x \eta_x^2 + D_y \eta_y^2}{J} \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 J : 座標変換のヤコビアン、 $(\xi_x, \eta_x, \xi_y, \eta_y)$: メトリックス、 c : 水深平均した浮遊砂濃度、 (Q^ξ, Q^η) : 流量フラックスの反変成分、 h : 水深、 w_0 : 土粒子の沈降速度、 c_{bc} : 基準面濃度、 c_b : 河床近傍の浮遊砂濃度、 D_x, D_y : x, y 方向の分散係数 ($D_x = D_y = 5.93hu_*$)、 u_* : 摩擦速度である。

また、上式において、河床近傍の浮遊砂濃度 c_b は、浮遊砂の鉛直分布を指数分布と仮定して水深平均浮遊砂濃度 c より求めることとし、土粒子の沈降速度は、Rubey の式²⁰⁾で算出する。底面付近の基準面濃度の評価は様々なモデルが提案されているが、ここでは Lane-Kalinske のモデル²¹⁾を用いる。

以上より算出された掃流砂量及び浮遊砂濃度より、次式で示す流砂の連続式を用いて河床変動計算を行う。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{z_b}{J} \right) + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{q_B^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{q_B^\eta}{J} \right) + \frac{1}{J} w_0 (c_{bc} - c_b) \right) = 0 \quad (2)$$

ここに、 z_b : 河床高、 λ : 河床材料の空隙率、 (q_B^ξ, q_B^η) : 流砂量の反変成分であり、M-P-M 式、長谷川式で求めた流線とその直角方向の単位幅流砂量 (q_{Bs}, q_{Bn}) から、流線と x 軸のなす角度 γ を用いて、次式より、反変成分 (q_B^ξ, q_B^η) に変換する。

$$q_{Bx} = q_{Bs} \cos \gamma - q_{Bn} \sin \gamma \quad (3a)$$

$$q_{By} = q_{Bs} \sin \gamma + q_{Bn} \cos \gamma \quad (3b)$$

$$q_B^\xi = \xi_x q_{Bx} + \xi_y q_{By} \quad (4a)$$

$$q_B^\eta = \eta_x q_{Bx} + \eta_y q_{By} \quad (4b)$$

(3) 河岸侵食過程のモデル化

河岸侵食は、①河岸近傍河床の洗掘、②河岸上部土塊の崩落・堆積、③崩落土砂の流送、というサイクルを繰り返して進行することが指摘されている¹⁾。このような侵食サイクルに従った、河岸の一崩落ごとの変形を取り入れた河岸侵食のモデル化は、対象とする現象の空間スケール、時間スケールが小さい実験流路の変動過程(後述4.および5.)を対象とした計算においては可能である。しかし、本章のように実河川を対象とする場合は、長期間、広領域の計算が必要となり、上記の侵食サイクルに従ったモデル化は困難となる。そこで、ここでは、実河川の侵食過程の特徴を把握することにより、侵食サイク

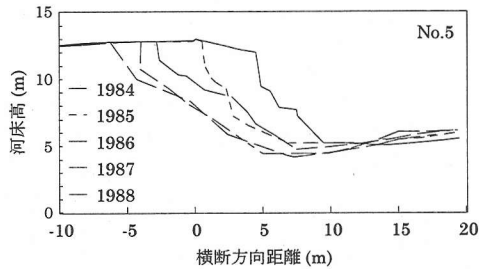
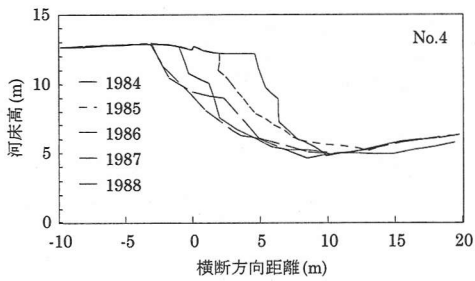


図-1a 河岸侵食形状の経年変化 (宇治川²⁴⁾)

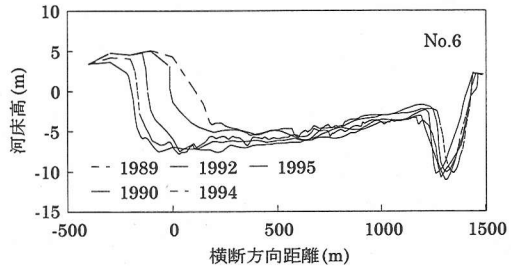
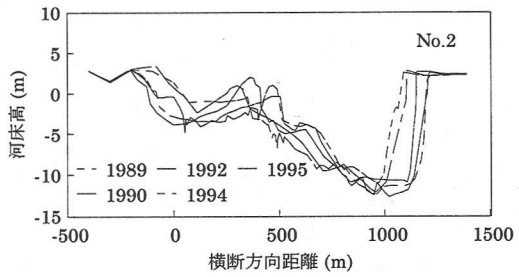


図-1b 河岸侵食形状の経年変化 (メグナ川)

ルが複数回繰り返されたトータルの河岸侵食量の算出を目的としたモデルの提示を試みる。

実河川における洪水時の侵食過程を調査した研究は、その計測の技術的な困難さ等の理由により、これまで非常に少ないが、そのような中で、長良川において、洪水時およびその後の河岸土砂の挙動、変形についての計測が行われた^{22), 23)}。この観測結果より、出水時の河岸側方侵食と河岸近傍河床の低下によって形成された洪水時の河岸形状は過渡的なものに過ぎず、結局は洪水後も継続される幾度かの河岸崩落によって、洪水前とほぼ同様の形状となるまで、河岸の後退が進行することが指摘されている。したがって、トータルの河岸侵食量を算出するためには、このような洪水前後の河岸形状の相似性が成立するのであれば、洪水時の河岸近傍河床の変動量から、河岸後退幅を求めることが可能となると考えられる。

上記の河岸形状変化の特徴については、図-1に示す宇治川²⁴⁾ (図-1a) 及びメグナ川(図-1b)の河道横断形状の経年変化からも、侵食過程にある断面において前述のような河岸形状の相似性が保たれていることが分かる。

そこで、ここでは、この特徴を用いて、実河川の河岸侵食過程を、図-2のようにモデル化した²⁵⁾。まず、図中の(1)を初期形状とすると、河床変動計算の結果、河岸形状が(2)のように変化したとする(図-2a)。次に、相似性を仮定して河岸形状を指数関数で表した(3)と、前述(2)の比較を行い、長谷川⁹⁾が提示したモデルと類似の考え方で、河岸侵食による供給土砂量(A)と、それによる洗掘域の埋め戻し量(B)が等しくなるよう河岸後退量を算出する(図-2b)。なお、河岸形状を表現する指数関数形は、Ikeda²⁶⁾が示したものと同様に次式で表す。

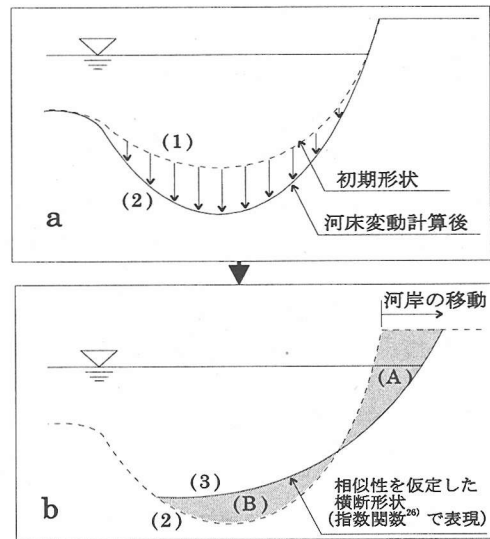


図-2 実河川における河岸侵食モデル

$$h = H \{1 - \exp(-n/\Delta)\} \quad (5)$$

ここに、 h : 水際より n 離れた地点の水深、 H : 最大水深である。また、原論文では Δ は側岸の排除厚として定義されているが、ここでは、藤田・川口²⁷⁾と同様に H/Δ を斜面勾配に関するパラメータとみなし一定値として扱う。従って、最大水深 H が測量横断図より定まれば、 Δ も一意的に決定されることとした。ここでは、メグナ川におけるいくつかの拉幅過程にある断面の測量横断図と関数形の適合性を考慮して、 $H/\Delta = 4.0$ とした。なお、藤田らも、宇治川の測量資料より $H/\Delta = 4.0$ としている。

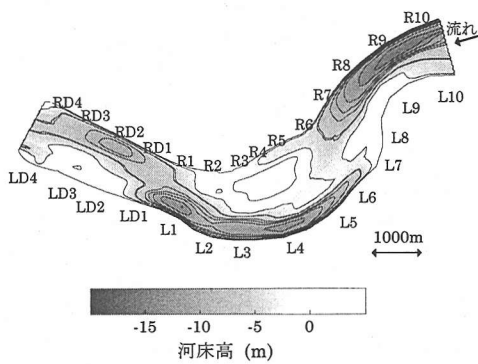


図-3 河床高コンター(メグナ川:1989)

(4) 計算手順

ここでは長期計算を行う必要があるため、以下の手順で計算を行う。まず、定常状態とみなせるまで流れの計算のみを行い、その定常流れ場から長時間の河床変動量を計算する。次に、そのようにして計算された河床形状より、前述の河岸侵食モデルを用いて、河岸線の移動量を算出する。そして、新たに得られた河床・河岸形状から再び定常流れ場を計算する、という過程を繰り返すこととする。

3. 実河川の流路変動現象への適用

2.で示したモデルを実河川に適用し、モデルの妥当性、流路変動過程の特徴について考察を行う。対象とした河川はバングラデシュ国のメグナ川である。バングラデシュ主要河川では、河岸侵食による土地・家屋の流出が深刻であり、周辺住民の生活の脅威となっている。ここで対象とするメグナ川においても、河岸侵食被害は大きな問題となっている。

(1) メグナ川の概要

メグナ川は、バングラデシュ3大河川(ガンジス川・ブラマプトラ川・メグナ川)の一つであり、パドマ川との合流地点で流域面積は約77000km²、河道延長は約880kmである。流況特性としては、高水期と低水期の流量の差が大きいのが特徴であり、高水期(7月~10月)では1万m³/s、低水期(12月~3月)では数百m³/sのオーダーである²⁹⁾。また、河床勾配が非常に小さく、メグナ川下流部では1/200,000程度と推定されている²⁹⁾。

(2) 計算条件

計算対象区間は、河口より百数十km上流に位置するメグナ橋付近の10km区間である。また、計算の対象とする期間は、1989年の河道形状を初期値として1995年までの6年間である。1989年の河床コンターを図-3(河床位は標高で表示)に示す。

境界条件としては、上流端で流量、下流端で水位を与える。なお、水位-流量データについては対象期間全てを網羅するデータはなく、現時点で直ちに使用できるデータ³⁰⁾は、1995年の1年分である。従って、ここでは、この1年分のデータを繰り返し用いることとする。

また、河床及び砂州上の土砂については、既往調査結果²⁹⁾によると、平均粒径は約0.15mmであり、また、粒度分布の拡がりは小さく、非粘着性材料の均一砂とみなせる。河岸上で採取された土砂については、採取箇所によってばらつきがあるが、上記の河床材料の分布にシルト分が含まれ粒度の分布が広い地点があり、 $d_{50} = 0.02 \sim 0.1\text{mm}$ 、 $\sqrt{d_{84}/d_{16}} = 1.5 \sim 4$ で、若干の粘着性を有する場合があると考えられる。しかし、河岸が鉛直壁あるいは急斜面を形成しているのは水際より上方であり^{29), 30)}、また、上記の微細粒径を含む土砂は、雨期の氾濫による河道からの土砂堆積物と考えられ、このような土砂が存在するのは河岸上部の一部であり、河岸高全体から見ると小さい。一方、本解析においては、前述のように河岸形状の相似性を仮定して、水面下の河床変動量から河岸侵食量が決定される。対象河川であるメグナ川の横断形状変化は、前出図-1bより、本侵食モデルの適用条件である河岸横断形状の相似性が保たれながら、侵食が進行していることが分かる。実際の河岸侵食現象においては、水面より上にある河岸材料の粘着性は、一回の河岸崩落幅については影響を与えると考えられるが、本解析ではトータルの河岸侵食量の算定を目的としているため、ここでは、河岸上の粘着性材料(シルト分)の分布は考慮しない。以上より、河床変動計算の対象とする材料の粒径は、0.15mmの均一砂として扱うこととする。

(3) 計算結果および考察

図-4に河岸線平面形状の経年変化を示す。上図が実測値であり、1989, 1990, 1992, 1994, 1995年に測量された河岸線を示している。下図が計算結果であり、1989年と1995年の河岸線を示し、かつ侵食位置が明瞭となるように、河岸が移動した部分にマークを施している。河岸侵食位置について、測量結果と計算結果を比較すると両者は精度良く一致しており、本モデルで河岸侵食位置の再現は十分可能であると言える。

次に、河岸侵食量を定量的に評価するために、図-5に年平均河岸後退幅について、実測値と計算結果の比較を示す。同図より、定量的にも妥当な結果を示す区間もあるが、侵食量の分布傾向は合致しているものの両者に差が見られる区間もある。この原因としては、①対象区域では水位が4m以上になると、河道から氾濫原への越流が生じ、それが河道部での流れに影響を及ぼすことが指摘されているが³⁰⁾、氾濫原の地形データ不足により地盤高を3.5mと一様に与えたこと、②境界条件とし

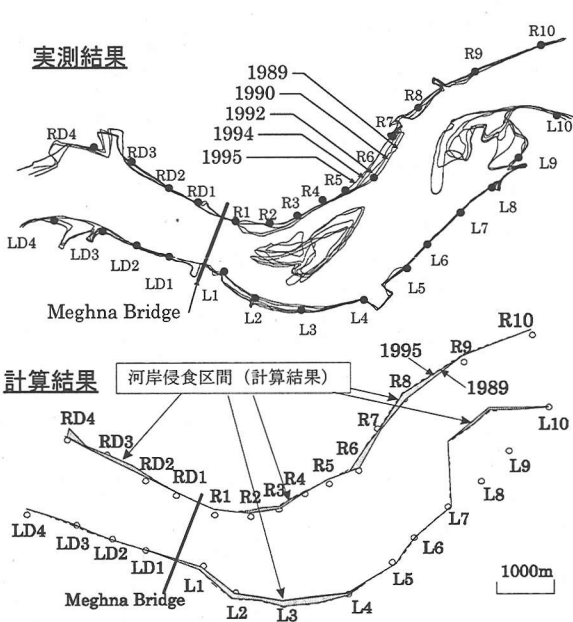


図-4 河岸平面形状の経年変化

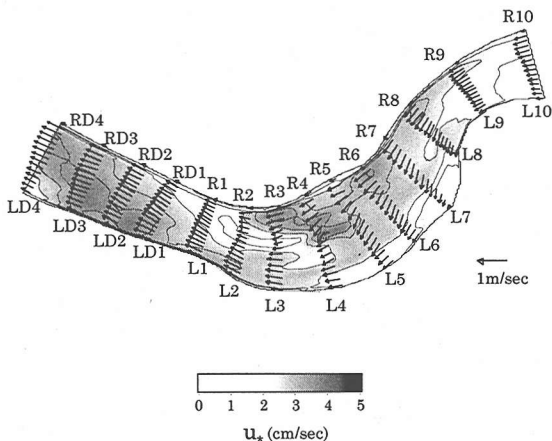


図-6 流速ベクトルと摩擦速度分布図

て用いた水位・流量データが1995年の1年分であるため、計算結果がこの年の流況に大きく影響されたこと、
 ③ 河床・河岸材料の空間分布、特に、実際は、河岸上において、シルト分の分布にばらつきがあったが、これを均一と仮定したこと、等が考えられる。しかし、このような条件の簡略化にもかかわらず、河岸侵食量の実測値と計算結果の差が図-5に示す程度であり、また、侵食位置についての再現性も高いことから、本モデルで、実河川の流路変動の基本的な特徴は再現できると考えられる。

そこで、次に、流量5000m³/s時の平面流況と摩擦速度の平面分布の計算結果(図-6)を用いて、侵食区間と

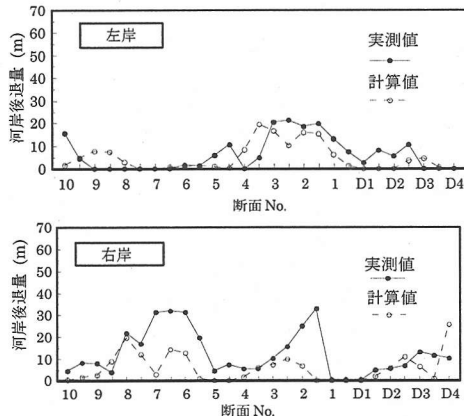


図-5 河岸後退量の実測値と計算結果の比較

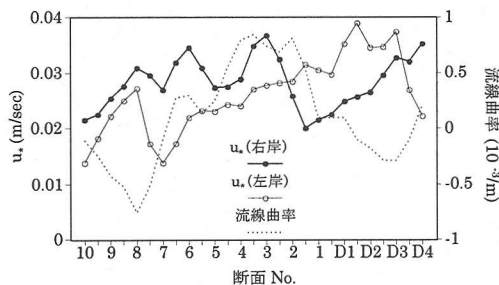


図-7 摩擦速度と流線曲率の縦断分布

流況の対応について考察する。前出図-4に示した侵食区間のうち、R9~R6、L4~L1は湾曲部外岸に位置している。これらの区間では、湾曲による主流の外岸への移行が見られ、これに伴う摩擦速度の増大が河岸侵食の原因になったと考えられる。なお、上記の河岸侵食区間は、湾曲に起因して最大深掘れを示す地点(R9、L4)より下流に位置するのが特徴的であり、この点については、後述の実験においても同様の傾向を示す。

これに対して、蛇行の内岸に位置するR3~R2の河岸侵食は、R3L3付近に存在する中央砂州の影響が大きいと考えられる。すなわち、平面流況より把握されるように、中央砂州により内岸(右岸)側と外岸(左岸)側に分岐する流れが生じており、特に内岸では流路幅が小さいこともあって摩擦速度の増大が著しく、この付近での浮遊砂の巻き上げを促進し、河床低下・河岸侵食の原因になったと考えられる。

図-7に河岸近傍の摩擦速度と流線曲率の縦断分布を示す。なお、流線曲率は時計回りを正としている。まず、対象区間において、湾曲による最大深掘れを示すのは、前述のとおりR9、L4付近であるが、これらは、流線曲率の絶対値が大きい区間の外岸で、摩擦速度の縦断方向の勾配が大きい地点に対応している。これに対して、河岸侵食量が大きい地点は、最大深掘れ地点の下流に位置

しており、そこでの2次流強度は必ずしも大きくない(例えば、R6は河岸侵食量は大きいが流線曲率から見れば、むしろ内岸である)。図-5と図-7の比較より、河岸侵食が生じる位置は、2次流強度では決定できず、河岸侵食量と摩擦速度分布の全体的な傾向から判断すれば、摩擦速度が大きく且つ正の勾配を有している区間であると考えられる。

ただし、R2-R1及びLD2-LD3の侵食については、上記の傾向と合致しておらず、河岸侵食の計算結果においても再現されていない。実河川においては、河岸・河床形状の複雑さ、あるいは前述の河岸・河床材料の不均一性等の理由によって、すべての実現象に対して形状変化と水理量分布の関連を考察することは困難である。そこで次章以降では、河岸・河床材料及び水理条件が既知であり、単純な形状を有する実験流路に対して解析を行い、河岸侵食量と水理量の空間分布特性について検討する。

4. 水理条件の相違が蛇行流路の変動過程に及ぼす影響

3.では、メグナ川の流路変動現象を対象に数値解析を行い、河岸侵食と流況特性について考察を行った。しかし、実河川では、その形状も複雑であり、河岸・河床材料も不均一であることから、水理量分布と流路変動特性との関連について、明確に論じることは困難である。したがって、ここでは、初期形状としては同一の平面形状(sine-generated curveの蛇行流路)を有し、水理条件の異なる4ケースの流路変動実験と数値解析を行い、水理条件の相違が河岸侵食分布特性に与える影響について検討する。

(1) 計算手法

長期間、広領域の計算が必要であった前章の解析と比較して、ここで扱う現象は、時間・空間スケールが小さく、詳細なモデルを用いた計算が可能である。また、河岸侵食現象に対する水理量の影響を論じるには、現象の再現精度をさらに高くする必要がある。

まず、河岸の崩落、移動については、前章の計算では定常流れ場より得られた河床形状から、河岸横断面の相似性を仮定して次ステップの河岸断面形を決定しており、これは複数回の河岸崩落・堆積を含んだようなモデルとなっていた。しかし、実際の河岸侵食現象は、侵食サイクルにしたがって間欠的に進行する。ここでは、このような河岸侵食の間欠性を考慮することとし、その際必要となる崩落土砂の堆積形状は、長谷川が行った実験⁴⁾を参考に、崩落前の河岸横断面形状にかかわらず、水中安息角の勾配を有するものとする。このように考えると、河岸侵食過程は、図-8に示すようにモデル化できる。計

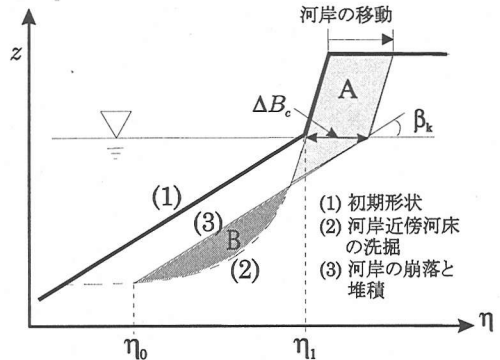


図-8 間欠性を考慮した河岸侵食モデル⁹⁾

算は、①流れの計算と河床変動計算をカップリングして行い、②各ステップごとに河岸崩落判定条件式¹⁾

$$\int_{\eta_0}^{\eta_1} (\tan\beta_k(\eta - \eta_1 - \Delta B_c) + z_b(\eta) - z_s(\eta)) d\eta \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2} \Delta B_c^2 \tan\beta_k + \Delta B_c h_f$$

を満足するかどうか計算し、③上式が成立するようであれば、図-8のモデルに従って水面より上方の土塊が崩落し、④崩落土砂を水中安息角で堆積させる、という手順を繰り返すことで、河岸侵食の間欠性を考慮する。なお、上式において、 β_k :水中安息角、 h_f :側岸の水上部分の高さである。

また、この計算手法を用いた場合、河岸線(計算境界)が移動するため、計算格子が時間的に変形する。そこで、ここでは、このような座標の時間的な変化にも対応可能なように移動一般座標系を用いて基礎式を記述した。移動一般座標系で表示された平面2次元流れの連続式、運動方程式の導出を付録Ⅱに示す。

次に、流砂のモデルについて説明する。河岸侵食量の算出にあたっては、河岸近傍の流砂量、河床変動量の計算精度が重要となる。一方で、河岸近傍は水際境界の存在のため、流砂の非平衡性が卓越している。ここで行った実験流路の規模においては、この流砂の非平衡性が卓越する領域の空間スケールと、河岸侵食現象に影響を与える河岸近傍の河床変動の空間スケールがほぼ同程度である。従って、ここでは、流砂の非平衡性を考慮したモデル³⁾を用い、河床変動計算を行うこととした。その計算手法を付録Ⅲに示す。

以上、ここでのモデルは、①河岸侵食サイクルに従った河岸崩落の間欠性を考慮、②計算格子形状が変形する場合にも非定常計算が可能な移動一般座標系を用いて側岸移動を伴う流れを解析、③河岸近傍で卓越する流砂の非平衡性を導入、しており、これらはいずれも、既往の流路変動モデル^{11),13)}では考慮されておらず、本モデルの特徴であるといえる。

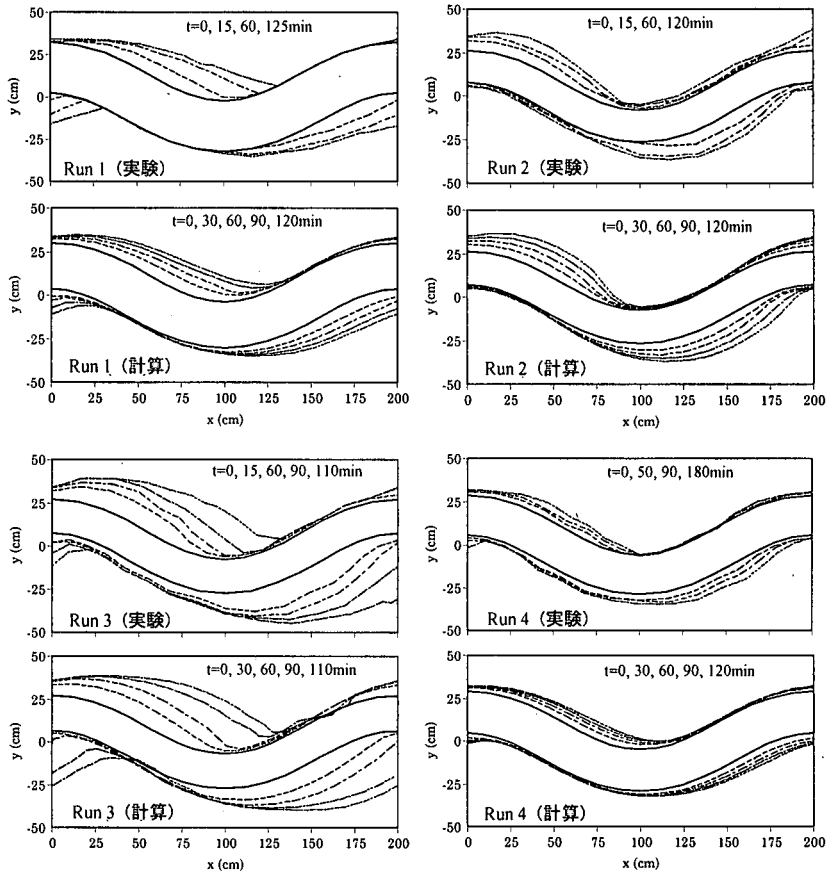


図-9 流路平面形状の時間変化 (実験結果と計算結果の比較, Run 1~Run 4)

表-1 蛇行流路の変動過程の計算ケース

Run No.	流量 (cm ³ /s)	河床勾配	初期水深 (cm)
Run 1	1980	1/300	3.00
Run 2	630	1/100	1.10
Run 3	1000	1/100	1.42
Run 4	1420	1/300	2.33

(2) 実験方法及び計算条件

用いた実験水路は、幅 1m、長さ 10m、深さ 20cm であり、本水路に平均粒径 1.42mm のほぼ一様砂を敷き詰める。ここに、横断形状が台形断面（底部 14cm、上部 30cm、高さ 4cm）、平面形状は sine-generated curve（蛇行波長 2m、最大蛇行角 30°）の流路を掘削した。

蛇行は本水路内に 4 波長作成されており、後述する実験結果には、上下流端の影響の小さい上流より 2 波長目の測定結果を用いた。実験及び計算ケースは、表-1 に示すように、流量、河床勾配の異なる 4 ケースである。

また、ここでの計算においては、上・下流端の境界条件として、周期境界条件を用いることにより、蛇行一波長分の計算のみ行うこととする。

(3) 計算結果及び考察

まず、図-9 に各ケースの平面形状（水際線）の時間変化を、実験結果及び計算結果について示す。水理条件の相違によって、全体の河岸侵食量のみでなく、その分布特性にも相違が生じており、各ケースで異なる流路変動形態となっている。Run 1 では蛇行頂部の内岸付近を中心に河岸侵食が生じており、流路は時間の経過とともに直線化する変動傾向を示している。Run 4 についても全体の侵食量は小さいが、変動特性は Run 1 とほぼ同様である。これに対して、Run 2 では、蛇行頂部外岸のやや下流で侵食が顕著であり、蛇行の発達が見られる。Run 3 は、初期の段階においては、Run 2 と同様に蛇行の発達が見られるが、徐々に直線化へ向かう。これらいずれの変動過程についても、計算結果は実験結果を精度良く再現しており、定量的にも妥当な結果を示している。

上記の各ケースごとの変動傾向の相違を明確に表現するために、図-10 に右岸における河岸後退量を $t = 30\text{min}$ と $t = 120\text{min}$ （ケース 3 のみ $t = 110\text{min}$ ）について示す。同図において、蛇行頂部は $x=100\text{cm}$ （外岸）、および 200cm （内岸）である。蛇行の発達した Run 2 と直線化し

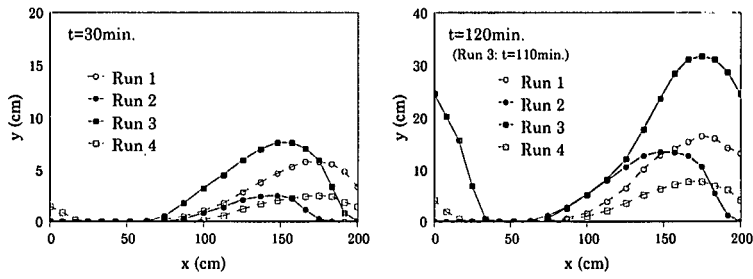


図-10 河岸後退量の縦断分布 (右岸, Run 1~Run 4)

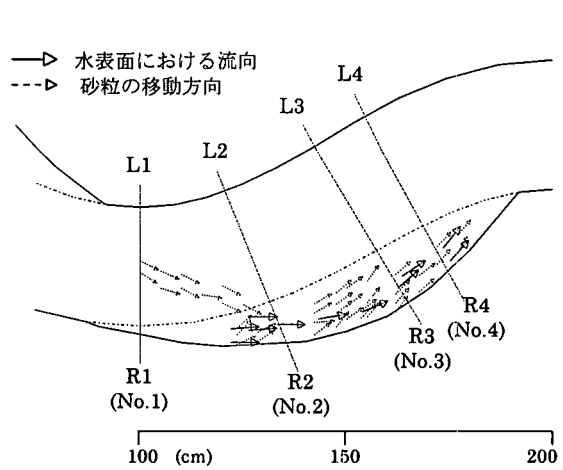


図-11 河岸近傍における流向と砂粒の移動方向の計測結果

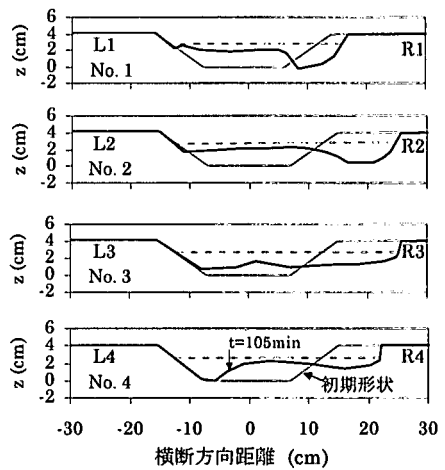


図-12 横断形状 (実験結果)

た Run 1, Run 4 では侵食量分布の位相に明らかな差が生じており, Run 1, Run 4 の方が, より内岸($x=200\text{cm}$)に近い位置で侵食量がピークとなる。また, Run 2 の侵食量ピークは蛇行変曲点($x=150\text{cm}$)より上流にあり, 時間が経過しても大きな変化はない。一方で, Run 3 について, $t=30\text{min}$ と $t=120\text{min}$ を比較すると, ピーク位置が下流に移動しており, これは Run 3 において流路平面形状が時間の経過とともに, 蛇行の発達から直線化へ向かったことを反映したものである。以上のような平面変動特性の相違について検討する前に, まず, Run 2 の変動過程に着目して考察を行い, 流路変動の基本的な特徴の把握を試みる。

図-11 は, 実験において, 砂粒の移動方向と水表面における浮子の流向をビデオ撮影により計測した結果である。砂粒の移動方向は, 河床の横断勾配及び河床近傍流速の影響を受ける。図-11 に示した No.1~No.4 断面の横断形状を, 図-12 に示す。河床近傍の横断勾配が大きい蛇行頂部(No.2)付近では, 砂粒は重力の作用により流路中央向きに移動する。さらに, 後述するように, この付近では 2 次流強度も比較的大きく, これは砂粒を外岸

から内岸へ移動させる方向に作用する。従って, No.2 断面の外岸では, 特に, 水表面の流速ベクトルと砂粒の移動方向に大きな差が生じたと考えられる。一方で, 侵食速度の大きい No.3 付近では, 砂粒の移動方向と流速ベクトルの向きにほとんど差が認められない。これは, ① R3 付近では, それより上流の河岸侵食による土砂の供給・堆積によって, 図-12 のように侵食の生じている河岸近傍河床で横断勾配が小さくなったこと, ② 後出図-14からも分かるように当区間での流線曲率が小さく, また河岸侵食土砂の堆積により水深も非常に小さいことから 2 次流が発達しないことが理由として考えられる。しかし, 河岸侵食量は当区間でピーク値を示すことから, 2 次流強度と河岸侵食量の直接的な関係は小さいことが推察される。

図-13 に Run 2 の右岸の河岸侵食量の縦断分布, 及び図-14 に右岸側の最低河床高の縦断分布を示す。また, 図-15 に右岸近傍の無次元掃流力 τ の分布, 図-16 に 2 次流強度に関する流線曲率の縦断分布を示す。まず, 河床の洗掘については, 本計算手法では, 水深平均流速より求まる主流方向の掃流力の勾配と 2 次流強度が関係

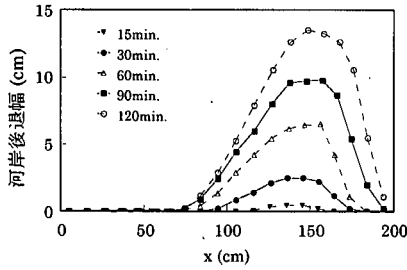


図-13 河岸侵食量の縦断分布 (Run 2)

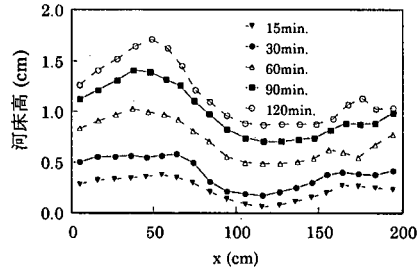


図-14 最低河床高の縦断分布 (Run 2)

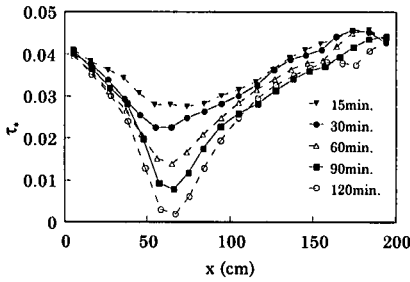


図-15 無次元掃流力の縦断分布 (Run 2)

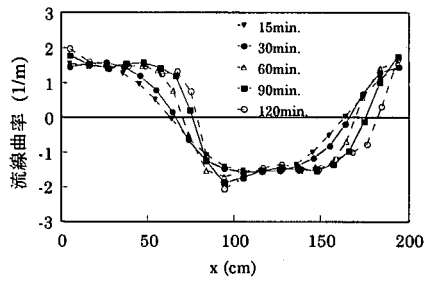


図-16 流線曲率の縦断分布 (Run 2)

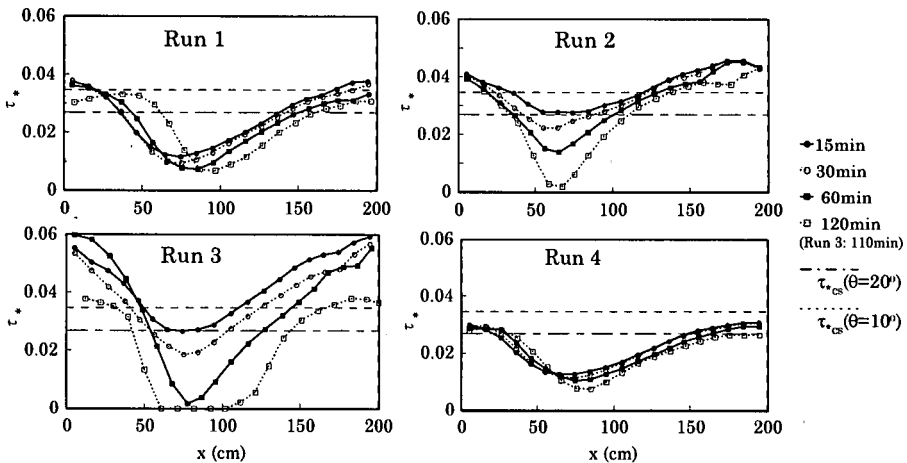


図-17 右岸近傍における無次元掃流力の縦断分布 (Run 1~Run 4)

する。図-14、図-15、図-16より、掃流力の勾配が正（下流ほど流砂量が増大）で、流線曲率が負（河床近傍流速が右岸から左岸方向）を示す位置と、右岸での河床洗掘位置は対応していることが分かる。これに対して、河岸侵食位置との対応については、流線曲率が正に移行している区間においても、右岸で河岸侵食が生じており、分布傾向も合致していない。したがって、2次流強度のみで河岸侵食量を評価する解析手法（例えば、Kitanidis and Kennedy²²⁾、Alabyan³³⁾）は、蛇行流路の変動計算においては妥当性を欠くと考えられる。前章でも指摘したとおり、河岸侵食量は掃流力の分布と対応していると考えられ、図-13、図-15に示された両者の分布傾向から、掃

流力の勾配のみでなく大きさも重要な要素であると考えられる。

そこで、次に、Run 1~Run 4の掃流力の縦断分布を検討することにより、前述の侵食過程の相違について考察する。図-17に右岸近傍における無次元掃流力の縦断分布を示す。同図には、参考として、Lane式³⁴⁾を用いて算出した斜面上の限界掃流力 τ_{cs} を併示する。なお、側岸斜面上においては、横断勾配の変化が著しいため、例として斜面勾配角 θ が 10° と 20° について示している。Run 2では、蛇行頂部外岸($x=100$ cm)の近傍で掃流力が限界掃流力を超えているのに対し、Run 1及びRun 4では、さらに下流で限界掃流力を上回る。また、Run 1、

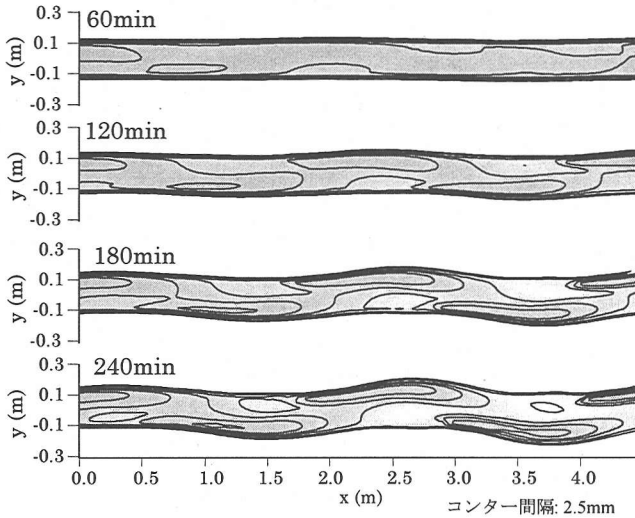


図-18 河床高および河岸平面形状の時間変化

Run 4の方が、Run 2と比較して、掃流力がピークとなる位置が内岸($x=200\text{cm}$)に近い。従って、Run 2では蛇行が発達しRun 1及びRun 4では流路が直線化したことは、前述の河岸侵食区間と掃流力分布特性の関係から説明できることが分かる。また、蛇行の発達から直線化へ移行したRun 3では、掃流力分布の時間変化が著しく、限界掃流力を上回る位置も下流にシフトしており、これが、蛇行から直線化へ時間的に遷移した流路変動過程に対応していると考えられる。なお、実験の観察によって、Run 3における、このような掃流力分布の下流へのシフトは、砂州の発達・移動に原因があると考えられたことから、次章ではこの点に着目し、砂州形態として交互砂州を取り上げ、砂州の発達・移動過程と流路変動との関連について検討する。

5. 交互砂州の発達と流路変動過程

河岸侵食は、砂州の発達に伴う偏流により助長されるため、砂州の特性と密接な関係がある。ここでは、侵食性河岸を有する直線流路において、交互砂州の発達に関する実験および数値解析を行い、交互砂州と流路変動との関係について考察を行う。

(1) 実験及び計算条件

実験で用いた流路形状は、横断形状が4と同様な諸元を有する台形断面、平面形状は長さ8mの直線流路である。また、河床・河岸材料についても、4で述べたものと同様である。水理条件としては、流量は $730\text{cm}^3/\text{s}$ 、河床勾配は1/100である。

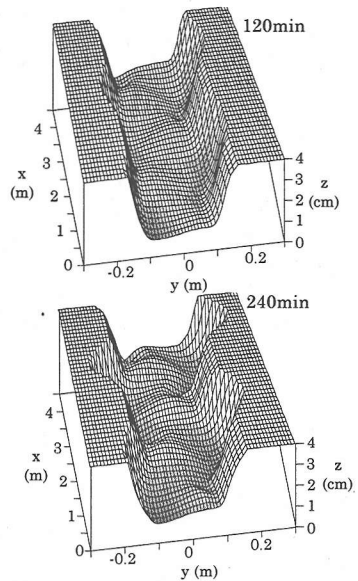


図-19 流路形状変化の3次元表示

ここで対象とする交互砂州の計算においては、4で行ったような周期境界条件を用いた一波長だけの計算は、計算開始時点でその波長を決定できないために不可能である。そこで、ここでは、複数の交互砂州が含まれるように計算対象流路長を長く設定している。そのため、計算格子点が増加することにより、砂粒の移動軌跡を求める際の計算時間が大幅に増加することから、流砂の非平衡性を考慮した計算は、非平衡性が卓越する河岸近傍のみ行うこととし、他の領域では平衡流砂量式(M-P-M式と長谷川式)を用いて河床変動計算を行う。

また、計算においては交互砂州の発生のために微小擾乱を与えており、河岸侵食計算を始める前に交互砂州が流路全体に発生するまで(120分間)、助走計算を行っている。

(2) 計算結果及び考察

本節では、実験及び計算結果より、交互砂州の発達と河岸の侵食、蛇行の発生過程について考察を行う。なお、計算結果として示した範囲は、水路全長8mのうち、上下流端の影響が小さい、上流より1m~5.5mの区間である。また、実験結果として示した範囲は上流から1.7m~6.2mの区間である。これは上下流の影響が小さい範囲内で、かつ計算結果との平面形状特性の比較を容易にするため、 $x=0\text{m}$ の位置の蛇行の位相を、計算結果の表示位置の蛇行位相に合わせてものである。

図-18に、河岸線の平面形状及び河床高の時間変化を示す。まず、交互砂州は、発生してから波高をしいに増大させながら下流方向へ移動するが、ある程度時間が経過すると、砂州の移動速度が減少する。それとともに

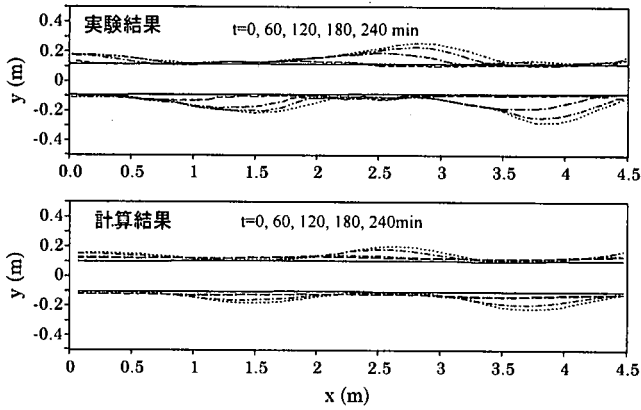


図-20 流路平面形状の時間変化

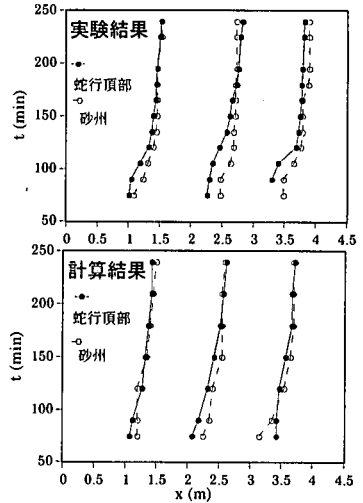


図-21 砂州と蛇行の走時曲線

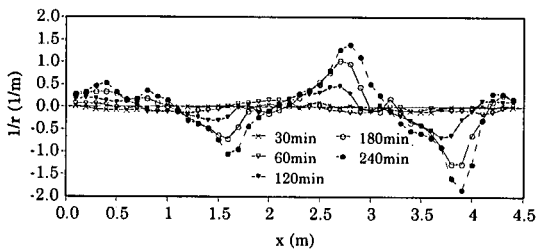


図-22 流線曲率の縦断分布

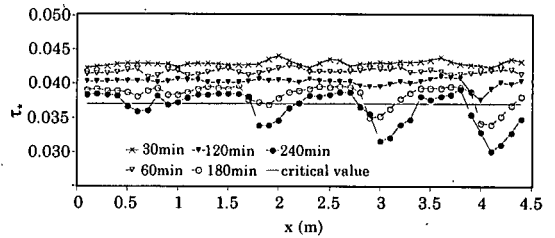


図-23 無次元掃流力の縦断分布

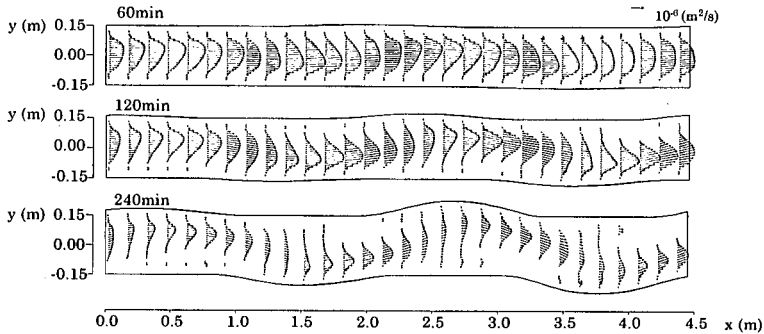


図-24 単位幅流砂量の平面分布

水衝部が固定され、 $t=120\text{min}$ あたりから砂州の対岸で河岸侵食が顕著となり、流路の蛇行が生じる。砂州の発達と河岸侵食の状況を明確に表現するため、図-19に、流路形状を3次元表示する。

次に、図-20に流路平面形状の時間変化について実験結果と計算結果を示す。同図より、実験結果・計算結果ともに蛇行波長は約2.3mであり、これは交互砂州の波長に対応したものとなっている。また河岸侵食量については、実験結果と比較して計算結果の方が小さいが、蛇行頂部の下流への移動および蛇行発生過程における河岸線平面形状等は良好に再現されている。

図-21に、砂州と蛇行の走時曲線の実験結果と計算結

果を示す。初期において、砂州は大きな移動速度を示しているが、 $t=120\text{min}$ あたりで移動速度が減少し、それに伴い蛇行の発達が顕著となる。なお、蛇行の発生が見られない実験条件(藤田・村本³⁹⁾, EXP.X)では、移動速度は減少せず、ほぼ同じ速度を保つが、本実験のように、河岸侵食が生じ蛇行が発達する場合には移動速度に変化が見られる。また、同図より、蛇行頂部も砂州の移動速度にほぼ対応して、下流に移動していることが分かる。

砂州は移動速度が減少してからは、流下方向でなく主に横断方向への拡がりを示し、これに伴い主流の蛇行が顕著となる。これを明確に表現するため、図-22に流線曲率 $1/r$ 、(ここに r : 流線の曲率半径) の縦断分布の

時間変化を示す。曲率はそのピーク位置を下流方向に移動させながら、時間とともに増大していることが分かる。また、図-23に、横断方向に平均した無次元掃流力の縦断分布の時間変化を示す。掃流力は平均的には時間の経過に従い減少し、 $t=240\text{min}$ では限界掃流力(図中には、平坦河床での限界掃流力を岩垣式³⁶⁾より算出した値を表示)程度となる。それにもかかわらず、河岸侵食が進行し蛇行の発達が続くのは、これまでに示したような砂州の発達による偏流によるものと考えられる。

以上のような流況の変化に伴い、流砂量分布も大きく変化する。図-24は単位幅流砂量の平面分布を示したものである。蛇行の発生する以前($t=60\text{min}$)では、流砂はほぼ川幅全域に存在したが、時間が経つにしたがって、流砂幅は縮小する。また、流砂幅は、蛇行の転向部では大きい。蛇行頂部の深掘れ域およびその下流では、水衝部となる側の河岸付近に限定される。蛇行頂部上流域の深掘れ部については、水深が大きいにもかかわらず上流砂州により流れが停滞しており、流砂はほとんど生じていない。これらの流砂特性も実験事実と符合している。

6. おわりに

本研究では、河岸侵食による平面形状の時間変化を取り扱う数値解析モデルを構築し、実河川および実験流路の流路変動現象に適用した。

まず、ここで提示したモデルの特徴について、以下に示す。

- 1) 広領域・長期間の計算が必要であった実河川を対象とした河岸侵食モデルでは、トータルの河岸侵食量の算出を目的としている。そのため、実河川における河岸侵食過程の特徴を考慮し、洪水前後の河岸横断形状がほぼ同様であり、洪水時の河岸近傍河床の変動量が河岸後退量を決定すると考えて、モデル化を行った。一方、時間・空間スケールからの制約が小さい実験流路を対象としたモデルでは、河岸侵食サイクルを考慮し、河岸の崩落発生条件を与え、河岸一崩落ごとの形状変化を取り入れた。
- 2) 上記の河岸侵食モデルは、いずれも、多くの実験あるいは実河川において確認されている侵食過程における河岸形状の相似性を仮定している。この相似性と河岸崩落時の土砂の連続条件を考慮したのが本河岸侵食モデルの特徴である。したがって、対象とする場の土質条件が、河岸侵食形状の相似性が保証されないほど著しく不均一な場合あるいは河岸材料の粘着性が無視しえない場合(すなわち、図-1a, bのような形状変化が生じていない場合)は、ここで述べてきた河岸侵食モデルの適用はできない。このよ

うな場合は土質力学的な検討を取り入れたモデルが必要となると考えられる。

- 3) 実験流路を対象とした数値解析においては、流路変動過程の詳細な検討を目的としていることから、現象の再現精度が高まるよう、河岸近傍において卓越すると考えられる流砂の非平衡性を考慮した。また、移動一般座標系を用いることにより、河岸侵食に伴う計算対象領域の時間変化に対応した。

次に、上記モデルの適用の結果、得られた成果を以下に示す。

- 1) メグナ川への本モデルの適用の結果、対象区間で生じている河岸侵食は、湾曲による主流の外岸への移行に起因するものと、中央砂州により分岐した流れが河岸侵食を促進しているものがあることが示された。計算結果と実測データの比較より、定量的に両者で差が生じている区間もあるが河岸侵食区間についての適合度は高く、2で構築した実河川の河岸侵食現象を対象とした簡易モデルでも、基本的には、実河川の河道変動が再現できることを示した。
- 2) 蛇行流路の変動実験では、初期平面形状が同じであっても、水理条件が異なれば、河岸侵食量分布すなわち流路変動過程に相違が生じる。詳細な数値解析モデルを用いることによって、いずれの変動パターンについても良好に現象が再現可能であり、4で提示したモデルで、河岸侵食量の空間分布を定量的にも精度良く計算できることが示された。
- 3) 侵食性側岸を有する直線流路において、交互砂州の発達から蛇行の形成に至る過程を解析した。数値解析結果を用いて、砂州の移動速度の変化と蛇行の発達との関連性、流砂幅の時間変化等の蛇行発生過程における諸特性の変化について把握を行った。
- 4) 実河川、実験流路ともに、河岸侵食位置は最大深掘れが生じる位置の下流に位置している。河床の深掘れは、流線曲率の大きさ、及び掃流力の主流方向の勾配に関係するのに対し、河岸侵食量分布は、流線曲率よりも、掃流力の分布特性との関係が強く、特にその勾配のみでなく大きさも関係していることを指摘した。したがって、河岸侵食量を計算するには、摩擦速度あるいは掃流力の空間分布の算定が必要であり、2次元強度のみで河岸侵食量を評価する解析手法の問題点を指摘した。

付録 I 2次流による応力項の誘導と一般座標系への変換

ここでは、2次流による運動量の横断方向への輸送を、一般座標系で表示された平面2次元モデルに導入する手法について説明する。まず、3次元の (s, n, z) 流線座標系

の運動方程式の移流項を以下に示す。

〈s 方向：流線方向〉

$$\frac{1}{1+N} \frac{\partial \tilde{u}_s \tilde{u}_s}{\partial s} + \frac{\partial \tilde{u}_s \tilde{u}_n}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{u}_s \tilde{w}}{\partial z} + \frac{\tilde{u}_s \tilde{u}_n}{(1+N)r} \quad (1.1)$$

〈n 方向：流線と直角方向〉

$$\frac{1}{1+N} \frac{\partial \tilde{u}_s \tilde{u}_n}{\partial s} + \frac{\partial \tilde{u}_n \tilde{u}_n}{\partial n} + \frac{\partial \tilde{u}_n \tilde{w}}{\partial z} + \frac{\tilde{u}_s \tilde{u}_s}{(1+N)r} \quad (1.2)$$

$$N = \frac{n}{r} \quad (1.3)$$

ここに、 $\tilde{u}_s, \tilde{u}_n, \tilde{w}$ ：流速の(s,n,z)方向成分である。ここで、流線および流線と直角方向の流速を、s方向の水深平均流速 u_s を用いて、次式のように与える。

$$\tilde{u}_s = u_s f_s \left(\frac{z}{h} \right), \quad \tilde{u}_n = A_n f_n \left(\frac{z}{h} \right), \quad A_n = \frac{u_s h}{r} \quad (1.4)$$

ここに、 $f_s(z/h), f_n(z/h)$ ：(s,n)方向流速の水深方向の流速分布を表す関数である。式(1.4)を式(1.1), (1.2)に代入し、水深積分すると次式のようになる。

$$\frac{1}{1+N} \frac{\partial u_s^2 h}{\partial s} k_{s2} + \frac{\partial A_n u_s h}{\partial n} k_{sn} + \frac{2u_s A_n h}{(1+N)r} k_{sn} \quad (1.5)$$

$$\frac{1}{1+N} \frac{\partial}{\partial s} (u_s A_n h k_{sn}) + \frac{\partial}{\partial n} (A_n^2 h k_{n2}) + \frac{1}{(1+N)r} (u_s^2 h k_{s2} - A_n^2 h k_{n2}) \quad (1.6)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} k_{s2} &= \int f_s(\zeta) f_s(\zeta) d\zeta, \quad k_{sn} = \int f_s(\zeta) f_n(\zeta) d\zeta \\ k_{n2} &= \int f_n(\zeta) f_n(\zeta) d\zeta, \quad \zeta = \frac{z}{h} \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

であり、 u_s, u_n ：水深平均流速の(s,n)方向成分である。次に、式(1.5), (1.6)を次式のように直角座標系に変換する。

$$\begin{aligned} & k_{s2} \frac{\partial u^2 h}{\partial x} + k_{s2} \frac{\partial u v h}{\partial y} \\ & - k_{sn} \frac{\partial A_n u_s h \sin 2\gamma}{\partial x} + k_{sn} \frac{\partial A_n u_s h \cos 2\gamma}{\partial y} \\ & + k_{n2} \frac{\partial A_n^2 h \sin^2 \gamma}{\partial x} - k_{n2} \frac{\partial A_n^2 h \cos^2 \gamma}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} & k_{s2} \frac{\partial u v h}{\partial x} + k_{s2} \frac{\partial v^2 h}{\partial y} \\ & + k_{sn} \frac{\partial A_n u_s h \cos 2\gamma}{\partial x} + k_{sn} \frac{\partial A_n u_s h \sin 2\gamma}{\partial y} \\ & - k_{n2} \frac{\partial A_n^2 h \sin \gamma \cos \gamma}{\partial x} + k_{n2} \frac{\partial A_n^2 h \cos^2 \gamma}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.9)$$

ここに、 u, v ：直角座標系の水深平均流速ベクトルのx,y成分である。さらに、これらを一般座標系に変換すると、2次流を考慮したことによる付加項は以下のようになる。

〈ξ方向〉

$$\begin{aligned} & -k_{sn} \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \{ \xi_x u_s A_n h \sin 2\gamma - \xi_y u_s A_n h \cos 2\gamma \} \right] \\ & -k_{sn} \xi_x \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \{ \eta_x u_s A_n h \sin 2\gamma - \eta_y u_s A_n h \cos 2\gamma \} \right] \\ & + k_{sn} \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \{ \xi_x u_s A_n h \cos 2\gamma + \xi_y u_s A_n h \sin 2\gamma \} \right] \\ & + k_{sn} \xi_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \{ \eta_x u_s A_n h \cos 2\gamma + \eta_y u_s A_n h \sin 2\gamma \} \right] \end{aligned} \quad (1.10)$$

〈η方向〉

$$\begin{aligned} & -k_{sn} \eta_x \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \{ \xi_x u_s A_n h \sin 2\gamma - \xi_y u_s A_n h \cos 2\gamma \} \right] \\ & -k_{sn} \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \{ \eta_x u_s A_n h \sin 2\gamma - \eta_y u_s A_n h \cos 2\gamma \} \right] \\ & + k_{sn} \eta_y \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \{ \xi_x u_s A_n h \cos 2\gamma + \xi_y u_s A_n h \sin 2\gamma \} \right] \\ & + k_{sn} \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \{ \eta_x u_s A_n h \cos 2\gamma + \eta_y u_s A_n h \sin 2\gamma \} \right] \end{aligned} \quad (1.11)$$

なお、上式において、 k_{s2}, k_{sn} は次式のように近似し¹⁰⁾、 k_{n2} に関する項は微小項のため無視する。

$$k_{s2} = 1, \quad k_{sn} = 5 \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} - 15.6 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 + 37.5 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^3 \quad (1.12)$$

ここに、 g ：重力加速度、 κ ：カルマン定数、 C ：シェエジの係数である。

付録Ⅱ 移動一般座標系を用いた流れの基礎式

蛇行流路変動実験に適用した数値解析モデルにおいては、河岸侵食によって計算の外部境界である河岸線が変形し、計算格子の座標が時間的に移動する。このような場合にも適用できるように、ここでは、移動一般座標系を用いて基礎式を記述した。

まず、直角座標系で表示された連続式と運動方程式は以下のとおりである。

[連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (II.1)$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial u M}{\partial x} + \frac{\partial v M}{\partial y} \\ & = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u^2 h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{u'v' h} \right) \end{aligned} \quad (II.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial u N}{\partial x} + \frac{\partial v N}{\partial y} \\ & = -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'v' h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{v^2 h} \right) \end{aligned} \quad (II.3)$$

ここに、 (M, N) ：x,y方向の流量フラックス、 ρ ：水の

密度, z_s : 基準面からの水位, (τ_{bx}, τ_{by}) : $x-y$ 座標系の底面せん断応力の成分, $-u'^2, -u'v', -v'^2$: $x-y$ 座標系の水深平均レイノルズ応力である。

式(II.1), (II.2), (II.3)を, 移動一般座標系 $\xi(x, y, t)$, $\eta(x, y, t)$ を用いて表示すると以下ようになる。

[連続式]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{h}{J} \right) = 0 \quad (\text{II.4})$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{M}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{M}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{M}{J} \right) \\ &= -gh \left(\frac{\xi_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{bx}}{\rho J} \\ &+ \frac{\xi_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-u'^2 h \right) + \frac{\xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-u'v' h \right) \\ &+ \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-u'^2 h \right) + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-u'v' h \right) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{N}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{N}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{N}{J} \right) \\ &= -gh \left(\frac{\xi_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{by}}{\rho J} \\ &+ \frac{\xi_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-u'v' h \right) + \frac{\xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-v'^2 h \right) \\ &+ \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-u'v' h \right) + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-v'^2 h \right) \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

ここに, (U, V) : 流速ベクトルの反変成分, (ξ_t, η_t) : 座標の時間微分である。さらに, 有限体積法においてスタッガードスキームが用いられる場合には, 流速ベクトルおよび流量フラックスベクトルの反変成分を未知量として解く方法が解析法に適合する。そこで, 運動方程式に関しては, スタッガードスキームの有限体積法に適合するように, 以下のように反変成分で表示する。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{Q^\xi}{J} \right) \\ & - \frac{M}{J} \left(\frac{\partial \xi_x}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi_x}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi_x}{\partial \eta} \right) \\ & - \frac{N}{J} \left(\frac{\partial \xi_y}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi_y}{\partial \eta} \right) \\ &= -gh \left(\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_h^\xi}{\rho J} \quad (\text{II.7}) \\ & + \frac{\xi_x^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-u'^2 h \right) + \frac{\xi_x \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-u'^2 h \right) \\ & + \frac{\xi_y^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-v'^2 h \right) + \frac{\xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-v'^2 h \right) \\ & + \frac{\xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-u'v' h \right) + \frac{2\xi_x \xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-u'v' h \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^\eta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{Q^\eta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{Q^\eta}{J} \right) \\ & - \frac{M}{J} \left(\frac{\partial \eta_x}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \eta_x}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \eta_x}{\partial \eta} \right) \\ & - \frac{N}{J} \left(\frac{\partial \eta_y}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \eta_y}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \eta_y}{\partial \eta} \right) \\ &= -gh \left(\frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_x^2 + \eta_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_h^\eta}{\rho J} \quad (\text{II.8}) \\ & + \frac{\xi_x \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-u'^2 h \right) + \frac{\eta_x^2}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-u'^2 h \right) \\ & + \frac{\xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-v'^2 h \right) + \frac{\eta_y^2}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-v'^2 h \right) \\ & + \frac{\xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-u'v' h \right) + \frac{2\eta_x \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-u'v' h \right) \end{aligned}$$

ここに, (Q^ξ, Q^η) : 流量フラックスの反変成分, $(\tau_b^\xi, \tau_b^\eta)$: 底面せん断応力の反変成分である。

付録III 流砂の非平衡性を考慮した河床変動計算

ここでは, 水際等の境界が存在する場合にも適用が可能な, 平面2次元での流砂の非平衡性を考慮した河床変動モデルを構築する。以下に計算手順を述べる。

(1) pick-up rate の算出

pick-up rate の計算には, 中川・辻本・村上³⁷⁾が提案した, 側岸など大きな横断勾配を有する場合にも適用可能な次式を用いる。

$$p_s \sqrt{\frac{d}{(\sigma/\rho - 1)g}} = F_0 G_s \tau_c \left(1 - \frac{k_2 \Omega \tau_{c,c}}{\tau_c} \right)^m \quad (\text{III.1})$$

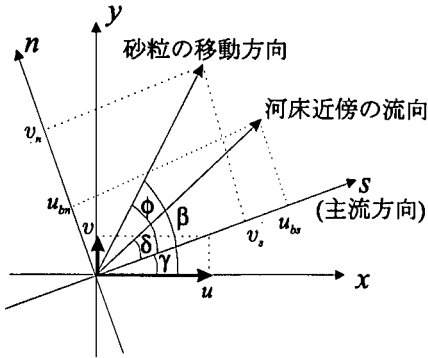
$$G_s = \frac{\cos \psi + k_L \mu_s}{1 + k_L \mu_s} \quad (\text{III.2})$$

$$\Omega = \frac{\mu_s \cos \theta_n - \sin \theta_n \sin \phi}{\cos \psi + k_L \mu_s} \frac{1 + k_L \mu_s}{\mu_s} \quad (\text{III.3})$$

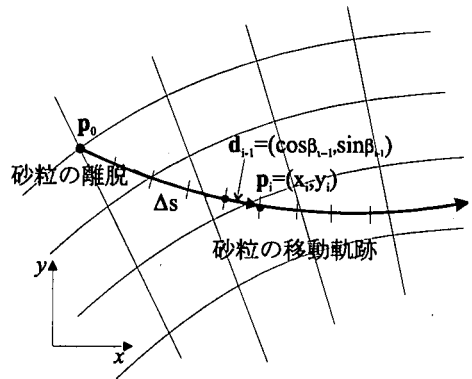
ここに, p_s : pick-up rate, d : 河床材料の粒径, τ_c : 無次元掃流力, $\tau_{c,c}$: 無次元限界掃流力, σ : 河床材料の密度, θ_n : 横断勾配角, k_L : 抗力と揚力の比 (=0.85), μ_s : 砂の静止摩擦係数 (=0.7), ψ : 河床での流速と砂粒の移動方向のなす角度, ϕ : 砂粒の移動方向と s -軸のなす角度である。また, ϕ 及び ψ ($=\phi - \delta$) は後述の手法により求めることとした。定数 F_0, k_2, m は, 中川らと同様に, それぞれ 0.03, 0.7, 3 を与える。なお, 座標軸, 角度の定義を図III-1に示す。

(2) 砂粒の移動軌跡

砂粒の移動方向については, 池田³⁸⁾, Kikkawa, Ikeda and Kitagawa³⁹⁾, 長谷川⁴⁾, 黒木・岸⁴⁰⁾などが, 砂粒に作用する力のつり合いより定式化している。ここでは, 斜面



図Ⅲ-1 ベクトル成分と角度の定義



図Ⅲ-2 砂粒の移動軌跡の計算模式図

を定常運動する砂粒における抗力，摩擦力，重力のつり合いを考え，この関係式に，長谷川，黒木・岸が示したものと同様に，移動開始直前の限界状態での力のつり合い式を代入すれば，砂粒の移動方向と s -軸のなす角 ϕ の正接は次式のようになる。

$$\tan \phi = \frac{v_n}{v_s} = \frac{u_{bn}}{u_{bs}} = \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_k \tau_*}} \frac{\partial z_b}{\partial n} \quad (III.4)$$

ここに， v_s, v_n ：砂粒の移動速度の s, n -方向成分， u_{bs}, u_{bn} ：河床における流速の s, n -方向成分， μ_k ：河床材料の動摩擦係数である。上式において，河床における横断方向流速は，湾曲による2次流成分を考え，次式に示す曲率に比例する式形を用いて求めることとする。

$$u_{bn} = -N_r \frac{h}{r} u_{bs} \quad (III.5)$$

ここに， N_r ：定数(=7.0)⁴⁾である。上式より，河床での流速の向きと s -軸のなす角 δ は，次式のように表せる。

$$\tan \delta = \frac{u_{bn}}{u_{bs}} = -N_r \frac{h}{r} \quad (III.6)$$

一方， x -軸と s -軸のなす角 γ は，その定義より水深平均流速を用いて，

$$\tan \gamma = \frac{v}{u} \quad (III.7)$$

と表せる。ここに，式(III.4)，(III.7)より， ϕ および γ を算出すれば，砂粒の移動方向と x -軸のなす角 β ($=\phi + \gamma$) を求めることができる。

砂粒の移動軌跡は，以上の手法により計算された砂粒の移動方向角 β を用いて，次式により，図Ⅲ-2 に示すように $i=1$ から逐次計算で求めることとする。

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{i-1} + \Delta s \cdot \mathbf{d}_{i-1} \quad (III.8)$$

ここに， \mathbf{p}_i ：砂粒移動の出発地点から i 番目の砂粒の

位置ベクトル (x_i, y_i) ， \mathbf{d}_{i-1} ： $i-1$ 地点における砂粒の移動方向を表す単位ベクトル $(\cos \beta_{i-1}, \sin \beta_{i-1})$ ， Δs ：砂粒の移動軌跡の計算ステップ幅であり，メッシュ幅を考慮し $\Delta s = 5\text{mm}$ とした。なお，初期値 \mathbf{p}_0 は pick-up rate の定義点 (計算格子点) の座標である。また，砂粒の移動距離 $s_{(i)}$ は， $s_{(i)} = i \cdot \Delta s$ で与えられる。

(3) deposit rate の算出

ここでは，(2)で求めた軌跡上の各点において，deposit rate を求める。ある点 j (この点での pick-up rate を $p_{s(j)}$ とする) から出発した軌跡において，出発地点から i 番目の点の deposit rate $p_{d(j,i)}$ は，step length の確率密度関数を $f_s(s_i)$ とすると，次式で示される。

$$p_{d(j,i)} = p_{s(j)} f_s(s_{(i)}) \Delta s \frac{A_{(j)}}{A_{(i)}} \quad (III.9)$$

ここに， $A_{(j)}$ ， $A_{(i)}$ はそれぞれ，pick up，及び deposit 地点の計算メッシュの面積であり，各軌跡における土砂の収支を合致させるために導入したものである。なお，step length の確率密度関数は，次式で示すような指数関数で表せるものとする。(例えば，中川・辻本・村上³⁾)

$$f_s(s) = \frac{1}{\Lambda} \exp\left(-\frac{s}{\Lambda}\right) \quad (III.10)$$

ここに， Λ ：平均 step length であり，ここでは平均粒径の100倍とした。なお，ここで求めた deposit rate $p_{d(j,i)}$ は各軌跡上で計算されているため，その位置は後述の河床変動計算で必要となる計算格子点の位置と必ずしも一致しない。そこで，まず， $p_{d(j,i)}$ の算出点が含まれる計算メッシュを抽出し， $p_{d(j,i)}$ の算出点とその計算メッシュの各格子点の距離に応じて， $p_{d(j,i)}$ を格子点に分配することとした。

(4) 河床変動計算

以上の手法によって算出した pick-up rate, deposit rate を用いて、次式により、河床変動計算を行う。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = A_1 d(p_d - p_s) \quad (\text{III.11})$$

ここに、 A_1 : 1次元の砂粒の形状係数 (=1.0)である。

参考文献

- 1) 芦田和男, 村本嘉雄, 奈良井修二: 河道の変動に関する研究(2), 京都大学防災研究所年報, 第14号, B, pp.275-297, 1971.
- 2) 村本嘉雄, 田中修市, 藤田裕一郎: 河道の変動に関する研究(3), 京都大学防災研究所年報, 第15号, B, pp.385-404, 1972.
- 3) 平野宗夫: 拡幅を伴う流路変動について, 土木学会論文報告集, 第210号, pp.13-20, 1973.
- 4) 長谷川和義: 沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究, 北海道大学学位論文, 1983.
- 5) 福岡捷二, 山坂昌成: なめらかな横断面形状をもつ直線流路のせん断力分布と拡幅過程の解析, 土木学会論文集, No.351/II-2, pp.87-96, 1984.
- 6) Ikeda, S., Parker, G. and Sawai, K.: Bend theory of river meanders. Part 1. Linear development, *J. Fluid Mech.*, Vol. 112, 363-377, 1981.
- 7) Parker, G., Sawai, K. and Ikeda, S.: Bend theory of river meanders. Part 2. Nonlinear deformation of finite-amplitude bends, *J. Fluid Mech.*, Vol. 115, 303-314, 1982.
- 8) 福岡捷二, 山坂昌成: 側岸の侵食・堆積による蛇行発達理論, 土木学会論文集, No.327, pp.73-85, 1982.
- 9) 関根正人: 側岸侵食を考慮した河川の流路変動に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.553/II-34, pp.51-59, 1996.
- 10) 守田成成, 江頭進治, 金海生, 青木章浩, 大槻英樹: 湾曲河道における流れの集中度と河岸侵食に関する研究, 土木学会第52回年次学術講演会概要集, 第2部, pp.434-435, 1997.
- 11) 清水康行, 平野道夫, 渡辺康玄: 河岸侵食と自由蛇行の数値計算, 水工学論文集, 第40巻, pp.921-926, 1996.
- 12) 長田信寿, 細田尚, 村本嘉雄, Md.M.Rahman: 移動一般座標系による側岸侵食を伴う河道変動の数値解析, 水工学論文集, 第40巻, pp.927-932, 1996.
- 13) Duan, G., Jia, Y. and Wang, S.: Meandering process simulation with a two dimensional numerical model, *Proc. of the Conf. on Management of Landscapes Disturbed by Channel Incision*, 389-394, 1997.
- 14) Darby, S. E. and Thome, C. R.: Numerical simulation of widening and bed deformation of straight sand-bed rivers, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.122, No.4, pp.184-202, 1996.
- 15) Rozovskii, I. L.: Flow of water in bends of open channels (in Russian), Academy of Sciences of the Ukrainian S.S.R., 1957. (English translation by Y. Prushansky, Israel Program for Scientific Translation, 1961.)
- 16) 山坂昌成, 池田駿介, 酒寄建之: 一様湾曲流路の流れの三次元解析, 土木学会論文集, No.411/II-12, pp.99-108, 1989.
- 17) Kalkwijk, J. P. Th. and De Vriend, H. J.: Computation of the flow in shallow river bends, *J. Hydr. Res.*, 18 No.4, pp.327-342, 1980.
- 18) 澤井健二, 芦田和男: 粘性流路の侵食と横断形状に関する研究, 土木学会論文集, 第266号, pp.73-86, 1977.
- 19) Meyer-Peter, E. and Müller, R.: Formulas for bed-load transport, *Proc. 2nd IAHR Congr.*, pp.39-64, 1948.
- 20) Rubey, W.W.: Settling velocities of gravels, sand and silt particles, *American J. of Science*, Vol.25, pp.325-338, 1933.
- 21) Lane, E.W. and Kalinske, A.A.: Engineering calculation of suspended sediment, *Trans. A.G.U.*, Vol. 22, 1941.
- 22) 柿崎恒美, 廣瀬昌由, 酒井佳治: 長良川における河岸侵食の現地観測, 第4回河道の水理と河川環境に関するシンポジウム論文集, pp.59-64, 1998.
- 23) 辻本哲郎, 長田信寿, 富永晃宏, 関根正人, 清水義彦, 庄治朗: 長良川現地観測から推定される河岸侵食のシナリオ, 第4回河道の水理と河川環境に関するシンポジウム論文集, pp.65-70, 1998.
- 24) 藤田裕一郎, 八尋裕, 村本嘉雄: 淀川水系宇治川の低水路における河岸侵食過程, 水工学論文集, 第37巻, pp.649-656, 1993.
- 25) 長田信寿, 細田尚, 村本嘉雄: バングラデシュ国・メグナ川における河道変動問題への数値解析手法の適用, 水工学論文集, 第42巻, pp.985-990, 1998.
- 26) Ikeda, S.: Self-formed straight channels in sandy beds, *J. Hydraulic Div.*, ASCE, 107(4), pp.389-406, 1981.
- 27) 藤田裕一郎, 川口雅真: 高い河岸の形状とその挙動に関する検討, 土木学会第51回年次学術講演会概要集, 第2部, pp.640-641, 1996.
- 28) 村本嘉雄, 藤田裕一郎, 河内友一: メグナ河下流部における洪水流と河道変動, 京都大学防災研究所年報, 第37号, B-2, pp.421-440, 1994.
- 29) 村本嘉雄, 藤田裕一郎: バングラデシュ主要河川の近年における河道変動—メグナ河の河岸侵食を中心として—, 京都大学防災研究所年報, 第35号, B-2, pp.89-114, 1992.
- 30) Muramoto, Y., Hasegawa, K., Fujita, Y., Utami, T., Hosoda, T., Kanda, K. and Nagata, N.: Study of morphological behaviours of the River Meghna, *The Proc. Final Seminar on Japan-Bangladesh Joint Study Project on Flood*, 1997.
- 31) 長田信寿, 細田尚, 村本嘉雄, Rahman M.M.: 河岸侵食過程における流砂の非平衡性を考慮した流路変動の数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.889-894, 1997.
- 32) Kitanidis, P. K. and Kennedy, J. F.: Secondary current and river-meander formation, *J. Fluid Mech.*, Vol.144, pp.217-229, 1984.
- 33) Alabyan, A.: A computer model of bank erosion based on secondary flow simulation, *Coherent Flow Structures in Open Channels*, P. J.

- Ashworth, S. J. Bennett, J. L. Best and S. J. McLelland, eds., John Wiley & Sons Ltd., pp.567-580, 1996.
- 34) Lane, E. W.: Design of stable channels, *Trans. ASCE*, Vol.120, pp.1234-1260, 1955.
- 35) 藤田裕一郎, 村本嘉雄: 蛇行流路の形成過程に関する実験的研究, 京都大学防災研究所年報, 第18号B, pp.551-564, 1975.
- 36) 岩垣雄一: 限界掃流力に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第41号, 1956.
- 37) 中川博次, 辻本哲郎, 村上正吾: 側岸における非平衡流砂過程, 第29回水理講演会論文集, pp.561-566, 1985.
- 38) 池田駿介: 移動床河川の湾曲部における二次流と動的横断平衡河床について, 土木学会論文報告集, 第229号, pp.55-65, 1974.
- 39) Kikkawa, H., Ikeda, S. and Kitagawa, A.: Flow and bed topography in curved open channels, *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol.102(9), pp.1327-1342, 1976.
- 40) 黒木幹男, 岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文集, 第342号, pp.87-96, 1984.
- 41) Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, *J. Hydr. Div., ASCE*, 100(11), pp.1631-1648, 1974.

(1998. 3. 30 受付)

CHARACTERISTICS OF RIVER CHANNEL PROCESSES WITH BANK EROSION AND DEVELOPMENT OF THEIR NUMERICAL MODELS

Nobuhisa NAGATA, Takashi HOSODA and Yoshio MURAMOTO

River channel processes with bank erosion are investigated by numerical models in comparison with field and experimental data. At first, a simplified numerical model is applied to the river morphology of the Meghna River in Bangladesh, and the relation between flow properties and the location of bank erosion is discussed. However, in the case of actual river, it is difficult to clarify main factors of bank erosion because of the complicated channel form and bank materials. Therefore, we conduct the experiments and numerical analyses of channel processes starting from initial meandering and straight plan forms, and the influence of hydraulic parameters and the behavior of sand bars on the rate of bank erosion are elucidated.