

力学的確率場におけるマスコンクリートの 温度応力解析とひび割れ発生確率

會田 八重¹・吉川 弘道²

¹学生会員 工修 武蔵工業大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒158-0087 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

²正会員 工博 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (同上)

マスコンクリート構造物は、硬化時のセメント水和熱により温度応力を生じ、ひび割れ発生の主要な原因として古くから議論されてきた。本研究は、2次元有限要素法により、非定常温度解析/応力解析/ひび割れ解析の一連の解析を実施するものである。ここでは、等価エネルギー要素を用いた分布ひび割れモデルを活用するとともに、コンクリートの力学的特性(引張強度と弾性係数)を距離相関を有する確率場としたことが特徴である。

無筋マットコンクリート構造を対象とした一連の解析により、局所的に発生する温度ひび割れを再現することができた。さらに、FEM-Based Monte-Carlo Simulationにより、ひび割れ指数によるひび割れ発生確率とひび割れ開口幅を求めるとともに、土木学会の手法と比較考察し、興味ある知見が得られた。

Key Words : mass concrete, thermal stress, random material strength, local average, correlation function, FEM, smeared crack model, Monte-Carlo simulation, thermal cracking, thermal crack index

1. はじめに

マスコンクリート構造物は、硬化時のセメント水和熱により温度応力を生じ、ひび割れ発生の主要な原因となっている。このような温度応力は、古くから認知・議論されてきたが、近年、構造物の大型化、高速施工化、高強度化と相まって、一層重要な検討課題となっている¹⁾。

温度分布ならびに温度応力の推定方法は、差分法や有限要素法による数値解析法が数多く試みられてきたが、一方では、CP法、CL法(日本コンクリート工学協会²⁾)、ひび割れ指数の導入とひび割れ発生確率(土木学会コンクリート標準示方書³⁾)など、簡便かつ実用的な設計法も定着しつつある。

また、構造物の耐久性、美観の保持などの観点からは、ひび割れの分布と開口幅の予測が重要である。しかし、無筋(または無筋に近い)コンクリートに対するひび割れに言及するものは、きわめて限られたものとなっており、破壊力学の導入⁴⁾など今後の研究展開が望まれる。

マスコンクリート問題では、熱的力学的材料特性、構造条件、周辺環境条件および解析手法などに、多くの不確定要因が混在し、確率手法の導入はこれらを工学的に回避し得る有用な検討方法になることが期待できる。

本研究では、まず2次元有限要素法による、非定常温度解析/応力解析/ひび割れ解析の3モジュールで構成さ

れる一連の解析システムを確立した。温度/応力解析の2モジュールは、これまでの手法をそのまま踏襲するものである。ひび割れ解析では無筋コンクリートを対象とするもので、分布ひび割れモデルをベースとする等価エネルギー要素⁵⁾を採用し、引張ひび割れの発生前後を取り扱うとともに、ひび割れ幅の算出を試みた。

加えて、材料特性(本論では力学特性に限定した)の空間的なバラツキを考慮するため、確率場(stochastic field)の概念を導入し、ランダム解析を実施し、バラツキのない均一解析と対比した。ここでは、要素間距離に応じた相関性を考慮した確率場を再現し、かつ要素内の変動を局所平均化法(local averaging, Vanmarcke⁶⁾)によって処理した。

以上のような準備のもとに、無筋マットコンクリート構造(2次元平面ひずみ)を対象とした、一連の数値解析(打設直後から材齢50日まで)を実施し、局所的に発生する温度ひび割れの再現と合理的なひび割れ幅の算定を試みるものである。さらには、主要パラメータを変化させた、FEM-Based Monte-Carlo Simulationを行い、いわゆるひび割れ指数によるひび割れ発生確率とひび割れ開口幅の算定法を提案し、既往簡易手法と比較考察するものである。

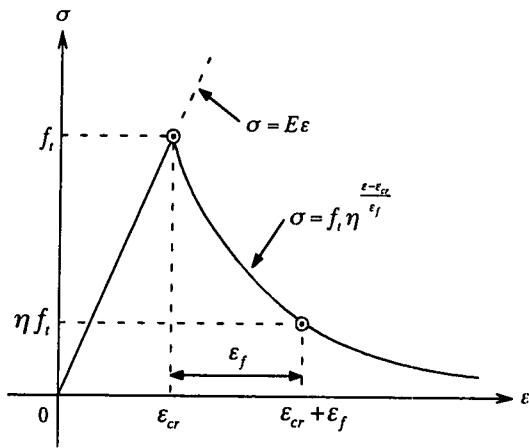


図-1 指数関数型の引張軟化曲線

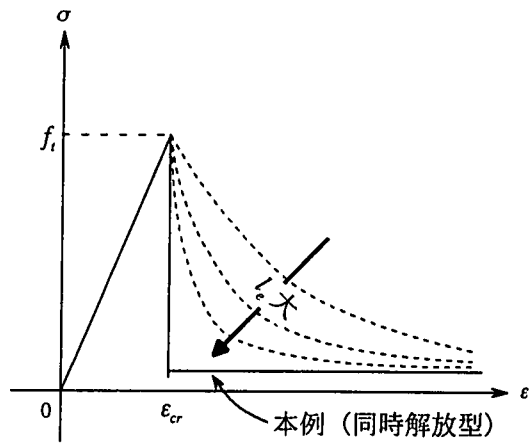


図-2 応力～ひずみ関係 (等価エネルギー要素)

2. 温度・応力・ひび割れ解析

(1) 温度解析

温度解析に用いられる熱伝導方程式は一般に

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} \quad (1)$$

と表せる⁷⁾。ここで、 λ : 熱伝導率 (thermal conductivity) ($J/(m^2 \cdot ^\circ C)$)、 T : 温度 ($^\circ C$)、 t : 時間 (日)、 \dot{Q} : 単位時間に単位体積あたりに供給される熱量 (発熱率) ($J/(m^3 \cdot t)$) である。この発熱率 \dot{Q} はコンクリートの断熱温度上昇曲線 T_{ad} を用いて以下のように求められる。

$$\dot{Q} = \frac{\partial T_{ad}}{\partial t} \rho c \quad (2)$$

ここに、 ρ : 密度 (kg/m^3)、 c : 比熱 ($J/(kg \cdot ^\circ C)$)、 T_{ad} は断熱温度上昇量であり、本研究では、以下に示す断熱温度上昇式⁸⁾を用いた。

$$T_{ad}(t) = T_\infty \{1 - \exp(-\alpha t^\beta)\} \quad (3)$$

ここで、 $T_{ad}(t)$: 材齢 t 日におけるコンクリートの断熱温度上昇量 ($^\circ C$)、 T_∞ : 終局断熱温度上昇量 ($^\circ C$)、 α, β : 温度上昇速度に関する定数、 t : 材齢 (日) である。また、本文では式(1)を2次元非定常熱伝導方程式として取り扱い、有限要素法を用いてコンクリートに発生する温度を算出している。

有限要素法を用いた場合は、式(1)を空間と時間に関して離散化し、さらに、位置に関する境界条件、時間に関する初期条件を与えることにより算出される⁹⁾。

(2) 応力解析

温度応力を求める解析手法としては、コンペンセーションライン (Compensation Line) あるいはコンペンセー

ションプレーン (Compensation Plane) 法²⁾、および有限要素法が広く使われている¹⁰⁾。本文では温度解析と同様に、応力解析についても有限要素法を用いている。

温度応力解析では、まず、温度解析により得られた節点温度から温度応力を算出するため、温度解析により得られた節点温度 T を、線膨張係数 α を用いて以下の式によってひずみ ε_T に変換する。

$$\{\Delta \varepsilon_T\} = (T_i - T_{i-1}) \{\alpha \ 0\}^T \quad (4)$$

このような温度変化によるひずみは、直接応力と対応せず、非弾性ひずみ¹¹⁾ (inelastic strain) と呼ばれている。このひずみは、外的に拘束されると今度は応力を生じこれは次式で表される。

$$\{\Delta \sigma\} = [D_e] \{ \{\Delta \varepsilon\} - \{\Delta \varepsilon_T\} \} \quad (5)$$

ここで、 $[D_e]$: 応力～ひずみ関係を表すマトリクス、 $\{\Delta \varepsilon\}$: 全ひずみである。 $[D_e]$ は2次元ひずみ平面要素であり、弾性係数は材齢に伴い変化している。上式において $\{\Delta \varepsilon_T\}$ は、初期ひずみとして各要素毎に等価節点力と置き換え、通常の荷重と同様に処理され、有限要素法に組み込むことにより、温度応力が算出される¹²⁾。

なお、地盤側の界面にはボンド要素を挿入し、両者間のすべりを考慮した。ここで、ボンド要素は次節に述べるひび割れ解析と同様に、破壊発生後の残留特性を定めなければならない。

本解析では、垂直方向破壊 (剝離破壊) について、応力は地盤からコンクリートへ伝達されないと考え、破壊後の応力や剛性は零に近づける。せん断破壊 (すべり破壊) については、せん断応力がコンクリートと地盤との静止摩擦力を超えたときに発生するものとし、滑りが止まった後も少なくとも静止摩擦力の分だけは伝達されると考え、破壊後の応力を100%残留するものとする。

(3) ひび割れ解析

有限要素法で用いられるひび割れモデルには、離散ひ

ひび割れ (discrete crack) モデルと分布ひび割れ (smeared crack) モデルがある¹³⁾¹⁴⁾。本研究では、ひび割れ箇所は解析ケース毎、および Sample 毎に異なることが予想されるため、あらかじめひび割れ位置を設定しておく必要のない、分布ひび割れモデルを用いる。すなわち、全要素がひび割れ発生の対象となる。

分布ひび割れモデルを用いてひび割れ解析を行う場合、コンクリートの破壊基準が必要となる。本文では、最大主応力基準 (Rankine の破壊基準) を採用し、 $\sigma_1 \geq f_t$ (σ_1 : 第1主応力, f_t : 引張強度) をもってひび割れが発生するものとみなす。

引張破壊後は、コンクリートの引張軟化曲線の定義が必要となる。ここでは、Planas/Elices モデル¹⁵⁾を単純化した次のような指数関数⁹⁾を考える (図-1 参照)。

$$\sigma(\varepsilon) = f_t \cdot \eta \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_f} \quad (6)$$

ここで、 f_t : ひび割れ発生強度, ε_{cr} : 応力が f_t の時のひずみである。また、 η , ε_f は軟化曲線の形を特定するもので、降下の度合いを表すパラメータ (図-1 参照) となる。

コンクリートのような複合材料 (cementitious composite material) が引張破壊するときの挙動は、破壊領域が局所化すること (strain localization) が特徴的である。この局所化状態を分布ひび割れモデルによって解析する場合、要素寸法の依存性が問題となる⁹⁾。そこで本文ではこの問題を回避するため、等価エネルギー要素⁹⁾を用いた。

等価エネルギー要素は、分布ひび割れを用いた有限要素1個で消費されるエネルギーと、局所化したひび割れ界面で消費されるエネルギーが等価になるように調整するものである。この場合式(6)の2つのパラメータを、

$$\eta = \exp \left\{ -\varepsilon_f \left(\frac{G_f}{l_e \cdot f_t} - \frac{f_t}{2E_c} \right)^{-1} \right\} \quad (7)$$

または、

$$\varepsilon_f = -\ln(\eta) \left(\frac{G_f}{l_e \cdot f_t} - \frac{f_t}{2E_c} \right) \quad (8)$$

のように調整するものである。ここで、 G_f : 局所化したひび割れ界面で消費される破壊エネルギー, l_e : 要素幅, E_c : コンクリートの弾性係数である。

本例では、 $l_e=50\text{cm}$ であり、 $\varepsilon_f=0.002$ の時、 $\eta=0.122$ となる。このように、マスコンクリートの場合、1要素が大きいために引張軟化曲線の勾配は急になる (図-2 参照) によって、本文ではひび割れ後の挙動として同時解放型¹⁶⁾モデルを採用した。

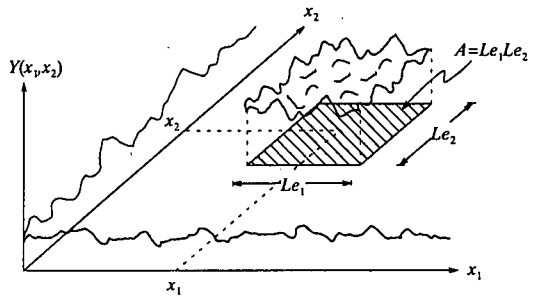


図-3 2次元確率場における長方形領域

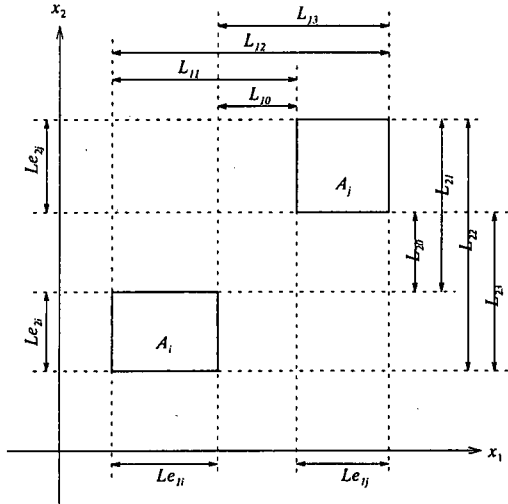


図-4 長方形領域の相対距離

3. 空間的ばらつきと距離相関を考慮した力学特性

マスコンクリートの温度応力解析を行う際、空間的なばらつきを持つものとしては、材料特性値、環境条件、力学特性値等があげられるが、本文では力学特性値のみ確率量とする。

このような解析を行う際、以下のような4つの仮定を設けた。

- ① トレンドを持たない均質な確率場を考え、圧縮強度の確率分布として正規分布を用いる。
- ② 各点の相関性として、その相対距離に依存する距離相関を考慮する。
- ③ 有限要素法を採用するため、要素内の平均値を用い、その代表値として、局所平均理論を適用する。
- ④ 圧縮強度を元確率量とし、これより実験式から引張強度、弾性係数を求め、これらは打設後の硬化時間 t に伴い漸増する。

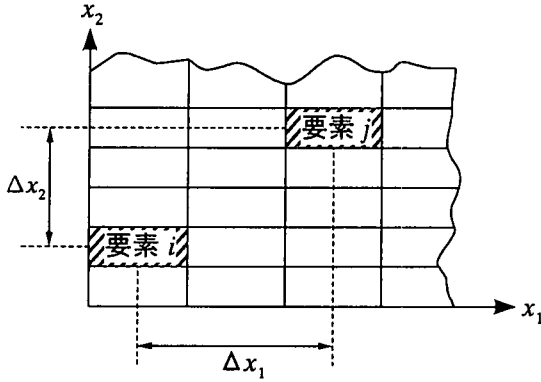


図-5 距離相関

(1) 相関を有した確率変数の定式化と局所平均化手法の導入

平均値 0, 標準偏差 1 の相関を有した変数 $\{z'_c\}$ は, 非相関な変数 $\{z_s\}$ を用いて, 以下のように変換することができる¹⁷⁾.

$$\{z'_c\} = [T] \{z_s\} \quad (9)$$

ここで, $[T]$ は変換マトリクス (ただし, 添え字 t はマトリクスあるいはベクトルの転置を表す) であり, z'_c の共分散マトリクス $[Cov_{z'_c}]$ の固有値に対応する固有ベクトルを求めることにより算出される。また, 相関を有した変数 z'_c が標準正規分布に従う場合は共分散マトリクス $[Cov_{z'_c}]$ を, 例えばコレスキー法を用いて, 次式のように 3 角形行列に分解することにより求められる¹⁸⁾。

$$[Cov_{z'_c}] = [T]^t [T] \quad (10)$$

また, $[Cov_{z'_c}]$ は z'_c の標準偏差が 1 であることから, z'_c の相関係数マトリクスと一致する。

さて, 空間的ばらつきを有する確率場を確率有限要素法を用いて解析する際, 変動する物性値は要素内一定と仮定するため, 本文では, Vanmarcke によって提示された局所平均 (local average) の理論⁹⁾を導入した。

平均値 m , 分散 σ^2 の均質な 2 次元確率場 (random field) において長方形領域 A を考えた場合 (図-3 参照), 長方形 A_i の局所平均 $Y_i(x_{1i}, x_{2i})$ は, A_i の辺長を Le_{1i}, Le_{2i} とし, 以下のように定義される²⁰⁾。

$$Y_i(x_{1i}, x_{2i}) = \frac{1}{Le_{1i} Le_{2i}} \int_{x_{1i}-Le_{1i/2}}^{x_{1i}+Le_{1i/2}} \int_{x_{2i}-Le_{2i/2}}^{x_{2i}+Le_{2i/2}} Y(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (11)$$

この時, 局所平均の平均値, 分散, 共分散は以下のように表される。

$$\text{平均値: } EY_i = m \quad (12)$$

$$\text{分散: } \text{var}(Y_i) = \sigma^2 \gamma(Le_{1i}, Le_{2i}) \quad (13)$$

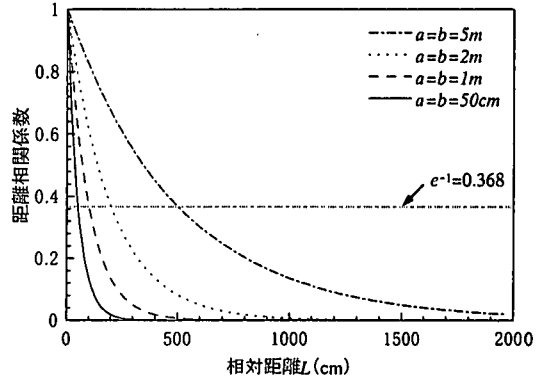


図-6 距離相関係数 $\rho(i, j)$ と相対距離 L の関係

共分散: $\text{cov}(Y_i, Y_j)$

$$= \frac{\sigma^2}{4A_i A_j} \sum_{k,l=0}^3 (-1)^{k+l} (L_{1k} L_{2l})^2 \gamma(L_{1k}, L_{2l}) \quad (14)$$

ここで, L_{1k} と L_{2l} ($k, l = 0, 1, 2, 3$) は図-4 に示すような, 長方形 A_i, A_j の位置関係より得られる相対距離である。

$\gamma(L_{1k}, L_{2l})$ はある地点の分散 (point variance) σ^2 を低減する, 分散関数 (variance function) であり, 相関関数 $\rho(r_1, r_2)$ を用いて以下のように表せる。

$$\gamma(L_{1k}, L_{2l}) = \frac{4}{L_{1k} L_{2l}} \int_0^{L_{1k}} \int_0^{L_{2l}} \left(1 - \frac{r_1}{L_{1k}}\right) \left(1 - \frac{r_2}{L_{2l}}\right) \rho(r_1, r_2) dr_1 dr_2 \quad (15)$$

ここで, $r_1 = x_1 - x'_1, r_2 = x_2 - x'_2$ (x'_1, x'_2 は基準点) である。

また, 相関を有した変数 z'_c に変換する際に, 局所平均の理論を導入する場合は, 局所平均における分散 (式 (13)), 共分散 (式 (14)) を用いて, 以下のように z'_c の共分散を求めればよい。

$$\begin{aligned} \text{Cov}(z'_{ci}, z'_{cj}) &= \frac{\text{cov}(Y_i, Y_j)}{\sqrt{\text{var}(Y_i)} \sqrt{\text{var}(Y_j)}} \\ &= \frac{\sum_{k,l=0}^3 (-1)^{k+l} (L_{1k} L_{2l})^2 \gamma(L_{1k}, L_{2l})}{4A_i A_j \sqrt{\gamma(Le_{1i}, Le_{2i})} \sqrt{\gamma(Le_{2j}, Le_{2j})}} \end{aligned} \quad (16)$$

次に, 距離相関を考慮した圧縮強度を各要素に割り当てる際のモデル式として, 本文では図-5 に示すような任意の 2 つの要素 i, j の水平方向の相対距離 Δx_1 , 鉛直方向の相対距離 Δx_2 および相関強度係数 a, b を用いて, 以下に示すような 2 次元の Exponential 関数を導入した²¹⁾。

$$\rho(i, j) = \exp \left\{ - \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{b}\right)^2} \right\} \quad (17)$$

ここで, 相対距離 $\Delta x_1, \Delta x_2$ は解析対象となる供試体の形状, 要素分割によって決まるパラメータである。

さらに、式(17)によって求められる距離相関関数の特性について数値シミュレーションを実施し、図-6に距離相関係数 $\rho(i, j)$ と相対距離 L との関係を示した。同図より、相対距離が短くなるほど、また、 a, b が大きいくほど $\rho(i, j)$ は1に近づき、相関が強くなることが確認される。実際の強度分布もこのように距離によって相関性が変化するものと考えられる。

相関強度係数 a, b は、解析者がそれぞれに対象構造物に応じて決定する必要がある。この a, b を決定する一例として、観測データから最尤法を用いて決定する方法²⁹⁾があるが、コンクリート構造体の場合、今後の検討課題であると考えられる。

さて、局所平均化手法を導入する場合、 x_1, x_2 方向は独立である考えると、式(15)の演算は簡略化され、さらに、要素の大きさはすべて等しく長方形であるから式(16)は以下ようになる。

$$Cov(Z'_{ci}, Z'_{cj}) = \frac{\sum_{k,l=0}^3 (-1)^{k+l} (L_{1k} L_{2l})^2 \gamma(L_{1k}) \gamma(L_{2l})}{4A_i^2 \gamma(L_{e1}) \gamma(L_{e2})} \quad (18)$$

この時、分散関数 $\gamma(L)$ は以下のように表せる。

$$\gamma(L) = \frac{2}{L} \int_0^L \left(1 - \frac{r}{L}\right) \rho(r) dr \quad (19)$$

また、分散関数 $\gamma(L)$ 中に含まれる相関関数 $\rho(r)$ として、相関強度係数を a とした以下のようなExponential関数を導入する。

$$\rho(r) = \exp\left(-\frac{|r|}{a}\right) \quad (20)$$

(2) 数値シミュレーション

本解析では平均値 $\{\mu_{f_c}\}$ 、標準偏差 $[\sigma_{f_c}]$ の圧縮強度のサンプル $\{f_{cs}\}$ が必要となり、これは以下のように求められる。

$$\{f_{cs}\} = [\sigma_{f_c}] [T] \{r_s\} + \{\mu_{f_c}\} \quad (24)$$

この圧縮強度のサンプルは、式(24)が線形式であり、かつ r_s はコンピュータ上で生成する標準正規乱数であり正規分布に従うので、 f_{cs} も正規分布に従うサンプル値となる。また、式(10)から得られた変換マトリックス $[T]$ 内には、距離相関および局所平均が含まれている。この一連の変数変換の流れをフローにして示すと図-7のように整理することができる。

ここでは、まず、平均値0、標準偏差1の場合のサンプル値の算出例を示す。

図-8, 9には、相関係数 a, b を変化させたサンプルの分布と等高線グラフを示した。なお、要素形状は正方形である。また、(a) $a=b=50\text{cm}$ 、(b) $a=b=2\text{m}$ 、(c)は $a=b=5\text{m}$ におけるサンプルである。さらに、色が濃いところほど

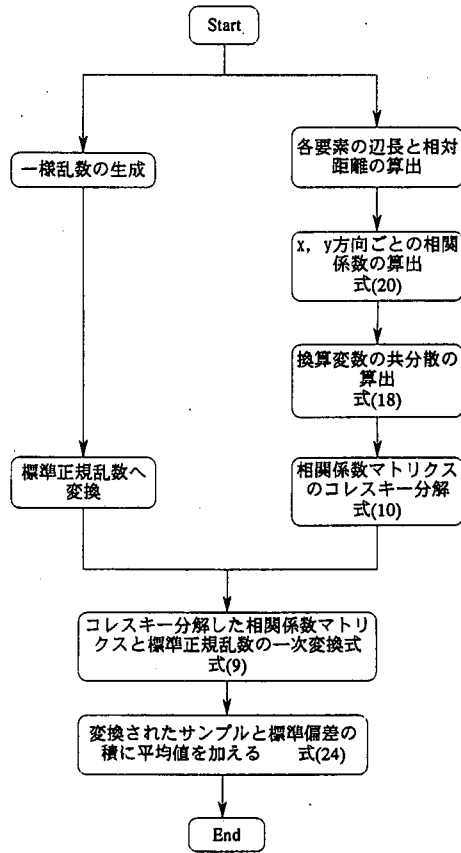


図-7 サンプル算出法 (フローチャート)

値が小さいことを示している。

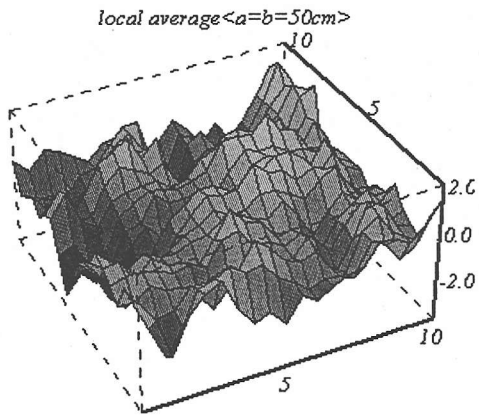
同図より、 a, b が大きくなると相関が強くなり、隣接した要素同士の差は小さくなっている。また、 a, b が小さくなると相関は弱くなり、無相関の状態に近くなっていることが確認できる。

4. マスコンクリートへの適用と数値シミュレーション

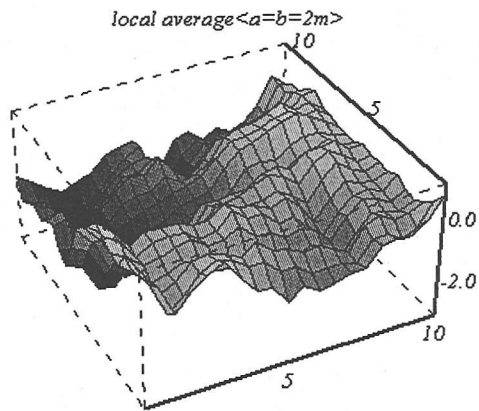
(1) 解析モデル

図-10に示すような地盤上に打設された無筋のマット基礎コンクリートを用いて、コンクリートの強度発現を考慮した、材齢50日までの2次元FEM解析を行った。コンクリートと地盤との間には、すべりを考慮するためのボンド要素を挿入している。

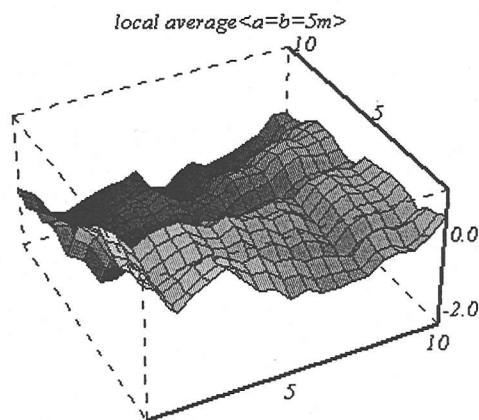
表-1における解析条件を標準値として、力学特性値を全要素均一に与えて行った解析(以下、均一解析)、および、材齢91日における圧縮強度 $f_c(91)$ の変動係数 V_{f_c} を20%、相関強度係数を $a=b=2\text{m}$ 、と一定として、力学



(a) $a=b=50\text{cm}$

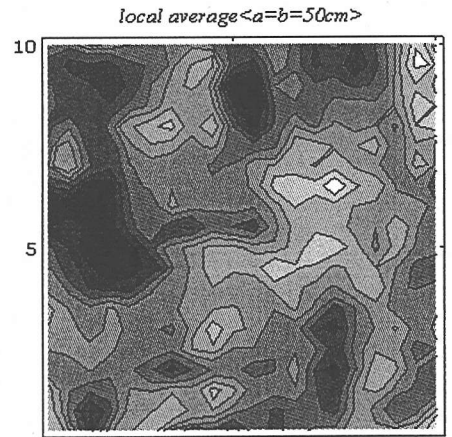


(b) $a=b=2\text{m}$

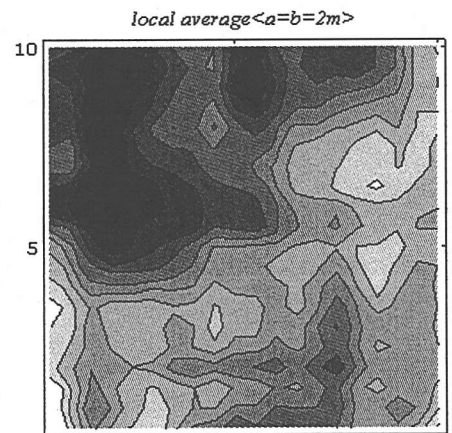


(c) $a=b=5\text{m}$

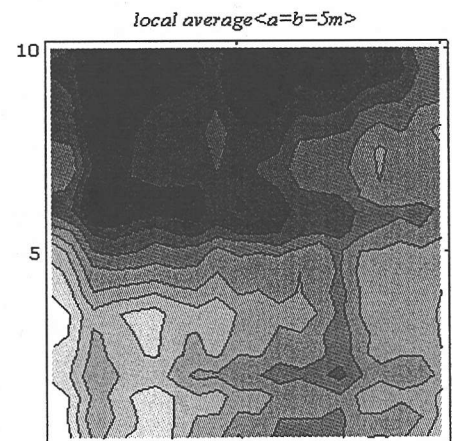
図-8 サンプル分布図



(a) $a=b=50\text{cm}$



(b) $a=b=2\text{m}$



(c) $a=b=5\text{m}$

図-9 サンプルの等高グラフ

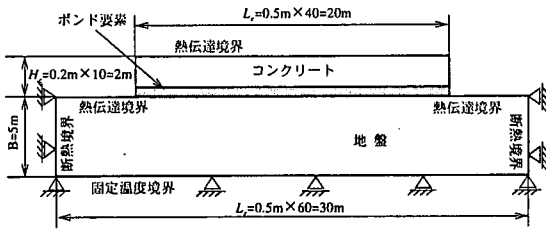


図-10 2次元 FEM 解析の解析モデル

表-1 解析条件：熱力学的特性値

[SI 単位]

	地盤	コンクリート	ボンド要素
比熱 (kJ/kg°C)	0.837	1.256	1.256
比重(kg/m ³)	2500	2329	2329
熱伝導率 (W/m°C)	0.586	0.698	0.698
熱伝達率 (W/m°C)	0.0279	0.0335	---
初期温度 (°C)	15~20 までの線形分布	20	---
外気温 (°C)	20 (一定)		
断熱温度上昇特性	---	式(3), $T_{\infty} : 46.0$, $\alpha : 1.104, \beta : 1.0$	---
線膨張係数	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-5}
ポアソン比	0.25	0.20	0.25
圧縮強度 (MPa)	---	式(21) $f'_c(91) = 39.2$	---
引張強度 (MPa)	---	式(22)	---
弾性係数 (MPa)	9807	式(23)	9807
せん断破壊強度(MPa)	---	---	1.77

特性にばらつきを与えた解析 (以下, ランダム解析) を行った。

(2) 強度発現式

コンクリートの強度発現を考慮した温度応力解析を行う場合, 圧縮強度, 引張強度, 弾性係数は以下に示す強度発現式³⁾により, 材齢 t に伴い変化する。

$$f'_c(t) = \frac{t}{4.5 + 0.95t} f'_c(91) \quad (21)$$

$$f_t(t) = 0.438 \sqrt{f'_c(t)} \quad (22)$$

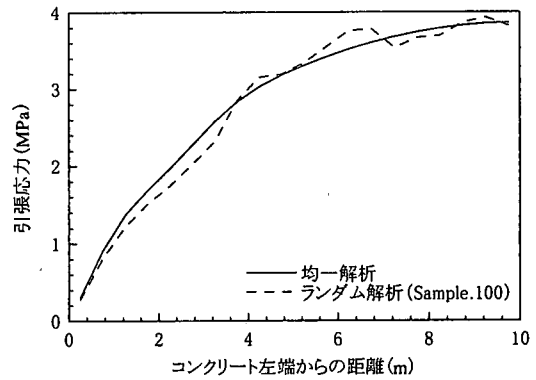


図-11 コンクリートの応力分布図
(非ひび割れ解析：材齢 40 日)

$$E_e(t) = k \sqrt{f'_c(t)},$$

$$\text{ただし, } k = \begin{cases} 3.4 \times 10^3 & (t < 3) \\ 4.7 \times 10^3 & (t > 3) \end{cases} \quad (23)$$

ここで, $f'_c(t)$: 材齢 t 日における圧縮強度 (MPa), $f'_c(91)$: 材齢 91 日における圧縮強度 (MPa), $f_t(t)$, $E_e(t)$: 材齢 t 日における引張強度, 弾性係数 (MPa) である。

前章に示した条件④の通り, 圧縮強度のサンプル $\{f_{cs}\}$ を元確率量とし, 式(22), (23)より引張強度, 弾性係数を算出する。

(3) ひび割れ発生パターン

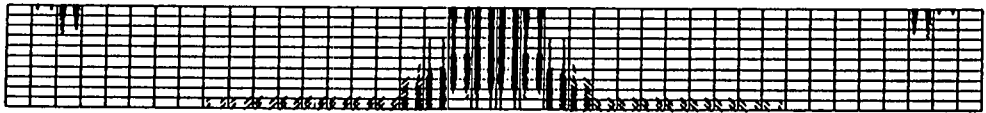
まず, 非ひび割れ解析 (ひび割れ条件を課さない解析) について, 図-11 にコンクリート高さ中央に発生した引張応力 (材齢 40 日) を, 均一解析, ランダム解析の 2 者について併記した。

同図より, 均一解析とランダム解析結果を比較すると, コンクリートに発生する応力パターンに, ほとんど差異は生じないことがわかる。

次に, ひび割れ解析において, 図-12 には, 材齢 40 日における, 均一解析により得られたひび割れ図 (図-12(a)), およびランダム解析において, 異なる 3 種類の標準正規乱数を用いたひび割れ図 (図-12(b) Sample.1, (c) Sample.53, (d) Sample.100 (Sample の後に続いている数値は試行 100 回における試行番号である。)) を示した。

ランダム解析では, サンプルによってひび割れ発生時期や位置, 開口幅は異なるが, いずれの場合もひび割れは, 1 要素, または 2 つの要素に局所化するという結果が得られた。

以上, 2 図の結果より, 空間的なばらつきに関して, 弾性係数については構造鈍感であり, 引張強度については構造敏感であるということが推察される。これは弾性



(a) 均一解析 (ひび割れ発生: 材齢 16日)



(b) Sample.1 (ひび割れ発生: 材齢 13日)



(c) Sample.53 (ひび割れ発生: 材齢 15日)



(d) Sample.100 (ひび割れ発生: 材齢 14日)

図-12 ひび割れ分布図 (ひび割れ解析: 材齢 40日)

係数がばらつきを持っていても、構造物に発生する応力パターンにあまり影響がなく、引張強度は逆にひび割れ発生時期やひび割れ幅に大きく影響することを示唆している。

また、左右端上部のひび割れは、その発生位置や発生時期が材齢 2 日であることから、内部拘束が原因であると考えられる。さらに、中心部に発生したひび割れは、その発生時期や貫通ひび割れとなっていることから、外部拘束応力により発生したものと考えられる。このように本解析手法によって、実際のひび割れ発生状態を再現できたと思われる。

5. ひび割れ発生確率とひび割れ幅の算定

(1) 解析モデルの設定

次に、本節では、表-1 の解析条件を基本とし、外部拘束度を変化させた、FEM モンテカルロシミュレーションを実行した。すなわち、 E_f/E_c (E_c : コンクリートの弾性係数 (材齢 40 日)、 E_f : 地盤の弾性係数) をパラメータとし、同一ケースに対し、均一場における非ひび割れ解析 (引張強度は平均値) およびこれに付随する各 100 回のランダム解析を行った。この時、 E_c については強度発現を考慮しており、本節では材齢 91 日の圧縮強度の平均値 $\bar{f}'_c(91)$ を 29.4MPa と一定にし、 E_c のみを変化させた。また、どのパラメータにおいても、圧縮強度の変動係数

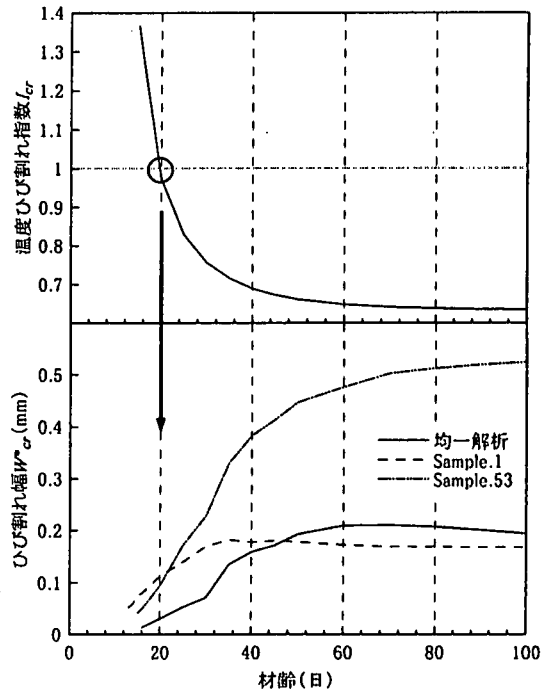


図-13 各材齢における温度ひび割れ指数 I_{cr} とひび割れ幅 w_{cr}

$$V_{f'_c} = 20\%, a = b = 2m \text{ とした。}$$

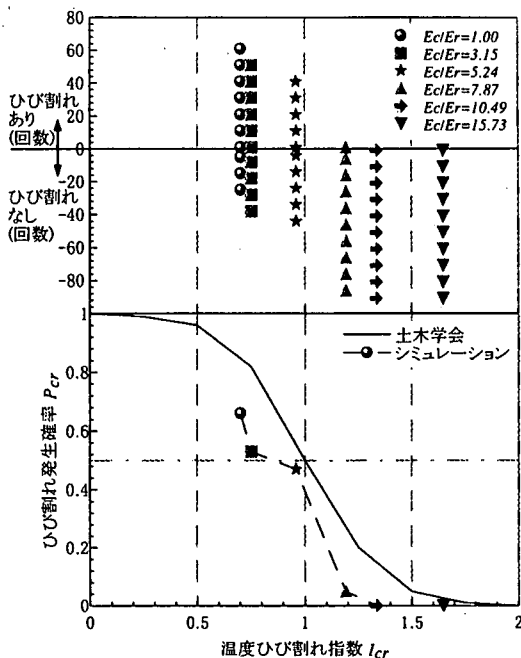


図-14(a) 温度ひび割れ指数 I_{cr} とひび割れ発生確率 P_{cr}

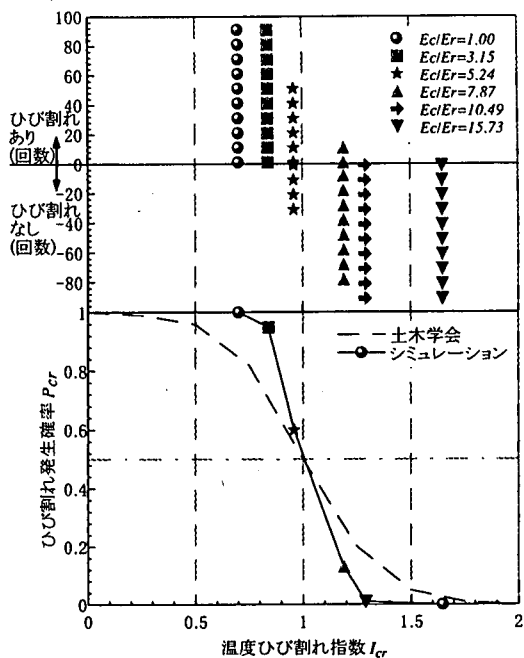


図-14(b) 温度ひび割れ指数 I_{cr} とひび割れ発生確率 P_{cr}

(2) 温度ひび割れ指数の算定

温度ひび割れ指数 I_{cr} はひび割れ発生に対する安全性を示すものであり、以下のように表される³⁾。

$$I_{cr}(t) = f_t(t) / \sigma_t(t) \quad (25)$$

ここで、材齢 t 日における、 $I_{cr}(t)$: 温度ひび割れ指数、 $f_t(t)$: コンクリートの引張強度 (MPa)、 $\sigma_t(t)$: コンクリートの引張応力 (MPa) である。従って、確定的な観点から以下のように表せる。

$$I_{cr} < 1.0 \rightarrow \text{ひび割れ発生する}$$

$$I_{cr} > 1.0 \rightarrow \text{ひび割れ発生せず}$$

実構造物では、この温度ひび割れ指数 I_{cr} が小さい程、発生するひび割れの数が多く、その開口幅も大きくなる傾向にある。また、現行の土木学会コンクリート標準示方書³⁾における、温度ひび割れ指数 I_{cr} とひび割れ発生確率 P_{cr} の関係 (後出する図-14 の実線) では、 $I_{cr}=1$ の時、 $P_{cr}=50\%$ となっている。

本例では、この温度ひび割れ指数 I_{cr} は均一場で非ひび割れ解析により算定されることになる。従って、コンクリートの引張応力 σ_t 、引張強度 f_t とともに、材齢に伴って変化し、一般に得られた I_{cr} は材令初期で 1~5 程度の数値をとり、加齢とともに減少する。また、 I_{cr} は構造物内で変動するが、本例では材齢 40 日での最小値を用いた。

図-13 には、各材齢における温度ひび割れ指数 I_{cr} とひび割れ幅 W_{cr}^* (均一解析、および Sample.1 と Sample.53) を示したが、 I_{cr} が加齢とともに減少している様子や、 $I_{cr}=1$

となる頃からひび割れが発生していることがわかる。

また、ランダム解析では、用いる乱数によって算出されるひび割れ幅が異なり、強度のばらつきに対して敏感となっていることを示唆している。

(3) 温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係

温度ひび割れ指数 I_{cr} と、ランダム解析により得られたひび割れ発生の有無 (上図)、および、ひび割れ発生確率 P_{cr} との関係 (下図) を図-14 に示した。

本例では、温度ひび割れ指数 I_{cr} は構造物中央かつ、高さ中心で最小値となる。一方、先にも述べたように、ランダム解析では、そのばらつきの程度と分布により必ずしも I_{cr} が最小値となっている箇所 (要素) からひび割れが発生するとは限らない。また、 $I_{cr} > 1.0$ の時でもひび割れが発生することがあり、確率的な取り扱いが有用となる所以である。

そこで、

- (a) ひび割れ発生の認知を I_{cr} の最小値領域に限定した場合 (中心より左右 2m 以内)
 - (b) ひび割れ発生の認知を構造物の全領域 (ただし、内部拘束応力によるものは非対象) とした場合
- の 2 つの基準を設け、これを図-14 の (a)、(b) として示した。

その結果、 $I_{cr} < 1.0$ の時、すなわち、ひび割れ発生確率が低い場合、両者はほぼ合致したが、 $I_{cr} > 1.0$ の時、すなわち、ひび割れ発生確率が高い場合は、(b) の方が高

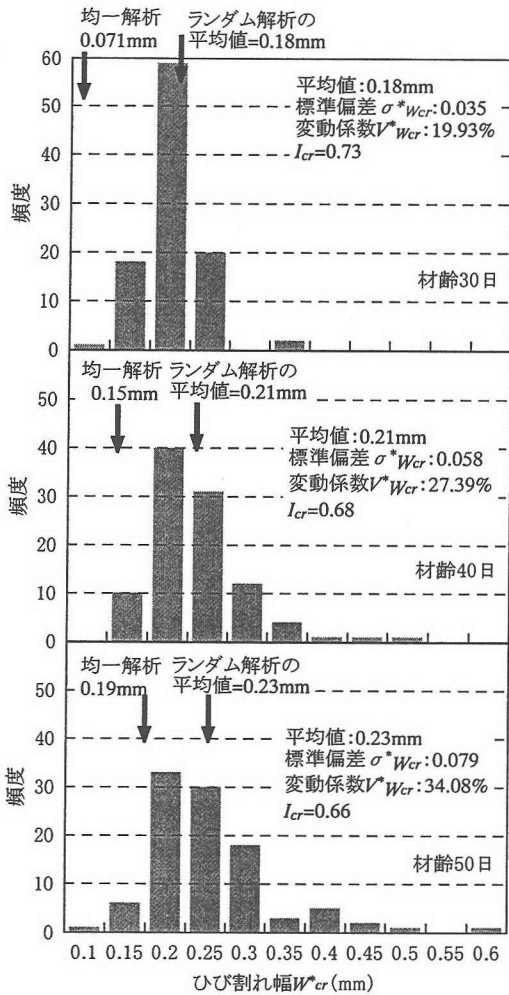


図-15 ひび割れ幅 W_{cr}^* の分布図

い確率となった。

また、解析結果を正規分布であるとみなし、正規確率紙²⁹⁾にプロットし、温度ひび割れ指数 I_{cr} の平均値と標準偏差から変動係数を算出すると、(a) の場合は 16.2% ($=0.14/0.86 \times 100$)、(b) の場合は 8.9% ($=0.10/1.13 \times 100$) となった。現行の標準示方書²⁹⁾の関係では各材料特性値の変動係数が 15% 程度に相当しており²⁹⁾、(a) の場合と大略同じとなった。

ここで、本シミュレーションにおいて、元確率量である圧縮強度の変動係数 V_{f_c} は 20% と設定したが³⁾、引張強度は式(22)を介しているため低減されている。

これら両者の関係は変動係数 V_{f_c} や相関強度係数 a 、 b の設定、さらには構造条件 (例えば、 L_c/H_c 等) により変化するものと推測され、広範囲かつ系統的な数値シミュレーションが必要である。

なお、ひび割れ発生確率 P_{cr} が 0.1 以下と小さくなる、

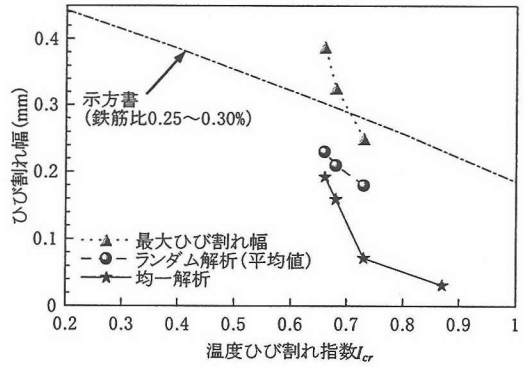


図-16 ひび割れ幅と温度ひび割れ指数の関係

すなわち、図-14 下図の点線のすそ野では、本例のような 100 回の試算では必ずしも十分でない²⁹⁾。ただし、1 回の計算が数時間を要する非線形解析であり、さらなる高速機の活用または、効率化モンテカルロ法等による検討が必要である。

(4) ひび割れ幅の算定

本節では、 $E_s/E_c = 3.15$ とした場合により得られた、材齢 30、40、50 日におけるひび割れ幅 W_{cr}^* の頻度分布 (100 ケース) を、図-15 ((a) 材齢 30 日、(b) 材齢 40 日、(c) 材齢 50 日) に示した。ここでは、コンクリート高さ中央 1m の水平ライン上に発生したひび割れのうち、最大ひび割れ幅を持つ、一要素について観察している。

ひび割れ幅 W_{cr}^* (mm) はガウス点における水平方向のクラックひずみ ε_{cr} を用いて以下の式にて求めた。

$$W_{cr}^* = \int_L \varepsilon_{cr} dx \approx \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (\varepsilon_i - \varepsilon_{ei}) \times L \approx (\varepsilon_4 - \varepsilon_{e4}) \times L \quad (26)$$

ここで、 $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_4$: 各ガウス点における水平方向ひずみ、 $\varepsilon_{e1} \sim \varepsilon_{e4}$: それらの弾性成分、 L : 要素幅 (mm) である。

図-15 から材齢にともないひび割れ幅の平均値 \bar{W}_{cr}^* は増加し、ひび割れ幅が材齢に伴い大きくなっていることがわかる。また、標準偏差 $\sigma_{W_{cr}^*}$ が材齢に伴い増加していることから、ひび割れ幅は成長しているものとならないものが混在していることが予測される。これは点在する初期ひび割れのうち、周囲に高引張強度の要素があるひび割れでは進展が妨げられるのに対し、周囲に比較的低引張強度の要素が集まる要素では徐々にひび割れが進展しているためと考えられる。

また、均一解析のひび割れ幅よりランダム解析により得られたひび割れ幅 \bar{W}_{cr}^* の方が大きくなっており、工学的に重要な知見と考えられる。これは平均値に対し、ばらつきを与えているため、低引張強度域が構造物のいずれかに配置される可能性があり、平均値を用いた均一解

析よりひび割れ幅は大きく評価される。このような解析はより現実的な現象と考えられる。このもっとも単純なモデルが正列モデルにおける最弱リンクモデル (weakest link model) ²⁰⁾である。

図-16 には、均一解析によるひび割れ幅、ランダム解析により得られたひび割れ幅の平均値 \bar{w}_{cr}^* 、および最大ひび割れ幅 $w_{cr\max}^*$ と、温度ひび割れ指数 I_{cr} との関係を示した。ここで、最大ひび割れ幅を

$$w_{cr\max}^* = \bar{w}_{cr}^* + 2\sigma_{w_{cr}^*} \quad (27)$$

と定義し、同図には、土木学会コンクリート標準示方書 ³⁾ に示されている関係も併せて示した。

これより、均一解析におけるひび割れ幅よりランダム解析によるひび割れ幅の平均値 \bar{w}_{cr}^* の方が大きくなるという結果が得られた。

本解析により得られたひび割れ幅の平均値 \bar{w}_{cr}^* は、示方書に示されているひび割れ幅 w_{crs} よりもやや小さいものとなり、また、最大ひび割れ幅 $w_{cr\max}^*$ は w_{crs} より大きい値となった。

6. 結論

本論文は、2次元有限要素法を採用し、セメントの水和熱を取り扱った非定常温度解析、弾性係数の変化を考慮した応力解析、ならびに、破壊力学を導入した分布ひび割れモデルによるひび割れ解析を実施した。なかでも、力学特性の空間的な分布に着目し、これを確率場としてモデル化し、ひび割れ発生やひび割れ幅を確率的に評価しようというものである。また、モンテカルロ法を併用することにより、温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を同定することを試みた。

本論で得られた結論を以下のようにまとめる。

- ①コンクリートの空間的な非均一性を再現するため、確率統計学的に定義されるばらつきを付与した。本論では、トレンドを持たない均質な確率場を考え、確率密度関数として正規分布 (ガウス分布) を仮定した。また、各点の相関性はその相対距離に依存する距離相関を用いた。ただし、今後の課題として、確率密度関数の関数形の選択、材料強度の標準偏差や相関強度係数の値に対する検討が必要であるが、これらは必ずしも実験的に決まるものではないと考えられる。
- ②有限要素法を採用するため、要素内の平均値を用い、その代表値として、局所平均理論を用いた。これにより、確率場が有する本来の相関特性を解析上設けられる要素間の相関特性に変換することができ、ひび割れの進展、局所化等間に間接的影響を与えた。さらに、相関関数の選択に対する影響等の検証も必要である。

③次に、地盤上に打設されたマット基礎コンクリートに適用し、コンクリートの強度発現を考慮した温度・応力・ひび割れ解析を行った。コンクリートの力学特性のうち、弾性係数のみを確率量とした場合 (本文では、これを構造鈍感とよぶ)、均一解析、およびランダム解析における応力発生パターンに大きな変化はみられなかった。一方、コンクリートの引張強度を確率量とした場合 (本文では、これを構造敏感とよぶ)、ランダム解析において、ひび割れ発生時期や位置、開口幅は、サンプルによって異なる結果となった。ランダム解析では、いずれの場合もひび割れは、1要素または2つの要素に局在化するという結果が得られた。

④コンクリートの弾性係数と、地盤の弾性係数をパラメータとし、ケース毎に異なる乱数を用いた各100回のFEMモンテカルロシミュレーションを行うことにより、温度ひび割れ指数 I_{cr} とひび割れ発生確率 P_{cr} の関係を同定することができた。本論で仮定した条件 (圧縮強度の変動係数 $V_{f_c} = 20\%$ 、相関強度係数 $a=b=2m$) での I_{cr} - P_{cr} 関係は、示方書の関係 ³⁾ と大略合致した。この両者の関係における曲線は、材料特性値の変動係数、相関強度係数やL/H等によっても変化すると考えられる。さらなるシミュレーションを行うことにより、どのようなパラメータがこの関係に最も影響を与えるかも、明らかにすることが望まれる。

⑤均一解析によるひび割れ幅 w_{cr} 、ランダム解析により得られたひび割れ幅の平均値 \bar{w}_{cr}^* の両者を比較した。ランダム解析による算出結果の方が大きくなり、これは工学的に重要な知見を得たと言える。つまり、均一解析によるものでは危険側をとっていないため、設計上不十分と考えられる。

謝辞：本論文をまとめるにあたり、(株)トータル・インフォメーション・サービスの金刀督純氏には、本論の解析に関する、御指導、御協力頂きました。東急建設株式会社の石川雅美氏、清水建設株式会社の鈴木誠氏、鹿島の西藤厚氏、さらには、武蔵工業大学応用力学研究室の皆様にはそれぞれ貴重な御意見、御助言を頂きました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 土木学会：コンクリート技術シリーズNo.14, 最新のマスコンクリート技術, 1996.
- 2) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書, 1985.
- 3) 土木学会：コンクリート標準示方書, 施工編, pp.182-192, 1996.
- 4) 例えば, Bazant, Z.P. : Fracture and size effect in Concrete and

- Other Quasibrittle Materials, *CRC Press*, 1998.
- 5) 西藤厚, 吉川弘道, 金刀督純: 引張強度のばらつきと距離相関を考慮したコンクリートの破壊シミュレーション, *コンクリート工学年次論文報告集*, 第 17 巻第 2 号, pp.1329-1334, 1995.
 - 6) Erik, Vanmarcke. : Random Fields, Analysis and Synthesis, *The MIT Press, Cambridge, Massachusetts*, pp.185-186, 1983.
 - 7) 例えば, 矢川元基, 宮崎則幸共著: 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析, *サイエンス社*, pp.9-11, 1985.
 - 8) 日本コンクリート工学協会: マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書, pp.4-5, 1985.
 - 9) 材料非線形汎用コード Total-TEMP: 理論説明書, 1995.
 - 10) 土木学会: コンクリート技術シリーズ No.8, マスコンクリート技術の現状と動向, pp.2-4, 1994.
 - 11) 吉川弘道: 鉄筋コンクリートの解析と設計, 限界状態設計法の考え方と適用, 丸善, pp.19-20, 1995.
 - 12) 材料非線形汎用コード Total-NATM: 理論説明書, 1995.
 - 13) 例えば, 音部広樹, 森本博昭, 小柳洽: 離散型ひび割れモデルを用いた温度ひび割れ解析手法に関する研究, *土木学会第 52 回年次学術講演会講演概要集第 5 部*, V-141, pp.282-283, 1997.
 - 14) 例えば, 日本コンクリート工学協会: マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書, p68, 1992.
 - 15) Planas, J. and Elices, M. : Nonlinear Fracture of Cohesive Materials, *International Journal of Fracture* 51, pp.139-157, 1991.
 - 16) 材料非線形汎用コード Total-RC: 理論説明書, 1995.
 - 17) 伊藤学, 亀田弘行, 黒田勝彦, 藤野陽三共訳: 土木・建築のための確率・統計の応用, 丸善, 1998.
 - 18) 星谷勝, 石井清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, 1993.
 - 19) 西藤厚: 材料非均質性を考慮したコンクリートの破壊シミュレーション, 平成 7 年度武蔵工業大学修士論文, pp.35-39, 1996.
 - 20) Zhu, W.Q., Ren, Y.J. and Wu, W.Q.: Stochastic FEM Based on Local Averages of Random Vector Fields, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.118, No3, March.1992.
 - 21) 小川保, 竹内友章, 本多真, 鈴木誠: AIC による地盤物性値の空間分布に関する確率モデル選定, 第 27 回土質工学研究発表会, C-7, pp.133-134, 1992.
 - 22) 例えば, 鈴木誠: 空間的に分布する地盤物性値の統計量推定, *JCOSSAR 論文集*, B-46, pp.707-710, 1991.
 - 23) 星谷勝, 石井清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, p82, 1993.
 - 24) 例えば, 菅野文友: 信頼性工学, コロナ社, pp.136-137, 1979.
 - 25) 土木学会: コンクリート技術シリーズ No.8, マスコンクリート技術の現状と動向, p66, 1994.
 - 26) 例えば, 塩見弘: 故障物理入門, 日科技連, pp.87-91, 1985.

(1998.4.1 受付)

THERMAL STRESS ANALYSIS IN THE STOCHASTIC FIELD AND IDENTIFICATION OF CRACKING PROBABILITY FOR MASSIVE CONCRETE STRUCTURE

Yae AIDA and Hiromichi YOSHIKAWA

The problem of thermal cracks in the mass concrete caused by the heat of the cement hydration has frequently been discussed. In the present paper, heat transfer, thermal stress and thermal cracking are simulated by the 2-D finite element method. By introducing the smeared crack model and the stochastic field for the mechanical properties of concrete, the more realistic behavior of thermal tensile cracks is reproduced in the proposed analysis.

Moreover, by means of FEM-Based Monte-Carlo Simulation, the relationships between the thermal crack index and probability of occurrence of cracks and crack opening width are identified.