

# ウェレット変換による雑音除去 に関する基礎的研究

宮脇幸治郎<sup>1</sup>・土岐憲三<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 大阪府立工業高等専門学校教授 建設工学科 (〒572-8572 寝屋川市幸町 26-12)

<sup>2</sup>フェロー会員 工博 京都大学教授 大学院工学研究科 (〒606-8317 京都市左京区吉田本町)

本研究は、信号にインパルス性雑音とガウス性雑音が重畳して混入する場合、その雑音除去をウェレット変換により処理しようとしたものである。インパルス性雑音に関しては、その雑音除去の原理は、ウェレット変換における有限インパルス応答の逆処理に相当するものである。逆有限インパルス応答を施す時刻の推定には、ウェレット偶数(奇数)係数処理により行っている。一方、ガウス性雑音の除去は、ウェレットフーリエスペクトルに対するローパスフィルター処理により行う。

本方法における有効性は、数値シミュレーションにより検討し、インパルス性雑音に関して有効なことを確認した。また、雑音を含む地震記録に対して本方法を応用し、比較的良好な結果を得た。

*Key Words: digital filter, wavelet transform, impulsive noise, Gaussian noise, noise reduction, seismographic wave*

## 1. まえがき

一般に地震波の観測記録などには、種々の雑音が混入する可能性を持っている。たとえば、観測機器は、地中に設置されている場合が多く、記録を録るセンサーは、ケーブルを介して出力する機器に接続されている。このような状況で地震動がかなり激しく揺れる場合、その記録中にケーブルがセンサーを引っ張るなどによりインパルスの雑音が入り込んだりする。また、地表面上を伝播する電磁的な雑音により、ガウス性雑音が入り込んだりする。一方、地震波のような信号波形は、実験の場合と異なり、その再試行はできなく、しかし工学的には貴重な信号である。したがって、信号における雑音除去は、現象の再現という工学的意味を持っている。

従来、簡単な雑音除去に関する方法には、ガウス性雑音に対して移動平均による平滑化処理があり、インパルス性雑音に対してメジアンフィルタによる処理がある。これらの方法は、時間軸の窓内でのデータ処理が行われ、窓の幅によりその処理特性が大きく変化する。このための雑音除去の特性を改善するために、数多くの研究が行われている。たとえば、原島・荒木・藤井<sup>1)</sup>は、各種非線形デジタルフィルタへのアプ

ローチを詳述し、メジアンフィルタを一般化した順序統計フィルタの手法等の処理例を示している。順序統計フィルタの手法には、Lee・Fam<sup>2)</sup>などの研究もある。原島・小田島・鹿喰・宮川<sup>3)</sup>や Bendner・Watt<sup>4)</sup>は、画像等におけるエッジのような信号を保存しながらガウス性雑音を除去するための  $\epsilon$ -フィルタについて示している。鄭・相澤・斉藤・羽鳥<sup>5)</sup>は、非線形適応フィルタや順序統計フィルタとは異なる立場から、ウェレット変換のゼロ交差表現に基づく雑音除去を行っている。すなわち、その方法は、元となる信号をウェレット変換でのゼロ交差表現し、ゼロ交差間に含まれる雑音除去を行った後のゼロ交差表現を再構築することにより元の信号に含まれるインパルス性雑音を除去している。

本研究は、インパルス性雑音とガウス性雑音が重畳する信号から雑音除去する鄭・相澤・斉藤・羽鳥と異なるウェレット変換による手法を提案する。

すなわち、本雑音除去の方法は、ウェレット変換による2種類のフィルタによる2段階の処理である。インパルス性雑音については、その雑音除去は、ウェレット変換による逆有限インパルス応答(IFIR)フィルタに相当する操作により行われる。ウェレット変換のデータ圧縮記述の応用による鄭らの方法と異

なり、本方法は直接的な方法である。その際のインパルスの発生時刻の推定は、ウェレット係数における偶あるいは奇数部に相当する係数のゼロ交差特性によって行う。次に、ガウス性雑音においては、その処理は、ウェレットフーリエスペクトル (WFS) に滑らかなローパスフィルタを乗じて行われる。これらの演算は、分解係数ごとによる効果的な雑音除去となっている。

本手法の特徴は、比較的簡単なアルゴリズムによる雑音処理の方法であり、その有効性は、簡単な数値計算を行い調べている。

## 2. 雑音除去の原理

### (1) インパルス性雑音に対する場合

インパルス性雑音を含んだ信号は、次式のように表現できるものと仮定する。

$$\bar{x}(t) = g(t) + n(t) = g(t) + \sum_k \delta(t - a_k) \quad (1)$$

ここに、 $\delta(t - a_n)$  は、デルタ関数であり、これをウェレット関数で展開表示し、そのウェレット係数は、次式のようになる。

$$\begin{aligned} D_{jm} &= \langle \delta(t - a_n), \psi_{jm}(t) \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - a_n) \psi_{jm}(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\xi) \psi_{jm}(\xi + a_n) d\xi \\ &= \psi_{jm}(a_n) \end{aligned} \quad (2)$$

一方、式(1)のような雑音を含んだ信号は、ウェレット展開表示する<sup>9)</sup>と、

$$\bar{x}(t) = \sum_j \sum_m \bar{D}_{jm} \psi_{jm}(t) \quad (3)$$

となる。ここで、式(1)より雑音除去するためには、式(2)および(3)より、

$$\begin{aligned} g(t) &= \bar{x} - n(t) \\ &= \sum_j \sum_m \left( \bar{D}_{jm} - \sum_k \psi_{jm}(a_k) \right) \psi_{jm}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

のように変形し、インパルスの生じる時刻  $a_k$  をウェレット変換 (WTF) により探索し、除去する。式(4)の評価は、デジタルフィルタの一種である逆 FIR フィルタによりインパルス成分のみ除去しているこ

とになる。なお、式(4)の表現は、ウェレット関数によって影響するが、本研究においては、文献(6)で定義された関数を用いている。

ここで、ウェレット変換による特徴は、時間軸、振動数軸に相当する空間において局所的なフィルタの窓をデータ上で掃引していることにある。そこでインパルス性雑音を探索するためには、ウェレット変換における分解係数が小さい部分、すなわち、高振動数域のフィルタの窓の特性が、大きく影響する。本研究では、ウェレット変換を変形し、振動数軸に相当する窓のフィルタの中心振動数を高い部分にシフトする。このように変形すれば時間軸に相当する窓は、拡大させ、インパルス性雑音を識別し易くなる。

このために、式(3)の展開表示の右辺における分解係数  $j$  に関する成分は、次式のように変形する。

$$\begin{aligned} \bar{x}_j(t) &= \sum_m \bar{D}_{jm} \psi_{jm}(t) \\ &= \frac{1}{N_j} \sum_m \sum_k \bar{D}_{jm} \hat{\psi}_{jk} e^{i2\pi km/N_j} \\ &= \frac{1}{N_j} \sum_k \left( \sum_m \bar{D}_{jm} e^{i2\pi km/N_j} \right) \hat{\psi}_{jk} \\ &= \frac{1}{N_j} \sum_k \hat{D}_{jk} \hat{\psi}_{jk} \end{aligned} \quad (5)$$

上式中、 $\hat{\cdot}$  の記号は、フーリエ変換された量を意味し、 $*$  の記号は、共役複素数を意味している。 $N_j$  は、各分解係数  $j$  に対応するデータ数である。式(5)は、振動数に相当するパラメータ  $k$  を  $2k$  に変数変換すれば、振動数が2倍にあがり、時間とその成分に相当する値が、 $1/2$  で評価できる。

具体的には、インパルス性雑音の発生する時刻は、以下の手順にしたがって推定する。まず、式(3)のウェレット係数 (WC) は、ウェレット変換により求められ、その奇数部と偶数部とに分けると

$$\begin{aligned} \bar{D}_{jm} &= \langle \bar{x}(u), \psi_{jm}(u) \rangle \\ &= \langle \bar{x}(u), \psi_{j2m+i}(u) \rangle + \langle \bar{x}(u), \psi_{j2m}(u) \rangle \\ &= \bar{D}_{jm}^{[o]} + \bar{D}_{jm}^{[e]} \end{aligned} \quad (6)$$

と表現できる。ここに、 $\bar{D}_{jm}^{[o]}$  と  $\bar{D}_{jm}^{[e]}$  は、それぞれウェレット奇数係数 (WOC)、ウェレット偶数係数 (WEC) と呼ぶことにし、分解係数ごとにその特性が求められる。デルタ関数に対するこれらの特性は、デルタ関数の値を持つ時刻近傍において急勾配でゼロ交差する。信号データにおけるインパルスは、デルタ関

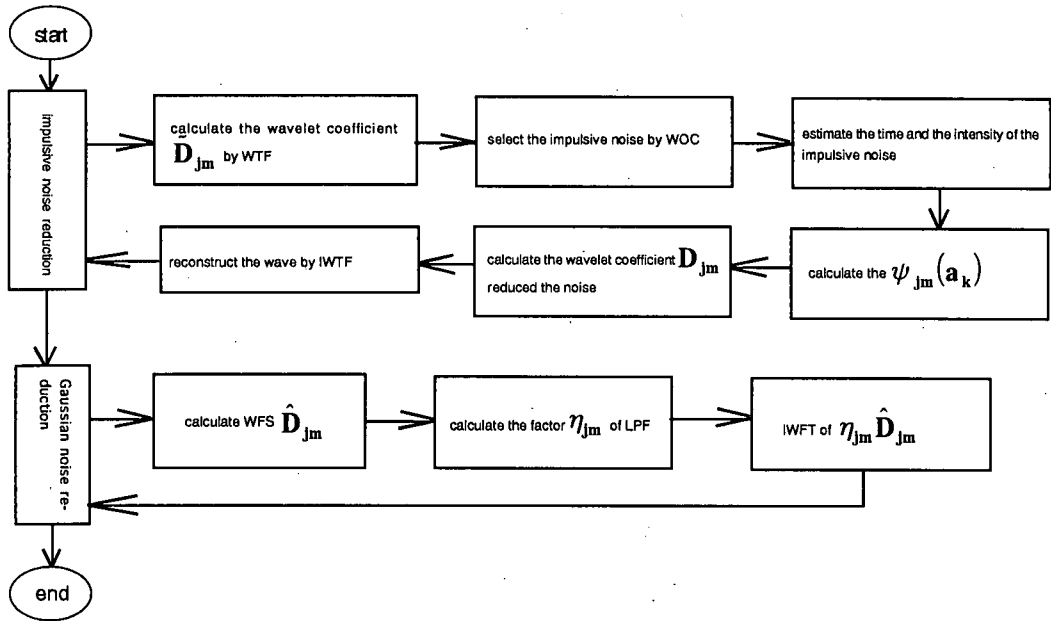


Fig.1 Flowchart of the presented method

数として近似できるものを対象にしているので、2次までの分解係数においてこのような特性をもつものを扱うことにする。

次に、インパルスの強度は、推定されたゼロ交差近傍のデータに対して線形トレンド処理を行い、その強度を推定する。すなわち、ゼロ交差近傍での窓内の信号値を並べ換えて、その最大値（あるいは最小値）がインパルスの強度と評価する。

## (2) ガウス性雑音に対する場合

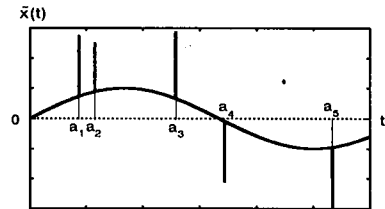
ガウス性雑音は、元になる信号に比較して雑音のレベルがあまり大きくないと仮定する。雑音を含んだ信号は、インパルス性雑音の場合と同様の式(3)のようなウェレット展開でき、そのウェレット係数は、次式のように定義されている。

$$\tilde{D}_{jm} = \langle \tilde{x}(u), \psi_{jm}(u) \rangle \quad (7)$$

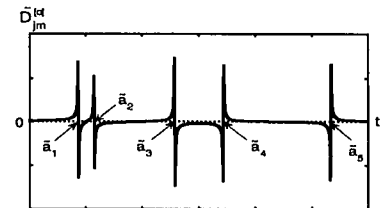
ここで式(7)を、フーリエ変換すると、ウェレットフーリエスペクトル (WFS) は、

$$\begin{aligned} \hat{D}_{jk} &= \langle \tilde{D}_{jm}, e^{-i2\pi km} \rangle \\ &= \frac{1}{N_j} \sum_{m=0}^{N_j-1} \tilde{D}_{jm} e^{-i(2\pi km/N_j)} \end{aligned} \quad (8)$$

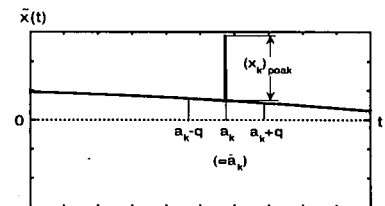
と表示できる。式(7)よりガウス性雑音除去するためには、式(8)に、次のローパスフィルター (LPF) を



(a)



(b)



(c)

Fig.2 Characteristics of the wavelet coefficients for impulsive noise components

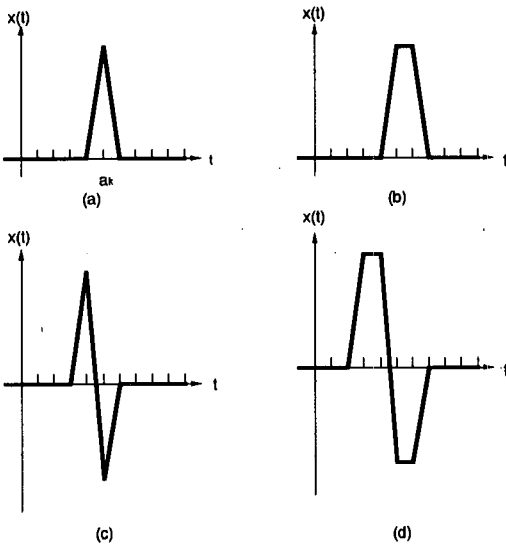


Fig.3 Objective impulsive waves

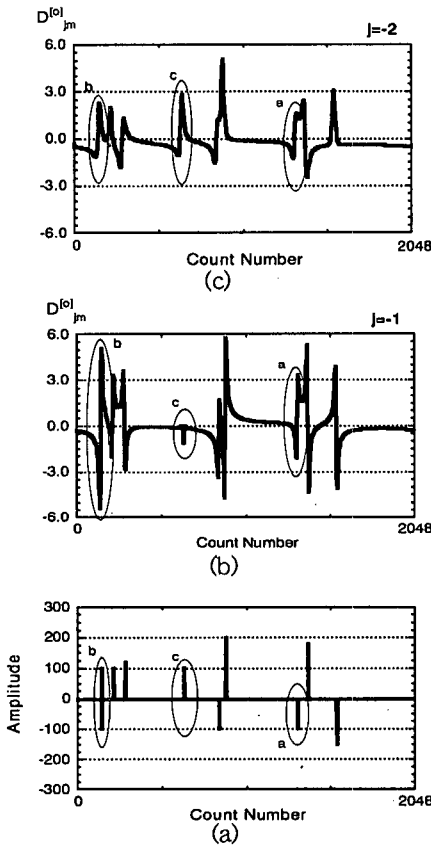


Fig.4 Wavelet odd coefficients on  $j=-1$  and  $-2$  for impulsive noise components

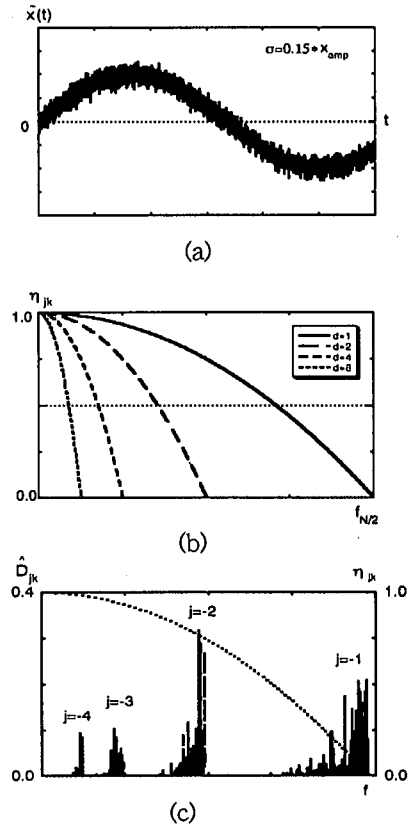


Fig.5 Properties of wavelet Fourier spectra and lowpass filters for the Gaussian noise

乗じ高振動数域の成分を除去する。

$$\eta_{jk} = 1 - \left( \frac{d}{N_n} k \right)^2 \quad (k = 1, 2, \dots, N_j / 2) \quad (9)$$

ここに、 $N_n$  は、信号データ数の半分である。  $d$  は、平均的に平滑化するデータの数に相当する。この場合の時刻歴波形の再構築は、修正された式(8)を逆フーリエ変換し、さらに逆ウェレット変換を行う逆ウェレットフーリエ変換 (IWFT) の演算を行うことにより可能である。

### (3) 数値処理のためのフロー

本ウェレット変換による2種類の雑音除去のための全体のフローチャートは、Fig.1に示すようになる。すなわち、最初にインパルス性雑音を除去した後、ガウス性雑音の除去を行う。

このうちインパルス性雑音除去の処理過程の一部を模式的に示したのが、Fig.2である。図中(a)は、

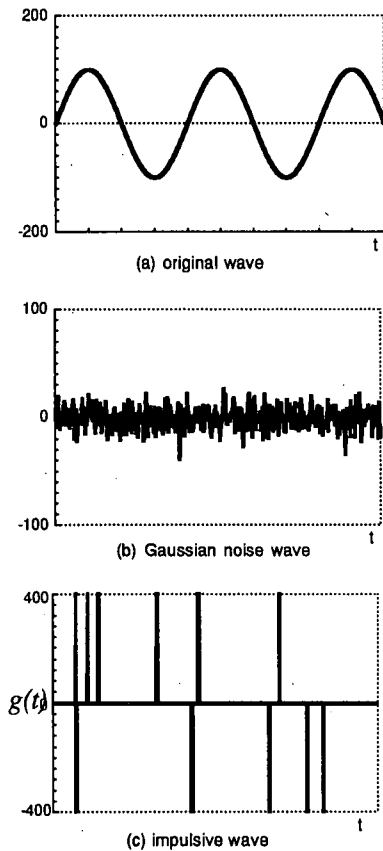


Fig.6 Examples of the sample waves

正弦波にインパルス性雑音時刻  $a_1, a_2, \dots, a_5$  に付加されている例である。この信号波形をウェブレット変換し、奇数部分のウェブレット係数の表示をしたのが、(b) 図である。この図からわかるようにインパルスの付加された時刻に相当する  $a_1, a_2, \dots, a_5$  の近傍にゼロ交差の時刻  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_5$  が現れ、そのゼロ交差するときの勾配は、非常に大きく特徴的である。次に、対象とするインパルスの強度とその時刻の特定は、(c) 図に示しているようにある  $k$  番目の  $a_k (= \bar{a}_k)$  の近傍  $[a_k - q, a_k + q]$  区間においてそのトレンドを考慮して、その最大値(最小値)の発生時刻と強度を推定する。

ところで、離散的な信号データにおけるデルタ関数とみなせるインパルスは、Fig.3における(a)図のような波形である。しかし、データ処理しようとするインパルス性の波形は、Fig.3の(b)から(d)のような波形も処理する必要がある。このような波形を含むインパルスに対するウェブレット係数処理例は、Fig.4のようになる。ここで示している図は、

分解係数  $j=1$  においてその発生時刻が確認し難い図中の楕円で囲んだ  $c$  も、分解係数  $j=2$  において上述したゼロ交差の特徴を示している。このように Fig.3 に示したようなインパルスに対してもその発生時刻の推定は、分解係数  $j=2$  までの特性から大体推定可能である。したがって、本研究では、分解係数  $j=2$  までのウェブレット係数の特徴からインパルスの発生時刻を推定することにしている。また、Fig.3 に示しているような任意の時刻近傍でのインパルス性雑音を除去するためには、一つの最大値あるいは最小値だけの除去では不十分となる。本研究においては、 $k$  番目の  $\bar{a}_k$  の領域  $[a_k - q, a_k + q]$  の  $2q+1$  個のデータに対して、その上位3個と下位3個のデータが対象インパルス性雑音成分として処理する。

次にガウス性雑音除去の処理過程の一部を模式的に示したのが、Fig.5である。図中(a)は、元正弦波に15%の変動をもったガウス性雑音が付加された例である。(c)図は、(a)図の信号データのウェブレットフーリエスペクトルを分解係数  $j=1 \sim j=4$  について表示したもので、分解係数ごとに局所化された振動数成分の特性を示している。一方、(b)図は、ウェブレットフーリエスペクトルに乗じるローパスフィルタであり、パラメータ  $d$  によるその特性の違いを示している。(b)図のフィルタを(c)図のスペクトルに乗じて高振動数域の処理によりガウス性雑音が、除去される。

### 3. 数値シミュレーションによる検討

#### (1) 設定雑音モデル

本研究では、ウェブレット変換による雑音除去の有効性を確認するために、Fig.6に示すような正弦波の信号にガウス性雑音(Gnと略記する)とインパルス性雑音(Inと略記する)の波形を付加させたものを用いた。雑音除去効果は、元波形信号と雑音付加信号のパワーのSN比での評価法もあるが、本方法による雑音除去効果は、次式に示すような無雑音波形  $g(t)$  との差のRMSの比  $e/e_0$  で評価した。

$$e_0 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x}(t_i) - g(t_i))^2}$$

$$e = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(t_i) - g(t_i))^2} \quad (10)$$

ここに、 $\bar{x}(t_i)$ : 雑音波形、

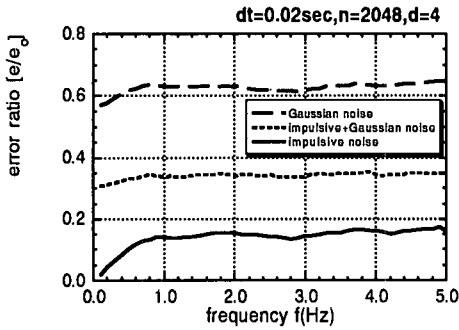


Fig.7 Effects for the frequencies

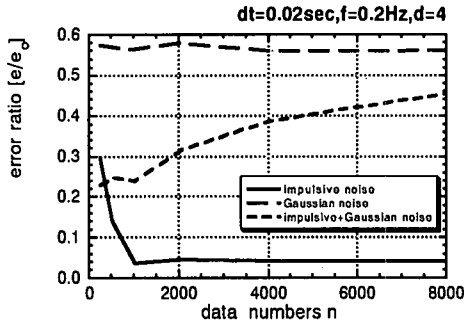


Fig.8 Effects for data numbers

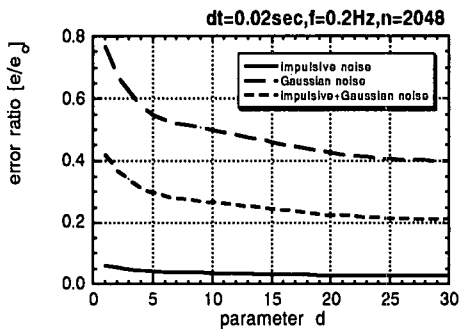


Fig.9 Effects for the parameter  $d$

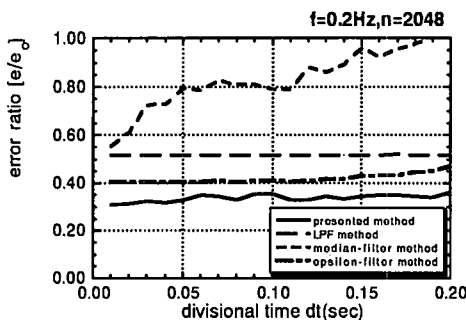


Fig.10 Effects for the divisional time

$x(t_i)$ : 雑音除去処理後の波形

インパルス性雑音の元波形  $g(t)$  への混入割合は、1%に設定し、ガウス性雑音のレベルは、元波形  $g(t)$  の最大値の20%の標準偏差を有するものを標準にして、時間刻み、元波形の振動数、データ数、およびローパスフィルターのパラメータ  $d$  についてその影響を調べた。なお、地震記録に対する適用を考えたので時間刻み、振動数等は、無地元化しない表現を行った。

次に、雑音を含んだ地震記録例として、兵庫県南部地震(1995.1.17)でのポートアイランドの記録(-16m, UD成分)を採用し、数値処理を行った。

## (2) 計算結果

Fig.7は、元波形の振動数による雑音除去の効果を示している。図より、時間刻み0.02秒、データ数2048、パラメータ  $d=4$  の場合、雑音の付加条件によらず約0.8Hz以上の振動数でほぼ一定の雑音除去効果があり、約0.8Hz以下の振動数では雑音除去効果は大きくなっている。この離散データの場合、Nyquist振動数  $f_{N/2}=25\text{Hz}$  であるのでその比0.032の振動数以下において除去効果が大きいことを示している。

次に付加雑音の違いは、Inで  $e/e_0=0.15$ 、Gnで  $e/e_0=0.65$  およびIn+Gnで  $e/e_0=0.35$  である。すなわち、インパルス性雑音の除去効果が大きい傾向を示している。

Fig.8は、対象とするデータ数による影響を示している。なお、本データ処理方法は、FFT処理を含んでいるのでデータ数は2のべき乗に対して検討している。雑音の種類が、InとGnでは、データ数の雑音除去の効果がかなり異なっているのがわかる。データ数1024までは、Inは、雑音除去の効果が  $e/e_0=0.30$  から  $e/e_0=0.04$  に急激に変化し、データ数1024を越えたとほぼ一定となる。本方法における個々のインパルス時刻の推定には、Gnの混入程度も考慮し、数値シミュレーションの結果より最低データ数を32個に設定している。インパルスの混入率が1%程度の場合、インパルスの不規則な発生した時刻を明瞭に確定するためには約1000個以上のデータ数が、望ましいことを意味している。一方、Gnは、データ数によらず  $e/e_0=0.56$  とほぼ一定である。

Fig.9は、高振動数域のガウス性雑音を除去するパラメータ  $d$  の影響を示している。まず、付加雑音の違いによる雑音除去効果で、Inの  $e/e_0$  は、パラメータ  $d$  に対してほぼ一定である。一方、GnやIn+Gnの  $e/e_0$  は、パラメータ  $d$  により大きく変化する。  $e/e_0$

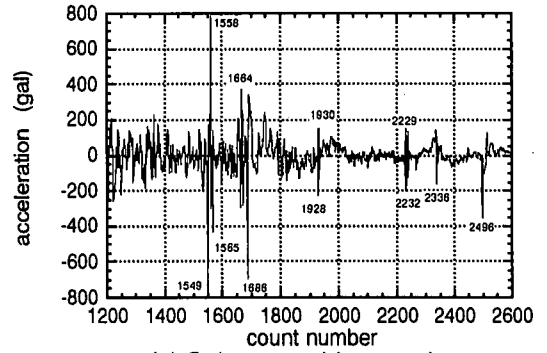
は、パラメータ  $d$  に対して下に凸のカーブを描いているが、 $d=5$  近傍でその勾配を大きく変化させている。

ここで、元波形の振動数域に対して大きな影響を及ぼさないためには、 $d$  は小さい方がよい。たとえば、 $d=4$  とすると、 $f_{N/2}/4=6.25\text{Hz}$  以上の振動数成分が除去され、これ以下の振動数域が滑らかなローパスフィルターの対象となっていることになる。すなわち、元波形の振動数が  $5\text{Hz}$  以下の場合、ガウス性雑音除去のためのパラメータ  $d$  に、4 程度を採用すれば雑音除去の効果が大きい。

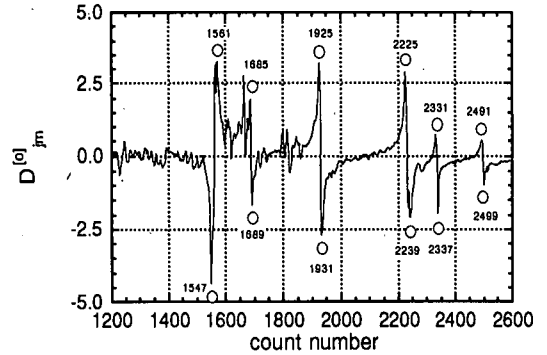
Fig.10 は、雑音除去に対する他の手法との比較を時間刻み  $dt$  に対して示している。雑音は、 $In+Gn$  を対象にし、比較する他の手法は、 $\epsilon$ -分離非線形デジタルフィルタ法 ( $\epsilon=20$ ,  $2N_k+1=11$ )、メジアンフィルタ法、フーリエ変換による LPF 法 ( $d=4$ ) を取り上げた。メジアンフィルタ法は、時間刻みが大きくなるにしたがって  $e/e_0=0.55\sim 1.00$  の値を示し、誤差が大きくなっている。LPF 法による方法は、時間刻み  $0.2$  秒まではほぼ一定の  $e/e_0=0.52$  を示し、 $\epsilon$ -分離非線形デジタルフィルタ法は、時間刻み  $0.12$  秒までは  $e/e_0=0.40$  であり、時間刻み  $0.12$  秒を越えると徐々に  $e/e_0$  が増加している。ウェレット変換による本手法 ( $d=4$ ) は、時間刻み  $0.2$  秒まで  $e/e_0=0.30\sim 0.35$  となっている。これらの数値計算例により、雑音除去の方法として、本アルゴリズムが有効な手法のひとつであるといえる。特に、インパルス性雑音を除去するのに有効なメジアンフィルタ法は、ガウス性雑音を含む場合の雑音除去には不向きであるが、本方法は有効である。

Fig.7~9 の数値シミュレーションによる結果から、本雑音除去の方法は、インパルス性雑音除去に大きな効果を示している。そこで、次に実地震記録の信号データにおいて、インパルス性雑音が含まれると思われる信号の波形処理を行ってみる。

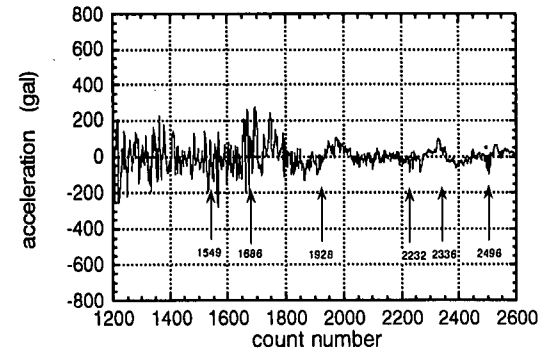
Fig.11 は、インパルス性雑音が入混している部分の雑音除去の処理結果を示している。図中 (a) は、記録波形中に大きく 6 カ所にインパルス性雑音が入混している様子を示している。この波形データに対してウェレット変換し、 $j=-1$  でのウェレット奇数係数処理の結果は、(b) 図のようになる。このようにインパルス発生時刻に対応する箇所にてウェレット係数の急変箇所が現れている様子が確認できる。処理後の波形は、(c) 図のようになり、雑音の除去されている様子がわかる。なお、(d) 図は、カウント数  $1540\sim 1580$  の部分を取り出して元の波形と処理後の波形を示したものである。(a) 図から (c) 図への処理により、その最大値  $789.59\text{gal}$  が  $281.14\text{gal}$  に補正されたことになる。このような地震波中のインパルス性雑音の有無による影響は、振動数成分での高振動数域に現れ、元



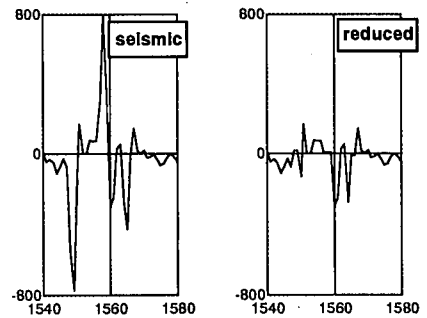
(a) Seismographic record



(b) Wavelet odd coefficient



(c) Seismographic wave on the reduced noise



(d) Seismographic wave and the reduced wave

Fig.11 A treatment for the seismographic waves

の地震波の補正が行われたことになる。

なお、地震波記録にインパルス性雑音が混入していない場合との差を検討するため、Northridge地震での地震波記録 (Tarzana, EW成分) に対する処理と比較した。その結果 Fig.11 の (b) 図のようなウェレット係数の特性は現れず、本方法が地震波記録中のインパルス性雑音除去の方法として有効であると考えられる。

#### 4. あとがき

本研究は、インパルス性雑音とガウス性雑音が重畳する信号から雑音除去するためウェレット変換による手法を提案した。

インパルス性雑音でのアルゴリズムは、その雑音が発生している時刻の推定をウェレット係数における偶あるいは奇数部に相当する係数のゼロ交差特性によって行い、逆有限インパルス応答フィルタを操作して雑音除去を行なった。一方、ガウス性雑音の処理は、ウェレットフーリエスペクトルに滑らかなローパスフィルタを乗じて行なった。

本手法の有効性を数値計算によって検討し、以下のような特性が得られた。

- (1) 元波形の振動数と Nyquist 振動数と比が 0.032 より低い振動数域に元波形がある場合、雑音除去の効果が大きい。
- (2) インパルス性雑音を含むデータ数は、インパルスの混入率が 1 % 程度なら約 1000 個以上に対して効果が大きい。
- (3) ガウス性雑音除去のためのパラメータ  $d$  は、元

波形の振動数を考慮して採用すれば雑音除去の効果が大きい。

- (4) インパルス性雑音が混入した地震波記録においても本手法は有効である。

謝辞：最後に本研究に際して、貴重な助言をいただいた大阪府立工業高等専門学校システム制御工学科片山登揚助教授と数値計算を行っていただいた大阪府立工業高等専門学校卒業生八木勇司君に深く謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 原島博, 荒川薫, 藤井竜也: 非線形デジタルフィルタと信号処理, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J71-A, No.2, pp.143-154, 1988.
- 2) Lee, Y.H., and Fam, A.T.: An Edge Gradient Enhancing Adaptive Order Statistic Filter, *IEEE* Vol. ASSP-35, No.5, pp.680-695, 1987.
- 3) 原島博, 小田島薫, 鹿喰善明, 宮川洋;  $\epsilon$ -分離非線形デジタルフィルタとその応用, 電子通信学会論文誌, Vol.J65-A, No.4, pp.297-304, 1982.
- 4) Bendnar, J.B. and Watt, T.L.: Alpha-Trimmed Means and Their Relationship to Median Filters, *IEEE*, Vol. ASSP-32, No.1, pp.145-153, 1984.
- 5) 鄭且根, 相澤清晴, 斉藤隆弘, 羽鳥光俊: ウエレット変換のゼロ交差表現に基づく非線形雑音除去, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J77-A, No.11, pp.1543-1554, 1994.
- 6) 宮脇幸治郎, 土岐憲三: ウエレット解析による地震波特性に関する一考察, 土木学会論文集, No.525/I-33, pp.261-274, 1995.

(1998.7.31 受付)

## BASIC STUDIES ON THE NOISE REDUCTION BY THE WAVELET TRANSFORM

Kojiro MIYAWAKI and Kenzo TOKI

This paper deals with the noise reduction by the wavelet transform when the signal contain the noise of the impulsive and Gaussian components. In the case of the impulsive noise component, the algorithm of the noise reduction is the inverse finite impulsive response (IFIR). The estimate time of the IFIR is treated by the wavelet odd (or even) coefficients. On the other hand, the reduction of Gaussian noise component is carried out the treatment of low pass filter for the wavelet Fourier spectra. The effects of this method are investigated by the numerical calculation and are confirmed for the impulsive noise component. In addition, we apply the method for the seismic wave involved the impulsive noise and obtain the good results.