

# 選択肢集合の確率的形成を考慮した 集計型目的地選択モデルの研究

吉田 朗<sup>1</sup>・原田 昇<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 東北芸術工科大学助教授 デザイン工学部 (〒990-9530山形市上桜田200)

<sup>2</sup>正会員 工博 東京大学大学院教授 環境学専攻 (〒113-8656 文京区本郷7-3-1)

本研究では、都市圏規模のトリップ分布量を予測するために、選択肢集合の確率的形成を考慮した2つの目的地選択モデルを提案する。まず、目的地の効用がある閾値を超えたときのみ、選択肢に選別されると仮定し、選別確率モデルを定式化した。そのうえで、第一のモデルは、目的地の効用関数が選別の閾値によって切断されることを仮定した選択モデルである。第二のモデルは、従来の選択肢サンプリングの考え方を発展させたものであり、選択肢の選別を自らの選択肢サンプリングとみなし、それを内生化する選択モデルである。実証分析を通じて、2つの提案モデルが統計的に有意であり、ゼロ・トリップを含む現況のOD表を十分に再現できることを示した。

**Key Words :** travel demand analysis, destination choice, trip distribution, choice set formation, truncated model, logit model

## 1. はじめに

従来、都市圏規模のOD表は、プレゼントパターン法やグラビティモデル、あるいは両者の合成によって予測されてきた。しかし、これらの方法では交通量分布をコントロールするための土地利用政策や幹線交通施設整備の影響を的確に表現することが困難である。プレゼントパターン法は安定的な土地利用を前提とした手法であり、大規模な都市開発や幹線交通施設整備を含むケースには適していない。また、グラビティモデルは説明変数が限定されるため、操作性は高いがトリップ分布を規定する土地利用や交通条件を十分に考慮することができない。

そこで、都市圏規模のトリップ分布を個人の目的地選択行動の結果と捉え、目的地の土地利用特性や交通サービスレベルを明示した離散選択モデルによって記述することが有効である。しかし、都市圏規模の目的地選択では選択肢が多く設定されるために、選択肢集合の合理的な決定方法や効率的なモデル推定方法などが課題となり、実際の適用事例は限られている<sup>1)</sup>。

本研究は、このような課題を解消するために、選択肢集合の決定を内包した集計型選択モデルを提案する。このモデルは、トリップ分布と土地利用特性や交通サービスレベルの関係を的確に捉え、結果的にOD表

の予測精度を高めることが可能と考えられる。以下、2.では離散選択モデルを目的地選択に適用する際の課題と対応策を述べ、3.では修正モデルとして「切断された効用関数(Truncated Utility Function)のモデル」と「選択肢の自己サンプリング(Self-Sampling Alternatives)のモデル」を定式化する。4.では実際のトリップデータによって提案モデルを推定し、その有意性を検証する。続く5.では観測値の再現力からモデルの有効性を評価する。最後に、6.では本研究の成果をまとめ、今後の研究課題に言及する。

## 2. 離散選択モデルの適用上の課題

### (1) 基本モデル

本研究では多項ロジットモデルを基本とする。すなわち、個人  $t$  からみた目的地  $j$  の効用  $U_{ij}$  を式(1)とし、その選択確率  $P_i(j)$  を式(2)によって記述する。

$$U_{ij} = V_{ij} + u_{ij} = \theta x_{ij} + u_{ij} \quad (1)$$

$$P_i(j) = \exp(\theta x_{ij}) / \sum_{k \in C_i} \exp(\theta x_{ik}) \quad (2)$$

ここに、 $x_{ij}$  : 目的地の効用を構成する説明変数ベクトル、 $\theta$  : 未知パラメータベクトル、 $u_{ij}$  : IID.ガンベル分布にしたがう誤差項、 $C_i$  : 個人  $t$  の出向可能な目的地の集合である。

## (2) 目的地のゾーニングと効用関数の整合

個人にとって、目的地の選択肢は明らかに特定施設であるが、分析を単純化する上でゾーニングが必要となる。しかも、そのゾーンは個人が意識する目的地とは異なり、むしろ属性データの利用可能性によって設定されることが多い。そこで、任意のゾーニングに対して、選択確率の加法性が成り立つように効用関数を定めることが必要である。

Ben-Akivaらは、一般に目的地選択肢ゾーン $j$ が選択肢要素(Elemental Alternative)の集合 $L$ であると考え、選択肢要素 $l$ を下位とするNested Logitモデルの考え方で、つぎの効用関数を提案している<sup>1)</sup>。すなわち、

$$P_i(j) = \sum_{l \in L} P_l(i) \quad (3)$$

を満たすために効用関数を式(4)とする。

$$V_{ij} = \bar{V}_{ij} + \frac{1}{\mu} \ln M_j + \frac{1}{\mu} \ln \frac{1}{M_j} \sum_{l \in L} \exp \{ \mu (V_{il} - \bar{V}_{ij}) \} \quad (4)$$

ここで $\mu$ はガンベル分布の分散スケールパラメータである。右辺第1項 $\bar{V}_{ij}$ はゾーン $j$ の平均効用、第2項はゾーン $j$ の規模変数、第3項はゾーン $j$ の効用の不均質性を表わしている。また、目的地 $j$ の規模変数が複数の場合( $S_{1j}, \dots, S_{mj}, \dots$ )には、 $M_j$ をつぎのような線形結合とし、規模効果 $\alpha_m$ を推定しなければならない。

$$M_j = \sum_m \alpha_m S_{mj}$$

しかし、この効用関数はパラメータに関して非線形であるため、条件付きロジットモデルの推定パッケージを利用できない。そこで、つぎのような効用関数が有効である<sup>2)</sup>。

$$V_{ij} = \ln S_j^* + \sum_m \theta_m \ln \frac{S_{mj}}{S_j^*} + \sum_n \theta_n x_{nij} \quad (5)$$

これは、目的地選択肢のサイズを規定する基準変数 $S_j^*$ (例えば面積、人口など)を一つ定め、他の規模変数 $S_{mj}$ を密度に規準化する方法である。式(5)の第2項は単位選択肢の規模による効用、第3項はゾーン内の共通属性 $x_{nij}$ による効用を表わし、両者によって単位選択肢の平均効用を表わす。この関数がゾーンの分割や統合に対して適切な特性を持つことも報告されている<sup>3)</sup>。

## (3) 選択肢集合の決定方法

離散選択モデルを適用する場合、分析者は個人の目的地選択肢の集合を客観的に決定する必要がある(以下、これを選択肢の選別という)。最も単純な方法は、個人の選択肢集合の情報を直接得ること、または個人の選択結果をゾーン単位で集計し、ゾーン内で共通な選択肢集合を確定することである。しかし、これらの方法では、土地利用や交通条件の変化にともなう、選択肢集合の変化を記述することができない。そこで、Ben-Akivaらは

つぎの方法をあげている<sup>4)</sup>。

- A1) 選択肢集合の生成過程を明示的に確率モデルで表現する。
- A2) 目的地の選別を離散選択モデルの効用関数に内包する。

A1)の一般形はManskiによる選別・選択の同時決定モデルである<sup>5)</sup>。これを具体化したモデルとして、宮本らの研究<sup>6)</sup>、森川らの研究<sup>7)</sup>がある。特に森川は、Manskiモデルを極めて効率的に推定する方法を提案し、その実用性を飛躍的に高めたと言える。しかし、この方法でも選択肢の数がふえれば推定の限界があることは否めない。一方、A2)は目的地の選別を効用関数の変数として扱い、出向可能な全目的地を対象に選択モデルを推定する方法である。この事例として、買物目的地の選択モデルに目的地の利用可能性を考慮した森地らの研究<sup>8)</sup>があげられる。実際、都市圏の目的地選択のように選択肢の数が数百ゾーンに及ぶ場合は、A2)の方法が現実的と考えられる。

## (4) モデルの推定方法

目的地選択モデルの推定では、通常、選択肢(目的地)の数が多くなり、その分多くのサンプルが必要となるため、効率的な推定方法が課題となる。これに対してつぎの方法が考えられる。

- B1) 選択肢のサンプリングにより選択肢と推定サンプルを同時にしぼり込み、非集計サンプルで最尤推定を行う。
- B2) サンプルをODペア毎に集計し、最小二乗推定を行う。

上記B1)はBen-Akivaらにより具体的な方法が提案され、事例分析を通じてその有効性が示された<sup>1)</sup>。この方法は、国内でも森地らによって適用されている<sup>9)</sup>。B2)は集計モデルであり、ゾーン内の個人の同質性を仮定することが制約となるものの、B1)に比べ推定作業が容易である。特にこの方法は、パーソントリップ調査などによって、既に多くのサンプルが得られている場合に有効である<sup>10)</sup>。具体的な推定方法として、Berkson-Theilの最小カイ二乗法<sup>10)</sup>やNakanishi-Cooperの方法<sup>11)</sup>が知られている。ただし、これらの方法では、モデルの線形化のための対数変換によってゼロ・トリップのODが除外されることに配慮しなければならない。

上述の課題を考慮し、本研究では目的地の選別を内包した集計型の選択モデルを構築する。以下では、出発地毎の集計モデルを表現するため、個人の添字 $t$ を出発地の添字 $i$ に改める。また、式(5)の効用関数は、簡略化のため、 $\ln(S_{mj}/S_j^*)$ を $x_{ij}$ に含めてつぎのように表す。

$$U_{ij} = \ln S_j^* + \theta x_{ij} + u_{ij} \quad (6)$$

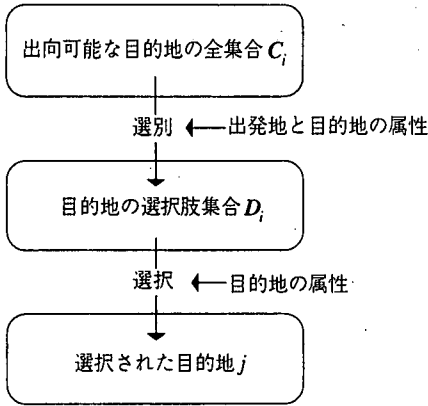


図-1 目的地の選択プロセス

### 3. トリップ分布モデルの定式化

#### (1) 目的地の選別モデル

本研究では、目的地が選択肢集合に選別される構造を定式化し、それを選択モデルに考慮する。これにより、選別されなかった目的地の存在、すなわち、ゼロ・トリップODのサンプルが考慮できる。まず、ゾーン*i*から出向可能な目的地全体の集合 $C_i$ から、目的地が一つ選択されるプロセスを図-1のように仮定する。

ここで、目的地選別のインジケータ（集合特性関数） $d_{ij}$ をトリップが観測されたか否かによりつぎのように定義する。ただし、 $T_{ij}$ は出発地*i*から目的地*j*へのトリップ数を表す。

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & ; T_{ij} > 0 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

これは、出発地*i*から利用実績がある目的地*j*を選択肢とする考えである。ゾーン*i*から出向可能な目的地全体の集合を $C_i$ とすれば、出発地*i*の選択肢集合 $D_i$ がつぎのように生成される。

$$D_i = \{j \in C_i ; d_{ij} = 1\}$$

ところで、個人がある（出向可能な）目的地を認知し、それを選択肢とするか否かについては、その目的地の効用が大きく影響すると考えられる。本研究では、出発地*i*にとって目的地*j*の効用 $U_{ij}$ が閾値 $H_{ij}$ を超えたときのみ、選択肢に選別されると仮定する。

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & ; U_{ij} \geq H_{ij} \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

この閾値は、効用と相対的關係にあるため、直接計測することはできないが、出発地と目的地の属性ベクトル $y_{ij}$ により異なることが予想される。これを次式のように表す。ただし、 $\beta$ ：未知パラメータベクトル（定数項を含む）、 $\eta_{ij}$ ：誤差項である。

$$H_{ij} = \beta y_{ij} + \eta_{ij} \quad (9)$$

ここで、閾値の誤差項 $\eta_{ij}$ は、効用の誤差項 $u_{ij}$ と同様にI.I.D.ガンベル分布にしたがうと仮定する。以上より、目的地*j*が選択肢に選別される確率は、つぎのようなロジスティックモデルで表わすことができる。ただし、標準的なガンベル分布（モード0、スケール1）の平均値はオイラー定数であるが、ここでは後の定式化を簡潔にするため、 $E(u_{ij}) = E(\eta_{ij}) = 0, \forall j$ を仮定する。

$$\begin{aligned} P(d_{ij} = 1) &= \Pr[U_{ij} > H_{ij}] \\ &= \Pr[\ln S_j^* + \theta x_{ij} - \beta y_{ij} > \eta_{ij} - u_{ij}] \\ &= [1 + \exp\{-\omega(\ln S_j^* + \theta x_{ij} - \beta y_{ij})\}]^{-1} \quad (10) \end{aligned}$$

式(10)では選択と選別の分散スケールの違いを考慮している。スケールパラメータ $\omega$ を導入して、選別の誤差項を $\varepsilon_{ij} = \omega(\eta_{ij} - u_{ij})$ と置き、 $\text{Var}(\varepsilon_{ij}) = \pi^2/3$ に基準化する。ロジットモデルがプロビットモデルの近似式であると解釈すれば、分散スケールパラメータ $\omega$ は次式のように閾値と効用の誤差項間の共分散のみならず、それぞれの誤差項の分散の違いも表している。

$$\frac{\pi^2}{3\omega^2} = E[(\eta_{ij} - u_{ij})^2] = \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 - 2\sigma_{u\eta}$$

ここに、 $\sigma_u^2 = \text{Var}(u_{ij})$ 、 $\sigma_\eta^2 = \text{Var}(\eta_{ij})$ 、 $\sigma_{u\eta} = \text{Cov}(u_{ij}, \eta_{ij})$ である。 $u_{ij}$ のスケールパラメータを1に基準化し、 $\eta_{ij}$ のスケールパラメータを $\omega_\eta$ で表すと $\eta_{ij} - u_{ij}$ の分散は次式である。

$$\frac{\pi^2}{3\omega^2} = \frac{\pi^2}{6} \left(1 + \frac{1}{\omega_\eta^2}\right) - 2\sigma_{u\eta} \quad (11)$$

なお、以下では簡単のため、式(10)の説明変数ベクトルとパラメータベクトルをつぎのように整理する。ここで、パラメータ $\beta_c$ は選別モデルの定数項を表す。

$$\begin{aligned} z_{ij} &= (\ln S_j^*, x_{ij1}, x_{ij2}, \dots, y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, 1)^T \\ \delta &= \omega(1, \theta_1, \theta_2, \dots, -\beta_1, -\beta_2, \dots, -\beta_c) \end{aligned}$$

また、ロジスティック分布を $\Lambda(\cdot)$ で表す。これより、式(10)の選別確率を $P(d_{ij} = 1) = \Lambda(\delta z_{ij})$ と表す。

#### (2) 切断された効用関数のモデル (TUF model)

##### a) モデルの定式化

式(10)の選別確率モデルにより、選別されなかった目的地（ゼロ・トリップのOD）の存在を考慮した目的地選択モデルの定式化が可能となる。本研究で提案する第一のモデルは、選別が離散変数、目的地の効用関数が連続変数であることに着目し、効用関数に一種のTobitモデル<sup>12)</sup>を適用するものである。具体的には、つぎのような「観測不能な確率的な閾値によって切断された効用関数(Truncated Utility Function)」のモデルである。

このモデルは選別基準による目的地の仕分けと、効用

最大化を規範とする目的地の選択が、効用と閾値の決定を通じて、同時に行われることを仮定している。そして式(14)の効用関数は、式(12)の選別基準の導入によって、ゼロ・トリップODを除いて推定可能となることを表している。

筆者らの知る限りでは、交通行動分析においてこのようなモデルの適用例は報告されていない<sup>13)</sup>。

### 選別基準

$$d_{ij} = \begin{cases} 1; & \delta z_{ij} \geq \varepsilon_{ij} \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

$$\delta z_{ij} = \omega (\ln S_j^* + \theta x_{ij} - \beta y_{ij}) \quad (13)$$

### 効用関数

$$U_{ij} = \ln S_j^* + \theta x_{ij} + u_{ij} \quad (14)$$

$$U_{ij} \text{ estimable only if } d_{ij} = 1$$

ここに、 $S_j^*$ ：目的地の基準規模変数、 $x_{ij}$ ：効用を構成する属性ベクトル、 $y_{ij}$ ：出発地の閾値を規定する属性ベクトル、 $\theta, \beta$ ：未知パラメータベクトルである。また、 $\varepsilon_{ij}$ はスケールパラメータ1のロジスティック分布にしたがう誤差項、 $u_{ij}$ はスケールパラメータ1のIID.ガンベル分布にしたがう誤差項である。

このモデルでは、式(12)によって目的地が選別された場合のみ効用 $U_{ij}$ が推定可能であるから、部分的なサンプルに関して誤差項 $u_{ij}$ の期待値は、 $E(u_{ij})=0, \forall j$ を満たすとは限らない。いま $\varepsilon_{ij}$ を所与とする $u_{ij}$ の分布をつぎの線形回帰式で仮定する<sup>14)</sup>。ただし $\zeta_{ij}$ は $u_{ij}$ と同様のIID.ガンベル分布にしたがう誤差項で、 $E(\zeta_{ij})=0, \forall j$ である。また、 $\sigma_u^2 = \text{Var}(u_{ij}), \sigma_\varepsilon^2 = \text{Var}(\varepsilon_{ij}), \forall j$ であり、すべての $j$ について $\rho_j = \text{corr}(u_{ij}, \varepsilon_{ij}) = \rho$ とする。

$$u_{ij} = \rho \frac{\sigma_u}{\sigma_\varepsilon} \{\varepsilon_{ij} - E(\varepsilon_{ij})\} + \zeta_{ij} \quad (15)$$

この関係を選別されたサンプルに適用すれば、次式が得られる<sup>14)</sup>。

$$u_{ij} = \rho \frac{\sigma_u}{\sigma_\varepsilon} \{E(\varepsilon_{ij} | \varepsilon_{ij} < \delta z_{ij}) - E(\varepsilon_{ij})\} + \zeta_{ij}, \text{ if } d_{ij} = 1 \quad (16)$$

式(16)より、 $u_{ij}$ が選別の誤差項 $\varepsilon_{ij}$ と相関する場合には選択肢間で $E(u_{ij}) = E(u_{ik}) = 0, j \neq k$ を満たさないことがわかる。つまり、 $E(u_{ij} | \varepsilon_{ij} < \delta z_{ij})$ を考慮しない限り、効用関数の推定パラメータはバイアスを持つ。

まず、選別基準 $\delta z_{ij}$ がロジスティック分布の場合について式(16)を具体化しよう。切断された誤差項の期待値 $E(\varepsilon_{ij} | \varepsilon_{ij} < \delta z_{ij})$ は、Leeによって導出されている<sup>15)</sup>。一般に、 $v_1, v_2, \dots, v_j$ がつぎの多変量ロジスティック分布にしたがう場合、

$$\Lambda(v_1, v_2, \dots, v_j) = \left[ 1 + \sum_{j=1}^j \exp(-v_j) \right]^{-1} \quad (17)$$

$v_1 < x_1, v_2 < x_2, \dots, v_j < x_j$ の条件下で $v_j$ の期待値は次式となる。

$$E(v_j | v_1 < x_1, v_2 < x_2, \dots, v_j < x_j) \\ = \left[ 1 - e^{-x_1} \Lambda(x_1, x_2, \dots, x_j) \right]^{-1} \\ \times \left[ \ln \Lambda(x_1, x_2, \dots, x_j) - x_1 e^{-x_1} \Lambda(x_1, x_2, \dots, x_j) \right] \quad (18)$$

式(16)は単に $j=1$ の場合であるから、次式が得られる。

$$E(\varepsilon_{ij} | \varepsilon_{ij} < \delta z_{ij}) = \delta z_{ij} + \frac{\ln \{1 - \Lambda(\delta z_{ij})\}}{\Lambda(\delta z_{ij})} \equiv \Psi(\delta z_{ij}) \quad (19)$$

また式(16)の $\rho$ は未知パラメータとして扱うが、理論的にはつぎのように導出される。すべての $j$ について相関係数は一定で、

$$\rho = \text{corr}(u_{ij}, \varepsilon_{ij}) \\ = \text{corr}(u_{ij}, \omega(\eta_{ij} - u_{ij})) \\ = \frac{\omega(\sigma_{u\eta} - \sigma_u^2)}{\sigma_u \sigma_\eta} \quad (20)$$

とする。ここで $\sigma_{u\eta} = \text{Cov}(u_{ij}, \eta_{ij})$ であり、式(11)の関係を用いると

$$\sigma_{u\eta} = \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{1}{\omega_\eta^2} + 1 - \frac{2}{\omega^2} \right)$$

である。これを式(20)に代入して整理すると、

$$\rho = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \frac{\omega}{\omega_\eta^2} - \frac{2}{\omega} - \omega \right) \quad (21)$$

が得られる。ここで一般的な仮定として閾値の誤差項と効用の誤差項の分散スケールが等しい、すなわち $\omega_\eta=1$ と置けば、 $\rho = -1/(\sqrt{2}\omega)$ が得られる。これより、 $\omega > 0$ に配慮すると $\rho < 0$ であることがわかる。さらに選別と選択の誤差項の分散スケールが等しい場合( $\omega=1$ のとき)には $\rho = -0.707$ が得られる。これは推定値を吟味する上で一応の目安となる。

式(16)に式(19)のバイアス修正項を代入し、さらに $\sigma_\varepsilon^2 = \pi^2/3, \sigma_u^2 = \pi^2/6, E(\varepsilon_{ij})=0, \forall j$ を考慮すれば、式(14)の効用関数はつぎのように改められる。

$$U_{ij} = \ln S_j^* + \theta x_{ij} + \frac{\rho}{\sqrt{2}} \Psi(\delta z_{ij}) + \zeta_{ij}, \text{ if } d_{ij} = 1 \quad (22)$$

これより、選別された目的地集合 $D_i$ が与えられたときの選択確率は、バイアス修正項を含むロジットモデルで表すことができる。

$$P(j | d_{ij}=1) = \frac{\exp \left\{ \ln S_j^* + \theta x_{ij} + \frac{\rho}{\sqrt{2}} \Psi(\delta z_{ij}) \right\}}{\sum_{k \in D_i} \exp \left\{ \ln S_k^* + \theta x_{ik} + \frac{\rho}{\sqrt{2}} \Psi(\delta z_{ik}) \right\}} \quad (23)$$

ただし、 $\delta z_{ij} = \omega(\ln S_j^* + \theta x_{ij} - \beta y_{ij})$ である。

### b) パラメータ推定の方法

ある目的地が選択肢に選別されるか否かの情報と、選別された目的地の集計選択確率という2つのデータソー

スから共通のパラメータベクトル $\theta$ を推定するために、つぎのような3段階推定を行う。これは、tobitモデルの段階推定に用いられるHeckmanの2段階推定法<sup>16)</sup>のアイデアを踏襲したものである。

<ステップ1>

選別モデルのパラメータベクトルを推定する。目的地選別確率の対数尤度関数は次式であり、最尤法により未知パラメータベクトル $\omega, \theta, \beta$ の一次推定値 $\hat{\delta}$ を得る。

$$\ln(\hat{\delta}) = \sum_{i,j} d_{ij} \ln \Lambda(\delta z_{ij}) + \sum_{i,j} (1-d_{ij}) \ln \{1-\Lambda(\delta z_{ij})\} \quad (24)$$

<ステップ2>

式(19)に $\hat{\delta}$ を代入し、バイアス修正項の推計値 $\Psi(\hat{\delta} z_{ij})$ を計算する。ゼロ・トリップを除くODサンプルを対象に、式(23)をBerkson-Theilの方法<sup>10)</sup>によって線形化し最小二乗推定する。具体的には、出発地 $i$ 毎に基準となる選択肢 $J_i$ を一つ定めて、式(23)の選択確率をつぎのように変形した後、最小二乗法を適用する。

$$\ln \left\{ \frac{P(j|d_{ij}=1)}{P(J_i|d_{ij}=1)} \right\} = \ln \frac{S_j^*}{S_{J_i}^*} + \theta(x_{ij} - x_{iJ_i}) + \rho \frac{\Psi(\hat{\delta} z_{ij}) - \Psi(\hat{\delta} z_{iJ_i})}{\sqrt{2}}$$

この段階で、目的地の効用関数の未知パラメータベクトル $\hat{\theta}$ と $\hat{\rho}$ が推定される。ここで得られるパラメータ推定値は、誤差項の分解が式(16)の仮定にしたがう限り一致性を持つが、段階推定であるため有効性は低い。

<ステップ3>

後述のように、TUFモデルの予測には $\hat{\beta}$ が必要であり、選別モデルを再推定する。まず、 $\hat{\theta}$ により目的地の効用の推計値を次のように計算する。

$$\hat{V}_{ij} = \ln S_j^* + \hat{\theta} x_{ij}$$

選別基準を次式として、パラメータ $\omega, \gamma$ を推定する。

$$\delta z_{ij} = \omega \hat{V}_{ij} - \gamma y_i$$

得られたパラメータを $\hat{\beta} = \hat{\gamma} / \hat{\omega}$ のように変換し、閾値の未知パラメータベクトル $\hat{\beta}$ を確定する。

c) 予測の方法

TUFモデルの予測値は、全ての可能な選択肢の組み合わせ(目的地によっては天文学的な数になる)を考慮するかわりに、個々の目的地が選択肢集合に独立に選別される確率を考慮して得られる。具体的には、つぎのように出向可能な全集合 $C_i$ を対象に、 $P_i(j|d_{ij}=1)$ の無条件確率を求める。

$$P_i(j) = P_i(j|d_{ij}=1)P_i(d_{ij}=1) + P_i(j|d_{ij}=0)P_i(d_{ij}=0)$$

ただし、および全確率が1という規格化の条件により、選択確率の予測値は次式となる。

$$P_i(j) = \frac{P_i(j|d_{ij}=1)P_i(d_{ij}=1)}{\sum_{k \in C_i} P_i(k|d_{ik}=1)P_i(d_{ik}=1)} = \frac{\Lambda(\delta z_{ij}) \exp \left\{ \ln S_j^* + \theta x_{ij} + \frac{\rho}{\sqrt{2}} \Psi(\delta z_{ij}) \right\}}{\sum_{k \in C_i} \Lambda(\delta z_{ik}) \exp \left\{ \ln S_k^* + \theta x_{ik} + \frac{\rho}{\sqrt{2}} \Psi(\delta z_{ik}) \right\}} \quad (25)$$

(3) 選択肢自己サンプリングのモデル (SSA model)

a) モデルの定式化

上述(1)の選別基準によって選択肢集合が生成されるとすれば、それは自らの選択肢サンプリング(Self-Sampling Alternatives)の過程とみなすことができる。これにより、TUFモデルと同様に選別されなかった目的地の存在を考慮した目的地選択モデルの定式化ができる。

いま、出発地 $i$ において、選択肢集合 $D_i$ が生成され、その中から目的地 $j$ が選択される場合を想定する。その同時確率は乗法定理を用いて、つぎのように $D_i$ の生成確率と、目的地 $j$ の条件付き選択確率の積で表わすことができる。ここに、 $C_i$ はゾーン $i$ から出向可能な目的地全体の集合である。

$$P_i(j, D_i) = \pi_i(D_i) P_i(j|D_i), \quad D_i \subseteq C_i \quad (26)$$

ここで、選択肢集合 $D_i$ の生成確率 $\pi_i(D_i)$ の分布は、式(10)の選別確率が目的地相互で独立という仮定から、次の同時分布となる。

$$\pi_i(D_i) = \prod_{k \in D_i} P(d_{ik}=1) \prod_{k \in D_i} P(d_{ik}=0) = \prod_{k \in D_i} \Lambda(\delta z_{ik}) \prod_{k \in D_i} \{1 - \Lambda(\delta z_{ik})\} \quad (27)$$

一方、条件付き選択確率 $P_i(j|D_i)$ の分布には、McFaddenの選択肢サンプリングのモデル<sup>17)</sup>を適用する。すなわち、ベイズの定理より逆の条件付き確率を導入し、つぎの関係を導く。これは、目的地の選別と選択が同時並列的に行われるという仮定である。

$$P_i(j|D_i) = \frac{P_i(j, D_i)}{\pi_i(D_i)} = \frac{\pi_i(D_i|j) P_i(j)}{\sum_{k \in D_i} \pi_i(D_i|k) P_i(k)} \quad (28)$$

ここで、逆確率 $\pi_i(D_i|j)$ の分布をつぎのように仮定する。なお、この仮定の妥当性については後述する。

$$\pi_i(D_i|j) = P(d_{ij}=1|j) \prod_{k \in D_i, k \neq j} P(d_{ik}=1) \times \prod_{k \in D_i} \{1 - P(d_{ik}=1)\}, \quad j \in D_i \quad (29)$$

上式の右辺において選択肢 $j$ が選択されていれば、 $j$ は

すでに選別されていると仮定し、 $P(d_{ij}=1|j)=1$ の制約を置く。式(29)に式(27)を考慮して整理すると次式が得られる。

$$\pi_i(D_i|j) = \frac{\prod_{k \in D_i} P(d_{ik}=1) \prod_{k \in D_i} \{1 - P(d_{ik}=1)\}}{P(d_{ij}=1)}, \quad j \in D_i$$

$$= \frac{\pi_i(D_i)}{\Lambda(\delta z_{ij})}, \quad j \in D_i \quad (30)$$

ただし、 $\pi_i(D_i|j)=0$ 、 $j \notin D_i$ である。最終的に、式(30)に式(29)を代入するとともに、選択確率 $P_i(j)$ を目的地選択のロジットモデルでよくと次式が得られる。

$$P_i(j|D_i) = \frac{\pi_i(D_i|j) \exp(\ln S_j^* + \theta x_{ij})}{\sum_{k \in D_i} \pi_i(D_i|k) \exp(\ln S_k^* + \theta x_{ik})}$$

$$= \frac{\exp\{\ln S_j^* + \theta x_{ij} + \ln \pi_i(D_i) - \ln \Lambda(\delta z_{ij})\}}{\sum_{k \in D_i} \exp\{\ln S_k^* + \theta x_{ik} + \ln \pi_i(D_i) - \ln \Lambda(\delta z_{ik})\}} \quad (31)$$

式(31)において、 $\ln \pi_i(D_i)$ は出発地  $i$  について一定であるから消去できる。よって、選択肢集合 $D_i$ が与えられた時の  $j$  の条件付き選択確率は、選別のバイアス修正項  $\ln \Lambda(\delta z_{ij})$  を含む次式となる。

$$P_i(j|D_i) = \frac{\exp\{\ln S_j^* + \theta x_{ij} - \ln \Lambda(\delta z_{ij})\}}{\sum_{k \in D_i} \exp\{\ln S_k^* + \theta x_{ik} - \ln \Lambda(\delta z_{ik})\}} \quad (32)$$

ただし、 $\delta z_{ij} = \omega(\ln S_j^* + \theta x_{ij} - \beta y_{ij})$  である。

このモデルは式(29)の仮定によって比較的単純に導かれたものであるが、条件付き確率の論理的整合性を満たす必要がある。すなわち、空集合を除く全ての選択肢集合に対して $\pi_i(D_i) P_i(j|D_i)$ の全確率は周辺確率 $P_i(j)$ に一致しなければならない。本研究では数値実験によってこの関係が近似的に成立することを確認しているが、その条件はつぎのとおりである。まず、選択肢の選別確率と選択確率が本研究で仮定したように共通の要因(効用)によって決定されていること。すなわち、効用の高い選択肢は選別と選択の確率が共に高く評価されることが前提である。さらに、実際に選択された選択肢は卓越した効用を有し、それを含む選択肢集合(実際の選択肢集合)の生成確率が高く評価されることが必要である。

現段階では、この2つの条件を満たす時、条件付き確率の論理的整合性が近似的に満たされることを確認している。もちろん、これは数値実験から得られた知見であり十分ではない。今後より精緻な検討を通じて、式(29)の適用条件を明らかにしなければならない。

#### b) パラメータ推定の方法

式(26)より $P_i(j, D_i)$ の対数尤度関数は $\pi_i(D_i)$ と $P_i(j|D_i)$ の対数尤度の和となることから、つぎのような段階推定が可能である。

#### <ステップ1>

選択肢集合の生成確率 $\pi_i(D_i)$ は、式(27)のように選別確率の同時分布であるから、その対数尤度関数は式(24)と同じである。最尤法により、選別モデルの未知パラメータベクトルの推定値 $\widehat{\delta}$ を得る。

#### <ステップ2>

式(11)の選別モデルに $\widehat{\delta}$ を代入し、バイアス修正項の推計値 $\ln \Lambda(\widehat{\delta} z_{ij})$ を計算する。ゼロ・トリップを除くODサンプルを対象に、Berkson-Theilの方法<sup>10)</sup>によって線形化し最小二乗推定する。具体的には、出発地  $i$  毎に基準となる選択肢 $J_i$ を一つ決めて、式(32)の選択確率をつぎのように変形した後、最小二乗法を適用する。

$$\ln \left\{ \frac{P(j|d_{ij}=1)}{P(J_i|d_{iJ_i}=1)} \right\} = \ln \frac{S_j^*}{S_{J_i}^*} + \theta(x_{ij} - x_{iJ_i}) - \ln \frac{\Lambda(\widehat{\delta} z_{ij})}{\Lambda(\widehat{\delta} z_{iJ_i})}$$

この段階で、目的地の効用関数の未知パラメータベクトル $\widehat{\theta}$ が推定される。

このような段階推定は、選別基準の誤差項と効用の誤差項が相関しないという前提による。しかし、式(10)の選別確率モデルには明らかに効用の誤差項が含まれていることから、この段階推定ではバイアスを生じる可能性が高い。この問題を解消するための推定方法の検討は今後の課題としたい。

#### c) 予測の方法

選択確率の予測値は次式のように、可能な選択肢集合 $D_m$ についての周辺確率として得られる。ここに $\pi_i(D_m)$ は、ある選択肢集合 $D_m$ の生成確率である。また、 $G_i$ はゾーン  $i$  の代表的個人にとって可能な選択肢の組み合わせから成る集合(選択肢の数が $J$ 個のときの要素数は空集合を除いて $2^J - 1$ 個となる)、 $\phi$ は空集合を表す。

$$P_i(j) = \frac{\sum_{D_m \in G_i} P_i(j|D_m) \pi_i(D_m)}{1 - \pi_i(\phi)} \quad (33)$$

しかし、目的地の数によっては、可能な選択肢集合の部分集合が膨大となり、式(33)の計算は実用的ではない。

ところで、ベイズ定理の論理的整合性が満たされる限り、式(33)は先に仮定した目的地選択のロジットモデルに一致する。本研究では目的地選択確率を次式によって予測する。

$$P_i(j) = \frac{\exp(\ln S_j^* + \theta x_{ij})}{\sum_{k \in G_i} \exp(\ln S_k^* + \theta x_{ik})} \quad (34)$$

## 4. 使用データ

### (1) トリップデータ

本研究で用いるデータは、仙台都市圏(仙台市を中心とする5市14町1村、人口規模140万人)における93,183

表-1 トリップが観測されたODペア

	通勤	買物・私事	業務
可能な OD ペア <sup>*1</sup>	55,460	55,460	55,460
トリップが観測された OD ペア	12,436 (22.4%) <sup>*2</sup>	9,989 (18.0%)	11,666 (21.0%)

\*1：内々トリップを除いた出向可能な OD ペア

\*2：( ) 内は観測された OD ペアの割合

表-2 モデル推定に用いたゾーン属性変数

変数の種類	変数名	内容
目的地の属性	$S^*$ ゾーン面積	グロス面積 [ha]
	$x_1$ 就業人口密度	就業人口/グロス面積 [人/ha]
	$x_2$ 非就業人口密度	(夜間人口-就業人口-通学者数)/グロス面積 [人/ha]
	$x_3$ 2次従業者数密度	第2次産業従業者数/グロス面積 [人/ha]
	$x_4$ 3次従業者数密度	第3次産業従業者数/グロス面積 [人/ha]
	$x_5$ 小売業集積地ダミー	第3次産業従業者に占める小売業従事者の割合が30%以上の場合に1、その他0をとるダミー変数。
	$x_6$ 特別業務地区ダミー	都市計画で特別業務地区に指定されている場合に1、その他0をとるダミー変数。流通業務に特化していることを示す。
	$x_7$ モールダミー	ゾーン間がショッピングモールで繋がっている場合に1、その他0をとるダミー変数。ゾーンの連続性を表す。
	$x_8$ 交通手段の合成効用値	交通手段選択 Nested Logit モデルから推定される合成効用値
出発地の属性	$y_1$ 夜間人口	夜間人口 [人]
	$y_2$ 従業者数	第2次および第3次産業従業者数 [人]

世帯サンプルの平日の交通行動データである。この調査は「仙台都市圏総合都市交通計画協議会」により、1992年10月に実施されたものである。

モデル推定のサンプルは、交通目的毎の発着ゾーン間トリップ (OD表) である。都市圏内は236ゾーンに分割され、トリップ目的は通勤、通学、買物・私事、業務、帰宅の5目的に区分されている。このうち、本研究では3つの目的トリップ (通勤、買物・私事、業務) を対象とする。

また、すべてのゾーン間は何らかの交通施設で結ばれており、出向可能なODペアは236×236である。ただし、ゾーン内々トリップは、交通サービスレベルの設定が困難であるため除外する。よって、可能なODペアは55,460である。このうち、実際にトリップが観測されたODペアの数は、表-1に示すように、どのトリップ目的も全体の2割程度にすぎない。以下では、全ODペアから選別モデルを推定した後、ゼロ・トリップを除くサンプルから目的地選択モデルを推定する。

## (2) ゾーン属性

ゾーン属性は、目的地の効用と選別の閾値を構成する。利用可能なデータは、国勢調査にもとづく人口と就

業人口、ゾーン間交通サービスレベルなどである。表-2には、モデル推定を繰り返し行った結果、最終的に有意となったゾーン属性を掲げる。

$S^*$ は目的地の基準規模変数であり、本研究ではゾーン面積を用いた。 $x_1 \sim x_4$ はその他の規模変数であり、前述2.(2)にしたがって、基準規模変数で除している。結果的にこれらはグロス密度となる。 $x_5 \sim x_7$ は目的地の特性を表す質的変数である。また、発着ゾーン間の交通サービスレベルは、交通手段の選択性に配慮し、利用可能な交通手段の合成効用値を用いた。これは複合的な交通手段選択のNested Logitモデルから推定しているが、その詳細はすでに筆者らが発表しているのでここでは割愛する<sup>20)</sup>。

## 5. モデルの推定と評価

### (1) 目的地選別モデルの推定

目的地選別モデルの推定用サンプルは、出向可能な全てのODペア55,460である。最尤法により目的地選別モデルを推定した結果、表-3が得られた。どのトリップ目的においても、すべてのパラメータは論理的に妥当な符号を示している。また、t値を見るとほとんどのパラ

表-3 目的地選別モデルの推定結果

( ) 内はt値である

パラメータ	説明変数	通勤	買物・私事	業務
目的地の効用	$\delta_1$ ln(ゾーン面積)	1.3431 (52.56)	1.0637 (40.22)	1.3478 (64.18)
	$\delta_2$ ln(就業人口密度)	-0.2240 (19.72)	-	-
	$\delta_3$ ln(非就業人口密度)	-	0.0752 (5.53)	-
	$\delta_4$ ln(2次従業者数密度)	0.2973 (19.48)	-	0.2449 (16.95)
	$\delta_5$ ln(3次従業者数密度)	1.1604 (50.26)	0.7389 (38.07)	0.8723 (41.36)
	$\delta_6$ 小売業集積地ダミー	-	1.6806 (20.04)	0.5498 (7.72)
	$\delta_7$ 特別業務地区ダミー	-	-1.3837 (15.81)	-
	$\delta_8$ モールダミー	-	1.6710 (1.22)	-
	$\delta_9$ 交通手段の合成効用値	0.6360 (71.49)	0.7716 (76.64)	0.6860 (71.83)
出発地の閾値	$\delta_{10}$ ln(発ゾーン夜間人口)	-1.6067 (56.18)	-0.1706 (14.38)	-0.1209 (13.37)
	$\delta_{11}$ ln(発ゾーン従業者数)	0.2362 (11.09)	-	-0.7298 (47.13)
	$\delta_{12}$ 定数項	18.569 (59.27)	4.1742 (21.10)	12.470 (53.54)
	サンプル数	55,460	55,460	55,460
	尤度比(adjusted)	0.402	0.448	0.352
	尤度比検定統計量	30550 (d.f.=8)	34475 (d.f.=9)	27052 (d.f.=8)
	的中率 (全体)	84.29%	86.05%	83.07%

表-4 通勤トリップ目的地選択モデルの推定結果

( ) 内はt値である

パラメータ	説明変数	MNL	TUF	SSA
目的地の効用	- ln(ゾーン面積)	1.000 (∞)	1.000 (∞)	1.000 (∞)
	$\theta_1$ ln(就業人口密度)	-0.0311 (9.28)	-0.1126 (29.73)	-0.1208 (36.95)
	$\theta_2$ ln(2次従業者数密度)	0.1280 (14.36)	0.2573 (28.11)	0.3157 (35.85)
	$\theta_3$ ln(3次従業者数密度)	0.7011 (104.62)	0.7344 (113.85)	0.7295 (110.39)
	$\theta_4$ 交通手段の合成効用値	0.4302 (86.13)	0.5680 (95.25)	0.6178 (128.73)
バイアス修正項	$\rho$	-	-0.7650 (42.64)	-
	$\phi$	-	-	-1.000 (∞)
	サンプル数	12,207	12,207	12,207
	決定係数 R <sup>2</sup> (adjusted)	0.927	0.933	0.928
	最大対数尤度	-33084.8	-32472.6	-32656.2

メータは信頼度95%以上で有意である。買物・私事トリップでln(非就業人口密度)とモールダミーのパラメータの信頼度が低くなっているが、後述の選択モデルでは有意性が確認されていることから、理論的整合性を保つため、この段階でもパラメータセットに含めている。尤度比は0.352~0.448が得られ、パラメータ=0に対するLR検定統計量も十分に大きい。的中率も80%を超え、モデルの精度は良好と言える。

つぎに閾値のパラメータに着目する。どのトリップ目的もln(夜間人口)のパラメータは有意に負である。これは出発地の夜間人口が多いほど選別の閾値が低く、より多くのゾーンが選別され得ることを意味する。一方、ln(従業者数)のパラメータの符合はトリップ目的によって異なる。通勤トリップではこのパラメータが正である。これは出発地の従業者が多いほど選別の閾値が高く、自

ゾーン以外の目的地が選別されなくなる傾向を示している。逆に業務トリップではそのパラメータが負である。これは出発地の従業者が多いほど業務先が多様化し、より多くのゾーンが選別される傾向を示している。

## (2) 目的地選択モデルの推定

ゼロ・トリップ以外のODサンプルを対象に、前述のような方法によって最小二乗推定を行った結果、トリップ目的毎に表-4~表-6が得られた。各表の第1列は、バイアス修正項を含まない集計型ロジットモデル(MNL)、第2列は「切断された効用関数のモデル(TUF)」、第3列は「選択肢自己サンプリングのモデル(SSA)」である。MNLモデルは比較対象として並記している。

どのトリップ目的についても、3つのモデルはすべて



表-5 買物・私事トリップ目的地選択モデルの推定結果

( ) 内はt値である

パラメータ	説明変数	MNL	TUF	SSA
目的地の効用	- ln(ゾーン面積)	1.000 (∞)	1.000 (∞)	1.000 (∞)
$\theta_2$	ln(非就業人口密度)	0.1755 (17.11)	0.1305 (13.18)	0.1210 (12.11)
$\theta_3$	ln(3次従業者数密度)	0.5029 (78.38)	0.5702 (86.51)	0.6052 (95.24)
$\theta_4$	小売業集積地ダミー	1.3609 (43.26)	1.6316 (49.86)	1.7014 (54.09)
$\theta_5$	特別業務地区ダミー	-0.5995 (8.79)	-0.9251 (13.67)	-1.0452 (15.27)
$\theta_7$	モールダミー	0.7452 (18.13)	0.3767 (8.67)	0.0450 (1.08)
$\theta_8$	交通手段の合成効用値	0.6052 (115.44)	0.7807 (91.35)	0.8629 (163.65)
バイアス修正項	$\rho$	-	-0.7448 (29.40)	-
	$\varphi$	-	-	-1.000 (∞)
	サンプル数	9,753	9,753	9,753
	決定係数 $R^2$ (adjusted)	0.919	0.920	0.915
	最大対数尤度	-29022.0	-28785.9	-28969.2

表-6 業務トリップ目的地選択モデルの推定結果

( ) 内はt値である

パラメータ	説明変数	MNL	TUF	SSA
目的地の効用	- ln(ゾーン面積)	1.000 (∞)	1.000 (∞)	1.000 (∞)
$\theta_3$	ln(2次従業者数密度)	0.0634 (6.39)	0.1539 (16.37)	0.1886 (20.04)
$\theta_4$	ln(3次従業者数密度)	0.6565 (71.16)	0.6444 (75.93)	0.6396 (73.80)
$\theta_5$	小売業集積地ダミー	0.1551 (9.24)	0.3418 (21.56)	0.3435 (21.90)
$\theta_8$	交通手段の合成効用値	0.4837 (124.64)	0.5869 (134.36)	0.6001 (159.38)
バイアス修正項	$\rho$	-	-0.8208 (53.64)	-
	$\varphi$	-	-	-1.000 (∞)
	サンプル数	11,430	11,430	11,430
	決定係数 $R^2$ (adjusted)	0.938	0.942	0.938
	最大対数尤度	-29915.1	-28785.9	-29302.9

表-7 パラメータ $\rho, \varphi$ に関するLR検定

	仮説	通勤	買物・私事	業務
検定統計量	$\rho = 0$	1224.3	472.1	1527.1
	$\varphi = 0$	857.2	105.6	1224.4
$\chi^2_{0.01}(1)$		10.83	10.83	10.83

のパラメータの符号が妥当であり、先の選別モデルの符号と一致する。また、t値によるパラメータの信頼度も十分に高い。決定係数は3つのモデルで0.9を超えており、説明力は大差なく良好と言えよう。さらに、TUFモデルとSSAモデルの優位性を吟味するために、バイアス修正項の有無に関するLR検定を行った。その結果を表-7に掲げる。帰無仮説(バイアス修正項のパラメータ=0)に対する検定統計量は十分に大きく、バイアス修正項を導入することの有意性は明らかである。

つぎに各々のパラメータをみてみよう。どのトリップ目的も、TUFモデルとSSAモデルのパラメータは非常に良く似ている。しかし、両モデルとMNLモデルを比較

すると顕著な違いが見られる。通勤トリップモデルでは、ln(就業人口密度)、ln(2次従業者数密度)の各パラメータの絶対値がMNLの2~4倍大きい。買物・私事トリップモデルでは、ln(非就業人口密度)とモールダミーのパラメータの絶対値がMNLより小さくなる一方で、特別業務地区ダミーと交通手段の合成効用値のパラメータの絶対値がMNLの1.5倍以上大きい。業務トリップモデルでは、ln(2次従業者数密度)と小売業集積地ダミーのパラメータの絶対値がMNLの2~3倍大きい。総じてTUFモデルとSSAモデルの推定パラメータは、MNLに比べて絶対値が大きくなりt値が高まっている。結果的にバイアス修正項の導入によって、より安定したモデルが

表-8 目的地選別モデルの再推定結果

( ) 内はt値である

パラメータ	説明変数	通勤	買物・私事	業務
目的地の効用	$\omega$ 目的地効用の確定項 $V_{ij}$	1.2959 (97.43)	1.0510 (87.00)	1.2565 (92.03)
出発地の閾値	$\gamma_1$ ln(発ゾーン夜間人口)	-1.6334 (57.01)	-0.1924 (16.16)	-0.1293 (14.39)
	$\gamma_2$ ln(発ゾーン従業者数)	0.2451 (11.45)	-	-0.7090 (46.48)
	$\gamma_3$ 定数項	17.608 (66.13)	3.7510 (35.91)	11.355 (60.50)
	サンプル数	55,460	55,460	55,460
	尤度比(adjusted)	0.396	0.445	0.350
	尤度比検定統計量	30052 (d.f.=4)	34238 (d.f.=3)	26910 (d.f.=4)
	的中率 (全体)	84.07%	86.08%	83.13%

表-9 スケールパラメータ $\omega_n$ の推計値

	$\rho$	$\omega$	$\omega_n$
通勤	-0.7650	1.2959	1.3851
買物・私事	-0.7448	1.0510	1.1137
業務	-0.8208	1.2565	1.5446

表-11 トリップ分布量の適合度の比較

	model <sup>*1</sup>	通勤	買物・私事	業務
相関係数	MNL	0.781	0.777	0.799
	TUF	0.813	0.805	0.815
	SSA	0.811	0.796	0.801
	GRV	0.577	0.517	0.591
偏回帰係数	MNL	1.600	1.240	1.397
	TUF	1.101	0.859	1.037
	SSA	1.090	0.819	0.984
	GRV	1.514	1.975	1.822
AED <sup>*2</sup>	MNL	1.085	0.930	1.029
	TUF	0.629	0.422	0.736
	SSA	0.705	0.454	0.815
	GRV	1.768	2.207	1.965

\*1: モデルは図-2の凡例に同じ

\*2: AEDは絶対エントロピー差である

表-10 重力モデルのパラメータ推定結果

( ) 内はt値である

パラメータ	通勤	買物・私事	業務
$\alpha_n$	-1.4892 (17.11)	1.3693 (10.39)	0.3688 (4.86)
$\alpha_1$	0.3651 (39.95)	0.1237 (9.52)	0.2285 (32.47)
$\alpha_2$	0.3449 (60.79)	0.2762 (30.78)	0.2580 (40.51)
$\alpha_3$	0.1375 (46.08)	0.1945 (53.70)	0.1528 (50.10)
サンプル数	12436	9989	11666
決定係数 R <sup>2</sup>	0.322	0.279	0.293

得られたと言える。また、TUFモデルのパラメータ $\rho$ は、選別基準と効用の誤差項間の相関係数である。先の3.(2)で考察したように $\rho$ の推定値は負値が得られ、符合条件を満足している。

### (3) 目的地選別モデルの再推定

前述3.(2)のようにTUFモデルの予測値を得るためには、目的地選別モデルの再推定によって、閾値の未知パラメータベクトル $\beta$ と分散スケールパラメータ $\omega$ を確定する必要がある。表-8にはその推定結果を掲げる。尤度比、的中率は第1ステップ(表-3)とほぼ等しく、良好な結果である。最終的には、推定値を $\hat{\beta}=\hat{\gamma}/\hat{\omega}$ のように変換し、閾値のパラメータベクトルを確定する。

分散スケールパラメータ $\omega$ とバイアス修正項のパラメータ $\rho$ が確定すれば、式(21)の関係を用いて閾値の誤差項 $\eta_{ij}$ の分散スケールパラメータ $\omega_n$ を推計することができる。その結果を表-9に示す。買物・私事トリップの

$\omega_n$ は1に近い値を示している一方、業務トリップの $\omega_n$ は明らかに1より大きい。この結果は、業務トリップの選別の閾値が他より不確実であることを示唆している。

### (4) モデルの説明力の評価

上述のモデルは、ゼロ・トリップを除くサンプル(全ODペアの約2割)によって推定したものである。つぎにこれらのモデルをゼロ・トリップを含む全ODペア(55,460ペア)に適用し観測値との適合度を評価する。

モデルは発生制約型であるから、トリップ分布量は出発地のトリップ発生量(観測値)に集計選択確率の推計値を乗じて推計する。ただし、TUFモデル、SSAモデルによる集計選択確率の予測方法は、3.(2)c)と3.(3)c)で述べたとおりである。MNLモデルでは、推定された効用関数を全てのODペアに適用し推計値を得る。

また、従来、都市圏のトリップ分布量の予測には、つぎのような重力モデル(無制約型)が標準的に用いられ

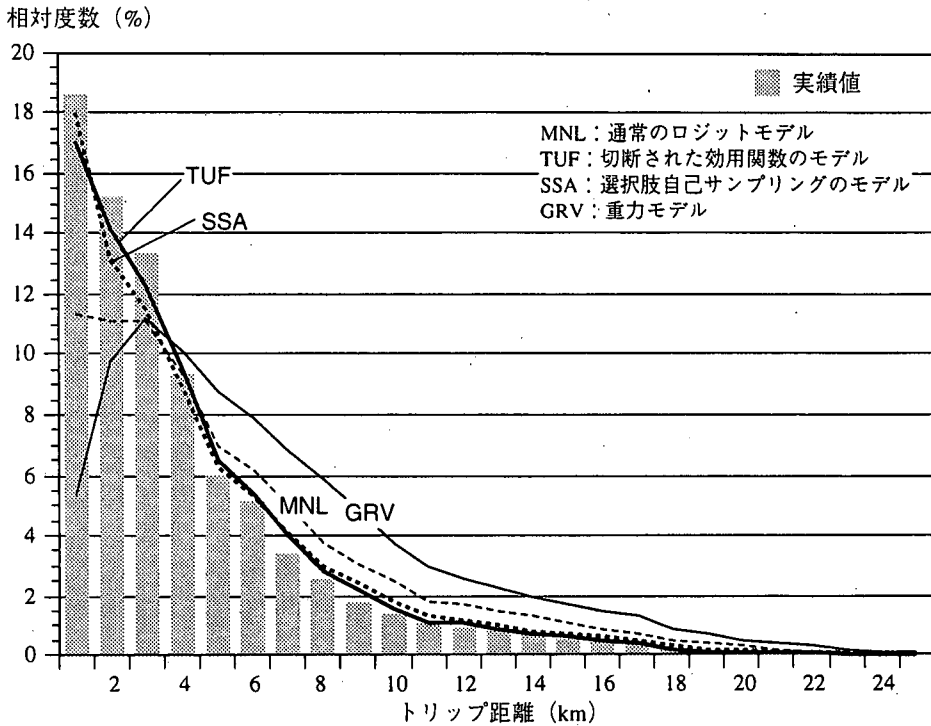


図-2 トリップ長ランク別にみる分布量の再現状況（業務トリップの場合）

てきたが、ここでも比較対象として取り上げる。

$$T_{ij} = e^{\alpha_0} B_i^{\alpha_1} A_j^{\alpha_2} e^{\alpha_3 / I_{ij}} \quad (35)$$

ここに、 $T_{ij}$  :  $ij$ 間のトリップ分布量、 $B_i$  :  $i$ のトリップ発生量、 $A_j$  :  $j$ のトリップ集中量、 $I_{ij}$  :  $ij$ 間の交通手段の合成効用である。モデルの未知パラメータベクトルは、式(35)の対数線形化の後、ゼロ・トリップODを除くサンプルに対して表-10のように推定された。

トリップ分布量の適合度の指標として、観測値と推計値との相関係数および偏回帰係数（勾配）、絶対エントロピー差AEDを用いる<sup>19)</sup>。AEDは次式のように、トリップ分布確率の観測値と推計値それぞれのエントロピーの差として定義される。Hはシャノンのエントロピー測度であり、添字act, estはそれぞれ観測値と推計値を表す。

$$AED = |H_{act} - H_{est}| \\ = \left| -\sum_i \sum_j p_{ij} \ln p_{ij} + \sum_i \sum_j \hat{p}_{ij} \ln \hat{p}_{ij} \right| \quad (36)$$

ただし、トリップ分布の生起確率は、分布量の観測値 $T_{ij}$ と推計値 $\hat{T}_{ij}$ を用いて次式である。

$$p_{ij} = T_{ij} / \sum_i \sum_j T_{ij}, \quad \hat{p}_{ij} = \hat{T}_{ij} / \sum_i \sum_j \hat{T}_{ij}$$

AEDは、 $H_{act} = H_{est}$ のとき下限で0をとり、観測値と推計値の乖離に応じて大きな値を示す。上限はODペア数の対数であるから、この場合は10.92である。有意性検定は、エントロピーが正規分布、またはこれに近似する分

布にしたがうという仮定のもとでt検定が用いられる。この指標は、OD表の適合度を評価する上で、カイ二乗統計量やRMSEなどに比べ、優れた特性をもつことが報告されている<sup>18)</sup>。

表-11には、適合度指標の算定結果を掲げる。3つの集計型選択モデル（MNL, TUF, SSA）はどのトリップ目的についても相関係数が0.8前後であり、通常の重力モデル（GRV）と比較すれば、説明力の高さがうかがえる。中でも、本研究の2つの提案モデルは良好な結果と言えよう。特にTUFモデルは全てのトリップ目的で相関係数が最も高い。また偏回帰係数をみると、それが1に近いのはTUF, SSAモデルであり、MNLモデルと比較すれば良好な結果が得られている。AEDは上述の状況を総合的に表していると考えられる。TUF, SSAモデルのAEDは他に比べ0に近い値を示しており、両者の優位性がうかがわれる。

このような説明力の違いを概観するために、トリップ分布量をトリップ長ランク別に集計したのが図-2である（一例として業務トリップの場合）。目的地の選別を考慮していないGRV, MNLモデルはトリップ長の短い所で過小推計、長いところで過大推計となり、結果的に実績の傾向を説明できていない。これは、明らかにゼロ・トリップのODサンプルを除外することによる推定バイアスの影響である。一方、選別を考慮したTUFモデル, SSAモデルは、実績の傾向をほぼトレースできているこ

とがわかる。以上より、本研究で提案した2つのモデルは、共に優れた特性を有すると言えよう。もちろん、これらのモデルではトリップ集中量の適合度も良好である。観測値と推計値の相関係数は、TUFモデルで0.907（買物・私事）～0.972（通勤）、SSAモデルで0.909（買物・私事）～0.974（通勤）が得られている。

さらに、TUFモデルとSSAモデルの優劣について考察してみよう。表-11のAEDに着目すると、通勤と業務トリップではTUFモデルのAEDが小さく、説明力が優れていると言えよう。しかし、買物・私事トリップでは両者の違いは僅かである。この結果に、表-9で示した閾値の分散スケール $\omega_n$ を勘案すると、以下の点が指摘できよう。TUFモデルは閾値の分散スケール $\omega_n$ を未知パラメータ $p$ によって柔軟に考慮し得るため、今回の通勤や業務トリップのように $\omega_n$ が明らかに1より大きいケース、すなわち選別の閾値の不確実性の方が高い場合には優れた特性を示すと考えられる。他方、SSAモデルは、今回の買物・私事トリップのように $\omega_n$ がほぼ1と見なせるケース、すなわち閾値と効用の分散スケールがほぼ等しい場合に適用性が高いと考えられる。

## 6. まとめと今後の課題

本研究は、都市圏のトリップ分布量を予測するために、選択肢の選別段階を考慮した2つの集計型選択モデルを提案した。まず、目的地の効用がある閾値を超えたときのみ、選択肢に選別されると仮定し、選別確率モデルを定式化した。そのうえで、第一のモデルは、選別確率が離散変数、目的地の効用関数が連続変数であることに着目し、確率的な閾値によって切断される効用関数を仮定した（TUFモデル）。第二のモデルは選択肢の選別を自らの選択肢サンプリングと捉え、選択肢サンプリングの考え方を発展させたものである（SSAモデル）。

2つの提案モデルを実際のトリップデータから推定した結果、選択肢の選別を考慮することで、パラメータの信頼度とモデルの精度が向上し、より安定したモデルが得られることを示した。さらに、全ODペア（ゼロ・トリップを含む）についてトリップ分布量を推計してみると、観測値との相関係数は0.8前後が得られ、通常の重力モデルより格段に優れていることを示した。あわせて、トリップ長毎の集計分布量の再現力からも、重力モデルや選別を考慮しない集計ロジットモデルより優れていることを示した。ただし、TUFモデルとSSAモデルの優劣は明らかではない。本研究では選別の閾値の不確実性に応じた使い分けを示唆したにすぎない。

また、モデルの実用性も高く評価できよう。実証分析は236ゾーン間のODを対象としており、ゾーン数から判断して、十分に実用的なレベルに達している。そして本

研究のモデルは、先に報告した複合交通手段の選択モデル<sup>20)</sup>とともに、都市圏交通量予測のための合理的フレームワークを構成することができる。

一方、提案モデルの精錬化に向けて今後の課題も残されている。第一にSSAモデルについて、適用の限界性を示すとともに、パラメータ推定方法を改善する必要がある。その上で、TUFモデルとSSAモデルの優劣を明らかにしなければならない。第二に地図パターン問題（空間構造の影響）を考慮すること、すなわち目的地選択肢の空間的自己相関を考慮することが必要である。これに対しては、多項プロビットモデル<sup>21)</sup>が最良と考えられるが、ロジット・モデルをベースとする本研究の延長上では、段階的な目的地選択構造（ネステッド・ロジットモデル）への発展<sup>22)</sup>あるいは競合着地構造<sup>23)</sup>の導入が現実的である。

謝辞：本研究は仙台都市圏第3回パーソントリップ調査の需要予測モデルの検討段階で得られた成果であることを記し、このような貴重な研究機会を与えて頂いた仙台都市圏総合都市交通計画協議会の関係各位、(財)計量計画研究所東北事務所 林一成部長と西山良孝研究員に感謝の意を表します。また、末筆ながら貴重なコメントを頂いた匿名の差読者の方々に感謝します。

## 参考文献

- 1) Ben-Akiva, M., Gunn, H. and Silman, L.: Disaggregate Trip Distribution Models, *Proc. of JSCE*, No.347/IV-1, pp.1-17, 1984.
- 2) Ben-Akiva, M., Sherman, T.L. and Kullian, B.: Disaggregate Travel Demand Models for the San Francisco Bay Areas, Non-Home-Based Models, *Transportation Research Record*, No.673, pp.93-99, 1978.
- 3) 吉田朗, 原田昇: 休日の買い回り品買物交通を対象とした買物頻度選択モデルの研究, 土木学会論文集, 第413号/IV-12, pp.107-116, 1990.
- 4) Ben-Akiva, M., Daly, A. and Gunn, H.: Destination Choice Models: Design and Appraisal, *Proc. of PRTC*, vol.6, pp.99-116, 1987.
- 5) Manski, C.: The Structure of Random Utility Models, *Theory and Decision*, Vol.8, pp.229-254, 1977.
- 6) 宮本和明, 宮地淳夫: 非集計型住宅タイプ選好モデル, 都市計画学術研究発表会論文集, 第17号, pp.139-144, 1982.
- 7) 森川高行, 竹内博史, 加古祐二郎: 定量的観光魅力度と選択肢集合の不確実性を考慮した観光目的地選択分析, 土木計画学研究・論文集, No.9, pp.117-124, 1991.
- 8) 森地茂, 屋井鉄雄, 藤井卓, 竹内研一: 買回り品の買物行動における商業地選択分析, 土木計画学研究・論文集, No.1, pp.27-34, 1984.

- 9) 森地茂, 屋井鉄雄, 田村亮: 非集計行動モデルによるOD交通量推計方法, 土木計画学研究・論文集, No.2, pp.45-52, 1985.
- 10) Ben-Akiva, M. and Lerman, S.R.: *Discrete Choice Analysis*, The MIT Press, Cambridge, 1985.
- 11) Nakanishi, M. and Cooper, L.G.: Parameter Estimation for a Multiplicative Competitive Interaction Model - Least Squares Approach, *Journal of Marketing Research*, vol.11, pp.303-311, 1974.
- 12) Amemiya, T.: *Advanced Econometrics*, Basil Blackwell, New York, pp.360-408, 1985.
- 13) Mannering, F. and Hensher, D.A.: Discrete/Continuous Econometric Models and Their Application to Transport Analysis, *Transport Reviews*, vol.7, No.3, pp.227-244, 1987.
- 14) Maddala, G.S.: *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge, pp.257-290, 1983.
- 15) Lee, L.F.: Some Approaches to the Correction of Selectivity Bias, *Review of Economic Studies* XLIX, pp.355-372, 1982..
- 16) Heckman, J.: Common Structure of Statistical Models of Truncation, Sample Selection and Limited Dependent Variables and a Simple Estimator for Such Models, *Annals of Economic and Social Measurement* 5, pp.475-492, 1976.
- 17) McFadden, D.: Modelling the Choice of Residential Location, *Spatial Interaction Theory and Residential Location*, Karlquist, A. et al., eds. North Holland, Amsterdam, pp.75-96, 1978.
- 18) Knudsen, D.C. and Fortheringham, A.S.: Matrix Comparison, Goodness-of-fit and Spatial Interaction Modeling, *International Regional Science Review*, vol.10, pp.127-147, 1986.
- 19) 石川義孝: 空間的相互作用モデル—その系譜と体系, 地人書房, pp.62-70, 1988.
- 20) 吉田朗, 原田昇: 鉄道の路線・駅・結節交通手段の選択を含む総合的な交通手段選択モデルの研究, 土木学会論文集, 第542号/IV-32, pp.19-31, 1996.
- 21) 屋井鉄雄, 中川隆広: 構造化プロビットモデルの発展性, 土木計画学研究・講演集, No.18, pp.167-168, 1995.
- 22) Rojas, L., Matsumoto, S. and Yoshida, A.: A Hierarchical Model for the Full Range Choice of Shopping Travel Behavior, *Proc. of JSCE*, No.470/IV-20, pp.195-205, 1993.
- 23) Fortheringham, A.S.: A New Set of Spatial-interaction Models; the Theory of Competing Destinations, *Environment and Planning A*, vol.15, pp.15-36, 1983.

(1996. 10. 25 受付)

## AGGREGATE DESTINATION CHOICE MODELS INCORPORATING PROBABILISTIC FORMATION OF A CHOICE SET

Akira YOSHIDA and Noboru HARATA

This paper presents two aggregate models of destination choice which incorporate probabilistic formation of a choice set, in order to make possible us to forecast trip distribution efficiently. We assume that an alternative is dependent of the others and is selected into a choice set only if the utility exceeds a stochastic threshold. Therefore, we formulate alternative-selection probability model. The one is logit model in which the utility function is truncated by alternative-selection threshold. The other model is based upon the idea of importance sampling alternatives, but the sampling probability is replaced by alternative-selection probability. The result obtained by empirical study shows that both our models are statistically significant and can reproduce trip distribution observed very well.