

2次元弾性解をもとにした トンネル支保特性曲線の構成

木山 英郎¹・藤村 尚²・西村 強³・池添 保雄⁴

¹正会員 工博 鳥取大学教授 工学部土木工学科 (〒680-8552 鳥取市湖山町南 4-101)

²正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部土木工学科

³正会員 博(工) 鳥取大学助手 工学部土木工学科

⁴正会員 鳥取大学技官 工学部土木工学科

トンネル掘削・支保に伴い、周辺地山は掘削部の解放応力の一部を負担し、空洞維持に寄与する。この地山の支保能力を有効に利用するのが NATM の支保理念とされるが、その基本となる Fenner-Pacher 曲線型の地山特性曲線の物理的意味や実在性が未だ議論の対象となっている。著者等は先に円形ライニングの 2次元弾性解に基づいて、支保工や地山の支保力を定量化する指標として、ライニング支保剛性、地山支保剛性および総支保剛性を提案した。本文では、これら支保剛性から Fenner-Pacher 曲線相当のトンネル支保特性曲線を理論的に構成する手法の開発と得られた特性曲線の力学的な意味や入力物性値の影響について論じ、NATM の支保理論に対する一つの定量的解釈を示す。

Key Words : NATM, elastic analysis, support-stiffness, characteristic curve

1. はじめに

地山の支保能力を有効に利用するのが NATM の支保理念とされる。トンネル断面の掘削に伴い、周辺地盤が空洞維持のために発揮する支保工相当力を地山支保力と定義すれば、地山支保力とライニング支保力(支保工、覆工などによる支保力の総称に用いる)は両者の相対剛性により負担割合を変化するが、両者を合わせた総支保力は与えられた地盤で常に一定である(掘削断面が負担あるいは発揮していた支保力に等しい)。通常の内空変位計測等で評価されるのは、支保力そのものではなく、地山とライニングの剛性を合わせた総支保剛性であり、より正確には、掘削断面地盤が負担あるいは発揮していた初期剛性との相対剛性が評価される。このような観点から、著者らはこれら支保剛性の定量的指標として、地山支保剛性 \bar{K}_E 、ライニング支保剛性 \bar{K}_L およびトンネル総支保剛性 \bar{K}_T を提案¹⁾した。

前報²⁾において、境界面の粗さを考慮した円形ライニングの 2次元弾性厳密解を誘導し、埋設管のような無負荷状態からの地盤変形に於ける解(全変形解と呼ぶ)と、押し管やトンネルのような掘削以前の初期応力による地盤の変形をゼロ補正した解(初

期変形補正解と呼ぶ)とを明確に区分した。両者によってライニングの応力や変位が大きく異なることを明らかにするとともに、それぞれの場合について上記 3つの支保剛性間の基本的な連成関係と、地盤やライニング条件による支保剛性の変化を考察した。とくに、ライニング外周上の直交 2点、例えば天井と側壁中央の 2点、の平均値で代表応力、代表変位を定義することによって、これら支保剛性は初期応力状態や地盤とライニング境界面の粗さに無関係となり、地盤とライニングの物性のみによって定まることを明らかにした。そして、全変形解と初期変形補正解ではこれら支保剛性が全く異なることも明らかになった。

本研究ではこれらの支保剛性から、NATM 理論における Fenner-Pacher 曲線³⁾相当のトンネル支保特性曲線を理論的に構成する手法の開発ならびにその力学的な意味を明らかにすることに主力を注いだ。Fenner-Pacher 曲線を導入するに際し Rabcewicz は、地山支保力とライニング支保力をそれぞれ地山と支保工の独立な支保力-内空変位曲線として経験に基づく概念的な説明を与えている³⁾。しかし、上述の解析の結果はそれらが地盤条件とライニング条件が連成する解となる可能性を示している。

まずは、それら二つの曲線（本報では、それぞれ地山支保特性曲線とライニング支保特性曲線と呼び、両者を併せた Fenner-Pacher 曲線相当の図をトンネル支保特性曲線と呼ぶことにする）の弾性理論式を求め、弾性体としての Fenner-Pacher 曲線を確定し、その力学的意味を明確にすることである。地盤とライニングの連成するトンネル問題で、地山支保特性曲線とライニング支保特性曲線の分離はここで取り扱うような簡単な力学モデルによって可能であり、すべての基礎になると考えられるが、未だこの種の報告を見ない。この方面の研究成果は、文献4)に詳細に論じられているので参照されたい。

その上で、地山支保力とライニング支保力の定量的なイメージ、つまり初期応力条件、地山条件およびライニング条件によって、それら支保力が初期応力の何%（例えば、10%レベルとか、30%レベルとか）の負担なのかを、全体的に把握することが重要と考える。そのために、諸条件の影響が読み取れる図を提示することが有効と考えて本報をまとめた。なお、この支保特性式の誘導ならびに図化の過程において、結果として、全変形解と初期変形補正解の簡明な互換性も明らかにすることができた。

複雑な条件下の実トンネルに対する高度な数値解析や計測結果の詳細検討が実施されている中で、直接的には実用解析から程遠いこのような基礎解析の結果がいかにどの効力を有するかについては、Rabcewicz が導入した地山支保力とライニング支保力の連成関係の定量的な把握の視点こそ NATM の基本であることを強調しておきたい。本報がその第一歩になればと願っている。

2. 代表応力、代表変位の解析解

図-1に平面ひずみ状態の円形ライニング解析モデルを示す。地盤の初期応力を $\sigma_v^* = -p, \sigma_H^* = -kp$ とし、地盤のラーメ定数を λ, μ （ヤング率、ポアソン比を E, ν ）、ライニングのそれを $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$ ($\bar{E}, \bar{\nu}$)、外半径（掘削断面とみなす）を b 、内半径を a とする。解析結果の詳細は文献2)を参照されたい。

ライニング中の動径方向応力 $\bar{\sigma}_r$ 、変位 \bar{u}_r の一般解は次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}_r = (\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{C}_0 - 2\bar{\mu}\bar{E}_0 r^{-2} + \left\{ 2(\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{C}_2 r^{-2} + 2\bar{\mu}\bar{E}_2' - 6\bar{\mu}\bar{E}_2 r^{-4} \right\} \cos 2\theta \quad (1)$$

$$\bar{u}_r = \frac{\bar{C}_0}{2} r + \bar{E}_0 r^{-1} + \left\{ -\frac{\bar{\lambda}}{6\bar{\mu}} \bar{A}_2 r^3 - \frac{\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}}{2\bar{\mu}} \bar{C}_2 r^{-1} + \bar{E}_2' r + \bar{E}_2 r^{-3} \right\} \cos 2\theta \quad (2)$$

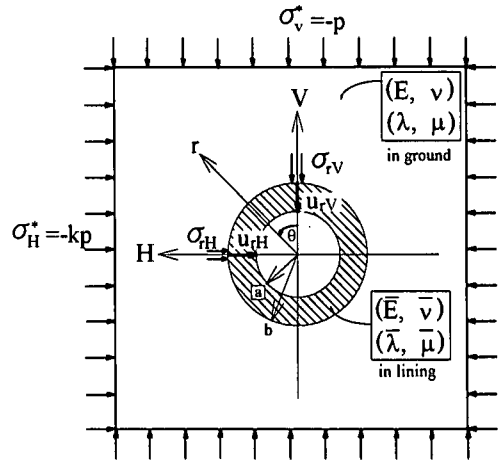


図-1 平面ひずみ状態のライニング解析モデル

ここに、 $\bar{C}_0, \bar{E}_0, \bar{A}_2, \bar{C}_2, \bar{E}_2', \bar{E}_2$ は任意定数である。

前報²⁾で論じたように、トンネルの天井 ($\theta=0$) と側壁中央 ($\theta=\pi/2$)、あるいは円形ライニングの場合は一般化して直交2点 θ と $\theta+\pi/2$ を代表点に選び、それら2点の平均値を代表応力 σ_0 、代表変位 u_0 として用いることにすれば、 $\cos 2(\theta+\pi/2) = -\cos 2\theta$ であるから、式(1)、(2)の $\cos 2\theta$ の項は相殺されて、 σ_0, u_0 は次式で与えられる。

$$\sigma_0 = \{ (\bar{\sigma}_r)_{r=b, \theta=0} + (\bar{\sigma}_r)_{r=b, \theta=\pi/2} \} / 2 = (\lambda + \mu)\bar{C}_0 - 2\bar{\mu}\bar{E}_0 b^{-2} \quad (3)$$

$$u_0 = \{ (\bar{u}_r)_{r=b, \theta=0} + (\bar{u}_r)_{r=b, \theta=\pi/2} \} / 2 = \bar{C}_0 b / 2 + \bar{E}_0 b^{-1} \quad (4)$$

上式(1)(2)から明らかなように、これら代表応力、代表変位はライニング外周上の動径方向の平均応力、平均変位に一致し、その結果、地盤とライニングの境界面の滑らか（記号 F）、粗い（記号 N）に無関係となる²⁾。両式に残された任意定数 \bar{C}_0, \bar{E}_0 は全変形解か初期変形補正解かによって異なる。解析結果は以下のとおりである（以下、圧縮を正）。

a) 全変形解(F, N)の場合

前報²⁾の結果を用いて少々計算を行うと、式(3)、(4)の代表応力、代表変位は次式のようなになる。

$$\sigma_0 = \left(p \frac{1+k}{2} \right) \frac{2(1-\nu)(1-t^2)}{(1-t^2) + (t^2+1-2\nu)/E_v} \quad (5)$$

$$u_0/b = \left(p \frac{1+k}{2} \right) \frac{1+\bar{\nu}}{\bar{E}} \frac{2(1-\nu)(t^2+1-2\nu)}{(1-t^2) + (t^2+1-2\nu)/E_v} \quad (6)$$

ここに、 $t=a/b$ はライニングの内外径比で、0は未掘削、1は素掘りを表す。また、 E_v はライニングと地盤の剛性率比を表し、

$$E_v = \frac{\bar{\mu}}{\mu} = \frac{(1+\nu)\bar{E}}{\mu(1+\nu)E} \quad (7)$$

先に報告¹⁾した最も単純な等方圧下の代表応力、

代表変位は、式(5), (6)において()内を p としたもので、 $k=1$ の場合として上式に含まれている。また、基準値として用いる掘削前の初期地盤の代表応力 σ_0^* 、代表変位 u_0^* も上式で、 $t=0$ 、 $\bar{E}=E$ 、 $\bar{\nu}=\nu$ と置くことによって求められる。

$$\sigma_0^* = \left(p \frac{1+k}{2} \right) \quad (8)$$

$$u_0^*/b = \left(p \frac{1+k}{2} \right) \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \quad (9)$$

b) 初期変形補正解(F(c), N(c))の場合

同様に、この場合の代表応力 σ_0^c 、代表変位 u_0^c を計算すると次のようにまとめられる。

$$\sigma_0^c = \frac{\sigma_0}{2(1-\nu)} = \left(p \frac{1+k}{2} \right) \frac{(1-t^2)}{(1-t^2) + (t^2+1-2\bar{\nu})/E_\nu} \quad (10)$$

$$u_0^c/b = \left(p \frac{1+k}{2} \right) \frac{1+\nu}{E} \left\{ 2(1-\nu) - \frac{(1-t^2)}{(1-t^2) + (t^2+1-2\bar{\nu})/E_\nu} \right\} \quad (11)$$

3. 支保剛性 $\bar{K}_T, \bar{K}_L, \bar{K}_E$ の算定式

上述の代表応力、代表変位を用いて、各支保剛性の定義とその物理的意味、並びに定式化の手順をまとめると以下のようである。

まず、剛性の基準となる掘削前初期地盤の剛性 K_0^* は、トンネル掘削断面内の地盤をライニング相当と考えて、代表応力 σ_0^* 、代表変位 u_0^* 、トンネル代表寸法に b 、単位奥行き 1 を用い、次式で定義される。

$$K_0^* = \sigma_0^* \cdot b \cdot 1 / u_0^* \quad (12)$$

これに式(8), (9)を用いると、 k は消去され、等方圧の場合と同じ次式を得る。

$$K_0^* = \sigma_0^* / (u_0^*/b) = E / (1+\nu)(1-2\nu) \quad (13)$$

ライニング後のトンネルの総剛性も同様に、式(14)で定義され(ライニングを含めた地盤全体の作用応力は σ_0^* であることに注意)、これを上記の K_0^* で相対化した \bar{K}_T を改めて総支保剛性と呼ぶことにすれば、式(15)に示すように簡単な代表変位の逆数で表される。

$$\bar{K}_T = \sigma_0^* \cdot b \cdot 1 / u_0 \quad (14)$$

$$\bar{K}_T = K_T / K_0^* = u_0^* / u_0 \quad (15)$$

ライニングの剛性は式(16)で定義され、これを K_0^* で相対化した \bar{K}_L をライニング支保剛性と呼ぶことにすれば、式(17)のようになる。

$$K_L = \sigma_0 \cdot b \cdot 1 / u_0 \quad (16)$$

$$\bar{K}_L = K_L / K_0^* = (u_0^* / u_0) (\sigma_0 / \sigma_0^*) = \bar{K}_T (\sigma_0 / \sigma_0^*) \quad (17)$$

地山支保剛性 $\bar{K}_E = K_E / K_0^*$ は総支保剛性とライニ

ング支保剛性の差として式(19)で定義され、これより逆に地山の剛性 K_E は式(18)のようであるといえる。

$$K_E = (\sigma_0^* - \sigma_0) \cdot b \cdot 1 / u_0 \quad (18)$$

$$\bar{K}_E = \bar{K}_T - \bar{K}_L \quad (19)$$

これら3つの支保剛性を解析解を用いて具体化すると以下のようである。

a) 全変形解(F, N)の場合

式(5), (6)を上式(15), (17)に用いて、

$$\bar{K}_T = \frac{(1-2\bar{\nu})(1-t^2)\bar{\kappa} + (1-2\nu)(t^2+1-2\bar{\nu})}{2(1-\nu)(t^2+1-2\bar{\nu})} \quad (20)$$

$$\bar{K}_L = \frac{(1-2\bar{\nu})(1-t^2)}{(t^2+1-2\bar{\nu})} \cdot \bar{\kappa} \quad (21)$$

これより \bar{K}_E は式(19)で求まる。ここに、 $\bar{\kappa}$ はライニングと地盤の体積ひずみ比であって、

$$\bar{\kappa} = \frac{(1-2\nu)E_\nu}{(1-2\bar{\nu})} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1+\bar{\nu})(1-2\bar{\nu})} \frac{\bar{E}}{E} \quad (22)$$

なお、式(16)で定義したライニング支保剛性の絶対値 K_L は、式(21)と式(13)より次式のようになり、等方圧縮下のライニングの剛性そのものであることがわかる。

$$K_L = \bar{K}_L \cdot K_0^* = \frac{\bar{E}}{(1+\bar{\nu})} \frac{(1-t^2)}{(t^2+1-2\bar{\nu})} \quad (23)$$

b) 初期変形補正解(F(c), N(c))の場合

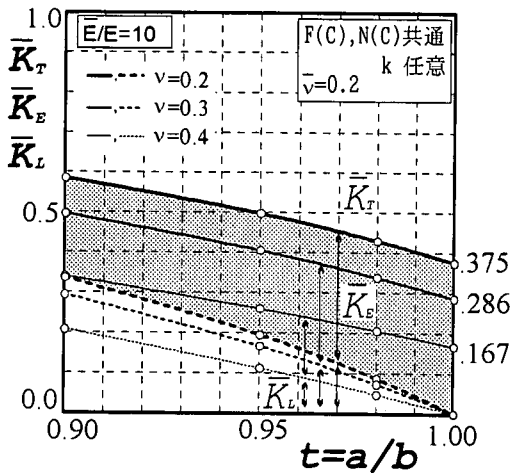
式(10), (11)を式(15), (17)に用いて、

$$\bar{K}_T^c = \bar{K}_T \cdot \frac{2(1-2\bar{\nu})(1-\nu)(t^2+1-2\bar{\nu})}{(1-2\nu)\left\{ (1-2\bar{\nu})(1-t^2) + 2(1-\nu)(t^2+1-2\bar{\nu})/\bar{\kappa} \right\}} \quad (24)$$

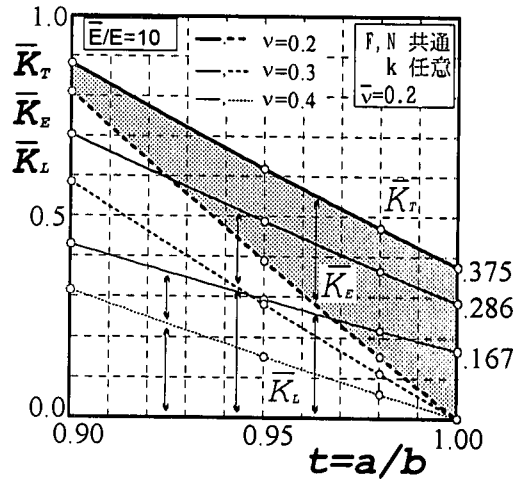
$$\bar{K}_L^c = \bar{K}_L \cdot \frac{(1-2\bar{\nu})(t^2+1-2\bar{\nu})}{(1-2\nu)\left\{ (1-2\bar{\nu})(1-t^2) + 2(1-\nu)(t^2+1-2\bar{\nu})/\bar{\kappa} \right\}} \quad (25)$$

\bar{K}_E^c は \bar{K}_T^c 、 \bar{K}_L^c を式(19)に用いて求まる。

以上のように、代表応力、代表変位が円周上の平均応力、平均変位であることが幸いし、これらの式を構成する σ_0/σ_0^* および u_0/u_0^* の項において k が消去され、3つの支保剛性は初期応力状態 k に無関係となる。かくして、各支保剛性は、初期応力状態 (k) および地盤とライニングの境界の粗さに無関係に定まり、地盤物性 (E, ν) との関連のみでトンネル剛性 ($\bar{E}, \bar{\nu}, a/b$) を普遍的に評価できることになる(それゆえ、円形トンネルについては実測された内空変位曲線に汎用性を持たせるため、鉛直・水平の2測線の平均変位曲線に直して考察することを推奨したい)。すなわち、 \bar{K}_L 、 \bar{K}_E 、 \bar{K}_T に関する以下の図は、初期応力が $k=0$ (一軸応力状態) から $k=1.0$ (等方応力状態) までの任意の k について、かつ、滑らかか粗いかの境界条件に無関係に成立するものである。



(a) 初期変形補正解



(b) 全変形解

図-2 支保剛性値の解析例 (○印) と定式化された曲線

さて、前報²⁾で報告した応力、変位の計算結果から、式(15)、(17)を用いて得られる \bar{K}_T 、 \bar{K}_L を実用域のライニング厚さ $t=a/b=0.9\sim 1.0$ に限ってプロットしたのが図-2($\bar{\nu}=0.2$, $\bar{E}/E=10$ の例)の○印である。式(19)より、 \bar{K}_T 曲線と \bar{K}_L 曲線の縦距差が \bar{K}_E となる。同図(a)が初期変形補正解(F(c), N(c)), (b)が全変形解(F, N)の場合を示す。

総支保剛性 \bar{K}_T は、 $t=0$ の掘削前の初期地盤における $K_T=K_L=K_0^*$ 、 $\bar{K}_T=\bar{K}_L=1.0$ を基準とし、 $t=0.9\sim 1.0$ 間においてライニング支保剛性 \bar{K}_L の急激な低下とともに総支保剛性 \bar{K}_T も低下し、とくに全変形解(埋設管に対応)に比べ初期変形補正解(トンネルに対応)の総支保剛性 \bar{K}_T が予想以上に小さいことが知れる(\bar{K}_E に大差がないので、主に \bar{K}_L の低下による)。なお、 $t=1.0$ の素掘り状態($\bar{K}_L=0$)では両者の総支保剛性、すなわち地山支保剛性は一致し、 $\bar{K}_T=\bar{K}_E=(1-2\nu)/2(1-\nu)$ で地盤のポアソン比のみの関数となる。

ところで、解析解を用いて今回新たに定式化した全変形解の場合の式(20)、(21)および初期変形補正解の場合の式(24)、(25)から直接 \bar{K}_T 、 \bar{K}_L を計算した結果を示したのが図-2中の曲線であり、上述の○印(式(15)、(17))との一致から定式化の正しいことが確認できる。

4. トンネル支保特性曲線の構成

(1) 解析結果の σ_0 、 u_0 と式(15)、(17)による構成

NATMの基本概念であるFenner-Pacher曲線の図は横軸に内空変位 u_0 、縦軸に、必要なライニングの支保圧 σ_0 をとって、地山の $\sigma_0 \sim u_0$ 関係(以下、地

山支保特性曲線と呼ぶ)とライニングの $\sigma_0 \sim u_0$ 関係(以下、ライニング支保特性曲線と呼ぶ)が描かれる。本報ではより汎用性をもたせるために、 σ_0 、 u_0 を掘削前の初期応力と初期地盤変位 σ_0^* 、 u_0^* でそれぞれ相対化した値 σ_0/σ_0^* 、 u_0/u_0^* を用いる。 $\sigma_0/\sigma_0^*=1$ 、 $u_0/u_0^*=1$ が掘削前初期地盤の状態であり、地山支保特性曲線は必ずこの点を通ることになる。

解析結果の σ_0/σ_0^* 、 u_0/u_0^* あるいは式(15)、(17)から \bar{K}_L/\bar{K}_T 、 $1/\bar{K}_T$ を用いて、地盤の $\nu=0.2, 0.3, 0.4$ の別に、ライニングの $\bar{\nu}=0.2$ を一定とし、 $t=a/b=0.9, 0.95, 0.98$ の場合の初期変形補正解(○印)と全変形解(□印)を合わせて一枚の図に描くと図-3のようである。上側(a), (c), (e)が $\bar{E}/E=10$ 、下側(b), (d), (f)が $\bar{E}/E=100$ の場合である。

同図において、解析解(与えられた条件下の地山とライニングの平衡点)はすべて(1,1)を通る直線上に並び、かつ、その直線は \bar{E}/E や $\bar{\nu}$ によっても変わらないことが確かめられる。つまり、他の地盤条件やライニング条件、初期応力条件に無関係に、唯一地盤のポアソン比 ν に依存することがわかる。これが弾性地盤の地山支保特性曲線(地山の $\sigma_0/\sigma_0^* \sim u_0/u_0^*$ 関係)である。

さらに、全変形解(□印)とライニング開始時となる無応力状態の点(0,0)を結んだ直線、および初期変形補正解(○印)とこの場合のライニング開始時となる点(1,0)を結んだ直線が、それぞれの場合のライニング支保特性曲線(ライニングの $\sigma_0/\sigma_0^* \sim u_0/u_0^*$ 関係)となる。その大きな特徴は、同図(a)から(f)までの各図において全変形解と初期変形補正解のライニング支保特性曲線が平行になることである。ちなみに、両直線の勾配はライニングの支保剛性 \bar{K}_L

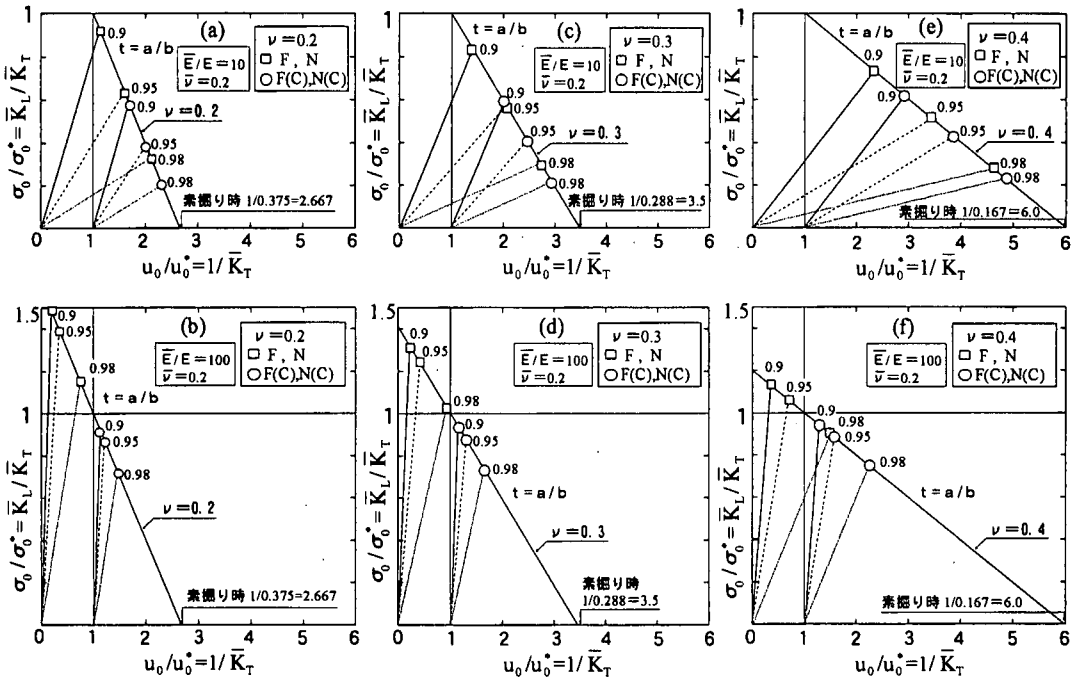


図-3 解析結果の σ_0 と u_0 と式(15), (17)から求めたトンネル支保特性曲線($\bar{\nu}=0.2, t=0.9-0.98$)

であり、両者で一致することがわかる。

前報²⁾に見たように、全変形解と初期変形補正解の応力、変位の式は複雑な相違を示していたけれども、結局は、両者のライニング支保特性曲線(直線)の勾配は支保剛性 \bar{K}_L (t と $\bar{\nu}/\nu, \bar{E}/E$ の関数)によって定まり、零点をライニング開始時に合わせれば良いという極めて単純で、理屈通りの結果を与えているといえる。この結果を利用すれば、トンネルの支保特性曲線の作成に関しては、単純な全変形解さえ求めれば、複雑な初期変形補正解を無理して求める必要はないということになる。

なお、図-3のトンネル支保特性曲線の結果から言えることは、トンネルのように初期変形補正解が適用される場合には、総支保剛性 K_T が初期地盤の支保剛性 K_0^* を越えないこと($\bar{K}_T = K_T/K_0^* < 1$)、言い換えるとライニングの剛性をいかに高くしても支保圧 σ_0 が初期応力 σ_0^* を越えることはない($\sigma_0/\sigma_0^* < 1$)。しかし、埋設管のように全変形解が適用される場合には、ライニングの厚さや \bar{E}/E の増加によって σ_0/σ_0^* が1を越える、つまり、初期地盤より高い支保剛性と高い支保圧を生じる(反面、周辺地盤の応力が初期応力より減少していることになる)場合のあることに注意が必要である。

(2) トンネル支保特性曲線の力学的意味

図-3に示したトンネル支保特性曲線について、解

析解を用いて一般的に定式化すると以下のである(図-4参照)。 σ_0/σ_0^* 、 u_0/u_0^* を直接に応力、変位の式(5)~(11)から誘導するか、または \bar{K}_T 、 \bar{K}_L による表示式(15), (17)に、既に誘導した支保剛性の式(20)~(25)を用いても同じ結果を得る。

a) 全変形解の場合(図-4(b))

まず、地山支保特性曲線について、基礎式は、

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_0^*} = \frac{\bar{K}_L}{\bar{K}_T} = \frac{2(1-\bar{\nu})(1-2\bar{\nu})(t^2+1-2\bar{\nu})}{(1-2\bar{\nu})(1-t^2)+(1-2\bar{\nu})(t^2+1-2\bar{\nu})/\bar{\kappa}} \quad (26)$$

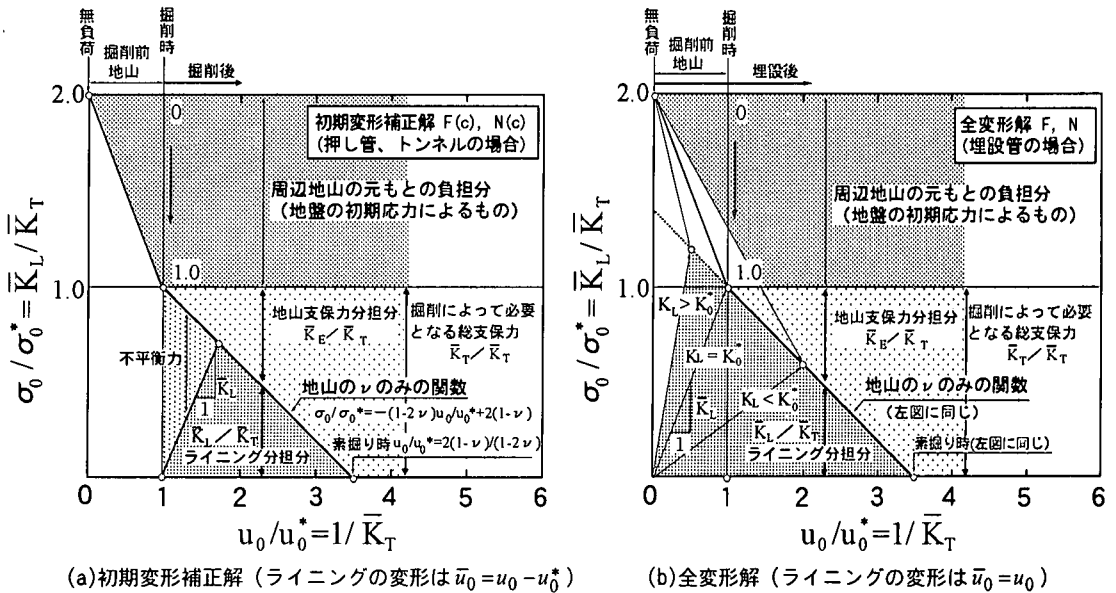
$$\frac{u_0}{u_0^*} = \frac{1}{\bar{K}_T} = \frac{1}{(1-2\bar{\nu})} \left\{ 2(1-\bar{\nu}) - \frac{2(1-\bar{\nu})(1-2\bar{\nu})(t^2+1-2\bar{\nu})}{(1-2\bar{\nu})(1-t^2)+(1-2\bar{\nu})(t^2+1-2\bar{\nu})/\bar{\kappa}} \right\} \quad (27)$$

両式より、 $\sigma_0/\sigma_0^* \sim u_0/u_0^*$ 関係を求めると、ライニング条件に関係する $t, \bar{\nu}, \bar{E}$ あるいは $\bar{\kappa}$ が消去され、次式のように簡単な式で表される。

$$\sigma_0/\sigma_0^* = -(1-2\bar{\nu})(u_0/u_0^*) + 2(1-\bar{\nu}) \quad (28)$$

これが地山の支保特性曲線と呼ばれるもので、与えられた地山に対し全てのライニングが平衡状態において満足すべき基本式となる。これは掘削前の初期地盤状態を示す $\sigma_0/\sigma_0^* = 1, u_0/u_0^* = 1$ の点を通り、素掘りのときの $\sigma_0/\sigma_0^* = 0, u_0/u_0^* = 2(1-\bar{\nu})/(1-2\bar{\nu})$ なる点に至る、勾配が $-(1-2\bar{\nu})$ の直線で、地盤のポアソン比のみの関数となる。

一方、ライニングの $\sigma_0/\sigma_0^* \sim u_0/u_0^*$ 関係は、式



(a)初期変形補正解 (ライニングの変形は $\bar{u}_0 = u_0 - u_0^*$) (b)全変形解 (ライニングの変形は $\bar{u}_0 = u_0$)

図-4 トンネル支保特性曲線の物理的意味

(26), (27) から明らかなようにその勾配は $(\sigma_0/\sigma_0^*)/(u_0/u_0^*) = \bar{K}_L$ である。すなわち、全変形の場合のライニング支保特性曲線は無負荷状態の点 (0,0) を通り、勾配がライニングの支保剛性 \bar{K}_L (式 (21)) の直線となる。ただし、 \bar{K}_L は式 (21) に見るように、地盤物性、ライニング物性と巻き厚の全ての関数であり、本報後半では $1, \bar{\nu}, \bar{\kappa}$ の関数として処理される。

b) 初期変形補正解の場合 (図-4(a))

地山支保特性曲線を与える基礎式は、

$$\frac{\sigma_0^c}{\sigma_0^*} = \frac{\bar{K}_L^c}{\bar{K}_T^c} = \frac{(1-2\bar{\nu})(1-l^2)}{(1-2\bar{\nu})(1-l^2) + (1-2\bar{\nu})(l^2+1-2\bar{\nu})/\bar{\kappa}} \quad (29)$$

$$\frac{u_0^c}{u_0^*} = \frac{1}{\bar{K}_T^c} = \frac{1}{(1-2\bar{\nu})} \left\{ 2(1-\bar{\nu}) - \frac{(1-2\bar{\nu})(1-l^2)}{(1-2\bar{\nu})(1-l^2) + (1-2\bar{\nu})(l^2+1-2\bar{\nu})/\bar{\kappa}} \right\} \quad (30)$$

両式より、 $\sigma_0^c/\sigma_0^* \sim u_0^c/u_0^*$ 関係を求めると、

$$\sigma_0^c/\sigma_0^* = -(1-2\bar{\nu}) \left(u_0^c/u_0^* \right) + 2(1-\bar{\nu}) \quad (31)$$

これは全変形解の場合の式 (28) と同形であり、地山支保特性曲線は一致し、その特性は前記した通りとなる。

一方、ライニングの支保特性曲線は、初期変形の補正によりライニングの変形 \bar{u}_0 が $\bar{u}_0 = u_0 - u_0^*$ 、開始点が $u_0^c/u_0^* = 1$ となる (前述したように、 u_0^c は地盤の無負荷状態からの変位量であり、全変形解の場合の u_0 に対応する)。したがって、その勾配は $(\sigma_0^c/\sigma_0^*)/(u_0^c/u_0^*) = \bar{K}_L^c$ ではなく、 $(\sigma_0^c/\sigma_0^*)/(\bar{u}_0/u_0^*)$ となり、式 (29), (30) を用いて少々計算を行うと

$(\sigma_0^c/\sigma_0^*)/(\bar{u}_0/u_0^*) = \bar{K}_L$ となる。

つまり、開始点 (0,1) を通り、勾配は全変形解の場合と同じくライニング支保剛性 \bar{K}_L に等しい直線となる。解析解の性質から、このライニング支保特性曲線の開始点による平行移動性は一般化できるものと推測できる。

以上の結果を模式的に表したのが図-4 である。同図(a)の初期変形補正解の場合において、上半部には掘削前の地盤が無負荷状態から一様に初期応力 σ_0^* 、変位 u_0^* の状態 (これを初期地盤と呼ぶ) まで負荷されている様子を示す (周辺地山の負担分は、図の上下を逆にして $\sigma_0/\sigma_0^* = 2.0$ の線が無負荷状態として、地山支保特性曲線を眺めればよい)。初期地盤の応力 σ_0^* (式 (8))、変位 u_0^* (式 (9))、および剛性 K_0^* (式 (13)) を基準値に使い、図中の点 $(\sigma_0/\sigma_0^*, u_0/u_0^*) = (1, 1)$ が初期地盤状態を表す。このとき、掘削予定断面内の地盤 (ライニングに相当) と周辺地山の負担分は、支保剛性で表すと $K_L = K_0^*$ 、 $K_E = 0$ 、 $K_T = K_L + K_E = K_0^*$; $\bar{K}_L = K_L/K_0^* = 1$ 、 $\bar{K}_E = K_E/K_0^* = 0$ 、 $\bar{K}_T = K_T/K_0^* = 1$ となる。しかし、実際には両者は等しく σ_0^* 、 u_0^* を負担しており、周辺地山についてはこの初期地盤状態を基準 ($K_E = \bar{K}_E = 0$) にトンネル掘削とともにどれだけ負担分が増加するかを、地山支保力として考えている。つまり、ここでいう支保力、支保剛性とは、初期地盤において掘削予定地盤が負担あるいは発揮していた支保力 (剛性表示で $K_T = K_L = K_0^*$ あるいは $\bar{K}_T = \bar{K}_L = 1$) を単位にとり、掘削後それらをライニ

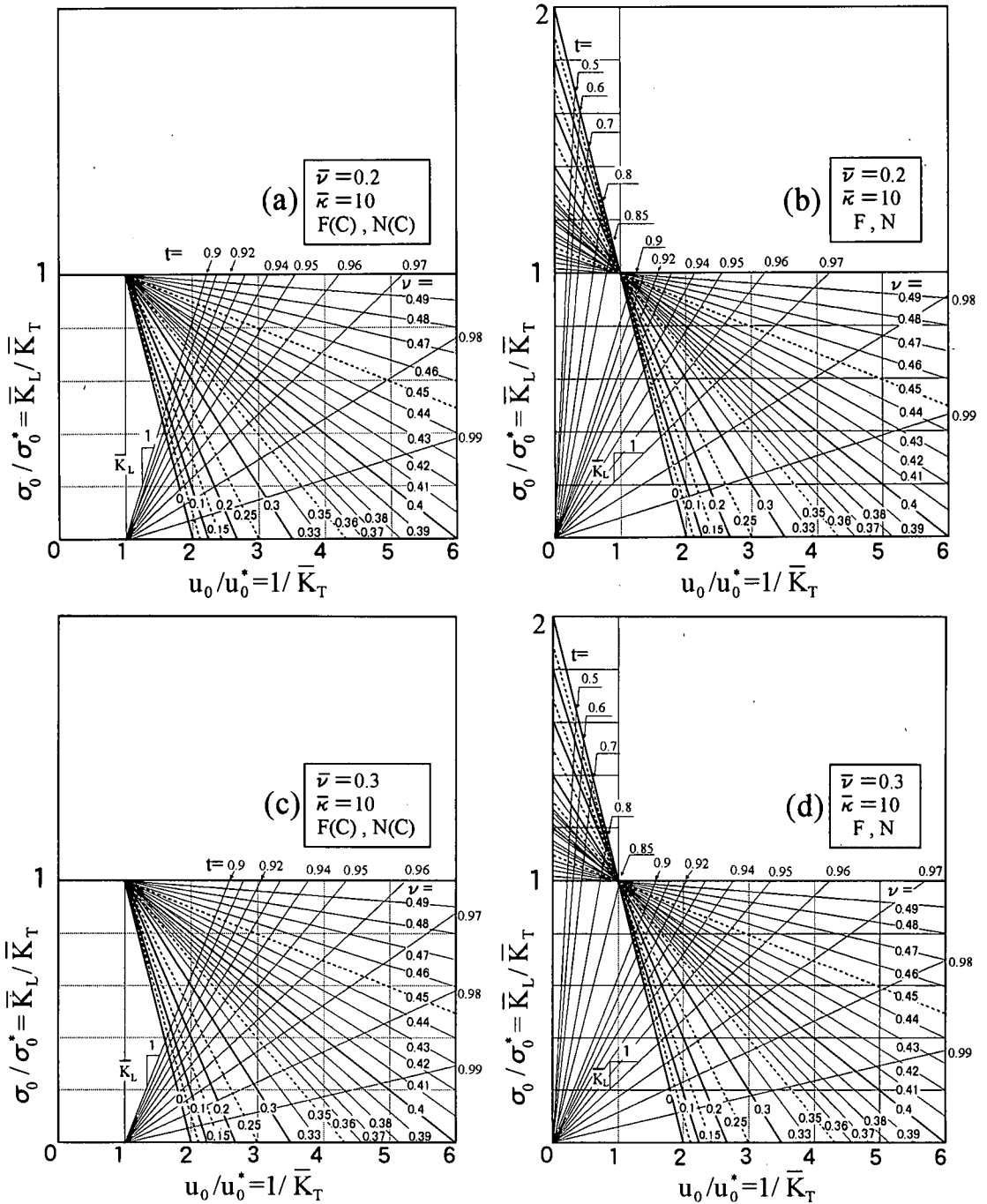


図-5 トンネル支保特性曲線の理論的構成 ($\bar{\kappa}=10$)

ングと周辺地山がどのように負担し合うかを評価するものである。

本報は弾性解の範囲で論じているので問題とならないが、地盤のゆるみや破壊を考える場合にはこのベースとしている負担分も含めて絶対応力、変位を考える必要がある。さらに、地山支保力では、局所

的な応力集中や解放などの分布特性を無視し、周辺地山の平均的支保力あるいは全体的な荷重負担分を採用している。このようにすれば、掘削後の地山支保力とライニング支保力の和である総支保力は、最大でも初期地盤が発揮していた総支保力 ($\bar{K}_T = \bar{K}_L = 1$ で、絶対値も既知量) に等しいことが

わかる。

つぎに、図の下半部、点(1,1)以降の地盤とライニングの挙動特性が、Fenner-Pacher 曲線を始めたといわゆる支保特性曲線としてこれまで検討の対象とされてきた部分である。上記したように、地山とライニングの平衡点を表す地山支保特性曲線は、点(1,1)を始点、素掘り時の変位点を終点とする直線、式(28)で与えられる。この地盤に支保剛性 \bar{K}_L のライニングを施すとき、ライニング支保特性曲線は始点を点(1,1)、勾配 \bar{K}_L の直線となり、上記直線との交点がこの場合の求める平衡点となる。

ところで、この図では掘削によって必要となる総支保力が、地盤条件やライニング条件に関わらず縦軸上では常に 1.0 となるように、各支保力を総支保力(剛性表示で \bar{K}_T) で相対化して \bar{K}_L/\bar{K}_T , \bar{K}_E/\bar{K}_T , \bar{K}_T/\bar{K}_T のように表されている。したがって、地山支保特性曲線 ($\bar{K}_L/\bar{K}_T \sim 1/\bar{K}_T$ 曲線) は、その下方 $\bar{K}_L/\bar{K}_T=0$ までの縦距が総支保力に占めるライニングの分担割合 (\bar{K}_L/\bar{K}_T) を、同曲線から上方 $\bar{K}_T/\bar{K}_T=1.0$ までの縦距が地山の分担割合 (\bar{K}_E/\bar{K}_T) を表すところの、両者の分割線の意味を持つ。

一方、同図においてライニング自身の分担能力を $\sigma_0/\sigma_0^* \sim u_0/u_0^*$ 関係で表したライニング支保特性曲線は、地盤条件とライニング条件の双方(つまり、 \bar{K}_L) の関数であり、同一ライニングでも対象地盤によって直線の勾配が異なり、発揮し得る支保力が変化することを示す。また、決定されたライニング支保特性曲線が地山支保特性曲線との平衡点に達するまでの変形途中では、同図における両線の縦距差がその時々々の支保力の不足分を表すことになる。

同図(b)に示す全変形解の場合には、地山支保特性曲線は上記図(a)の場合と同一であるが、ライニング支保特性曲線は始点が(0,0)に移り、地盤の無負荷状態からの全変形につき合うこととなる。その勾配は \bar{K}_L であって、地盤とライニングの条件が同じ時には初期変形補正解の図を平行移動したものとなる。

同図(a)との最大の相違は、ライニングの支保剛性が初期地盤のそれより大きな場合には、 $u_0/u_0^*=0 \sim 1$ 間においてライニング分担分 \bar{K}_L/\bar{K}_T が 1.0 以上の領域が存在することである。この値は ν が小さいほど大きくなり、極限 ($\nu=0$) で $\bar{K}_L/\bar{K}_T=2.0$ となり、周辺地山の元もとの負担分も全てライニングが負担することになる(後出図-5 参照)。

(3) 支保特性曲線の特徴

前節(2)の定式化にしたがってトンネルの支保特性曲線を構成した例を図-5 に示す。地山支保特性曲

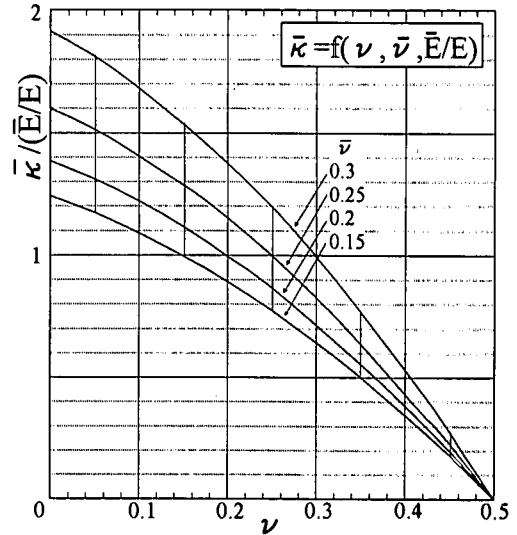


図-6 物性代表変数 \bar{k} の簡易読み取り図

線は地盤のポアソン比 $\nu=0 \sim 0.49$ の全域について、これら全ての図で共通である。同図(a)の初期変形補正解と(b)の全変形解との違いは、 $u_0/u_0^* < 1$ の領域の存在の有無のみである。

一方、ライニング支保特性曲線はその勾配 \bar{K}_L が式(21)に示したように地盤とライニング条件によって変化する。汎用性を考えると、物性値の組合せを $\bar{\nu}$ と \bar{k} で表し、ライニング厚さ t をパラメータに図示するのが良い。 $\bar{k}=10$, $\bar{\nu}=0.2$ あるいは 0.3 を固定した同図において、ライニング支保特性曲線は t のみによって区別される。同図(a)と(b)あるいは(c)と(d)において、 t の等しいライニングは勾配が等しく、それぞれの支保開始点に平行移動したものとなっている。なお、 \bar{k} は E , ν , \bar{E} , $\bar{\nu}$ の関数として式(22)で与えられるが、これを図-6のように \bar{E}/E で相対化して図示しておけば、所要の \bar{k} に対する \bar{E}/E , $\bar{\nu}$, ν の組合せの選択は容易となる。

図-5 において、両支保特性曲線の交点はすべて平衡点であって、与えられた地盤とライニングの条件の組合せに対応している。任意の平衡点についてみると、そのライニングの代表応力、変位状態が $(\sigma_0/\sigma_0^*, u_0/u_0^*)$ であると同時に、それを満たす $\bar{k}=10$, $\bar{\nu}=0.2$ あるいは 0.3 , t および ν が与えられるから、式(22)あるいは図-6から \bar{E}/E の値も定まることになる。同じ地盤条件、ライニング条件に対し、図(a)と(b)あるいは図(c)と(d)では平衡点の位置 $(\sigma_0/\sigma_0^*, u_0/u_0^*)$ が大きく異なることに注意が必要である。

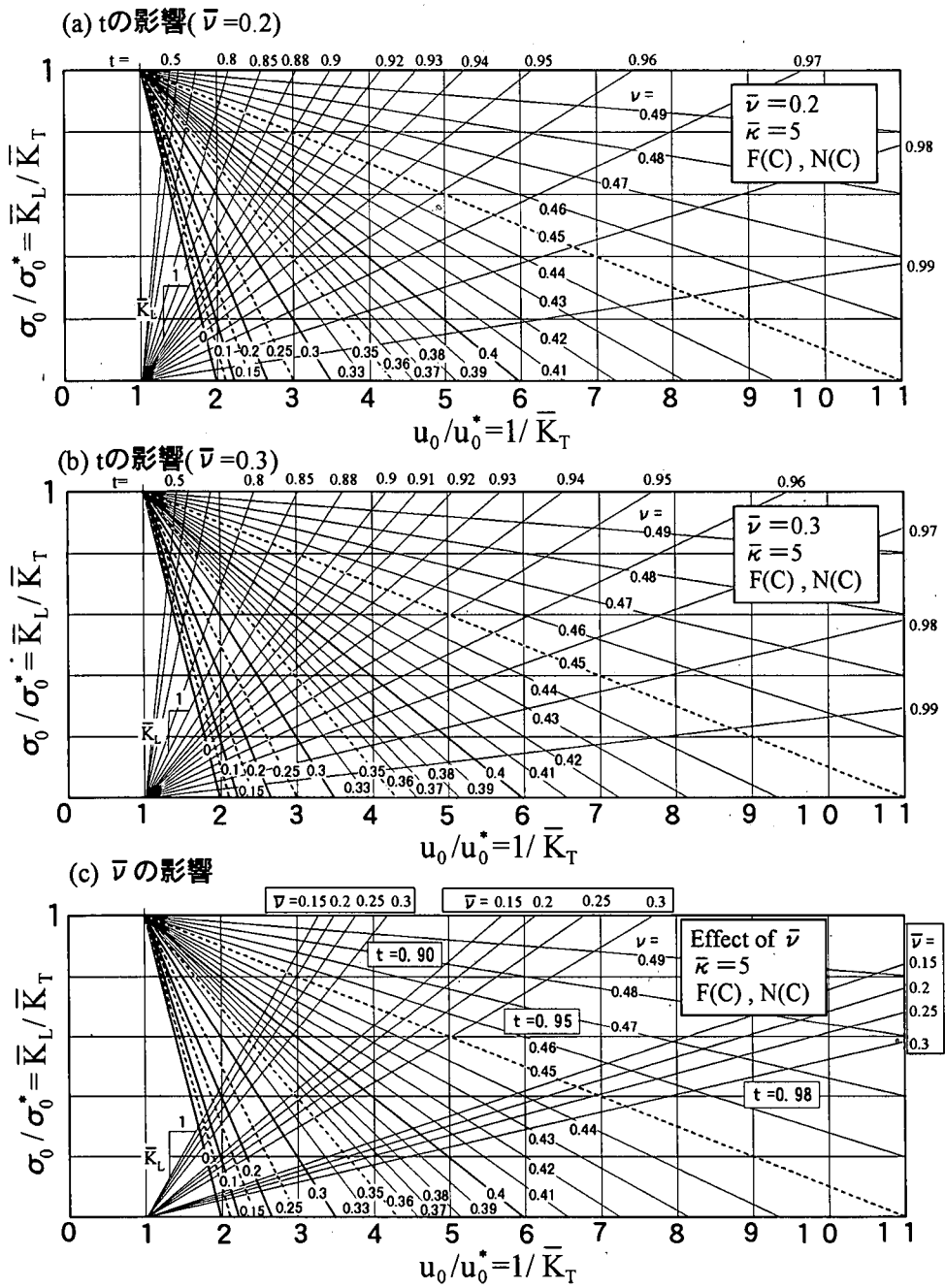


図-7 ライニング支保特性曲線の変化($\bar{\kappa}=5$)

さらに、図-7はトンネルライニングを対象に初期変形補正解の $\bar{\kappa}=5$ の場合について、(a)と(b)はそれぞれ $\bar{\nu}=0.2$ と $\bar{\nu}=0.3$ における t の影響を示し、(c)は t 一定における $\bar{\nu}$ の影響を示している。これらの図においても地山支保特性曲線は不変で、先の図-5(a) $\bar{\kappa}=10$ の場合と同一のものである。

同図からライニング支保特性曲線は、 t の増加(巻厚の減少)や $\bar{\nu}$ の増加によって、敏感に勾配 \bar{K}_L が減少し、平衡点の支保力(σ_0/σ_0^*)の低下と変形(u_0/u_0^*)の増大を招くことが知れる。さらに図-5(a)、(c)と対比することによって、 $\bar{\kappa}$ の減少によっても同様な勾配 \bar{K}_L の減少が見られる。

(4) 周辺地盤の破壊を考慮した場合の地山支保特性曲線

前節までは地盤もライニングも弾性体と仮定した場合の解析である。ところで、初期地盤状態 ($\sigma_0/\sigma_0^*=1, u_0/u_0^*=1$) から掘削後ライニングとの平衡状態に達するまでの、 ν 一定とした地山支保特性曲線の縦軸である支保力 (σ_0/σ_0^*) の低下は、安定に必要なライニング支保力の減少を意味するもので、地山支保力の増加に他ならない。そのため周辺地盤はいわゆる応力集中による破壊（弾性破損、あるいは塑性降伏）を生じる可能性がある。これを周辺地盤のポアソン比 ν が $\nu=0.5$ に向かった増加で表現するとき、ライニングが健全であるとすれば、**図-8**に例示するような曲線化した地山支保特性曲線（初期応力 σ_0^* によって①とか、②とか）が推定される。

前節(3)の**図-4**のところで説明したように、地盤の破壊にはベースとなる初期地盤の応力 σ_0^* あるいは変位 u_0^* を含め、絶対値 (σ_0, u_0) としての一定応力あるいは一定変位の破壊条件を考える必要のあることは言うまでもない²⁾。また、**図-8**の曲線②のように支保力の最小値を有する Fenner-Pacher 型の $\sigma_0/\sigma_0^* \sim u_0/u_0^*$ 関係になるかどうかは、地盤の破壊後の応力～ひずみ関係 ($\sigma_0/\sigma_0^* \sim u_0/u_0^*$ 座標に変換したもの) とライニング支保特性曲線の位置関係に依存することが推察される。

一方、ライニング支保特性曲線についても今少し詳細に見ると、ライニングが健全と仮定しても、 ν の増加によって**図-6**に示したように $\bar{\kappa}/(\bar{E}/E)$ が減少するため、勾配 $\bar{\kappa}_L$ が減少することになる。ただし、地盤の破壊によって ν の増加とともに E の減少も生じるのが普通であるため、上記の $\bar{\kappa}/(\bar{E}/E)$ の減少がこの E の減少に見合うときには、 $\bar{\kappa}$ は一定となり上記のように勾配 $\bar{\kappa}_L$ を不変とすることもあながち無理な仮定ではない。ライニングと地盤の物性値の相対化指標として、 $\bar{\kappa}$ を用いて整理することを選んだ理由のひとつでもある。

以上は、弾性解析に基づく地盤破壊時の地山支保特性曲線の一つの解釈を示したものであることを繰返しおことわりしておきたい。

5. 結語

本文では、初期応力による地盤変形を考慮した円形ライニングの2次元弾性解に基づいてトンネル支保特性曲線を構成する手法を論じた。得られた結果を以下に列記して結語とする。

①支保効果の定量化指標として、著者等がすでに示

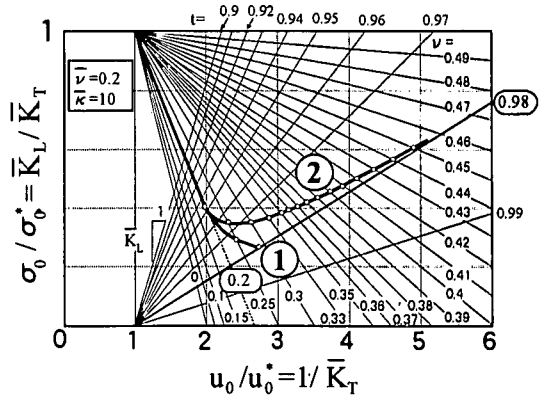


図-8 トンネル支保特性曲線における周辺地盤の破壊の考慮

している地山支保剛性 $\bar{\kappa}_E$ 、ライニング支保剛性 $\bar{\kappa}_L$ およびトンネル総支保剛性 $\bar{\kappa}_T$ を採用し、上述の2次元弾性解に基づいて全変形解および初期変形補正解について支保剛性の算定式を示した。

②これら支保剛性を用い、Fenner-Pacher 相当のトンネル支保特性曲線を構成する方法を示し、埋設管のように全変形解が適用される場合とトンネルのように初期変形補正解が適用される場合の根本的な相違と互換性を明らかにした。

③こうして得られるトンネル支保特性曲線の力学的な意味を明らかにするとともに、地山やライニングのヤング率やポアソン比などの入力物性値の組み合わせ依存する基本的な特徴について整理して示した。

以上の結果、最も単純なる弾性地盤の円形トンネルを例にとり、NATMの支保理論に対する一つの定量的な解釈を示し得たものと考えている。

参考文献

- 1) 木山英郎, 藤村 尚, 西村 強, 池添保雄: トンネル支保特性曲線の定量的評価に関する理論的考察, 材料, Vol. 41, No.463, pp. 417-423, 1992.
- 2) 木山英郎, 藤村 尚, 西村 強, 池添保雄: 初期地盤の変形を考慮した円形ライニングの2次元弾性解 - 地山支保力の定量化へのアプローチ-, 土木学会論文集, No.589/III-42, pp. 91-98, 1998.
- 3) Rabcewicz, L. V.: Stability of tunnels under rock load (Part I), Water Power, pp. 225-229, 1969.
- 4) 高橋英邦, 河田孝志, 熊坂博夫: 山岳トンネルの新技术(22)(23)および原田史也: 同上(24)~(26), トンネルと地下, 第20巻1号, pp. 59-65~第20巻5号, pp. 65-75, 1989.

(1998. 2.16 受付)

THEORETICAL CONSTRUCTION OF CHARACTERISTIC CURVE OF TUNNEL-SUPPORT FROM A TWO-DIMENSIONAL ELASTIC SOLUTION

Hideo KIYAMA, Hisashi FUJIMURA, Tsuyoshi NISHIMURA and Yasuo IKEZOE

Active mobilization of bearing capacity of surrounding rock mass characterizes the NATM concept of supporting. There have been many attempts to give quantitative expressions for this capacity, but no one has ever completely succeed. The authors^{1),2)} have carried out a strict solution of a circular tunnel in an elastic ground and showed that the bearing capacities of a tunnel lining, the surrounding ground and the total can be evaluated quantitatively by a common index, 'support-stiffness'. By advancing the above analysis, in this paper, the support-stiffnesses and the strict solution are utilized successfully to construct a theoretical characteristic curve of tunnel-support. This characteristic curve is helpful in understanding the formation of the Fenner-Pacher curve in actual tunnelling.