

水～土連成計算による 土留めに作用する力の時間依存性挙動の解析

野田 利弘¹・高稻 敏浩²・浅岡 顕³

¹正会員 工博 名古屋大学大学院助教授 工学研究科地盤環境工学専攻(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

²正会員 工修 (株)淺沼組 技術研究所(〒569-0034 大阪府高槻市大塚町3-24-1)

³正会員 工博 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

土留めの設計には古典的な土圧理論が用いられている。この土圧理論は、土の極限状態を対象としていて変形や時間依存挙動を考慮できない。本論文では、深さ3mの掘削壁が(1)自立する場合と(2)自立しない場合の二種類の過圧密地盤を想定し、土留め工に作用する土圧の時間依存的特性と土留壁の立て込み時期の影響を、水～土連成有限変形計算により調べた。土留め工の特性は、それに接触する土の変位速度に制約条件をつけることで表した。この結果、掘削背面の土中における間隙水のマイグレーションによって、発生土圧は掘削後時間とともに上昇して定常状態になるが、その大きさは掘削周辺の土を変位させてから土留め工を設置する方が小さく、またこの傾向は自立する地盤でより顕著であることが明らかになった。

Key Words : excavation finite element method, overconsolidation, cam-clay model, soil-water coupled system time dependence, subloading yield surface concept

1. 序論

地盤を掘削する場合に設ける土留め壁や切梁に作用する力を算出するとき、一般に外力としてランキン土圧やクーロン土圧などが用いられている。これらの古典的な擁壁土圧は、掘削深が十分大きく、地盤が完全に破壊している状態において擁壁に作用する力であり、剛塑性論に基づいて求められている。したがって、地盤の変形や経過時間とは無縁であり地盤がどの程度変形したときにどの程度の土圧が発生するのか、あるいは掘削開始後どの時点で発生するのかを知ることができない。一般に地表面付近の土は過圧密状態にあり、そうした地盤において発生する土圧を正確に算出するためには地盤の変形から破壊に至るまでのすべての挙動を力学的に把握した上で、計算することが必要である。また、掘削において地盤は一般に除荷を受けるので過圧密状態での挙動を正確に表現できる構成モデルも必要となる。

本論文では、有限変形理論に基づく土骨格の非粘性構成則を用いた水～土連成の弾塑性変形計算¹⁾(付録1)により、時間依存的な地盤の挙動と土圧の変化について

検討した。まず、はじめに無補強で掘削した場合に自立する地盤と自立しない地盤を示したうえで、それぞれの地盤において掘削直後設置したとき土留め壁や切梁に作用する力が時間とともに変化する様子を示す。次に、掘削後土留めを設置するまでに土に許す変形の程度に応じて、土留めに作用する土圧の変化の様子を示す。

2. 計算方法

(1) 地盤の初期条件

地盤の地表面付近は一般に過圧密状態にあり、また掘削により地盤は除荷を受け過圧密状態になる。こうした過圧密状態にある土の挙動を正確に表現することが掘削計算において重要となる。従来、この過圧密領域は非線形弾性体として扱われることが多い(例えば、参考文献2))。そこで、本論文では、構成式に過圧密土の弾塑性挙動をよく再現する下負荷面³⁾⁽⁴⁾カムクレイモデル⁵⁾(付録2)を用いて、この領域を正規圧密領域と統一的に表し、有限要素法による水～土連成有限変形計算を行った。

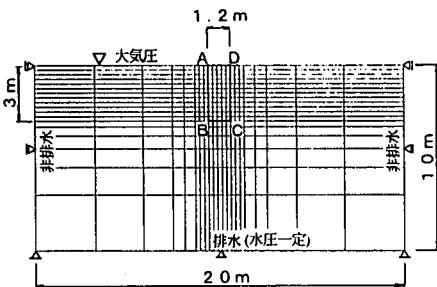


図-1 メッシュ図および境界条件

表-1 材料定数

	自立する地盤	自立しない地盤
圧縮指数 n	0.131	
膨脹指数 c	0.016	
限界状態定数 M	1.53	
ポアソン比 ν	0.30	
透水係数 k (m/sec)	3.00×10^{-7}	
土粒子の密度 ρ_s (kN/m ³)	25.5	
飽和単位体積重量 (γ_{sat})		
深さ 1 m (kN/m ²)	15.8	14.6

有限要素計算に用いたメッシュ（要素数 378, 節点数 418）および境界条件を図-1、土質定数を表-1に示す。上下面是排水で、地表面と水位面は一致させ上端面の水圧は常にゼロと設定した。下端面の水圧は初期静水圧分だけ常にかかるように設定した。また、側面は非排水境界としている。飽和土の弾塑性挙動の解析では、計算に用いる地盤の応力や間隙比などの初期値を決めることが極めて重要である。本論文においては、初期状態のみが異なる2種類の地盤を典型例として想定しているが、それらの地盤の応力、比体積や過圧密比（OCR）等の初期状態は、以下に示すように決定している。地表面に分布荷重（30kN/m²または150kN/m²）が1次元載荷され、側方に均質な1次元の正規圧密地盤を仮定すると、自重と弾塑性パラメーターから求まる K_0 値（付録3）を用いて、応力、比体積などの鉛直分布を求めることができる。この地盤に対し上載荷重分を除荷する計算を行い、過剰水圧が完全に消散した時点を掘削前の初期状態とした。したがって、いずれの地盤も OCR、比体積、有効応力は、土被り圧に応じて深さ方向に分布している。このときの OCR と鉛直有効応力の分布を図-2に示すが、150 kN/m² で載荷除荷された地盤は地盤全体がよく締め固められていることがわかる。

(2) 掘削の方法

図-1 中 A B C D の部分を一度に幅 1.2m、深さ 3m で瞬時に（0.0015 秒）掘削する。計算において掘削は掘削壁面 ABCD 上に作用している初期応力を逆向きに作用させることで再現している。また、掘削面は、地表面と

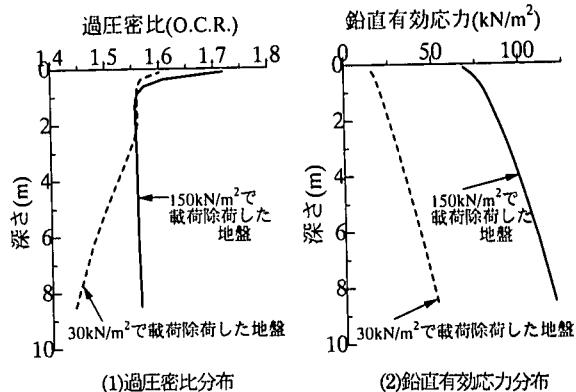


図-2 初期地盤

同じように大気に接していて間隙水圧が常にゼロとなる排水境界としている。

(3) 土留めの設置

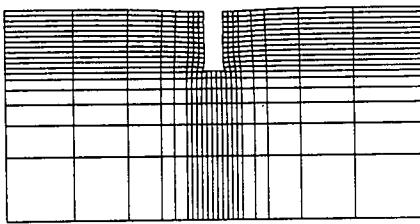
土留め設置の場合、掘削後に行い土留め壁の根入れは 30cm としている。今回の計算は土留め壁および切梁は剛であるとして、土骨格の変形に制約条件を課すことにによりモデル化している（付録4）。すなわち、切梁は、その設置位置における有限要素節点 2 点間の距離が変わらない条件（距離不変条件）を、そして土留め壁においては、その設置位置における有限要素節点 2 点間の距離が変わらない条件（距離不変条件）と 3 点間の角度が変わらない条件（角度不変条件）を土骨格の変形に与えて表現している。また、土留め壁を設置した境界は、水圧ゼロの排水条件としている。ただし、根入れ部分では隣合う要素間で水の移動がない非排水条件として処理した。

3. 計算結果

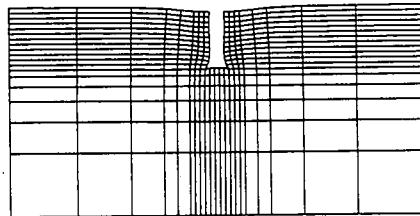
(1) 3m掘削後の無補強地盤の挙動

前述した初期状態の異なる 2 つの地盤について掘削後無補強時の変形挙動を示す。地表面に 30kPa を載荷除荷した地盤の掘削後の変形の推移を図-3 に示す。時間の経過とともに変形は止まることなく進み、自立できずに破壊に向かっている。変形に時間を要しているが、これは水～土連成の結果である。ここでは、瞬間掘削を仮定したが、十分にゆっくりと時間をかけて掘削しようとする場合は掘削時に掘削面は大きく倒れ地盤は破壊に向かう。また、150kPa を載荷除荷したよく締まった地盤は、4cm 掘削側へ変位して自立する。そのときの最終の変形図を図-4 に示す。以後、それぞれの地盤を自立しない地盤（非自立地盤）および自立する地盤（自立地盤）と呼ぶ。

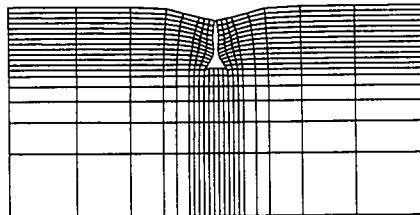
これらの様子は図-5 の概念図を用いて次のように説明できる。土は外力に対し、変形することによって内部



(1)掘削直後



(2)4時間後



(3)11時間後

図-3 自立しない地盤の変形図

に抵抗力を発生するが、①硬い土の場合は少しの変位で外力と同じ大きさだけの抵抗力を内部に発生できる一方、②軟らかい土の場合は大きく変位しなければ、それができない。さらに土によっては、③大きく変位しても安定できずに倒壊することもある。図-3および図-4に示した自立しない地盤および自立する地盤はそれぞれ③、①に相当する。なお、地盤を掘削した場合の外力は、掘削背面の土の自重と浸透力に起因した力である。

2) 自立地盤と非自立地盤の土留めによる補強時の土圧分布の経時変化

a) 非自立地盤における一段梁設置時の挙動

掘削直後に土留めを設置して土留めに作用する力を調べる。まず、自立しない地盤において、瞬時に掘削した後すぐに地表面以下-0.5、-1.0、-1.5mのそれぞれの位置に一段切梁、山留め壁を掘削直後に設置して、そのときに発生する切梁軸力および土留め壁の曲げモーメントの経時変化をそれぞれ図-6、図-7に示す。軸力、曲げモーメントとも土留め設置直後に最大値となるのではなく時

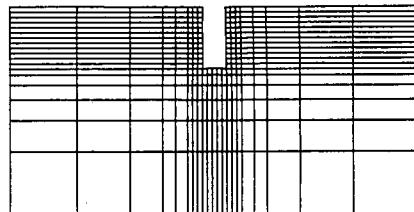


図-4 自立する地盤の最終変形図

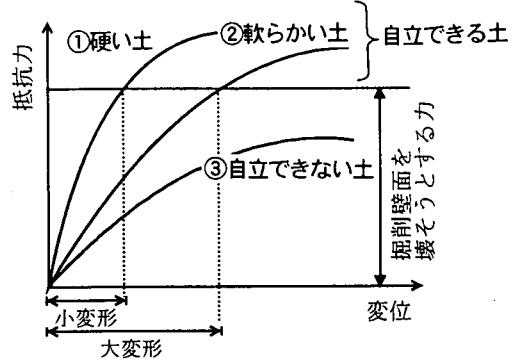


図-5 土の抵抗力～変位関係

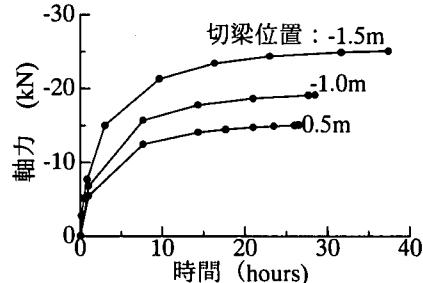


図-6 一段切梁軸力の経時変化

間にとともに増加していく、土留めに作用する力が時間とともに次第に発生していることがわかる。

b) 自立地盤と非自立地盤における2段切梁設置時の挙動

土留めに作用する力について、自立する地盤と自立しない地盤において2段切梁を設置した場合を取り上げ詳細に検討を行う。前述したように土留め壁、切梁を土骨格の速度に課した制約条件を用いて表現しているので、2段切梁の場合は不動の土留めとなる。掘削、土留め設置方法については前述の通りであるが、切梁は-1.0、-2.0mの位置に設置する。そのときの切梁に作用する軸力および土留め壁に作用する曲げモーメントの経時変化を図-8、図-9に示す。図-8は自立する地盤の場合で、図-9は自立しない地盤の場合である。土留めは、完全に不動であるにもかかわらず土留めに作用する力は時間の経過とともに大きくなつて、一定値に落ち着くが、自立する

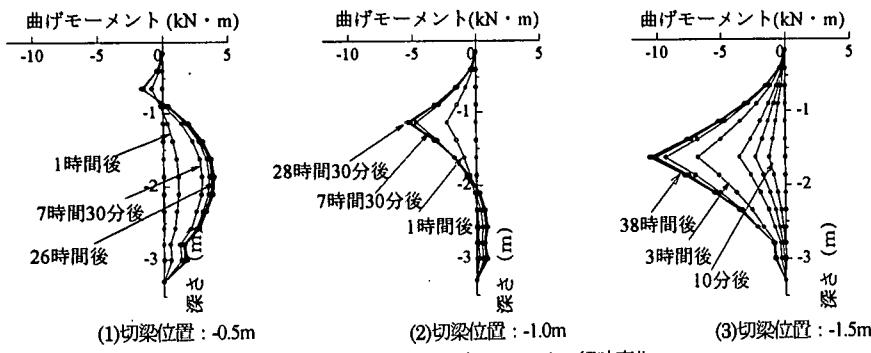


図-7 一段切梁設置時の曲げモーメントの経時変化

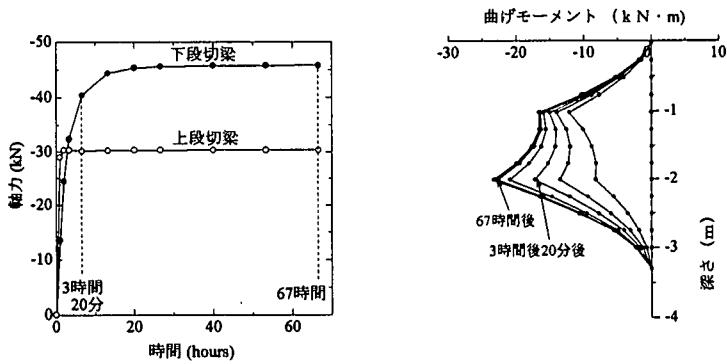


図-8 土留めに作用する力（自立する地盤）

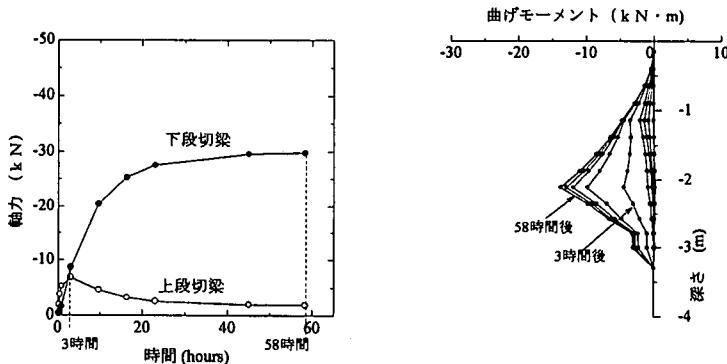


図-9 土留めに作用する力（自立しない地盤）

地盤の方が自立しない地盤に比べて早く一定値になる。また、上段切梁軸力の方が下段切梁より先に一定値となっている。このときの自立する地盤および自立しない地盤の比体積変化を図-10、図-11に、同様に過剰間隙水圧分布の推移を図-12、図-13に示す。ここでは、過剰間隙水圧とは、間隙水圧から初期の静水圧分を差し引いたものを水頭で表している。

図-10、図-11の比体積変化の推移を見ると、自立するようなよく締まった地盤では、比体積の変化量は小さく3時間以降ほとんど比体積に変化はない。一方、自立てきないようなあまり締まっていない地盤では、比体積変

化も大きく時間経過とともに比体積が次第に変化していることがわかる。また、過剰間隙水圧は、時間の経過とともに消散し定常状態となるが、自立する地盤の方が急速に定常状態に近づくことがわかる。比体積変化および過剰間隙水圧とも、地表面付近から定常状態となっていて上段切梁の方が先に一定値になることがこのことからも理解できる。

以上から自立する地盤と自立しない地盤における土圧の発生に関して、掘削時から時間的な遅れがあり、これらは水～土連成の効果である。ここで、軸力あるいは曲げモーメントの値を比較すると自立する地盤の方の値が

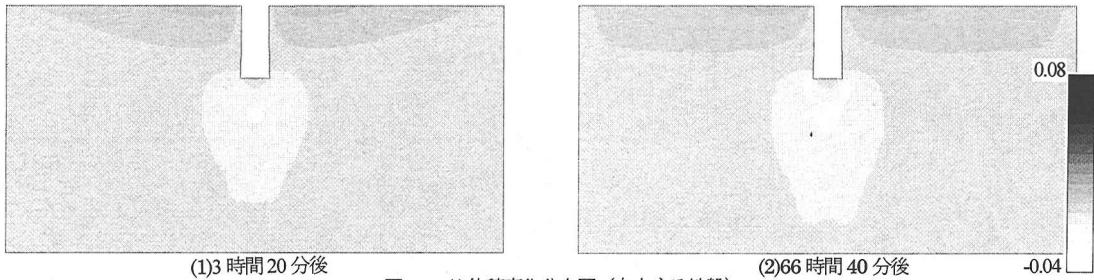


図-10 比体積変化分布図（自立する地盤）

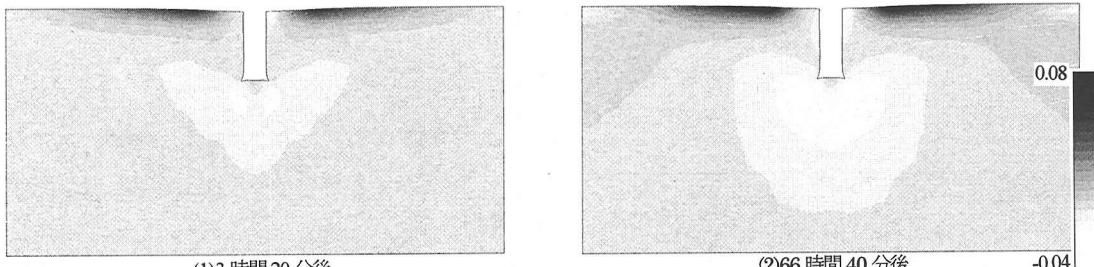


図-11 比体積変化分布図（自立しない地盤）

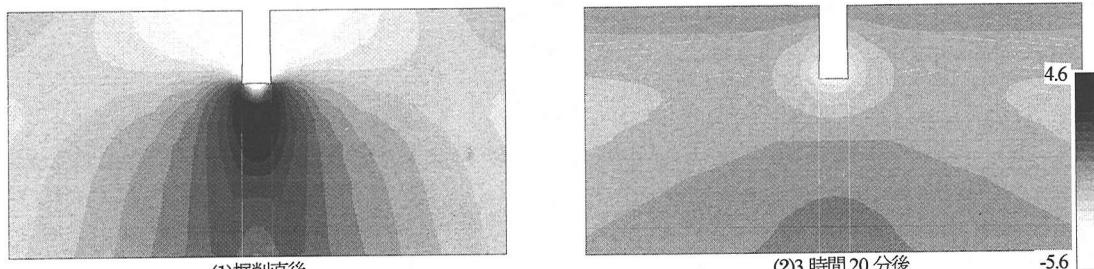


図-12 過剰間隙水圧分布図（自立する地盤）

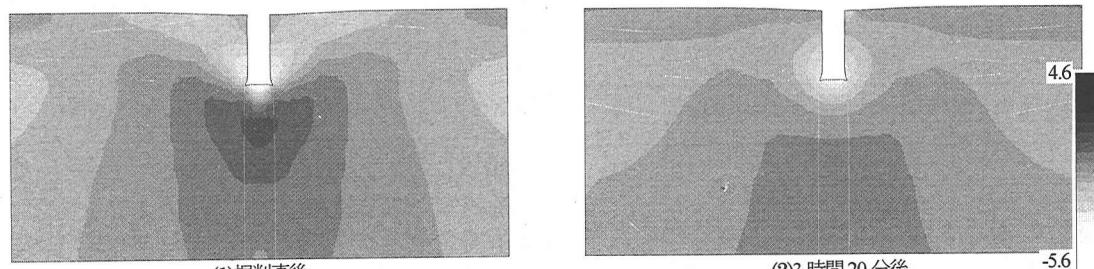


図-13 過剰間隙水圧分布図（自立しない地盤）

大きくなっている。自立するくらいの硬い地盤の方が、自立しない軟らかい地盤より土留めに大きな力が作用するという、常識とは逆の結果となっている。しかし、これは瞬時に掘削後すぐに2段切梁の土留めを設置するという計算上の理想化によるものである。すなわち、次のような理由による。自立する地盤は、あらかじめ大きな力で締め固められていて水平方向には大きな力が残存している。この地盤を瞬間掘削後に変位を許さないということは、土留めに大きな力が作用することになる。逆に

自立しない地盤では、それほど十分に締め固められてはいないので水平方向の力も小さい。このために、変位を許さないという条件のもとでは、自立する地盤と自立しない地盤において土留め壁や切梁に作用する力は、一見常識とは逆の結果がでてしまう。しかし、実際には掘削中に壁面等の変位が生じてしまい、このようなことは実際にほとんど観測されない。そこで次にこのことを実証するために、掘削後地盤に変形をわずかに許してから土留めを設置し、土留めに作用する力を調べる。

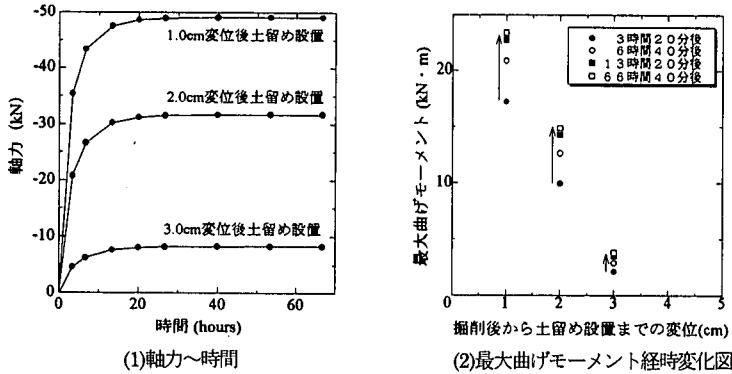


図-14 土留めに作用する力（自立する地盤）

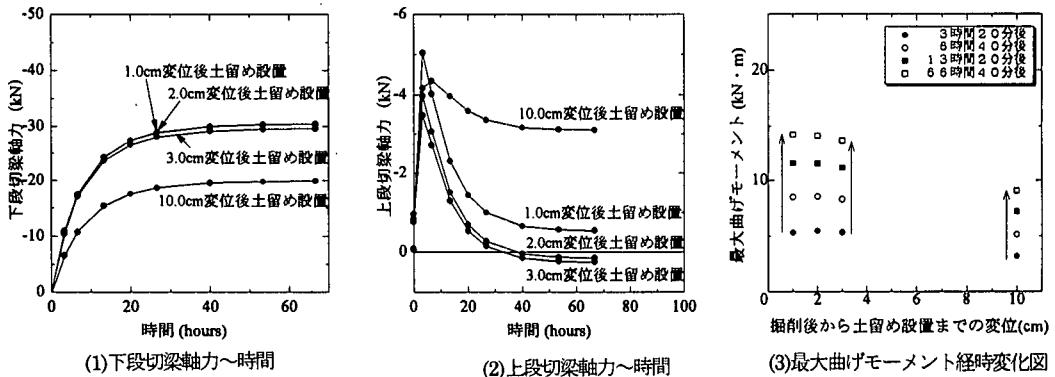


図-15 土留めに作用する力（自立しない地盤）

c) 土留めの設置時期を変えた場合の挙動

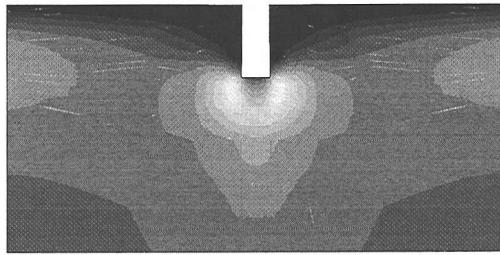
自立する地盤と自立しない地盤において、瞬間掘削後しばらく地盤の変形を許した後に土留めを設置し、その後切梁軸力と曲げモーメントを調べる。自立する地盤においては図-1に示した点Aが掘削完了後に1.0, 2.0, 3.0cm変位するのを待ち土留めを設置する。また、自立しない地盤においては、1.0, 2.0, 3.0, 10.0cm変位したときに土留めを設置する。そのときの切梁軸力と最大曲げモーメントの時間経過に伴う変化の様子を図-14, 図-15に示す。自立する地盤では地盤に変位を許すことで切梁軸力および最大曲げモーメントとも小さくなる、わずか3cm変位させるだけで軸力、曲げモーメントとも5分の1程度まで小さくなる。一方で自立しない地盤は1~3cm程度変位させた場合では切梁軸力や土留め壁の最大曲げモーメントにほとんど差はない。10cm変位させると下段切梁軸力は小さくなるが逆に上段切梁軸力が大きくなっている。前述のように、自立するような強い土は少しの変形で土は抵抗力を発揮できるため、少し変形されることで、軸力、曲げモーメントとも小さくなるが、自立できないような軟らかい地盤では少々の変形では土の

発揮する抵抗力は小さく、このため発生する切梁軸力や曲げモーメントの大きさにほとんど差はないことがわかる。

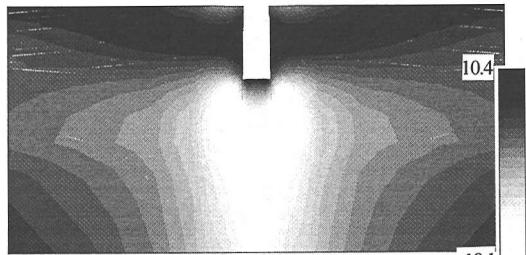
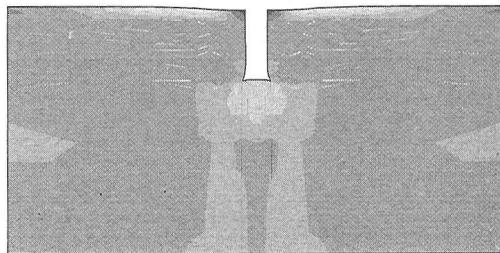
掘削後地盤が変形することで、土留めに作用する力が異なる様子は、せん断応力 q （付録2の式(A2-2)参照）の変化からも見ることができる。自立する地盤と自立しない地盤が1cmおよび3cm変位した時の地盤内に発生したせん断応力 q の掘削直後の状態からの増分を図-16および図-17に示す。自立する地盤では、地盤の変形により掘削背面のせん応力が増えていて、地盤自身が抵抗力を発揮し、そのため土留めに作用する力は小さくなるが、自立しない地盤ではその増加が小さく、土留めに作用する力にほとんど変化ないことがわかる。このことは、図-5で説明した抵抗力～変位関係に一致する。

4. まとめ

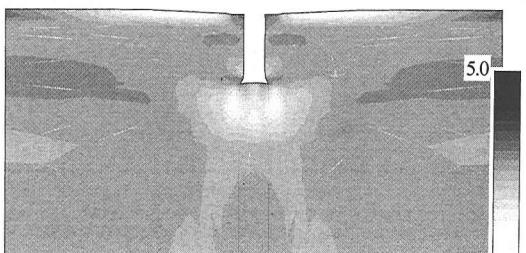
本論文では、過圧密土の挙動をうまく表現できる下負荷面カムクリイモデルを構成式に用いた水～土連成弾塑性変形解析により、(1)よく締め固められていて自立する地盤と(2)十分に締め固められていないため自立しない



(1) 1cm 変位後

図-16 せん断応力 q の増加分布図（自立する地盤）(単位 : kN/m²)

(1) 1cm 変位後

図-17 せん断応力 q の増加分布図（自立しない地盤）(単位 : kN/m²)

地盤について、変形と土圧の経時変化について調べた。

まず、土留めに作用する力は水～土連成の結果、時間とともに変化することを示した。次に、掘削後土留めを設置するまでの変形の度合に応じて土留めに作用する土圧が変化することを示した。具体的には、自立する地盤では、わずか3cm変位させるだけで土留めに作用する力は5分の1程度まで小さくなつたが、自立しない地盤では、1～3cm程度の変位では土留めに作用する力にほとんど差はなかつた。

付記：本研究の一部は、文部省科学研究費補助金（基盤研究(B)(2) 課題番号 09555150 研究代表者：浅岡顕）の助成を得て行った。

付録1 水～土連成有限変形解析

(1) 力のつり合い式

飽和土の任意の領域 v に対して、自重（物体力）を考慮した速度型の力のつり合い式を次式で表す⁹⁾。

$$\begin{aligned} & \left(\int_v \operatorname{div} T dv \right) + \left(\int_v \rho dv \right) \\ & = \int_v \operatorname{div} \dot{\mathbf{S}}_v dv + \rho_w \left(\int_v \operatorname{tr} D dv \right) b = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1-1})$$

ここで、 $\rho = n \rho_w + (1-n) \rho_s$, $n (=e/(1+e), e:$ 間隙比) : 間隙率, ρ_w : 水の密度, $\rho_s (=G_s \rho_w)$: 土粒子の密度(均質で時間に対して一定とする), G_s : 土粒子の比重で, b は、重力

作用方向に重力加速度の大きさ g を持つベクトルである。 T は Cauchy (全) 応力 (以下、引張りを正) であり、 $\dot{\mathbf{S}}_v$ は Yatomi et al.⁸⁾ の表記法に従い、

$$\dot{\mathbf{S}}_v = \dot{\mathbf{T}} + (\operatorname{tr} D) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (\text{A1-2})$$

で定義される公称応力速度テンソルである。また、 \mathbf{L} は土骨格の速度勾配テンソル (式 (A1-6)), D は \mathbf{L} の対称成分を示すストレッチングテンソルである。上式の上付き記号「 \cdot 」は物質時間微分を、記号 T は転置作用素を表す。

(2) 有効応力

全応力を次式のように、有効応力と間隙水圧に分ける。

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' - u \mathbf{I} \quad (\text{A1-3})$$

ここに、 \mathbf{T}' は有効応力テンソル (引張を正), u は間隙水圧 (圧縮を正), \mathbf{I} は等方テンソルである。

(3) 土骨格の構成式

有効応力速度には Green-Naghdi の速度 $\dot{\mathbf{T}}'$ ⁹⁾を用いる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \dot{\mathbf{T}}' + \mathbf{T}' \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \mathbf{T}' \quad (\text{A1-4})$$

ここに、 $\mathbf{Q} = \mathbf{R} \mathbf{R}^T$ (\mathbf{R} : 回転テンソル) である。構成式はこ

の応力速度 \dot{T}' と土骨格のストレッチング D を用いて速度型の D に関する線形則で与える（付録2参照）。

$$\dot{T}' = L[D] \quad (A1-5)$$

(4) 適合条件式

ここでは、速度勾配テンソル L の定義のみを示す。

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (A1-6)$$

ここに、 v は土骨格の変位速度ベクトル、 x は位置ベクトルである。

(5) 水～土連成式

式(A1-3)により場の未知数が一つ増えるが、次の2式を連立させてこれを補う。

a) 水～土骨格2相系の連続条件式

毎時の土骨格の圧縮、膨張量は毎時の土骨格に入りする水の量に等しいとして次式を得る。

$$\left(\int_v dv \right) = \int_v \text{tr} D dv = - \int_a v' \cdot n da \quad (A1-7)$$

ここに v' は平均的な水の流速ベクトルで、 n は境界 da ($a = \partial v$) に立てた外向き単位法線ベクトルである。

b) ダルシー則

v' はダルシー則に従うとして次式で表す。

$$v' = -k \frac{\partial h}{\partial x} = -k \frac{\partial}{\partial x} (z + \frac{u}{\gamma_w}) \quad (A1-8)$$

ここに k は透水係数、 h は全水頭、 z は位置水頭、 u/γ_w は圧力水頭、 $\gamma_w (= \rho_w g)$ は水の単位体積重量である。

(6) 境界条件

対象とする物体の境界 ($\Gamma = \partial v$) に対して、2種類の境界条件が与えられる。すなわち、

$$\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_t = \Gamma_q + \Gamma_h \quad (A1-9)$$

ここに、 Γ_v は土骨格の変位速度境界、 Γ_t は土骨格の表面力境界、 Γ_q は間隙水の流量境界、 Γ_h は水頭に関する境界である。

一般に表面力ベクトル t が与えられたとき、 Γ_t での境界条件は次式で表される。

$$\begin{aligned} s_t da &= (tda) \\ &= t da + \{(\text{tr } D) - n \cdot D n\} t da = S_t n da \quad \text{on } \Gamma_t \end{aligned} \quad (A1-10)$$

ここに、 s_t は公称表面力速度と呼ばれる。

また、排水条件に関する境界 Γ_q では次式で表される。

$$q = v' \cdot n = -k \frac{\partial h}{\partial x} \cdot n \quad \text{on } \Gamma_q \quad (A1-11)$$

(7) 有限要素法の適用

式(A1-1)の第2式の局所形を弱形式化した後、有効応力（式(A1-3)）と客観性のある応力速度（式(A1-4)）を用いると、力のつり合い式の弱形式は次式で表される。

$$\begin{aligned} &\int_v \left\{ \dot{T}' \cdot \delta D + (\text{tr } D) T' \cdot \delta D - T' L^T \cdot \delta L - \rho_w (\text{tr } D) b \cdot \delta v \right\} dv \\ &- \int_v \dot{u} (\text{tr } \delta D) dv = \int_a \dot{s}_t \cdot \delta v da - \int_v (\Omega T' - T' \Omega) \cdot \delta D dv \end{aligned} \quad (A1-12)$$

ここに、 $\delta v, \delta L$ よび δD はそれぞれ、適合条件式を満足する仮想的な変位速度、速度勾配テンソルおよびストレッチングテンソルである。なお本論文の有限要素計算では、間隙水圧を各要素中心で代表させる Cristian¹⁰⁾・田村¹¹⁾の方法を用いている。

付録2. 下負荷面カムクレイモデル⁵⁾

(1) 降伏関数

降伏曲面内部を弾性体として仮定するオリジナルのカムクレイモデル^{12),13)}に、降伏曲面内部においても弾塑性状態を許容した橋口による下負荷面モデルを導入したものを下負荷面カムクレイモデルと呼ぶ。

図A-1に示すように、下負荷面カムクレイモデルは、正規降伏曲面（カムクレイモデルで定義された降伏曲面）とそれに $q \sim p'$ 座標の原点に関して相似な降伏面（下負荷面）の2つの降伏面を考える。現在の応力は常に下負荷面上にあるとして、下負荷面上の現応力点 (p', q) を正規降伏面に原点から正規降伏面上へ投影した点を (p'', q'') とする。

オリジナルのカムクレイモデルの降伏関数 F' は次式で表される。

$$\begin{aligned} F' &= f(q'', p''', p'_0) + \int_0^t \text{tr} D^p dt \\ &= MD \ln \frac{p'''}{p'_0} + D \frac{q''}{p'''} + \int_0^t \text{tr} D'' d\tau = 0 \end{aligned} \quad (A2-1)$$

を仮定し、次式で表す。

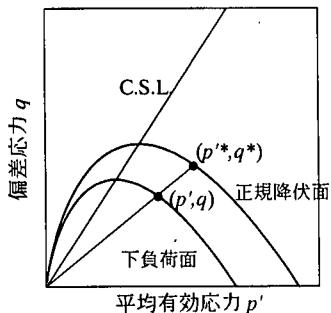
$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E}\mathbf{D}^e = (\tilde{\mathbf{K}} - \frac{2}{3}\tilde{\mathbf{G}}) \operatorname{tr} \mathbf{D}^e \mathbf{I} + 2\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{D}^e \quad (\text{A2-5})$$

$$\mathbf{D}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (\lambda > 0) \quad (\text{A2-6})$$

$$\text{ここに, } \tilde{\mathbf{K}} = \frac{J(1+\epsilon_0)}{\tilde{\kappa}}, \tilde{\mathbf{G}} = \tilde{\mathbf{N}}\tilde{\mathbf{K}}, \tilde{\mathbf{N}} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \quad (\nu: \text{ボアソン比}),$$

アソン比), また, λ は塑性定数であり、式(A2-4)の物質時間微分をとることにより得られる(適応条件)。

しかし、このとき \bar{R} の発展則が必要となる。ここでは、橋口に従い次式を採用する。



図A-1 正規降伏面と下負荷面

ここに、 $D = \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1+\epsilon_0)}$ はダイレイタンシー係数で、 M ,

$\tilde{\lambda}, \tilde{\kappa}$ および ϵ_0 は限界状態定数、圧縮指数、膨潤指数および計算開始時刻 ($t=0$) における間隙比である。また、 \mathbf{D}^p はストレッチング \mathbf{D} の塑性成分 ($\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p$, \mathbf{D}^e : 弾性成分), $J = \det F = \frac{1+e}{1+\epsilon_0}$ で、 $-\int_0^t \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau$ は

塑性体積ひずみに相当し硬化・軟化の履歴パラメータを表す。さらに、 p' と q は、次式で示す平均有効応力と一般化された偏差応力であり、 p_0 は計算開始時刻 ($t=0$) の正規降伏曲面と p' 軸との交点の p' の値である。

$$p' = -\frac{1}{3} \operatorname{tr} \mathbf{T}', \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{T}' + p' \mathbf{I} \quad (\text{A2-2})$$

ここで、正規降伏曲面と下負荷面の比 \bar{R} は、いわゆる過圧密比 (OCR) の逆数に相当するが、

$$\bar{R} = \frac{p'}{p'_0} = \frac{q}{q_0} \quad (0 < \bar{R} \leq 1) \quad (\text{A2-3})$$

と表すことが出来るので、式(A2-1)から下負荷面に対する降伏関数 F は次式で表される。

$$\begin{aligned} F &= f(q, p', p'_0) + \int_0^t \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau - MD \ln \bar{R} \\ &= MD \ln \frac{p'}{p'_0} + D \frac{q}{p'} - \left(- \int_0^t \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln \bar{R} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A4-4})$$

なお正規圧密状態では、式(A2-3)より $\bar{R} = 1$ となって、オリジナルのカムクレイモデルと同一になる。

(2) 構成式

$\dot{\mathbf{T}}' \sim \mathbf{D}^e$ 関係には等方弾性フック則、 \mathbf{D}^p は関連流れ則

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E}\mathbf{D}^e = (\tilde{\mathbf{K}} - \frac{2}{3}\tilde{\mathbf{G}}) \operatorname{tr} \mathbf{D}^e \mathbf{I} + 2\tilde{\mathbf{G}} \mathbf{D}^e \quad (\text{A2-5})$$

ここに $\| \cdot \|$ はノルムを示し、 ν_2 は正の定数で下負荷係数と呼ぶ。式(A2-6)は \bar{R} の増加と塑性変形の発生とが 1 対 1 に対応していることを示す。また、 \bar{R} がゼロ近傍では U が ∞ となるため弾性的な応答が支配的なことを、逆に、 \bar{R} が 1 近傍では U がゼロとなるため、正規降伏面と下負荷面が一致する条件を満足している。

したがって、適応条件と式(A2-5)～式(A2-7)から、塑性定数 λ は次式で表される。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}, \dot{\mathbf{T}}'}{-\int_0^t \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} + MD \frac{U \left\| \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \right\|}{\bar{R}}} \quad (\text{A2-8})$$

$$\Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}, \mathbf{ED}}{-\int_0^t \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} + MD \frac{U \left\| \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \right\|}{\bar{R}}} \quad (\text{A2-9})$$

以上から、下負荷面カムクレイモデルの構成式は、 Λ を使って次式となる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{ED} - \Lambda \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (\text{A2-10})$$

(3) 負荷基準

負荷基準は Λ の正負によって与えられる。

$$\begin{aligned} \Lambda > 0 \text{ の時, 負荷状態 } (\mathbf{D}^p \neq 0) \\ \Lambda < 0 \text{ の時, 非負荷状態 } (\mathbf{D}^p = 0) \end{aligned} \quad (\text{A2-11})$$

λ の分母の最初の 2 項は正¹⁰であり第 3 項も正であるので、 λ の分子によって負荷基準は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED > 0 \text{ の時, 負荷状態 } (D^P \neq 0) \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED < 0 \text{ の時, 非負荷状態 } (D^P = 0) \quad (\text{A2-12}) \end{aligned}$$

この負荷状態を詳しく調べるために、塑性定数 λ ((A2-8)) と塑性体積変化を次式のように書き改める。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{-J \frac{D}{p'^2} (q - Mp') + MD \frac{U \left| \frac{\partial f}{\partial T'} \right|}{R}} \quad (\text{A2-13})$$

$$-\operatorname{tr} D^P = -\lambda \operatorname{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} = -\lambda \frac{D}{p'^2} (q - Mp') \quad (\text{A2-14})$$

U がゼロの時、すなわち土が正規圧密状態 ($R=1$) の時はカムクレイモデルと全く同じ挙動¹⁰を示す。すなわち、正規圧密粘土の負荷状態 ($\lambda>0$) では、以下の 3 つの状態が可能である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' > 0, q < Mp' &\text{ の時 : 硬化, 塑性圧縮} \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' = 0, q = Mp' &\text{ の時 : 完全塑性,} \\ &\text{塑性体積変化 なし} \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' < 0, q > Mp' &\text{ の時 : 硬化, 塑性圧縮} \end{aligned} \quad (\text{A2-15})$$

しかし、過圧密粘土 ($0 < R < 1$) では、 λ の分母の U を含む項が正であるため、たとえ $q=Mp'$ であっても λ の分母は正で、分子も正となることが可能である。すなわち、下負荷面カムクレイモデルは、限界状態線の上側で塑性膨張を伴う硬化が可能で、過圧密粘土の典型的な挙動を表現できるモデルである。

付録3 地盤の K_0 状態

(1) 弹塑性パラメータから決まる 1 次元側方係数 K_0 値の算定

側方変形が生じない 1 次元応力下で、鉛直載荷方向に 1 軸を側方方向に 2 より 3 軸をとり、それぞれの主応力を $T_1, T_2, T_3 (=T_2)$ とすると、正規圧密 K_0 状態では構成式か

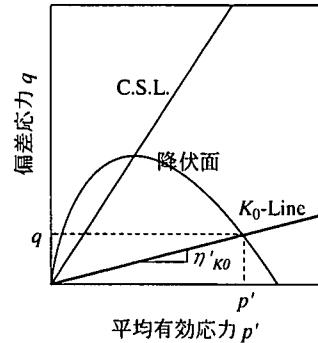


図 A-2 $q \sim p'$ 上の K_0 状態

ら、 $\dot{T}_1, \dot{T}_2, \dot{T}_3$ が 1 軸方向のストレッチング D_1 を用いて次のように表される。

$$\dot{T}_1 = \left(\tilde{K} + \frac{4}{3} \tilde{G} \right) D_1 - \frac{\left(\frac{\tilde{G}}{\tau} S_1 - \tilde{K} \bar{\beta} \right) \left(\frac{\tilde{G}}{\tau} S_1 - \tilde{K} \bar{\beta} \right)}{\tilde{G} + \tilde{K} \bar{\beta}^2 + h} D_1 \quad (\text{A3-1})$$

$$\dot{T}_2 (= \dot{T}_3) = \left(\tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) D_1 - \frac{\left(\frac{\tilde{G}}{\tau} S_1 - \tilde{K} \bar{\beta} \right) \left(\frac{\tilde{G}}{\tau} S_2 - \tilde{K} \bar{\beta} \right)}{\tilde{G} + \tilde{K} \bar{\beta}^2 + h} D_1 \quad (\text{A3-2})$$

ここに $\bar{\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} (M - \frac{q}{p'})$, $\tau = \frac{q}{\sqrt{3}}$, $h = \frac{p' \bar{\beta}}{\sqrt{3} D}$, $\tilde{D} = \frac{D}{J}$ であり、また、 S_1, S_2, S_3 は偏差応力の 1, 2, 3 軸方向成分である。よって、式(A3-1)と式(A3-2)より、 p' と q は次式で表される。

$$\begin{aligned} p' &= -\frac{1}{3} (\dot{T}_1 + 2\dot{T}_3) \\ &= -\tilde{K} \left(1 + \frac{\frac{\tilde{G} S_1}{\tau} - \tilde{K} \bar{\beta}}{\tilde{G} + \tilde{K} \bar{\beta}^2 + h} \bar{\beta} \right) D_1 \end{aligned} \quad (\text{A3-3})$$

$$\begin{aligned} q &= -(\dot{T}_1 - \dot{T}_3) \\ &= -\tilde{G} \left(2 + \frac{\frac{\tilde{G} S_1}{\tau} - \tilde{K} \bar{\beta}}{\tilde{G} + \tilde{K} \bar{\beta}^2 + h} \sqrt{3} \right) D_1 \end{aligned} \quad (\text{A3-4})$$

1 次元応力下における p' と q の応力比を η' と書くと、 η' が初期状態から時間によらず一定である時は、

$$\eta' = \frac{q}{p'} = \frac{\dot{q}}{\dot{p}'} \quad (A3-5)$$

が成立する。そこで、この比を η'_{K_0} と表し、式(A3-5)に式(A3-3)と式(A3-4)を代入すると次式が得られる。

$$\frac{\dot{q}}{\dot{p}'} = \tilde{N} \frac{\frac{2\sqrt{3}\bar{\beta}^2}{\tilde{\kappa}} + \left(\frac{2M}{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}} - \frac{3}{\tilde{\kappa}} \right) \bar{\beta}}{\frac{\sqrt{3}\tilde{N}}{\tilde{\kappa}} + \frac{M\bar{\beta}}{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}} - \frac{2\tilde{N}\bar{\beta}}{\tilde{\kappa}}} = \eta'_{K_0} \quad (A3-6)$$

ここで、 $\bar{\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}(M - \eta'_{K_0})$ であり、これを用いて

式(A3-6)を整理すると、次式が得られる。

$$\xi \eta'_{K_0}^2 - (2\tilde{N} + M\xi)\eta'_{K_0} + \tilde{N}\{2M - 3(1-\xi)\} = 0 \quad (A3-7)$$

ここに、 $\xi = \frac{\tilde{\kappa}}{\tilde{\lambda}}$ である。

したがって、式(A3-7)より、次式が得られる。

$$\eta'_{K_0} = \frac{(2\tilde{N} + M\xi) \pm \sqrt{(2\tilde{N} + M\xi)^2 - 4\tilde{N}\xi\{2M - 3(1-\xi)\}}}{2\xi} \quad (A3-8)$$

また、初期状態から $\eta' = \eta'_{K_0}$ のときの側方係数を K_0 と

すれば、 $\frac{q}{p'} = \frac{3(1-K_0)}{1+2K_0} = \eta'_{K_0}$ なる関係があるので、

$$\begin{aligned} & \frac{3(1-K_0)}{1+2K_0} \\ &= \frac{(2\tilde{N} + M\xi) \pm \sqrt{(2\tilde{N} + M\xi)^2 - 4\tilde{N}\xi\{2M - 3(1-\xi)\}}}{2\xi} \end{aligned} \quad (A3-9)$$

となる。式(A3-9)から、 K_0 値は各種の弾塑性パラメータによって表わすことができ、弾塑性パラメータが決まれば自ずと K_0 値は決まる。ただし、以下の注意が必要である。式(A3-9)における右辺分子の平方根前の符号が正の時、通常の材料では $2\tilde{N} > M\xi$ で $\eta'_{K_0} > M$ となり、軟化かつ塑性崩壊の材料を表すため、通常の地盤としては考えにくい。また、平方根前が負の符号のときも $\eta'_{K_0} < 0$ では、 $K_0 \geq 1$ でこのような地盤も考えにくいため、 $\eta'_{K_0} > 0$ であることが考えられる。すなわち、このためには、式(A3-9)より

$$M \geq \frac{3}{2}(1-\xi) \quad (A3-10)$$

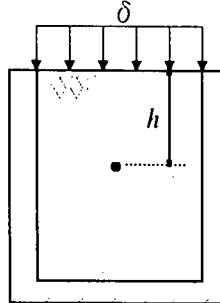


図 A-3 K_0 状態

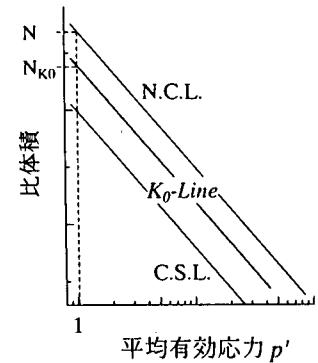


図 A-4 比体積～平均有効応力 p'

を満たす弾塑性パラメータを用いる必要があることが分かる。このとき、 $1-\xi$ は 1 未満の正であるので式(A3-8)

より常に $M > \eta'_{K_0}$ となっていて、 η'_{K_0} は限界状態線の勾配より小さいことがわかる。

(2) K_0 状態にある初期地盤の間隙比と応力の決定

K_0 状態にある地盤の地表面に δ の荷重が載荷されている時の深さ h_i における比体積は、次式で表わされる。

(図 A-3, 図 A-4 参照)

$$\begin{aligned} N_{K_0} - \lambda \ln \frac{1+2K_0}{3} [\delta] \\ + \int_0^{h_i} \left\{ \gamma_s \frac{1}{1+\epsilon(z)} + \gamma_w \frac{\epsilon(z)}{1+\epsilon(z)} - \gamma_w \right\} dz = 1 + \epsilon(h_i) \end{aligned} \quad (A3-11)$$

ここで、 γ_s : 土粒子の単位体積重量、 γ_w : 水の単位体積重量、 $\epsilon(z)$: $z = z$ での間隙比、 N_{K_0} : $p' = 1$ のときの比体積である。

式(A3-12)を整理して、

$$\delta + (\gamma_s - \gamma_w) \int_0^{h_i} \frac{dz}{1+\epsilon(z)} = \frac{3}{1+2K_0} \exp \left(\frac{N_{K_0} - 1 - \epsilon(h_i)}{\lambda} \right) \quad (A3-12)$$

ここで、式(A3-13)を h_i で微分すると、次式が得られる。

$$\frac{d\epsilon}{dh_i} = -\lambda \frac{1+2K_0}{3} \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1+\epsilon(h_i)} \exp \left(\frac{\epsilon(h_i) + 1 - N_{K_0}}{\lambda} \right) \quad (A3-13)$$

また、式(A3-14)で $h_i = 0$ とおくと、

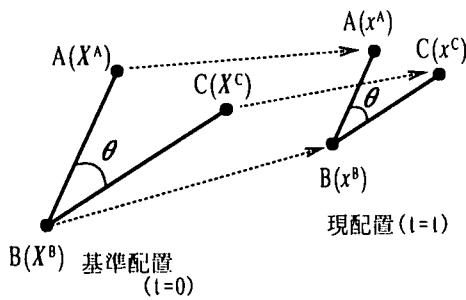


図 A-5 角度不变条件

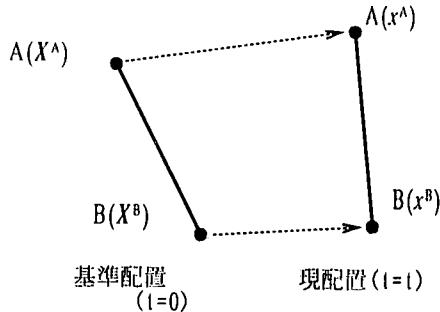


図 A-6 距離不变条件

$$e(0) = N_{K_0} - 1 - \lambda \ln \frac{1+2K_0}{3} \delta \quad (\text{A3-14})$$

となり、地表面における間隙比が求まる。これにより、 $e(0)$ より深さ方向に少しづつ Newton 法を用いて繰り返し計算を行いながら 深さ h_i にあるガウス点の $e(h_i)$ を決定する。

付録4 線形制約条件

物体の変位場が Navier の式を満足していて、境界条件が定められているとき、仮想仕事の「原理」は有限要素離散化により、次式のように簡潔に書くことが出来る。

$$\{\delta u\}^T [K\{u\} - \{f\}] = 0 \quad (\text{A4-1})$$

ここに、 K , $\{u\}$, $\{f\}$, $\{\delta u\}$ は、それぞれ剛性マトリクス、節点の変位ベクトル、節点力ベクトル、仮想変位ベクトルである。

ここで、物体の変位に課せられた拘束を次のように簡単に表すことができるものとする。

$$C\{u\} = \{\alpha\} \quad (\text{A4-2})$$

上式は、節点変位ベクトルの線形制約条件である。また、 $\{\alpha\}$ は課せられた制約条件により異なるが、具体例は後述する。

式(A4-2)のみで、 $\{u\}$ を決定できないので、 C マトリクスは行の数が列の数より少ない長方形のマトリクスである。このとき、仮想変位は次式を満たす。

$$C\{\delta u\} = \{0\} \quad (\text{A4-3})$$

したがって、式(A4-3)を満たす任意の $\{\delta u\}$ について、節点変位ベクトル $\{u\}$ に関する式(A4-1)および式(A4-2)を解くことで変位場を求めることが出来る。以上のように定義すると解は、次式の $\{u\}$ と $\{\mu\}$ に関する連立方程式の解として簡単に求めることができる。ただし、その連立方程式が力学的に許容される一意の解を持つときに限る。

$$\begin{bmatrix} K & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{\mu\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f\} \\ \{\alpha\} \end{Bmatrix} \quad (\text{A4-4})$$

証明は、以下のようである。

$$K\{u\} + C^T\{\mu\} = \{f\} \quad (\text{A4-5})$$

上式(A4-5)が $\{u\}$ に関して一意に解を持っているので、ベクトル $K\{u\} - \{f\}$ は c_1, c_2, \dots, c_m の線形結合で一意に表すことができる。ここに、

$$[c_1, c_2, \dots, c_m] = C^T \quad (\text{A4-6})$$

式(A4-3)で示されているように、仮想の変位ベクトル $\{\delta u\}$ が制約条件を満足しているとき、ベクトル $\{\delta u\}$ はすべての c_i と直交している。したがって、式(A4-5)よりベクトル $\{\delta u\}$ は、ベクトル $K\{u\} - \{f\}$ とも直交する。これは、式(A4-1)を満たしている。 $\{\mu\}$ は、しばしば Lagrange 未定乗数と呼ばれる。

拘束力 $C^T\{\mu\}$ は、式(A4-2)の変位に関する制約条件を満たすように導かれたものであるが、式(A4-1)は、この拘束力が制約を満たしている任意の仮想変位に対しても仕事をしないことを示している。また、拘束力 $C^T\{\mu\}$ は、既知の節点力 $\{f\}$ に重ね合わされる付加節点力を表わす。さらに式(A4-5)は、変位の制約条件下では、この付

加節点力なしに力のつり合いを満足できないことを示している。以下に、本論文において計算で用いた、「角度不变条件」、「距離不变条件」を具体的に式示すが、水～土連成計算では、変位速度場について制約条件を与えるためこれらの制約条件は速度型で記述する。

(1) 角度不变条件

簡単のため平面ひずみ条件を仮定して、図A-5に示すように点A、点B、点Cの基準配置（通常 $t=0$ とする）および現配置（ $t=t$ ）における位置ベクトルをそれぞれ $\mathbf{X}^A, \mathbf{X}^B, \mathbf{X}^C$ および $\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B, \mathbf{x}^C$ とする。ABとCBのなす角度を θ ($0 \leq \theta < \pi$) とすると、

$$(\sin\theta \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}) = \sin\theta = \frac{\mathbf{r}^A \times \mathbf{r}^C}{\|\mathbf{r}^A\| \|\mathbf{r}^C\|} \cdot \mathbf{k} \quad (\text{A4-7})$$

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{r}^A \cdot \mathbf{r}^C}{\|\mathbf{r}^A\| \|\mathbf{r}^C\|} \quad (\text{A4-8})$$

ここに、 $\mathbf{r}^A = \mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B$ 、 $\mathbf{r}^C = \mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B$ であり、 \mathbf{k} は平面ひずみ条件を保つ、 \mathbf{r}^A と \mathbf{r}^C で張る平面の単位法線ベクトル（一定）である。また、もちろん式(A4-7)と式(A4-8)の間に $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ の関係があるため、「角度不变」の制約条件は、式(A4-7)または式(A4-8)のどちらかを一定とすることである。よって、速度型の制約条件とする場合は、物質時間微分をとることにより、速度型の「角度不变」の制約条件が次のように表される。

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{r}^A\| \|\mathbf{r}^C\| (\cos\theta) \\ &= (\mathbf{v}^A - \mathbf{v}^B) \cdot (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) + (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \cdot (\mathbf{v}^C - \mathbf{v}^B) \\ & - \left\{ \frac{(\mathbf{v}^A - \mathbf{v}^B) \cdot (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B)}{\|\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B\|} + \frac{(\mathbf{v}^C - \mathbf{v}^B) \cdot (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B)}{\|\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B\|} \right\} \\ & (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \cdot (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A4-9})$$

あるいは、

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{r}^A\| \|\mathbf{r}^C\| (\sin\theta) \\ &= (\mathbf{v}^A - \mathbf{v}^B) \cdot (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) + (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \cdot (\mathbf{v}^C - \mathbf{v}^B) \\ & - \left\{ \frac{(\mathbf{v}^A - \mathbf{v}^B) \cdot (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B)}{\|\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B\|} + \frac{(\mathbf{v}^C - \mathbf{v}^B) \cdot (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B)}{\|\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B\|} \right\} \\ & (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \cdot (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) \cdot \mathbf{k} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A4-10})$$

ここに、 $\mathbf{v}^A, \mathbf{v}^B, \mathbf{v}^C$ は、それぞれ $\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B, \mathbf{x}^C$ である。ここで、 $(\cos\theta)$ と $(\sin\theta)$ の両方を示したのは、それぞれ $(\cos\theta) = \sin\theta\dot{\theta}$ と $(\sin\theta) = \cos\theta\dot{\theta}$ になり、 $\theta = \pi$ と $\theta = \pi/2$ のときは、 $\{\mathbf{v}\}$ に関する制約条件を作ることができなくなるためである。この $\theta = \pi$ および $\theta = \pi/2$ のときの制約条件式には、以下の式を使う必要が生じる。

$$\begin{aligned} C\{\mathbf{v}\} &= \|\mathbf{r}^A\| \|\mathbf{r}^C\| (\sin\theta) \Big|_{\theta=\pi} \\ &= [(\mathbf{v}^A - \mathbf{v}^B) \times (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) + (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \times (\mathbf{v}^C - \mathbf{v}^B)] \cdot \mathbf{k} \\ &= [\mathbf{0}^T, \theta^T, \dots, ((\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \times \mathbf{k})^T, ((2\mathbf{x}^B - \mathbf{x}^A - \mathbf{x}^C) \times \mathbf{k})^T, \\ & \quad ((\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) \times \mathbf{k})^T, \dots, \theta^T, \theta^T] \{\mathbf{v}\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A4-11})$$

$$\begin{aligned} C\{\mathbf{v}\} &= \|\mathbf{r}^A\| \|\mathbf{r}^C\| (\cos\theta) \Big|_{\theta=\pi/2} \\ &= (\mathbf{v}^A - \mathbf{v}^B) \cdot (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) + (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \cdot (\mathbf{v}^C - \mathbf{v}^B) \\ &= [\mathbf{0}^T, \theta^T, \dots, (\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B)^T, (2\mathbf{x}^B - \mathbf{x}^A - \mathbf{x}^C)^T, (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B)^T, \\ & \quad \dots, \theta^T, \theta^T] \{\mathbf{v}\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A4-12})$$

ここに $\{\mathbf{v}\}^T = [\mathbf{v}^{1T}, \mathbf{v}^{2T}, \dots, \mathbf{v}^{AT}, \mathbf{v}^{BT}, \mathbf{v}^{CT}, \dots, \mathbf{v}^{n-1T}, \mathbf{v}^{nT}]$ で、 n は節点数を表す。また、式(A4-11)および式(A4-12)中で、 $\mathbf{0}, \mathbf{X}^A, \mathbf{v}^A$ などは 1×3 の列ベクトルであるため、それらの行ベクトルに転置記号をつけて表している。

(2) 距離不变条件

図A-6に示すように、2点 A,B の基準配置ベクトルを $\mathbf{X}^A, \mathbf{X}^B$ として、現位置ベクトルを $\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B$ とする。点 A,B 間の速度型の「距離不变条件」は、

$$(\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B)^2 = (\mathbf{X}^A - \mathbf{X}^B)^2 (= \text{一定}) \quad (\text{A4-13})$$

の物質時間微分をとることにより表され、次式となる。

$$\begin{aligned} C\{\mathbf{v}\} &= (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \cdot (\mathbf{v}^A - \mathbf{v}^B) \\ &= [\mathbf{0}^T, \theta^T, \dots, (\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B)^T, (\mathbf{x}^B - \mathbf{x}^A)^T, \dots, \theta^T, \theta^T] \{\mathbf{v}\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A4-14})$$

ここに、 $\{\mathbf{v}\}^T = [\mathbf{v}^{1T}, \mathbf{v}^{2T}, \dots, \mathbf{v}^{AT}, \mathbf{v}^{BT}, \dots, \mathbf{v}^{n-1T}, \mathbf{v}^{nT}]$ である。

また、Lagrange 未定乗数の物理的解釈は本論文の場合、次のようにになる。ただし、水～土連成計算では Lagrange 未定乗数が速度の次元を有するので、これを（制約条件毎に） μ で表すものとする。

(1) の角度不变条件の場合は、

$\int_0^t \mu \| \mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B \| \mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B \| dt$ が時刻 $t=0 \sim t$ までの部材（土留め）に作用する曲げモーメントを表す。

(2) の距離不变条件の場合は、

$\int_0^t \mu \| \mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B \| dt$ が時刻 $t=0 \sim t$ までの部材（切梁）に作用する軸力を表す。

参考文献

- 1) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-106, 1994.
- 2) 越智健三, 壱内達也, 中下兼次, 伊東亮治, 天野悟: 地盤材料のひずみでの非線形特性と地盤変形問題への適用 6. ケースヒストリー (その2), 土と基礎 (地盤工学会), Vol.45, No.10, Ser.No.477, pp.53-58, 1997.
- 3) Hashiguchi, K. and Ueno, M.: Elasto-plastic constitutive laws of granular materials, Constitutive equations of soils, Proc. Spec. Session 9 of 9th Int. ICSMFE, Murayama, S. and Schofield, A.N. (eds.), Tokyo, JSSMFE, pp.73-82, 1977.
- 4) Hashiguchi, K.: Fundamental requirements and formulation of elastoplastic constitutive equations with tangential plasticity, *International Jour. of Plasticity*, Vol.9, pp.525-549, 1993.
- 5) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.13-28, 1997.
- 6) Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K.: Displacement/traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soil, *Soils and Foundations*, under contribution.
- 7) Asaoka, A., Noda, T. and Fernando G.S.K.: Effects of changes in geometry on the linear elastic consolidation deformation, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.29-40, 1997.
- 8) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 9) Green, A.E. and Naghdi, P.M.: A general theory of an elastic-plastic continuum, *Arch. Rati. Mech. Anal.*, Vol.18, pp.251-281, 1965.
- 10) Christian, J. T.: Undrained stress distribution by numerical method, *Proceeding of ASCE*, Vol.94, SM6, pp.1333-1345, 1968.
- 11) 赤井浩一, 田村武: 弹塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第269号, pp. 95-104, 1978.
- 12) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in state wetter than critical, *Geotechnique*, Vol.13, pp.211-240, 1963.
- 13) Schofield, A., N. and Wroth C. P.: *Critical State Soil Mechanics*, McGRAW-HILL, 1968.

(1998.2.9 受付)

TIME DEPENDENT EARTH PRESSURE BEHAVIOR IN SUPPORTED EXCAVATION

Toshihiro NODA, Toshihiro TAKAINE and Akira ASAOKA

Time dependent earth pressure on support system in excavations is investigated through the soil-water coupled finite deformation analysis employing the subloading Cam-clay model. In this study, two type of ground conditions (1)a ground which can self support the excavation, (2) a ground which can not self support, are considered. Due to pore water migration within the soil, lateral pressure initially increases with time finally reaching a constant value. In ground(1) the support system is exerted by higher lateral pressure when the support is introduced just after the excavation.

The pressure on supports reduces significantly when the installation is delayed. However, in ground(2) there is no much deference in pressure even with delayed support installation.