

地盤沈下に追隨する柔構造プレキャスト PC 函体の縦方向の一解析法

榎本 文勇¹・楊 雪松²・宇賀 和夫³

¹正会員 (株)建設技術研究所 大深度地下空間開発室 室長 (〒103-8430 東京都中央区日本橋本町4-9-11)

²工博 (株)建設技術研究所 大深度地下空間開発室 (〒103-8430 東京都中央区日本橋本町4-9-11)

³国土開発技術研究センター 調査第一部 参事役 (〒105-0001 東京都港区虎ノ門2-8-10)

ボックスカルバートのプレキャスト化は、現場作業の省力化や高品質化そして軽量化等の観点から、規格化等が推進されてきており、最近では建設コストの縮減の観点からも注目されている。プレキャスト部材では、従来から接合部の評価が大きな課題とされてきた。ここでは、接合部に高弾性のゴムを挟むことにより、接合部をより積極的に評価して函軸方向の柔構造化を図ることで、大変位追隨性と高水密性とを確保する函体について検討する。本論文では、連続剛体梁の理論に基づき、複数の函体ブロックの接合部に非線形のバネを挟み、緊張材により一体化する場合における、施工段階の有効プレストレスの変化を考慮したプレキャストPC 函体の縦方向の一解析法について提案し、その適用性について検討する。

Key Words : precast, prestress, culvert, sluiceway, continuous rigid beams theory, rubber joint

1. はじめに

近年の建設工事では、現場作業の省力化・工期短縮等への対応が求められており、構造物のプレハブ化・プレキャスト化が推進されている。プレキャストブロック工法は、いくつかに分割して制作されたコンクリートブロックを、ポストテンション方式でプレストレスを与えて一体化することにより、1つの構造物または部材を制作する工法であり、橋梁をはじめとしてプレストレスボックスカルバートも多くの実績がある¹⁾。

ところで、堤防横断構造物である樋門・樋管は、ボックス構造である例が多いが、堤防を開削して設置し埋め戻されるため、軟弱地盤の場合には、地盤の不同沈下(堤防中央部付近の沈下が大きい)の影響を避けられない。このため、函体の函軸たわみ性が少ない場合には、函体周辺に空洞化・緩みが生じ、洪水時に函体周辺にパイピングが発生して破堤の原因になるなど、従来から樋門・樋管の設計上の最大

の課題となっていた。これに対応するため、樋門・樋管の函体を柔構造として地盤沈下に追隨する構造系とし、かなり大きな地盤沈下を許容(目安値; 30~50cm)する設計法が「平成10年版 柔構造樋門の設計 (財)国土開発技術研究センター」としてまとめられた^{2)~4)}。

プレキャストブロック函体を利用する樋門・樋管の函体では、接合部をプレストレス接合とすることによって、現場工期の短縮や省力化を図ることができる。一方で、プレキャスト部材においては、従来から接合部の設計・施工上の取り扱い(接合部の一体化の程度)が大きな課題として残されてきた。プレキャストブロック函体においても、従来は接続部に高強度の無収縮モルタルを用いてプレストレス接合とする等により一体化を図っており、函軸たわみ性はほとんど期待できなかった。このため、函体縦方向の剛性を評価するための手法^{5)~8)}や柔構造函体のモデル化手法についての研究はほとんどなされていない。

ここに記述するプレキャストPC函体(PCa-PC函体)は、接合部にゴム等の弾性体を挟み、函体の縦断方向にPC鋼材等の緊張材によって緊張力を導入することによって、水密性を確保しつつ大きな地盤変位(軟弱地盤における圧密沈下・地震時の地盤水平変位)にも対応できるとしたものであり、地中構造物である樋門・樋管、共同溝、その他のボックスカルパート等に適用可能な構造形式である。

その特徴としては、

- ① 圧密沈下や地震時等の地盤の大変形に追従できる。
- ② 接合部の水密性を確保できる。
- ③ 現場工期を短縮できる。
- ④ 現場工事の省力化が可能となる。
- ⑤ 品質の信頼性が高い。
- ⑥ 地盤の変形に追従できるので、杭基礎等の基礎工を不要とすることができる。

等があげられる。従来課題とされてきた接合部をより実際の力学挙動に合致するモデルとして評価し、函体の縦方向を柔構造として扱おうとするものであり、基本的な考え方は他の類似の地中構造物へ適用可能と考えられるので、今後の展開が期待される。

一方で、構造安全性を確保するための合理的な函体縦断方向の設計法の確立が急務となっている。ここでは、PCa-PC函体の縦方向の一解析法について提案し、その適用性について検討する。

2. PCa-PC 函体の縦方向の解析

PCa-PC 函体の設計は、横断方向と縦断方向に分けて考える必要がある。横断方向については従来の考え方に同じであり、特別の課題はない。一方で、縦断方向には接合部にゴム等の弾性体が入り、PC鋼材等の緊張材による緊張力が導入されるので、解析にその効果を取り込む必要がある。

(1) 設計目標

PCa-PC 函体は、接合部にゴム等の非線形弾性体を挟み、函軸方向にPC鋼材等の緊張材を用いてアンボンド方式による緊張力を導入することによって、函軸方向の柔構造を達成する構造形式である。このため、地上構造物として大きな変形を許容すると不安定な構造系となるが、周囲が地盤に拘束された地中構造物においては、断面力の伝達要素として

のゴム材の変形も自ずと限界があり、地盤に集中的な大変位が起こらない限り構造系としての破壊は生じ難いと考えられる。むしろ函体の機能確保の面から接合部におけるゴム材の水密性の確保が設計上の大きな制約条件となるものと考えられる。

また、緊張材によって函軸方向に緊張力を導入することでゴム等の非線形弾性体を圧縮し、接合部の弾性と水密性を確保するもので、緊張時・設計荷重作用時・経時的損失考慮時の接合部の変位分布・応力分布を合理的に推定し、適当な範囲に収めることが設計上の最大の課題となる。

また、長期にわたって接合部の止水機能を確保するためには、ゴム材の応力緩和・クリープなどの影響を考慮した設計が必要となる。

(2) 設計の考え方と解析モデル

一般にボックスカルパート等の縦方向の設計には、梁理論が適用される。PCa-PC 函体の解析においても、基本は従来の梁理論が適用されるが、接合部や緊張材のモデル化において幾つかの工夫が必要になる。ここでは、函体は弾性床上の剛体梁として扱い、接合部においてもベルヌーイ・オイラーの仮定が成立するものとして、複数の函体ブロックで接合された弾性床上の連続梁としてモデル化する。

函体ブロックは、ブロック長が短くゴムなどで構成される接合部に比べて剛性が遥かに大きいいため、剛体として扱うことができる。この場合、函体(連続梁)の変形はほとんど接合部に集中する。接合部の変形特性を適当なバネ係数(ただし、非線形バネ)に換算すれば、函体は「バネ結合の接合部を有する弾性床上の連続剛体梁」としてモデル化することができる。解析モデル図を図-1に示す。

緊張材によってプレストレスが与えられた連続梁の変形特性をできるだけ忠実にモデル化するため、接合部ゴムの非線形の変形特性、PC緊張材の中立軸からの偏心配置、プレストレス力およびその損失、緊張順序、そして載荷前後の拘束条件の変化などの影響も解析に取り込むことにした。

解析上の基本的仮定条件を、以下に示す

- ① 函体の単体長は短いので、函体は剛体と仮定する。
- ② 接合部のバネ・地盤反力の影響等の計算において、函体の高さの影響を考慮する。
- ③ 接合部は、隣接する函体の相対変位による軸方

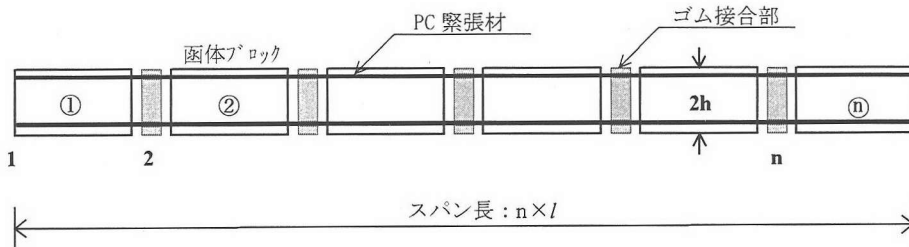


図-1 プレキャストPC 函体の解析モデル

向変位・たわみ・たわみ角の各成分に対しバネ継手として評価する。

- ④ この接合部のバネは、ゴムの非線形変形特性および経時的に生じる応力緩和現象を取り込んで非線形弾性のバネとする。バネ定数は、接合部変位および接合部の中立軸の位置からの高さの関数として算出する。
- ⑤ 地盤は、ウィングラー地盤と仮定する。ここでは、鉛直地盤反力係数・せん断地盤反力係数を考慮する。
- ⑥ 緊張材の緊張力導入時には、函体は底版のみが接地しているので、底版のみの地盤反力の影響を考慮する。
- ⑦ 緊張材の設置高さ・緊張時における緊張順序の相違による各緊張材の緊張力の変化を考慮する。
- ⑧ 地盤沈下等の外力の作用時（設計荷重作用時）には、⑥を初期条件として初期変位を考慮した解析を行う。
- ⑨ 接合部ゴムやコンクリートの変形等による各種のプレストレス力の損失を考慮する。この時コンクリートは弾性体と仮定する。

(3) 設計の手順

一般に緊張材は、2本同時に緊張され、これが数段階繰り返される。このため、函体の計算モデルおよび函体の変形が緊張段階毎に変化するので、各緊張段階に応じたステップ解析が必要となる。一般にゴムの変形量が大きいため、先行緊張されたPC鋼材に対して再緊張が必要になることがあり、再緊張も解析に組み入れねばならない。

PCa-PC 函体のプレストレスリングは、複数の函体ブロックが地表に設置されている状態で実施される。このため、緊張時には地盤反力が函体の底版の

みに発生し、PC 鋼材のプレストレス力は底版摩擦によって低減される。プレストレス力が全ての接合部に有効に伝達されるように、緊張時には函体底版下にジオテキスタイル等を敷設して接地面における摩擦力の低減を図ることがある。

設計荷重作用時においては、函体は土中にあり、地盤反力は函体の全周に発生すると考えられる。この拘束条件の変化を解析に取り込むために、基本式の誘導および計算のフローにおいて次のことを考慮しなければならない。

- ① 地盤反力は中立軸から偏心して作用するため曲げモーメントが生じる。
- ② 緊張時および設計荷重作用時において地盤反力係数は異なる。
- ③ 地盤反力は、緊張時は底版部のみに作用し、設計荷重作用時および緊張力の経時的損失考慮時には函体の全周に作用する。

緊張段階毎の函体構造の変化および載荷前後における拘束条件の変化を考慮すると、函体の解析は各緊張段階および設計荷重作用時に分けて行わなければならないことになる。設計手順のフローチャートを図-2に、段階毎の函体変形モードの概念図を図-3に示す。

PCa-PC 函体の構造計算は、予備計算と本計算の2段階に分けて行う。予備計算は、設計荷重作用時の外力のみを用いて必要とされる緊張材の最小緊張力を算出する初期計算である。最小緊張力を参考にして設計緊張力と緊張順序を設定した後、緊張時・設計荷重作用時・経時的損失考慮時の順に本計算を行う。

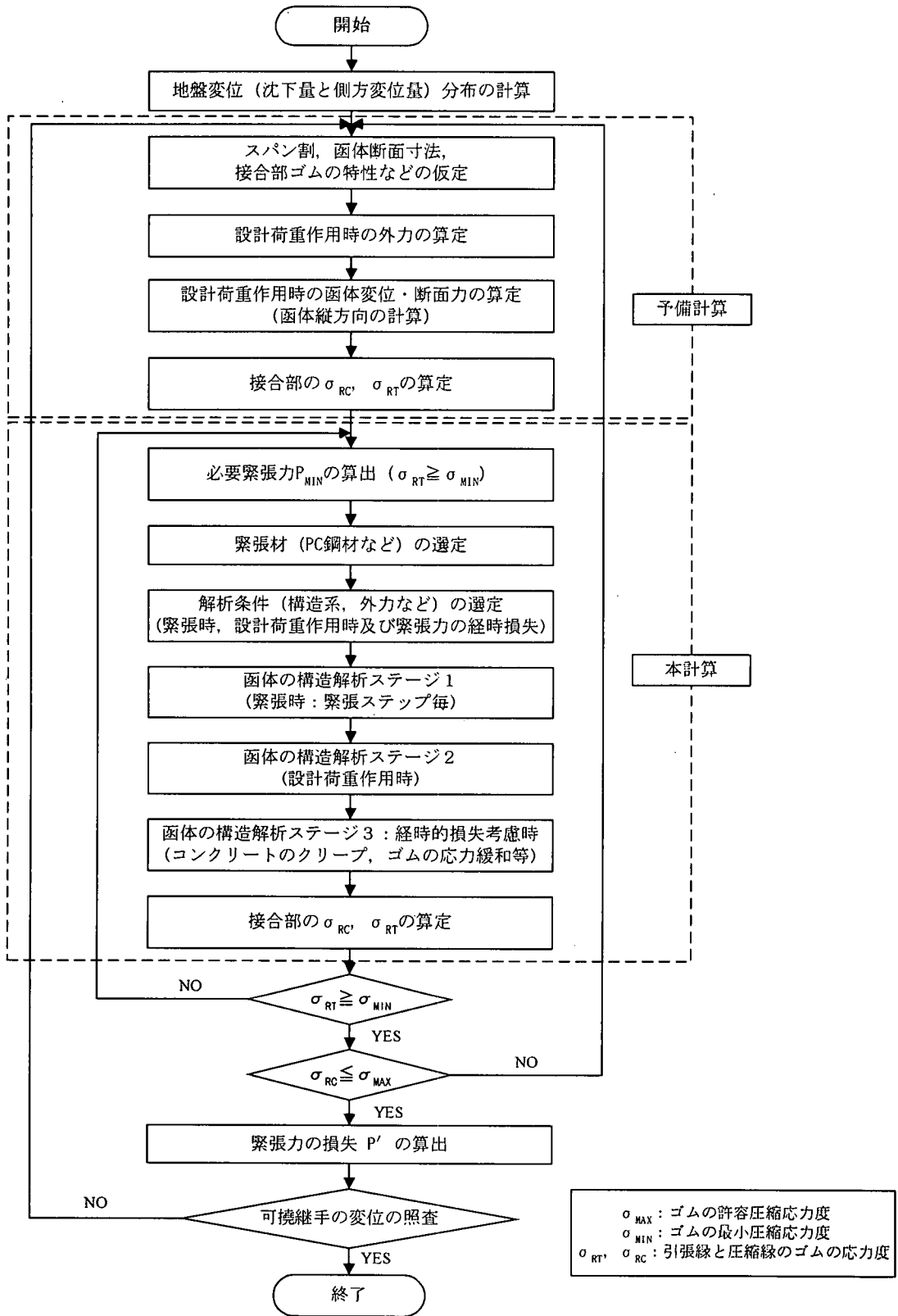


図-2 プレキャストPC函体の縦方向の解析手順

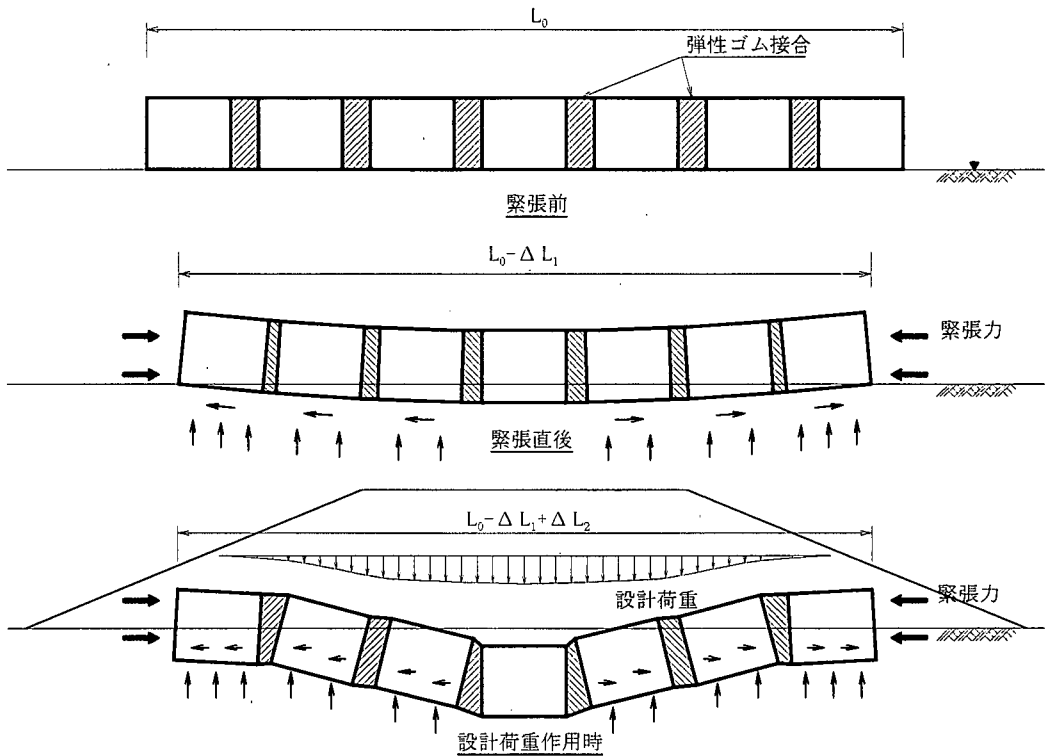


図-3 プレキャストPC 函体の変形概念図

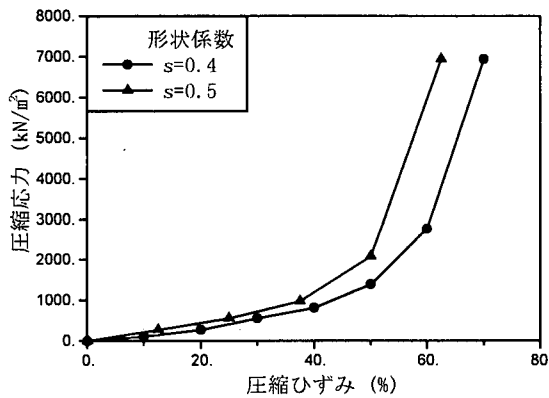


図-4 ゴムの応力 - ひずみ関係 (硬度30)

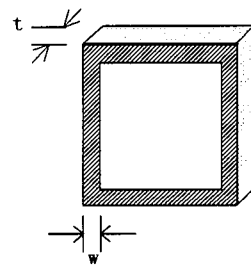


図-5 ゴムの形状

3. 接合部のゴム

(1) 応力 - ひずみ特性

接合部に使用するゴムは非線形性の強い材料であり、その応力-ひずみ関係は、ゴムの硬度と形状によって大きく異なる。図-4 に材質試験で得られたゴムの応力 - ひずみ曲線を例示した。接合部のゴムは、断面内で応力分布が線形分布にならないため、

その非線形分布を考慮に入れた接合部バネ定数を算出する。平ゴムを利用する場合には、ゴムの応力-ひずみ関係は次式で表せる。

$$\sigma = E_c \epsilon \left(1 + \frac{3}{2} \epsilon\right) \quad (1)$$

ここで、 E_c : $\epsilon = 0$ の時の切線弾性係数で、式(2)と式(3)によって算出する。

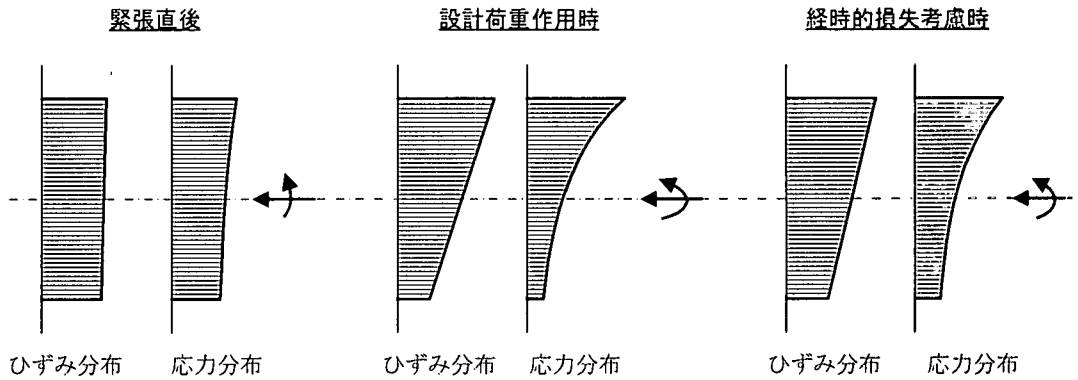


図-6 接合部ゴムの応力・ひずみ分布状態の移行

$$s = \frac{w}{2t} \quad (2)$$

ここに、

- s : 形状係数
- w : ゴムの幅
- t : ゴムの厚さ

$$E_c = \frac{4}{3} E_0 (1 + 2ks^2) \quad (3)$$

ここに、

- E_0 : 見かけのヤング率
- k : 特性係数

式(1)～式(3)は、文献 7)を参考にして得たものであり、 E_0 、 k 、 G の値については、平ゴムの材料特性値が参考になる。実際の設計においては、用いるゴムの材質試験を行って得られた応力-ひずみ曲線を直接利用することが望ましい。

接合部ゴムの断面上のひずみ分布と応力分布は、載荷段階毎に図-6に示すように移行する。

PCa-PC 函体の縦方向の解析においては、接合部のパネの非線形性に配慮して増分計算法を用いる。各増分計算のステップにおいて軸力の値に応じて相当するゴムの弾性係数を使用し、これによって接合部の換算パネ係数を推定する。

(2) ゴムの長期の応力 - ひずみ特性

ゴムは長期にわたって負荷状態に置かれると、応力緩和の影響により接合部応力が低下するので、函体全体のたわみ性と接合部の止水能力の低下が懸念される。しかし、ゴムの変形特性は、添加物、硬度、形状、環境温度など多くのパラメータに深く拘わる

ため、その研究成果は多くない^{8)~10)}。設計実務上は、ゴムの応力 - ひずみ関係の経時変化を低減係数(応力緩和率)によって考慮し、構造解析に取り込む考え方が主流になっている^{9)~11)}。

硬度が応力緩和率に及ぼす影響は顕著ではないが、硬度が大きいくほど応力緩和率はやや低下する。設計上は、応力緩和率を80%程度とすることが一般的である。

(3) ゴムの許容応力度

ゴムの許容応力度は、道路橋支承便覧¹⁰⁾を参考にして設定した。最大圧縮応力度は、曲げモーメントによる偏心に対しゴムが横倒れしないように、最大許容支圧応力度よりやや小さく設定する。最小圧縮応力度は、函体の止水機能を維持するための最小圧縮応力度であり、設計内水圧にほぼ等しい値を設定する。

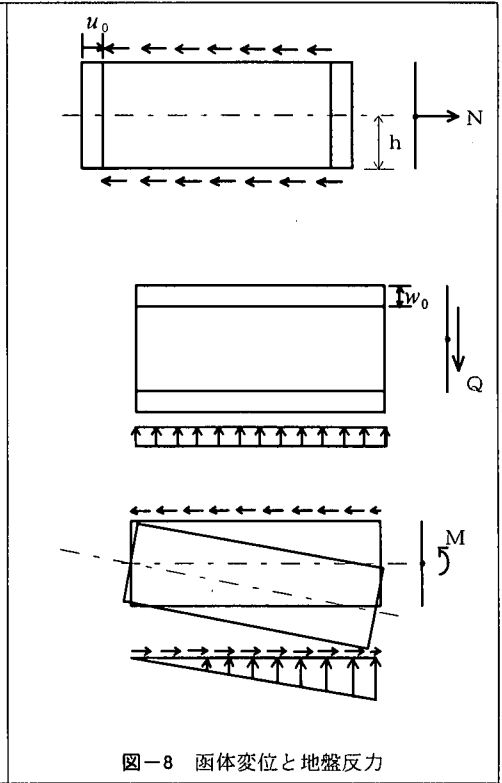
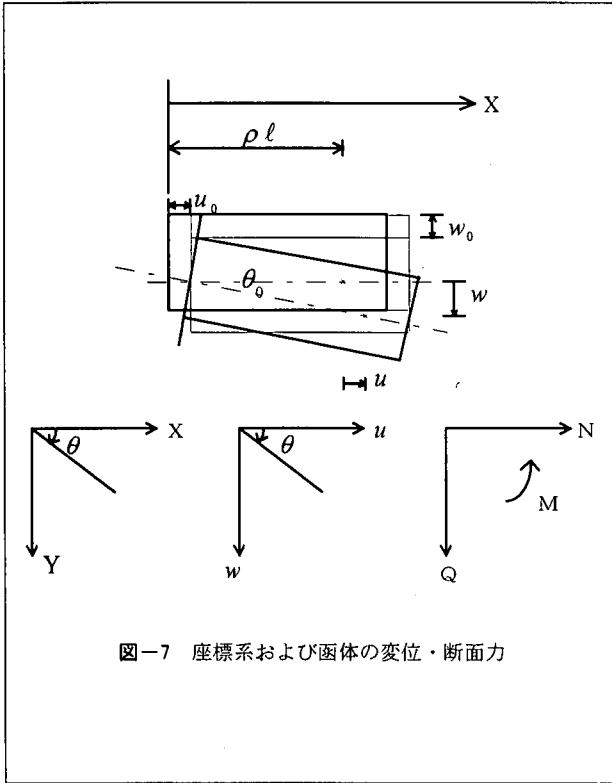
4. 弾性床上的剛体梁の基本方程式

PCa-PC 函体の縦方向の解析は、図-1に示すようなモデルを用いる。このモデルは、梁高を取り込むことにより、中立軸から離れた位置に作用する地盤反力(あるいは函体と周辺地盤の摩擦)、杭と矢板の反力等の偏心によって生じる付加曲げモーメントを考慮する。ここでは、梁高を考慮した弾性床上的剛体梁の基本方程式について記述する。

(1) 状態マトリックス

a) 設計荷重作用時の状態マトリックス

剛体梁の基本式は、各梁の左端における変位



$\{u_0, w_0, \theta_0\}^T$ を未知数として、接合部の相対変位と伝達力との関係により誘導する。弾性床上の剛体梁の左端における変位を梁の基本変位ベクトル \mathbf{X} とし、これにより全体変位ベクトルを構成する。剛体梁の任意断面における変位ベクトル \mathbf{U} と断面力ベクトル \mathbf{V} は、基本変位ベクトルで表すと次式になる。

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{R}_U \cdot \mathbf{X} \\ \mathbf{V} &= \mathbf{R}_V \cdot \mathbf{X} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ w_0 \\ \theta_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \theta \end{Bmatrix}_\rho; \quad \mathbf{V} = \begin{Bmatrix} N \\ S \\ M \end{Bmatrix}_\rho$$

\mathbf{R}_U : 変位に関する状態マトリックス

$$\mathbf{R}_U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & l\rho \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\rho = \frac{x}{l}$: 正規化された長さ

l : 剛体梁の長さ (函体のブロック長)

\mathbf{R}_V : 断面力に関する状態マトリックス

梁部材の局部座標は図-7に示すものとする。変位と断面力については矢印の方向を正とする。

任意断面; ρl における断面力ベクトル \mathbf{V} は、梁の釣合状態に基づいて求められる。設計荷重作用時の外力と地盤反力の釣合は、図-8に示すような状態になるため、断面力に関する状態マトリックス \mathbf{R}_V を求めると次式が得られる。

$$\mathbf{R}_V = \begin{bmatrix} (K_{S1} + K_{S2} + K_{S3})\rho l & 0 & -(K_{S1} - K_{S2})\rho l h \\ 0 & K_{V1}\rho l & \frac{1}{2}K_{V1}\rho^2 l^2 \\ (K_{S1} - K_{S2})\rho l h & \frac{1}{2}K_{V1}\rho^2 l^2 & \frac{1}{6}K_{V1}\rho^3 l^3 - (K_{S1} + K_{S2} + \frac{K_{S3}}{3})\rho l h^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

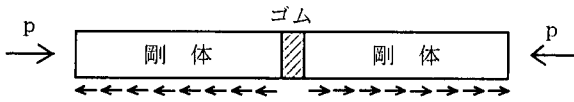


図-9 緊張時の地盤反力

ここに

k_{v1} : 設計荷重作用時の底版における鉛直方向の地盤反力係数 (N/m²)

K_{s1} : 設計荷重作用時の底版における水平方向の地盤反力係数 (N/m²)

K_{s2} : 設計荷重作用時の頂版における水平方向の地盤反力係数 (N/m²)

K_{s3} : 設計荷重作用時の側壁における水平方向の地盤反力係数 (N/m²)

b) 緊張時の状態マトリックス

緊張時には、図-9に示すように地盤反力は底版のみに生じる。この場合の釣合を考慮して断面力に関する状態マトリックス \mathbb{R}_v を求めると次式になる。

$$\mathbb{R}_v = \begin{bmatrix} K_s \rho l & 0 & -K_s \rho l h \\ 0 & K_v \rho l & \frac{1}{2} K_v \rho^2 \ell^2 \\ K_s \rho l h & \frac{1}{2} K_v \rho^2 \ell^2 & \frac{1}{6} K_v \rho^3 \ell^3 - K_s \rho l h^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここに

K_s : 緊張時の底版における水平方向地盤反力係数 (N/m²)

K_v : 緊張時の底版における鉛直方向地盤反力係数 (N/m²)

c) 矢板・杭を有する梁の状態マトリックス

矢板・杭を有する函体の場合、式(4)に矢板・杭に関する剛性マトリックスを加えてその影響を考慮することができる。矢板・杭は函体の底版に設置されるため、函軸方向の反力は偏心によって付加曲げモーメントが発生する。矢板・杭がある剛体梁の状態マトリックスは次式になる。

$$\begin{aligned} \mathbb{U} &= \mathbb{R}_v \cdot \mathbf{X} \\ \mathbf{V} &= (\mathbb{R}_v + \mathbb{R}_{kv}) \mathbf{X} \end{aligned} \quad (8)$$

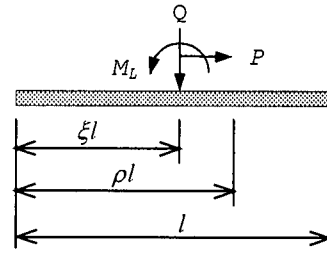


図-10 集中荷重

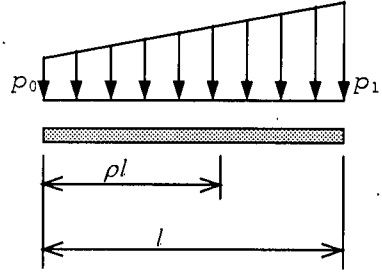


図-11 分布荷重

ここに、

\mathbb{R}_{kv} : 矢板・杭の剛性マトリックス

(2) 荷重ベクトル

a) 集中荷重

集中荷重 P, Q, M_L による荷重ベクトルは、次式で表される。

$\rho l > \xi l$ の場合 :

$$\mathbb{P} = \begin{Bmatrix} N \\ S \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ Ql(\rho - \xi) + M_L \end{Bmatrix}_\rho$$

ここに \mathbb{P} : 荷重ベクトル

マトリックスで表すと

$$\mathbb{P} = \mathbb{K}_Q \cdot \mathbf{Q} \quad (9)$$

ここに

$$\mathbb{K}_Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & (\rho - \xi)l & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ M_L \end{Bmatrix}$$

b) 分布荷重

分布荷重としては、台形分布荷重を考慮しておけば十分である。

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} N \\ S \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \left[\frac{1}{2}(p_1 - p_0)\rho^2 + p_0\rho \right] l \\ \left[\frac{1}{6}(p_1 - p_0)\rho^3 + \frac{1}{2}p_0\rho^2 \right] l^2 \end{Bmatrix}_\rho$$

(3) 連続剛体梁の基本方程式

a) 接合部における連続条件

連続梁の場合、隣接する梁の断面力は、接合部のバネを介して伝達される。接合部の相対変位 $\{\bar{\Delta}u_i, \bar{\Delta}w_i, \bar{\Delta}\theta_i\}$ は、隣接する梁の変位を用いて次式で表せる。

$$\begin{cases} \bar{\Delta}u_i = u_i - u_{i-1} \\ \bar{\Delta}w_i = w_i - w_{i-1} - l_{i-1}\theta_{i-1} \\ \bar{\Delta}\theta_i = \theta_i - \theta_{i-1} \end{cases} \quad (10)$$

接合部の換算バネは、ゴムの非線形特性に配慮して試行錯誤により求める。各解析ステージにおいて、換算バネ係数は断面上のゴムの応力分布状態を考慮して算出する。同一の解析ステージにおいては接合部の伝達力と相対変位との関係を区分線形とすれば、接合部における伝達力は次式で表される。

$$\begin{cases} N_i = k_{Ni} \Delta u_i \\ S_i = k_{Si} \Delta w_i \\ M_i = -k_{Mi} \Delta \theta_i \end{cases} \quad (11)$$

上式における $\Delta u_i, \Delta w_i, \Delta \theta_i$ は接合部バネの前ステージからの変位増加分である。 k_{Ni}, k_{Si}, k_{Mi} は接合部ゴムの換算バネ係数であり、ゴムの接線弾性係数およびせん断弾性係数によって次式で算出する。

$$k_{Ni} = \frac{E_i A_G}{t}$$

$$k_{Si} = \frac{G_G A_G}{t}$$

$$k_{Mi} = \frac{E_i I_G}{t}$$

ここに、

$$E_i = \frac{\left(\int_{A_G} \sigma dA - N^{(0)} \right) / A_G}{(\Delta u_i - \Delta u_i^{(0)}) / t} : \text{ゴムの接線弾性}$$

係数で、断面上の応力分布状態によって定める

G_G : ゴムのせん断弾性係数

k_{Ni} : ゴムの軸方向バネ係数

k_{Si} : ゴムのせん断バネ係数

k_{Mi} : ゴムの回転バネ係数

t : ゴムの厚さ

A_G : 接合部ゴムの断面積

I_G : 接合部ゴムの断面二次モーメント

$N^{(0)}$: 前の試行ステップにおける軸力

$\Delta u_i^{(0)}$: 前の試行ステップにおけるゴム変形

i スパンの梁の右端 (節点 $i+1$) での釣合式は次のように表せる。

$$\mathbf{Q}'_i + (\mathbf{R}_{vi} + \mathbf{R}_{kvi}) \mathbf{X}_i + \mathbf{P}_i - \mathbf{Q}_{i+1} = 0 \quad (12)$$

ここに

$$\mathbf{Q}'_i = \begin{Bmatrix} N_i \\ S_i \\ M_i + S_i l_i \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_{i+1} = \begin{Bmatrix} N_{i+1} \\ S_{i+1} \\ M_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

従って、両端フリーの n スパンの梁に対して、式(15)に示す連立方程式が得られる。

$$\begin{cases} (\mathbf{R}_{v1} + \mathbf{R}_{kv1}) \mathbf{X}_1 + \mathbf{P}_1 - \mathbf{Q}_2 = 0 \\ \mathbf{Q}'_2 + (\mathbf{R}_{v2} + \mathbf{R}_{kv2}) \mathbf{X}_2 + \mathbf{P}_2 - \mathbf{Q}_3 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{Q}'_i + (\mathbf{R}_{vi} + \mathbf{R}_{kvi}) \mathbf{X}_i + \mathbf{P}_i - \mathbf{Q}_{i+1} = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{Q}'_n + (\mathbf{R}_{vn} + \mathbf{R}_{kvn}) \mathbf{X}_n + \mathbf{P}_n = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式(10)と式(11)を式(13)、式(14)に代入して、節点力のベクトル \mathbf{Q}'_i と \mathbf{Q}_{i+1} を書き換えると、

$$\mathbf{Q}'_i = \mathbf{S}'_i \mathbf{X}_{i-1} + \mathbf{S}''_i \mathbf{X}_i \quad (16)$$

$$\mathbf{Q}_{i+1} = \mathbf{S}_{i+1} \mathbf{X}_i + \mathbf{S}'_{i+1} \mathbf{X}_{i+1} \quad (17)$$

ここに

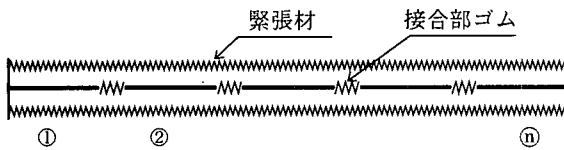


図-12 緊張材を有する函体の解析モデル

$$S_i'' = \begin{bmatrix} -k_{Ni} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{Si} & -k_{Si}l_i \\ 0 & -k_{Si}l_i & -k_{Si}l_i^2 + k_{Mi} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$S_i''' = \begin{bmatrix} k_{Ni} & 0 & 0 \\ 0 & k_{Si} & 0 \\ 0 & k_{Si}l_i & -k_{Mi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$S_{i+1} = \begin{bmatrix} -k_{N_{i+1}} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{S_{i+1}} & -k_{S_{i+1}}l_i \\ 0 & 0 & k_{M_{i+1}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$S'_{i+1} = \begin{bmatrix} k_{N_{i+1}} & 0 & 0 \\ 0 & k_{S_{i+1}} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{M_{i+1}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式(16)と式(17)を式(15)に代入すると、接合部に線形弾性バネを有する弾性床上の連続剛体梁に対する釣合方程式として式(22)を得る。接合部が非線形弾性バネの場合は、解析ステップ毎に区分線形の弾性バネを算出する必要がある。

$$\begin{cases} (\mathbb{R}_{V1} + \mathbb{R}_{kV1} - S_2)X_1 - S_2'X_2 = -\mathbb{P}_1 \\ S_2''X_1 + (\mathbb{R}_{V2} + \mathbb{R}_{kV2} + S_2''' - S_3)X_2 - S_3'X_3 = -\mathbb{P}_2 \\ \dots\dots\dots \\ S_i''X_{i-1} + (\mathbb{R}_{Vi} + \mathbb{R}_{kVi} + S_i''' - S_{i+1})X_i - S_{i+1}'X_{i+1} = -\mathbb{P}_i \\ \dots\dots\dots \\ S_n''X_{n-1} + (\mathbb{R}_{Vn} + \mathbb{R}_{kVn} + S_n''')X_n = -\mathbb{P}_n \end{cases} \quad (22)$$

b) 緊張材の剛性マトリックス

PCa-PC 函体における PC 鋼材等の緊張材は、主として接合部のゴムに初期圧縮変形を導入し、設計荷重作用時のゴムの伸張を抑制する機能を有する。

図-12に示すように、アンボンド方式の PC 鋼材では、連続梁の両端にのみ力の作用がある。この意味で、接合部のゴムは隣接梁間のバネであり、PC 鋼

材は連続梁の両端の梁間のバネとしてモデル化できると考えられる。

PC 鋼材等の緊張材は、梁の中立軸から離れた位置に配置される。緊張材の配置位置によって、両端の函体には偏心による付加曲げモーメントが生じる。このため、設計荷重作用時には、PC 鋼材の張力は、その配置位置によって緊張直後の値とは大きく変化すると予測される。解析には、これらの緊張材の緊張時から設計荷重作用時の緊張力の変化を考慮する必要がある。

節点 q と節点 p の間にある PC 鋼材の相対変位は次式で求められる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta u^a \\ \Delta w^a \\ \Delta \theta^a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_q - u_p \\ w_q - w_p \\ \theta_q - \theta_p \end{Bmatrix} \quad (23)$$

単スパン緊張の問題に対しては

$$p = 1 ; \quad q = n$$

ここに

n : 函体のブロック数 (=接合部の数 + 1)

となる。従って、式(23)は次式になる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta u^a \\ \Delta w^a \\ \Delta \theta^a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_n - u_1 \\ w_n - w_1 \\ \theta_n - \theta_1 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

PC 鋼材による函体の断面力-変形関係は下式で表される。

$$\begin{cases} N^a = -k_N \Delta u^a + k_{NM} \Delta \theta^a \\ S^a = 0 \\ M^a = -k_{NM} \Delta u^a + k_M \Delta \theta^a \end{cases} \quad (25)$$

$$\text{ここに } k_N = \sum_{i=1}^s k_i$$

$$k_{NM} = \sum_{i=1}^s k_i y_i$$

$$k_M = \sum_{i=1}^s k_i y_i^2$$

s : PC 鋼材の本数

y_i : i 本目の PC 鋼材から中立軸までの距離

k_i は i 本目の PC 鋼材のバネ係数であり、鋼材のヤング率 E_a 、断面積 A_a および長さ L_a に基づいて次式で算出する。

$$k_i = \frac{E_a A_a}{L_a}$$

式(24)を式(25)に代入して得られたものをマトリックスで表すと、次式になる。

$$Q = -S_1 X_n + S_1 X_1 \quad (26)$$

ここに

$$Q = \begin{Bmatrix} N^a \\ S^a \\ M^a \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} k_N & 0 & -k_{NM} \\ 0 & 0 & 0 \\ k_{NM} & 0 & -k_M \end{bmatrix} \quad (28)$$

ベクトル Q は、PC鋼材によって両端の梁に作用する節点力ベクトルであり、それぞれ Q 、 $-Q$ を作用させる。従って、単スパン緊張の連続梁における両端のブロックに関する釣合方程式は次のように求められる。

$$Q_1 + (R_{V1} + R_{kV1})X_1 + P_1 - Q_2 = 0 \quad (29)$$

$$Q_n' + (R_{Vn} + R_{kVn})X_n + P_n - Q_1 = 0 \quad (30)$$

式(26)、式(29)および式(30)を式(22)に代入して、連立方程式を誘導すると、次式を得る。

$$\begin{cases} (R_{V1} + R_{kV1} + S_1 - S_2)X_1 - S_2'X_2 & -S_1X_n = -P_1 \\ S_2''X_1 + (R_{V2} + R_{kV2} + S_2''' - S_3)X_2 - S_3'X_3 & = -P_2 \\ \dots\dots\dots \\ S_i''X_{i-1} + (R_{Vi} + R_{kVi} + S_i''' - S_{i+1})X_i - S_{i+1}'X_{i+1} & = -P_i \\ \dots\dots\dots \\ -S_1X_1 + S_n''X_{n-1} + (R_{Vn} + R_{kVn} + S_n''' + S_1)X_n & = -P_n \end{cases} \quad (31)$$

式(31)がPCa-PC函体の基本式となる。

5. 緊張損失

緊張時に導入したプレストレス力は、コンクリートの弾性変形、PC鋼材とシースの摩擦、セットなどによって減少する。長期にわたって負荷状態にあるコンクリートと緊張材にはクリープ変形が生じ、函体に加えたプレストレス力は経時的に減少する。従って、函体（接合部）に与える緊張効果は、函体

断面毎にこれらの緊張損失を差引いて評価すべきである。

$$P(x, t) = P_i - [\Delta P_i(x) + \Delta P_i(x)]$$

ここに、

$P(x, t)$: 任意の部材断面におけるプレストレス力

P_i : 緊張材端に与えた引張力による緊張作業中のプレストレス力

$\Delta P_i(x)$: 緊張作業中および直後に生ずるプレストレスの減少量で、次の影響を考慮して求める。

- ① 底版のせん断地盤反力
- ② コンクリートの弾性変形および接合部ゴムの非線形弾性変形
- ③ PC鋼材とシースの摩擦
- ④ 定着具におけるセット

$\Delta P_i(x)$: プレストレス力の経時的減少量で、次の影響を考慮して求める。

- ⑤ コンクリートのクリープおよび乾燥収縮
- ⑥ PC鋼材のリラクセーション

底版摩擦による緊張力の減少は、底版のせん断地盤反力係数の状態マトリックスに取り込んでいる。そのほかのプレストレス減少量の計算について、以下に説明する。

(1) コンクリートおよび接合部ゴムの弾性変形

PC鋼材が複数本ある場合、これらのすべての緊張材を同時に緊張して定着するものとすれば、コンクリートや接合部ゴムの変形によるPC鋼材の引張力の減少は発生しない。しかし、PC鋼材を順次に緊張し定着するとすれば、コンクリートや接合部ゴムの変形は、各PC鋼材が定着される毎に増加する。従って、前段階で緊張定着されたPC鋼材は、後段階の緊張作業でその引張応力度が減少することになる。

解析には、基本的に函体を剛体と仮定しているため、コンクリートの弾性変形を考慮していない。しかし、PC鋼材の引張力の減少を計算する時には、コンクリート函体の変形特性をバネとして両端の接合部バネに付加することにより、その変形を考慮するものとする。（両端の梁の場合、コンクリート函体の変形特性を片方の接合部に集中させることにする。）函体の換算バネ係数は次の通りに算出する。

(I) 中間の梁



ここに、

$$k_{NC} = \frac{E_C A_C}{l}$$

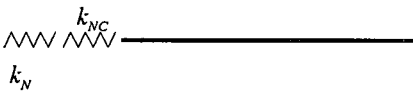
E_C : コンクリートの弾性係数

A_C : コンクリート函体の断面積

(II) 左端の梁



(II) 右端の梁



従って、函体の縦方向解析に用いる接合部バネは、接合部ゴムのバネとコンクリート函体の換算バネの合計値になる。

(2) PC 鋼材とシースの摩擦

PC 鋼材とシースとの摩擦によるプレストレス力の減少を考慮する場合、函体の任意断面における PC 鋼材の緊張作業中のプレストレス力 $P_i'' = P_i''(x, t = 0)$ は、次式で求める。

$$P_i'' = P_i''(x, t = 0) = P_0 e^{-(\mu\alpha + \lambda x)} \quad (32)$$

ここに

μ : 角変化 1 ラジアンあたりの摩擦係数

($\mu = 0.30$)

α : 角変化 (ラジアン) 累計

λ : PC 鋼材 1m 当りの摩擦係数 $\lambda = 0.004$

P_0 : 緊張材端の緊張作業中のプレストレス力

x : 函体の任意位置

$\mu\alpha + \lambda x \leq 0.20$ であれば、式(32)を近似的に

$P_i'' = P_0(1 - \mu\alpha - \lambda x)$ によって表せる。 $\alpha = 0.0$ の場合、さらに次のように単純化される。

$$P_i'' = P_0(1 - \lambda x)$$

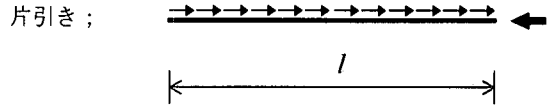
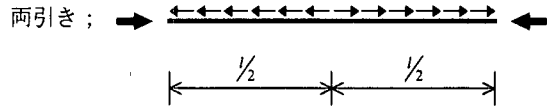


図-13 PC 鋼材とシースの摩擦力の分布

よって、PC 鋼材とシースとの摩擦力は以下の式になる。

$$p = P_0 \lambda$$

構造解析は、上記の摩擦力を梁に作用する分布力として取り込んで、摩擦による緊張損失を算出する。ただし、摩擦力の分布は、図-13に示すように、緊張工法 (両引きあるいは片引き) によって異なる。

緊張材にプレストレス力が与えられると、コンクリート部材および接合部ゴムは短縮するので、緊張材の長さは、緊張材自体の伸びと接合部ゴムおよびコンクリート部材の短縮量を函体の長さから差し引いた量となり、次式で表される。

$$l_P = l - \Delta l_C - \Delta l_P$$

ここに :

l_P : 緊張材の長さ

Δl_P : 緊張材の伸び

Δl_C : 接合部ゴムおよび函体の短縮量

PC 鋼材とシースの摩擦を無視すると、緊張材の初期伸びは次式で求めることができる。

$$\Delta l_P = \frac{1}{1+n} (l - \Delta l_C)$$

ここに

$$n = \frac{E_P A_P}{P_0}$$

PC 鋼材を両引き工法で緊張定着する場合の緊張材の初期伸びを求めると、次のようになる。

$$l_P = \frac{n+1 - \sqrt{(n+1)^2 - \lambda n(l - \Delta l_C)}}{\lambda}$$

$$\Delta l_P = \frac{l_P}{n} \left(1 - \frac{\lambda l_P}{4} \right)$$

(3) 定着具セットによるプレストレス力の損失

緊張材端にプレストレス力を与え、これを定着具に定着するとき、定着具の変形、定着具内での緊張材の滑りなどがあると、緊張材はプレストレスング作業中と逆方向に移動するためプレストレス力が減少する。定着具セットによるプレストレス力の損失は、次式で算出する。

$$\Delta P = P_0 \frac{L_s}{\Delta l_c + \Delta l_p}$$

ここに、 L_s : 定着のセット量

(4) ゴムの応力緩和

本文では、ゴムの非線形の応力-ひずみ特性を直接的に各解析ステップに取り込んでおり、ゴムの応力緩和等の変形特性の経時変化を考慮することも、同じ手順を用いることができる。接合部ゴムの応力緩和を考慮した応力-ひずみ関係は、応力緩和率によって表現するものとする。

(5) コンクリートのクリープと乾燥収縮

コンクリートのクリープおよび乾燥収縮の進行度の計算については、コンクリート標準示方書に図表による計算法が規定されているが、ここでは、文献 12) に提案されている進行度の計算式を用いることにする。進行度を求めるためのパラメータを次に示す。

- a. 載荷日
- b. 有効材齢
- c. 外気に接する部材の周長(m)
- d. 相対湿度(%)

コンクリートのクリープ、乾燥収縮によって緊張引張応力は $\Delta\sigma_p$ だけ減少する。この変化はプレストレスを与えた直後では 0 であり、時点 t_0 において、その最終値 $\Delta\sigma_p$ に達するものである。このように変化する応力を受けた場合のコンクリートクリープひずみを正確に求めることは非常に複雑となる。ここで、設計荷重作用時において緊張材に生じる緊張応力は一定に保持すると仮定する。すなわち、コンクリートのクリープは、設計荷重作用時以後のコンクリート函体を生じる弾性ひずみに比例するものと考えている。

これらの変形量は、前述の方法と同様に、梁の両端に仮定したバネのクリープと乾燥収縮による変形量として計算する（両端の梁の場合、片方の接合部

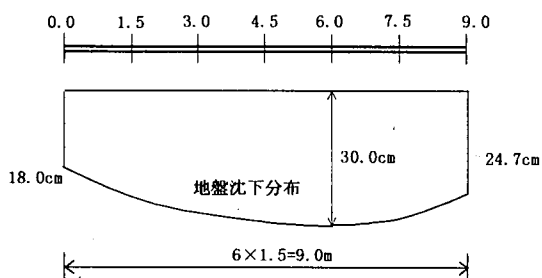


図-14 荷重図

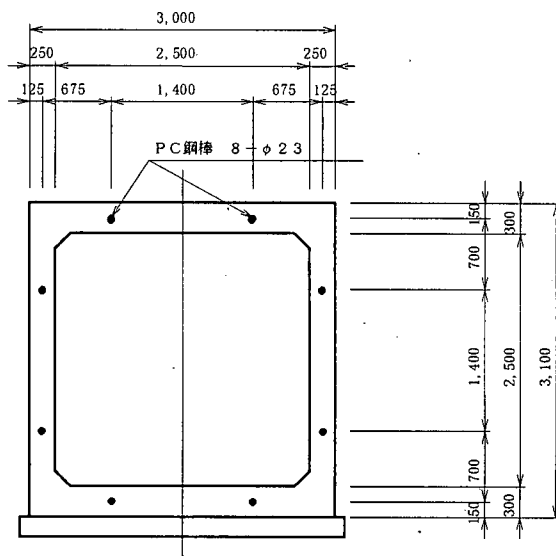


図-15 PC函体断面図

に仮定バネを設置する)。

6. 設計例

ここでは、設計例を通じて弾性床土上の連続剛体梁による PCa-PC 函体の縦方向の設計を示すとともに、PCa-PC 函体の構造形式の適用性を検証する。上述した梁のモデルに基づいて構造解析ソフト PCa-PCA (PreCast PC culvert Analysis) を開発した。以下の計算結果は PCa-PCA によるものである。

設計例としては、梁高 3.1m、ブロック長 1.5m の 6 つのブロックで構成する函体を用いる。荷重としては、即時沈下と圧密沈下そして側方変位を含む地盤の残留変位のほかに、自重を考慮した。

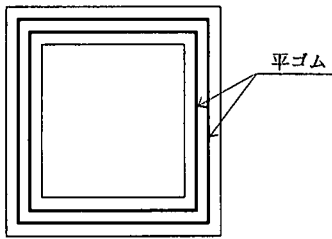


図-16 接合部ゴムの配置図

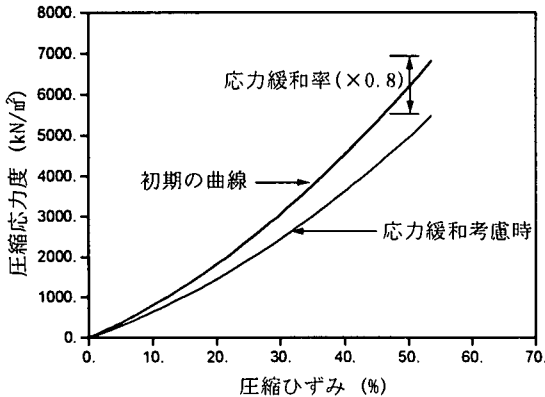


図-17 応力緩和を考慮したゴムの圧縮特性

PC 鋼材の配置，接合部ゴムの材質に関しては，以下に示す。

(1) PC 鋼材

PC 鋼材として $8\phi 23$ を選定し，緊張時一本当りの張力は 245kN であると設定する。PC 鋼材の配置を図-15に示す。定着具におけるセット量は無視する。

PC 鋼材とシースの摩擦係数 = $0.003 (1/m)$

(2) 接合部ゴム

IRHD 硬度 50 の平ゴム (幅: 3cm ，厚さ: 1.5cm) を接合部に 2 本配置する。ゴムの応力 - ひずみ関係を図-17に示す。ゴムの応力緩和率は 80% とする。

函体の水密性の確保，および断面上の応力分布の制御等の設計目標を達するため，接合部のゴムの許容応力度は最大値と最小値をそれぞれ 7N/mm^2 ， 0.5N/mm^2 と設定した。

(3) 計算結果

PCa-PCA によって算出した断面力図，接合部の変形図，緊張力の分布図を図-18に示す。函体の軸方

表-1 PC 鋼棒の張力の変化 (kN)

	緊張時	設計荷重作用時	経時的損失考慮時
頂版 ↓ 底版	245.0	231.70	217.44
	245.0	251.38	237.12
	245.0	290.72	276.46
	245.0	310.39	296.13
合計	1960.0	2168.38	2054.31

表-2 接合部ゴムの変形量と応力度
(応力緩和考慮時)

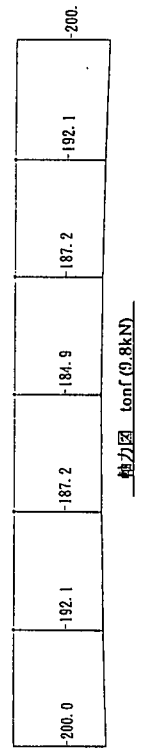
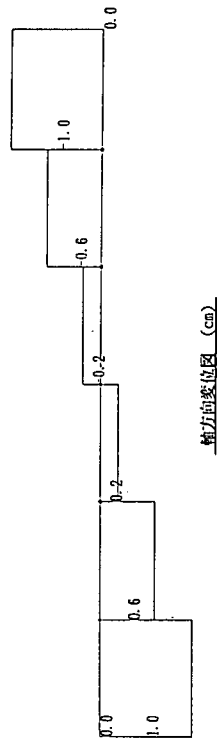
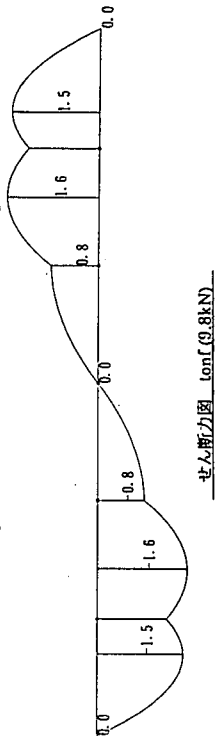
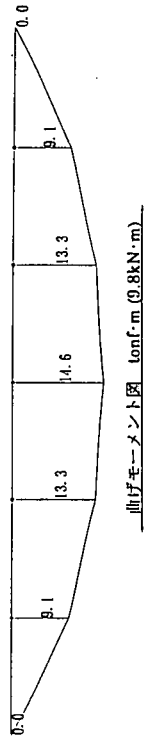
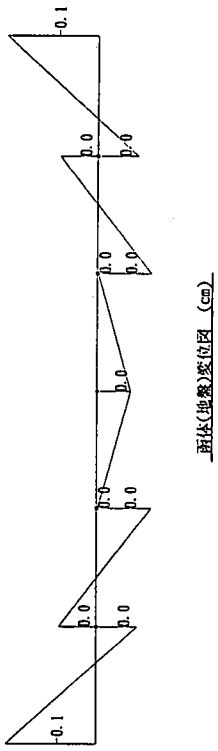
接合部 No.	開口 (cm)		応力度 (N/mm^2)	
	頂部	底部	頂部	底部
1	-0.36	-0.35	-2.333	-2.229
2	-0.41	-0.21	-2.706	-1.216
3	-0.48	-0.11	-3.322	-0.585
4	-0.52	-0.10	-3.773	-0.508
5	-0.45	-0.27	-3.041	-1.618

向の圧縮力は，緊張時には底版摩擦などによって函体のセンターに行くほど小さくなり，設計荷重作用時には外側向きの地盤側方変位によってさらに減少した。軸力の減少に伴って，PC 鋼棒は伸び緊張力が増加したため，接合部の開口に対する抑止効果が認められた。PC 鋼棒の張力の経時変化を表-1に示す。

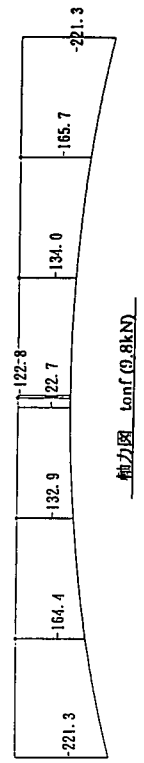
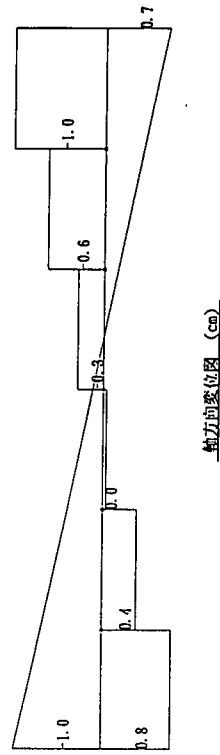
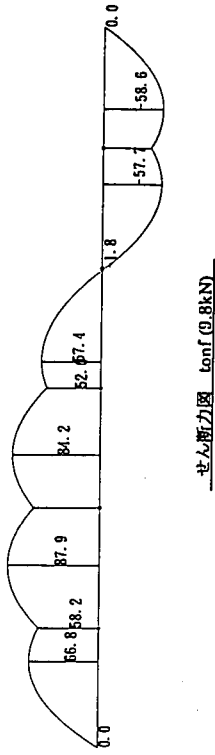
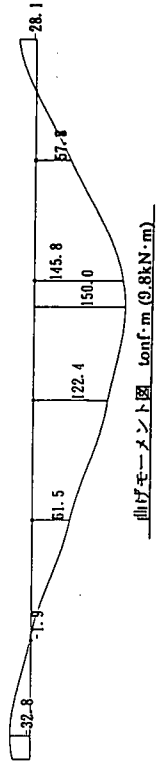
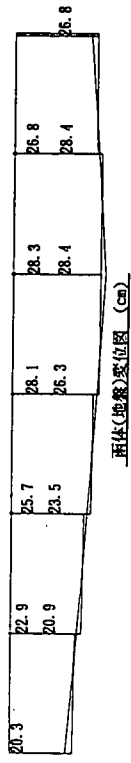
表-2 には，応力緩和考慮時の接合部ゴムの最小圧縮応力度と最大応力度を示す。30cm 程度の地盤沈下および 2cm 程度の地盤側方変位に対して，接合部に開口の傾向はなく，函体の止水機能を確保できた。この例のように，PCa-PC 函体は地盤の大変形が予測される地盤条件においても適切な材料の選定により設計可能になると考えられる。なお，接合部ゴムの耐荷力の試算によれば，PCa-PC 函体は比較的大きな断面のボックスカルバートに優れた構造特性を持っていることが明らかになった。

7. まとめ

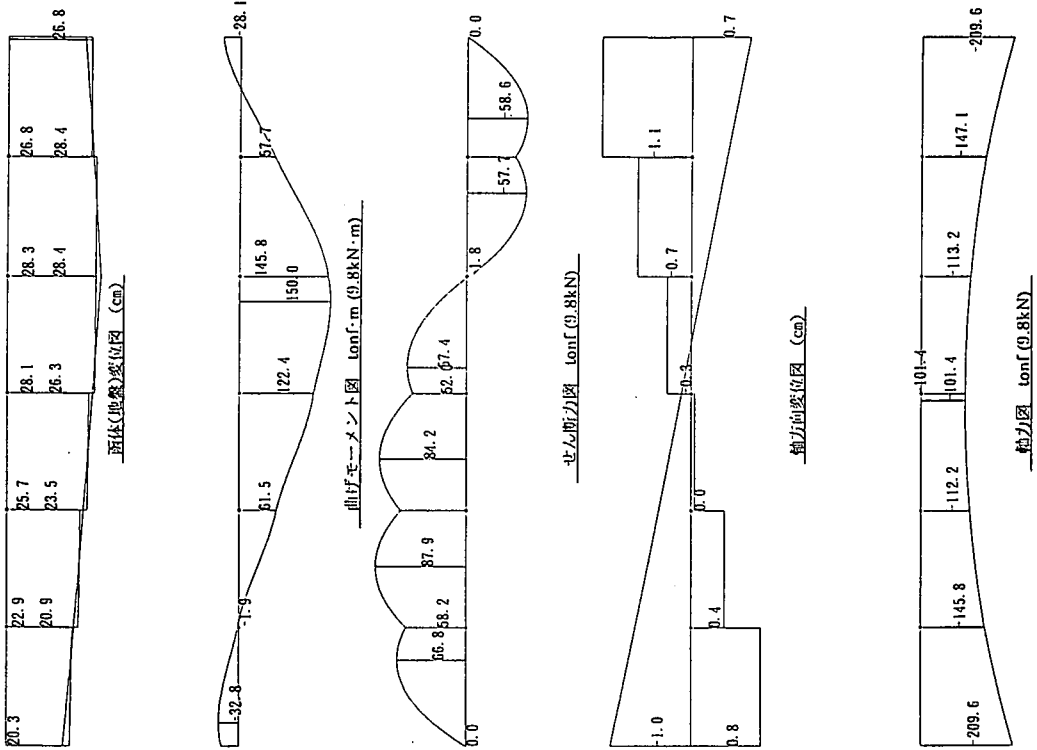
PCa-PC 函体は複数の函体ブロックの接合部にゴムを挟み，函軸方向にプレストレスを付与することで一体化を図り，函軸方向の柔構造を達成することで函体の水密性を確保しつつ，圧密沈下などの大きな地盤沈下に追随することができる新しい構造形式の函体の 1 つである。



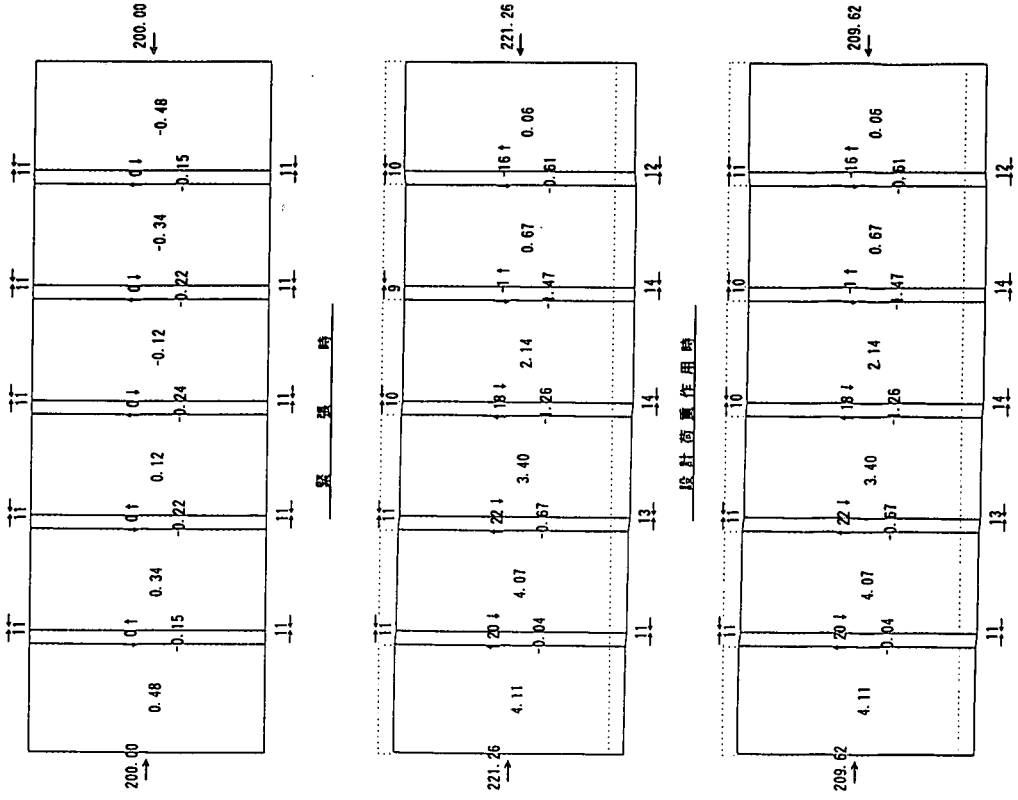
図一18(a) 面体縦方向変位・断面力図 (緊張時)



図一18(b) 面体縦方向変位・断面力図 (設計荷重作用時)



図一18(c) 断面縦方向変位・断面力図 (経時的損失考慮時)



図一18(d) プレキャスト函体の接合部の変形
単位: 緊張力 tonf(9.8kN); ゴム厚, 目途い mm; 折れ角, 傾斜角 rad/1000

ここに提案した弾性床上の連続剛体梁の解析モデルは、PCa-PC 函体で考えるべきほとんどの要素をモデル化しているため、比較的精度の良い解が得られるものと期待している。連続剛体梁は、剛性マトリックスが簡単・明瞭の利点があつて、非線形解析の計算精度が10%程度であればパソコンにより容易に計算が可能である。さらに、緊張段階と荷重作用段階に応じるステップ解析、ゴムの非線形変形特性に対応する増分計算もスムーズに行えるので、実用性の高い解析法であると考えられる。

例示した計算によると、PCa-PC 函体は設計目標としたすべての要求を満たせる構造形式であると考えられる。しかし、ここに記述した解析精度はあくまでも解析上の精度で、接合部のゴムの変形特性曲線を利用した解析で、その変形量と応力度などの関係の適合性を評価したものである。ゴムの変形特性はかなり複雑で、添加成分および形状により大きく変わる。今後は、ゴムの材質試験および函体の接合部に設置されたゴムの変形特性の実験結果を利用した解析の評価が必要である。

現在、建設省の「特定技術活用パイロット事業」等においてプレキャスト PC 函体を用いた樋門・樋管の工事が実施されつつある。今後はこれらの成果を活用して本手法の適用性を確認すると同時に、類似の地中構造物への適用を図っていきたいと考えている。

参考文献

1) プレキャストコンクリート共同溝設計施工要領(案), (財) 道路保全技術センター, 1994年3月.

2) 樋門・樋管プレキャスト函体の規格化等に関する検討業務報告書, (財) 国土開発技術研究センター, 1996年2月.
 3) 樋門・樋管設計指針の検討業務報告書, (財) 国土開発技術研究センター, 1996年3月.
 4) 柔構造樋門・樋管の設計手法検討業務報告書, (財) 国土開発技術研究センター, 1997年3月.
 5) 志波由紀夫, 川島一彦, 大日方尚巳, 加納尚史: シールドトンネルの耐震解析に用いる長手方向覆工剛性の評価法, 土木学会論文集, No.398, pp.319, 1988.10.
 6) 谷本勉之助, 石川清志: 演算子法構造解析, 森北出版社, 1977年.
 7) Allen, P.W., Lindley, P.B. and Payne, A.R.: *Use of Rubber in Engineering*, 1958.
 8) 清宮 理, 田邊 源吾: 沈埋トンネル接合部のゴムガスケットの基本的な力学試験と有限要素法解析, 港湾技研資料, No.798, 1995年3月.
 9) 清宮 理, 矢島 貴: 沈埋トンネル用ゴムガスケットの諸特性, 港湾技研資料, No.871, 1997年6月.
 10) 日本道路協会: 道路橋支承便覧, 1991年7月.
 11) Saveur, Jan and Walter Grantz: Chapter 3 Structural Design of Immersed Tunnels, *Tunneling and Underground Space Technology*, 12(2), April 1997, Special Issue on Immersed and Floating Tunnels, Second Edition, 93-109.
 12) 土木学会, コンクリート技術シリーズ5: プレストレストコンクリート構造の現況と設計方法の動向, 1994年5月.
 13) Lindley, P.B.: 天然ゴムによる防振ゴムの設計(下), ゴム, Vol. 12, No. 9, Sept., 1965.

(1997.7.18 受付)

AN ANALYSIS METHOD FOR PRESTRESSED PRECAST CULVERTS OF A FLEXIBLE SYSTEM FOLLOWING GROUND SUBSIDENCE IN THE LONGITUDINAL DIRECTION

Fumio ENOMOTO, Xuesong YANG and Kazuo UGA

Precast concrete culverts have an advantage of saving construction cost through shortening of job duration. However, on precast concrete structure, several analytical problems of design of connection joints have not been resolved yet. In this paper, a structure system of a prestressed precast culvert is proposed, which connects precast concrete elements by high deformable rubber-joints and is unitized by PC steel strands, so that the superior axial flexibility and watertight are performed. Accordingly, this structure is able to follow ground subsidence or severe earthquake deformation. An analytical method and a computer program have been developed to calculate continuous beams with non-linear elastic spring joints on elastic foundation. This model is possible to estimate the change of effective prestress on the rubber during construction stage and service period.