

正規粘土供試体せん断時における局所変形の遷移

小林 一三¹・飯塚 敦²・太田 秀樹³

¹正会員 工博 金沢大学助手 工学部土木建設工学科 (〒920-8667 金沢市小立野 2-40-20)

²正会員 工博 神戸大学助教授 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台 1-1)

³フェロー 工博 東京工業大学教授 工学部開発システム工学科 (〒152-8550 目黒区大岡山 2-12-1)

正規圧密粘性土供試体がせん断に伴って局所変形を顕在化させ、最終的に破壊に達するまでをシミュレーションしている。供試体内に発生する局所変形モードの遷移を追跡するために、有限変形理論に基づく土/水連成有限要素解析プログラム(DACSAR-F)を開発した。この DACSAR-F を用いて、せん断が進行するにつれて、初期不整として与えられた局所変形モードが次第に特定の局所変形モードに収斂し、かつ顕在化して終局の破壊状態に至るというモードスイッチングの様子を示し、実験において、供試体成型時に不可避に導入されているであろう初期不整と間隙水のマイグレーションがこのモードスイッチングにどのように関わっているかを示した。

Key Words : soil/water coupled FE formulation, finite deformation theory, Cam-clay model, dilatancy, migration, bifurcation, localization, shear band, mode switching

1. はじめに

粘性土供試体の圧縮せん断試験を考えてみる。初期には均質・一様と考えられる供試体が、せん断の進行に伴って次第に局所変形を顕在化させ、最終的に破壊に至るのが観察される。粘性土の破壊メカニズムを解明しようとする場合、この局所的な変形の発生と進展のメカニズムを調べるのが重要であるといえよう。

このような観点から、これまでに様々な研究が成されてきた(例えば、「地盤の破壊とひずみの局所化」¹⁾のレビュー参照)。例えば、Yatomi et al.は、有限変形場に拡張された Cam-clay モデルを提案し、分岐現象の一種であるせん断帯の生成理論を展開している²⁾。さらに彼らは、有限変形場における土/水連成解析手法の定式化を示し、粘性土地盤上の剛なフーチング基礎の支持力問題を解析している³⁾。基礎の沈下に伴って、せん断帯が生成する様子が示されているが、極限支持力の発現を示すには至っていない。土/水連成問題として定式化しているものの要素ごとに非排水条件を課して解析している。このような限界状態近傍における地盤材料の振る舞いに、間隙水の移動を伴う土/水連成問題が不可欠であることを示したのは、Asaokaらのグループである⁴⁾⁵⁾。Asaoka et al.は、Yatomi et al.による有限要素定式化³⁾と有限変形共軸 Cam-clay モデル²⁾を用いながら、新たな負荷判定を見出すことによって、wet 側での硬化・収縮挙動ばかりでなく dry 側で生じる軟化・膨張挙動を解析に取り込み、間隙水の移動現象(マイグレーション)を伴う critical state 近傍での粘性土要素の振る舞いを論じた⁶⁾。その結果、粘性土の破壊後の挙動を追跡することが可能であること

を示している⁷⁾⁸⁾。一方で同様の手法を用い、平面ひずみ(境界)非排水圧縮せん断で粘性土供試体が経験する分岐モードとせん断速度の関係⁹⁾、さらには時間的遅れを伴う変形の説明へと進展している⁹⁾。これらの研究を通して、粘性土の力学における、塑性体積ひずみを硬化則に用いた塑性論、土/水連成による間隙水のマイグレーション、有限変形場がもたらす非線形性、そしてこれらの相互作用の重要性が理解できる。

以上の成果は、粘性土供試体の破壊メカニズムに着目した場合、破壊現象の幾何形状依存性および進行性を合理的に説明しうる糸口を明快に示し得たものとして評価される。しかし、局所変形がどのように進展・遷移し、最終的な破壊に至るのか、さらにその局所変形の遷移に間隙水のマイグレーションがどのように影響するのかを十分に説明し尽くしているとは言えないようである。粘性土供試体に発達する局所変形パターンは、初期から固定されたものではなく、せん断の進行と共に遷移・変化する。実際のせん断試験において、せん断初期に供試体側面で観察される格子状のすべり線網が、最終的にはいくつかの顕在化したすべり線に収斂する様子を見ることは少なくないであろう。

本論文では、正規圧密された粘土供試体がせん断中に経験する局所変形の遷移に焦点を絞り、Yatomi et al.²⁾³⁾、飯塚ら¹⁰⁾の研究を受けて、かつ Asaoka et al.⁴⁾⁵⁾による成果を引用しながら、まず、せん断初期からの局所変形の遷移を追跡できるように、弾塑性有限変形土/水連成有限要素シミュレーション技法の改良をはかる。次いで、平面ひずみ供試体(縦横比2:1の正規圧密粘性土)の軸圧縮せん断をシミュレーションし、局所変形の発生、遷移を

鮮明に図示し議論する。

2. 有限変形場における土/水連成有限要素解析手法の定式化

Yatomi et al. によって示された弾塑性有限変形場における土/水連成問題の有限要素定式化を, Ohta et al.¹¹⁾による手法に基づいて拡張する。すなわち, 変位増分と間隙水頭を未知数とする連成場において, 不均一場の表現能力を高めるために, より高次の内挿関数の導入をはかる。なお定式化では, 伸張側を正, 圧縮側を負とし, 等方応力(平均応力, 間隙水圧)は圧縮側を正としている。

(1) 支配方程式と弱形式

有限変形場における土/水連成問題の支配方程式と境界・初期条件³⁾は以下のものである。

① 増分釣合式

$$\text{div} \dot{\mathbf{S}}_t = \mathbf{0}. \quad (1)$$

ただし, $\dot{\mathbf{S}}_t$ は公称応力速度テンソルであり, Cauchy 応

力テンソル \mathbf{T} の Jaumann 速度 $\dot{\mathbf{T}}$ を用いて,

$$\dot{\mathbf{S}}_t = \dot{\mathbf{T}} + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{I} - (\mathbf{D}\mathbf{T} + \mathbf{T}\mathbf{D}) + \mathbf{L}\mathbf{T}, \quad (2)$$

と表される²⁾。ここに, $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} - \mathbf{W}\mathbf{T} + \mathbf{T}\mathbf{W}$, $\dot{\mathbf{T}}$ は Cauchy 応力テンソルの物質時間微分, \mathbf{W} はスピントル, \mathbf{D} はストレッチングテンソル, \mathbf{L} は変形速度勾配テンソル ($\mathbf{L} = \text{grad} \mathbf{v}$, \mathbf{v} は変形速度ベクトル) である。

② 有効応力の定義

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' - p_w \mathbf{I}. \quad (3)$$

ただし, \mathbf{T}' は有効 Cauchy 応力テンソル, p_w は間隙水圧, \mathbf{I} は単位テンソルである。

③ 変形速度, ストレッチングとスピン

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W}, \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T), \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T). \quad (4)$$

④ 応力ひずみ関係

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{C}\mathbf{D}, \quad (5)$$

ただし, \mathbf{C} は構成関係テンソルである。

⑤ 連続式

$$\text{tr} \mathbf{D} + \text{div} \mathbf{v}_w = 0. \quad (6)$$

ただし, \mathbf{v}_w は土骨格に対する間隙水の相対速度である。

⑥ ダルシー則

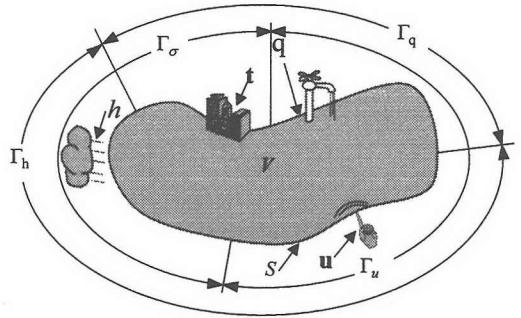


図-1 土/水連成境界値問題の境界条件

$$\mathbf{v}_w = -k\mathbf{l} \cdot \text{grad} h. \quad (7)$$

ただし, k は透水係数, h は全水頭 ($h = \frac{P_w}{\gamma_w} + \Omega$, γ_w は水の単位体積重量, Ω は位置水頭) である。

境界条件は, 図-1 に示すように 2 種類あり,

⑦ 土の変形に対する境界条件

$$\text{Neumann 境界: } \bar{\mathbf{s}} = \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{n} \quad \text{on } \Gamma_\sigma, \quad (8)$$

$$\text{Dirichlet 境界: } \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v} \quad \text{on } \Gamma_u. \quad (9)$$

ただし, $\bar{\mathbf{s}}$ は公称応力ベクトル, \mathbf{n} は応力速度境界 (Γ_σ)

上に立てた単位法線ベクトル, Γ_u は変形速度境界であり,

全境界を S とすると,

$$S = \Gamma_\sigma + \Gamma_u, \quad (10)$$

である。また, 頭の $\bar{(\cdot)}$ は既知量を表している。

⑧ 間隙水の運動に対する境界条件

$$\text{Neumann 境界: } \bar{q} = \mathbf{v}_w \cdot \mathbf{n} \quad \text{on } \Gamma_q, \quad (11)$$

$$\text{Dirichlet 境界: } \bar{h} = h \quad \text{on } \Gamma_h. \quad (12)$$

ただし, q は単位時間当たりの流出入量であり, \mathbf{n} は流量境界 (Γ_q) に立てた単位法線ベクトル, Γ_h は全水頭境界で

ある。全境界を S とすると,

$$S = \Gamma_q + \Gamma_h, \quad (13)$$

となる。また同様に, 頭の $\bar{(\cdot)}$ は既知であることを表している。なお弾塑性増分理論を用いるため, さらに, 有効 Cauchy 応力と間隙水圧に初期条件が課される。

今, 任意の試験関数,

$$\delta \mathbf{v} \in \{ \delta \mathbf{L} = \text{grad}(\delta \mathbf{v}), \delta \mathbf{v} = 0 \quad \text{on } \Gamma_u \},$$

を用いて、増分釣合い式 (1)の弱形式を求めると、

$$\int_{\Gamma_{\sigma}} \bar{s}_i \cdot \delta v ds - \int_V \dot{S}_i \cdot \delta L dv = 0, \quad (14)$$

を得る。ここで発散定理と境界条件の一部(式(8))を用いた。式(2)に式(3)を代入して、公称応力速度テンソル \dot{S}_i を有効応力表示すると、

$$\dot{S}_i = \dot{S}'_i - p_w \{(\text{trD})\mathbf{I} - \mathbf{L}^T\} - \dot{p}_w \mathbf{I}. \quad (15)$$

ただし、

$$\dot{S}'_i = \dot{\mathbf{T}}' + \mathbf{T}' \text{trD} - (\mathbf{D}\mathbf{T}' + \mathbf{T}'\mathbf{D}) + \mathbf{L}\mathbf{T}',$$

となるから、式(14)に式(15)を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} & \int_V (\dot{\mathbf{T}}' \cdot \delta \mathbf{D} + (\text{trD})\mathbf{T}' \cdot \delta \mathbf{D} - (\mathbf{D}\mathbf{T}' + \mathbf{T}'\mathbf{D}) \cdot \delta \mathbf{D} \\ & + \mathbf{L}\mathbf{T}' \cdot \delta \mathbf{L} - p_w ((\text{trD})\mathbf{I} - \mathbf{L}^T) \cdot \delta \mathbf{L} - \dot{p}_w \mathbf{I} \cdot \delta \mathbf{L}) dv \\ & = \int_{\Gamma_{\sigma}} \bar{s}_i \cdot \delta v ds, \end{aligned} \quad (16)$$

を得る。

一方、任意の試験関数、

$$\delta h \in \{\delta h = 0, \text{ on } \Gamma_h\},$$

を用いて、連続式(式(6))の弱形式を求めると、

$$\int_V (\text{trD})\delta h dv + \int_{\Gamma_q} q \delta h ds - \int_V \mathbf{v}_w \cdot \text{grad} \delta h dv = 0, \quad (17)$$

を得る。ここで発散定理と境界条件の一部(式(11))を用いた。

(2) 有限要素離散化

本論文では、間隙水の移動を考慮しながら局所変形の発生と進展の様子を調べることを目的としているため、土骨格のみならず、間隙水の運動を精度よく表現する必要がある。そのためにここでは、平面ひずみ問題に対して、土骨格の変形速度には9節点アイソパラメトリック四角形要素を用い、間隙水圧(全水頭)の離散化には4節点アイソパラメトリック四角形要素を用いることにした。計算上の安定性を保つため、間隙水圧(全水頭)の離散化に用いる内挿関数の次数を、土骨格の変形速度に対して一次低くした^{12,13)}。

要素内の土骨格の変形速度と間隙水の全水頭は、それぞれ節点における変形速度ベクトル $\{v^{N_e}\}$ と全水頭 $\{h^{M_e}\}$ を用いて、

$$\mathbf{v} = [\mathbf{N}] \{v^{N_e}\}, \quad h = [\mathbf{N}h] \{h^{M_e}\}, \quad (18)$$

と表される。ここで、 $[\mathbf{N}]$ は9節点アイソパラメトリック要素の内挿関数マトリックス、 $[\mathbf{N}h]$ は4節点アイソパ

ラメトリック要素の内挿関数マトリックスである。従って、式(4)の土骨格に対するストレッチング $\{\mathbf{D}\}$ 、変形速

度勾配 $\{\mathbf{L}\}$ と間隙水に対する全水頭勾配 $\{h_{,i}\}$ は、式(18)

を空間で微分して並べ換えることによって、

$$\{\mathbf{D}\} = [\mathbf{B}] \{v^{N_e}\}, \quad \{\mathbf{L}\} = [\mathbf{M}] \{v^{N_e}\}, \quad \{h_{,i}\} = [\mathbf{B}h] \{h^{M_e}\}, \quad (19)$$

と表わすことができる。さらに式(19)の第1式より、

$$\text{trD} = [\mathbf{B}v] \{v^{N_e}\}, \quad (20)$$

を得る。ここに、 $[\mathbf{B}]$ はストレッチング・節点変位速度関係マトリックス、 $[\mathbf{M}]$ は変形速度勾配・節点変位速度関係マトリックス、 $[\mathbf{B}h]$ は全水頭勾配・節点全水頭関係マトリックス、 $[\mathbf{B}v]$ は体積変化速度・節点変位速度関係マトリックス、 $\{\mathbf{D}\}$ はストレッチングテンソル \mathbf{D} の成分を並べたベクトル、 $\{\mathbf{L}\}$ は変形速度勾配テンソル \mathbf{L} の成分を並べたベクトル、 $\{h_{,i}\}$ は全水頭勾配ベクトル($\text{grad} h$)である。また上添え字 N_e と M_e はそれぞれ9節点、4節点で代表された量であることを示しており、変形速度と全水頭が離散化される全節点数を、それぞれ、全要素に対する総和をとって、 $N(=\sum N_e)$ と $M(=\sum M_e)$ とする。同様に、試験関数 δv と δh に対しても、

$$\delta v = [\mathbf{N}] \{\delta v^{N_e}\}, \quad \delta h = [\mathbf{N}h] \{\delta h^{M_e}\}, \quad (21)$$

と離散化できるものとする(ガラキン法)、

$$\{\delta \mathbf{D}\} = [\mathbf{B}] \{\delta v^{N_e}\}, \quad \{\delta \mathbf{L}\} = [\mathbf{M}] \{\delta v^{N_e}\},$$

$$\{\delta h_{,i}\} = [\mathbf{B}h] \{\delta h^{M_e}\}, \quad \text{tr} \delta \mathbf{D} = [\mathbf{B}v] \{\delta v^{N_e}\}, \quad (22)$$

となる。ここに $\{\delta \mathbf{L}\}$ は、試験関数 δv から定義されるテンソル $\delta \mathbf{L} (= \text{grad} \delta v)$ の成分を並べたベクトル、 $\{\delta \mathbf{D}\}$ はテンソル $\delta \mathbf{D} (= \frac{1}{2}(\delta \mathbf{L} + \delta \mathbf{L}^T))$ の成分を並べたベクトル、 $\{\delta h_{,i}\}$ は試験関数 δh の勾配ベクトル($\text{grad}(\delta h)$)である。ベクトル $\{\mathbf{D}\}$ とベクトル $\{\mathbf{L}\}$ の並びに合わせて、有効Cauchy応力テンソル \mathbf{T}' の成分をベクトル $\{\mathbf{T}'\}$ に格納して、式(21)と式(22)を用いると、最終的にベクトル $\{v^{N_e}\}$ の任意性より、式(16)は、

$$\begin{aligned} & \int_V [\mathbf{B}]^T \{\mathbf{T}'\} dv + \int_V [\mathbf{B}]^T \{\mathbf{T}'\} (\text{trD}) dv \\ & - 2 \int_V [\mathbf{B}]^T \{\mathbf{T}'^{**}\} \{\mathbf{D}\} dv + \int_V [\mathbf{M}]^T \{\mathbf{T}'^{***}\} \{\mathbf{L}\} dv \\ & - \int_V [\mathbf{B}v]^T p_w (\text{trD}) dv + \int_V [\mathbf{M}]^T \{p_w^*\} \{\mathbf{L}\} dv \\ & - \int_V [\mathbf{B}v]^T \dot{p}_w dv = \int_{\Gamma_{\sigma}} [\mathbf{N}]^T \{\bar{s}_i\} ds, \end{aligned} \quad (23)$$

と表すことができる。ここで、構成関係(式(5))および、式(19)、式(20)を用いると、

$$\begin{aligned} & \{K\}\{\Delta u^N\} - \{Kv\}^T \left\{ \gamma_w h^N \right\}_{t+\Delta t} \\ & = \{\Delta F\} - \{Kv\}^T \left\{ \gamma_w h^N \right\}_t, \end{aligned} \quad (24)$$

を得る。ただし、 $t=t$ から $t=t+\Delta t$ 間の時間増分 Δt に関する Euler 近似： $\{\gamma_w h^N\} = \{\Delta u^N\} / \Delta t$ 、と

$$\dot{p}_w = (\gamma_w h|_{t+\Delta t} - \gamma_w h|_t) / \Delta t - (\gamma_w \Omega|_{t+\Delta t} - \gamma_w \Omega|_t) / \Delta t,$$

を用いている。なお、

$$\begin{aligned} [K] = & \int_V \{ [B]^T [C] [B] + [B]^T [T^*] [Bv] - 2[B]^T [T^{**}] [B] \\ & + [M]^T [T^{***}] [M] - [Bv]^T p_w [Bv] + [M]^T [p_w^*] [M] \\ & + [Bv]^T \gamma_w [p] \} dv, \end{aligned}$$

$$\{Kv\} = \int_V [Nh]^T [Bv] dv, \quad \{\Delta F\} = \Delta t \int_{\Gamma_\sigma} [N]^T \{s_i\} ds,$$

$$[T^{**}] = \begin{bmatrix} T'_{11} & 0 & T'_{12}/2 & 0 \\ 0 & T'_{22} & T'_{12}/2 & 0 \\ T'_{12}/2 & T'_{12}/2 & (T'_{11}+T'_{22})/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T'_{33} \end{bmatrix},$$

$$[T^{***}] = \begin{bmatrix} T'_{11} & 0 & T'_{12} & 0 & 0 \\ 0 & T'_{22} & 0 & T'_{12} & 0 \\ T'_{12} & 0 & T'_{12} & 0 & 0 \\ 0 & T'_{12} & 0 & T'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T'_{33} \end{bmatrix},$$

$$[p_w^*] = \begin{bmatrix} p_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_w & 0 \\ 0 & 0 & p_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_w \end{bmatrix},$$

$$\{T^i\} = \begin{Bmatrix} T'_{11} \\ T'_{22} \\ T'_{12} \\ T'_{33} \end{Bmatrix}, \quad \{D\} = \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ 2D_{12} \end{Bmatrix}, \quad \{L\} = \begin{Bmatrix} L_{11} \\ L_{22} \\ L_{12} \\ L_{21} \end{Bmatrix},$$

であり、 $\{\Delta u^N\}$ は節点変位増分ベクトル、 $\{\Delta F\}$ は既知の荷重増分ベクトル、 $[p]$ は位置水頭 Ω の現配置における座標を指定するマトリックスである。また、 $[C]$ は構成関係マトリックスであり、具体的表現は後に与える。

一方、式(21)と式(22)を式(17)に代入して、ベクトル $\{\gamma_w h^M\}$ の任意性を用いると、

$$\begin{aligned} & \int_V [Nh]^T (\text{tr}D) dv + \int_V [Bh]^T \{v_w\} dv \\ & = - \int_{\Gamma_q} [Nh]^T \{q\} ds, \end{aligned} \quad (25)$$

を得る。ここで、ダルシー則(式(7))および式(19)と式(20)を代入すると、

$$\begin{aligned} & \int_V [Nh]^T [Bv] \{v^N\} dv + \int_V [Bh]^T [k [Bh]] \{ \gamma_w h^M \} dv \\ & = - \int_{\Gamma_q} [Nh]^T \{q\} ds, \end{aligned} \quad (26)$$

となる。ただし、 $t=t$ から $t=t+\Delta t$ 間の時間増分 Δt に関して、

$$\begin{aligned} \{ \gamma_w h^M \} = & \theta \{ \gamma_w h^M |_{t=t} \} + (1-\theta) \{ \gamma_w h^M |_{t=t+\Delta t} \}, \quad (0 \leq \theta \leq 1), \\ \text{なる近似を用いると、式(26)は最終的に、} \\ & - \{Kv\} \{ \Delta u^N \} - \Delta t (1-\theta) [Kh] \{ \gamma_w h^N \}_{t+\Delta t} \\ & = \{ \Delta Q \} + \Delta t \theta [Kh] \{ \gamma_w h^N \}_t, \end{aligned} \quad (27)$$

となる。なお、 $\{ \Delta Q \} = \Delta t \int_{\Gamma_q} [Nh]^T \{q\} ds$ 、

$$[Kh] = \int_V [Bh]^T [k [Bh]] dv, \quad [k] = \begin{bmatrix} k/\gamma_w & 0 \\ 0 & k/\gamma_w \end{bmatrix}, \text{である。}$$

以上をまとめると、式(24)と式(27)より、

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [K] & -[Kv]^T \\ -[Kv] & -\Delta t (1-\theta) [Kh] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{ \Delta u^N \} \\ \{ \gamma_w h^N \}_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} \{ \Delta F \} - [Kv]^T \{ \gamma_w h^N \}_t \\ \{ \Delta Q \} + \Delta t \theta [Kh] \{ \gamma_w h^N \}_t \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (28)$$

となり、有限変形理論に基づく土/水連成問題の離散剛性方程式を得る。ただし式(28)には、境界条件式(9)と式(12)(Dirichlet型の境界条件)が課されている(変位法)。 $[K]$ マトリックスには Gauss の 9 点積分、 $[K_v]$ と $[K_h]$ マトリックスには Gauss の 4 点積分を適用した。以上に基づいて、有限変形弾塑性土/水連成有限要素プログラム(DACSAR-F)を開発した。

3. 残差力の処理

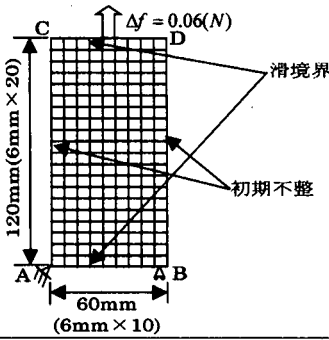
有限要素剛性方程式(28)に示されたように、非線形性を有する剛性方程式を Euler 的に線形近似して解こうとする時(増分法)、誤差の累積を避けるために増分ステップごとでの繰り返し計算が不可欠となる。ここでは、野田によって示された繰り返し計算法(付録A-1)¹⁰⁾を取り上げ、有効性を検討する。

まず、残差力 $\{\Delta R\}$ を、

$$\{\Delta R\} = \{\Delta \bar{F}\} - \{\Delta F^*\}, \quad (29)$$

と定義する。ここに、 $\{\Delta \bar{F}\}$ は入力される既知の荷重増分

総メッシュ数
10×20=200



- 解析条件と材料定数
- 水理境界条件: 境界非排水条件
 - 幾何学的境界条件: A 点は固定, 辺 AB は鉛直方向固定, 他は自由境界
 - 構成則: Cam-clay モデル¹⁾
 - 初期不整: 対称 4 次モード, 大きさ: 0.04(mm)
 - ダイレイタンスー係数 $D = 0.051$
 - 非可逆比 $\Lambda = 0.697$
 - 限界状態応力比 $M = 1.220$
 - 有効ポアソン比 $\nu' = 0.344$
 - 透水係数 $k = 2.32 \times 10^{-3} \text{ (mm / min)}$

図-2 解析条件と材料定数

ベクトルであり, 既知の公称応力ベクトル増分 $\{\Delta \bar{s}_i\}$ によ

って, $\{\Delta \bar{F}\} = \int_s [N]^T + \theta \Delta t \{\Delta \bar{s}_i\} ds$ と表される。一方,

$\{\Delta F^*\}$ は計算から得られる荷重増分ベクトルであり, 次

のように評価できる。Cauchy 応力ベクトル $\{t\}$ による節

点外力ベクトルを $\{\hat{F}\}$ とすると, $\{\hat{F}\} = \int_s [N]^T \{t\} ds$ が成り

立つから, 増分をとって,

$$\int_s [N]^T \{\dot{s}_i\} ds = \{\dot{\hat{F}}\} - \int_s [\dot{N}]^T \{t\} ds, \quad (30)$$

を得る。ここで $(\{t\} ds) = \{s_i\} ds$ を用いた。今, $t = t$ から

$t = t + \Delta t$ 間の増分ステップを考えると, 式(30)の右辺は,

$$\{\hat{F}\} - \int_s [N]^T \{t\} ds \cong \frac{1}{\Delta t} \left[\int_s [N]^T t + \Delta t (\{t\}_{t+\Delta t} - \{t\}_t) ds \right],$$

と近似できるから, 結局, 荷重増分ベクトル $\{\Delta F^*\}$ は,

$$\{\Delta F^*\} = \int_s [N]^T \{\Delta s_i\} ds \cong \int_v [B]^T t + \Delta t \{\Delta T\} dv, \quad (31)$$

と評価できる。

野田¹⁰⁾による繰り返し計算法を検討するために, 図-2に示すような問題を計算してみた。式(29)の既知荷重ベクトル $\{\Delta \bar{F}\}$ の成分を非ゼロとしたかったのと, 計算上安定して不均質変形を生じさせなかったのと, 初期不整(非対称 1 次モード: 後述)を供試体の側面に与え, 一定荷重増

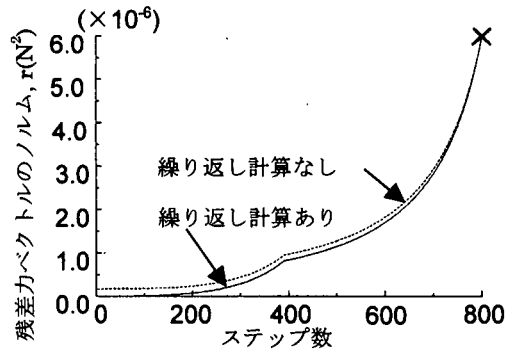


図-3 不平衡力の蓄積

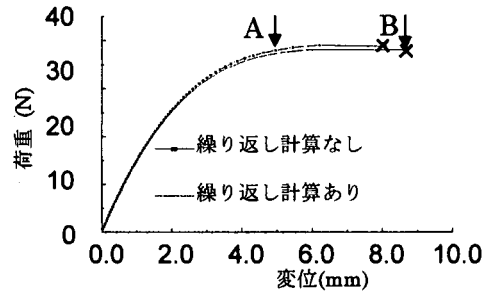


図-4 荷重と変位関係の比較

分で引っ張ることにした。解析条件が図中にまとめられている。図-3 は繰り返し計算を行った場合と, 行わなかった場合の残差量 r の大きさを比較したものである。ここで残差量 r は, 式(29)から,

$$r = \sum_{STEP=1}^n \{\Delta R\}^T \{\Delta R\}$$

と定義しており, 現在のステップ n までの近似誤差の累積を表している。図を見ると, 繰り返し計算を行った方が残差量は小さくなるものの, ここで取り上げた例題では, 繰り返し計算が残差量の軽減にあまり貢献していない。そこで見方を変えて, 荷重・変位関係を図-4 に示してみた。一定荷重で供試体を引っ張り続けたところ, 図中の×印で計算が終了した(増分釣り合いを満足しなくなった)。得られた支持力の値には, 高々 2% 程度の差しか生じていないが, 破壊近傍において, 同一荷重に対する変位量に大きな差が生じている。繰り返し計算を行って得られた極限荷重に対応する変位量 (B 点) は, 繰り返し計算を行わないと, A 点までにしか至らず, 変位量にして 2 倍弱もの差が生じている。剛性方程式(28)を Euler 近似して評価する増分計算でこのような問題を解くと, 正解より常に変位量が小さく求まるはずであるから, ここで取り上げた繰り返し計算は有効に機能していると考えてよからう。以後の計算では, ここで検討した繰り返し計算を用いるものの, 増分刻みは極力小さいものとするにしたい。

4. 有限変形 Cam-clay モデル

本論文では、有限変形共軸 Cam-clay モデル²を用いる。このモデルの降伏関数は、

$$f = MD \ln \frac{p'}{p'_o} + D \frac{q}{p'} + \int_{t_0}^t \text{tr} D^p dt = 0, \quad (32)$$

と表される。式(32)の右辺第3項は、基準配置($t = t_0$)から現配置($t = t$)までの履歴積分であり、硬化パラメータを表している。この降伏関数に関連流れ則を適用すると、

$$D^p = \hat{\Lambda} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}, \quad (33)$$

となる。ここに $\hat{\Lambda}$ は比例定数、上添え字 p は塑性成分を表している。弾性部分に Hooke's law を仮定し、負荷状態における硬化則を式示すことにより、最終的に構成関係テンソル C は、

$$C_{ijkl} = \left(\tilde{K} - \frac{3}{2} \tilde{G} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \tilde{G} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{jk} \delta_{il}) - \frac{\left\{ \frac{3\tilde{G}}{q} S_{ij} - \beta \tilde{K} \delta_{ij} \right\} \left\{ \frac{3\tilde{G}}{q} S_{kl} - \beta \tilde{K} \delta_{kl} \right\}}{3\tilde{G} + \beta^2 \tilde{K} + J \frac{p'}{D} \beta} \quad (34)$$

と表される。ここに、 $p' (= -\frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{T}')$ は平均有効 Cauchy

応力、 $S_{ij} (= T_{ij} + \frac{1}{3} \sigma_{kl} \delta_{kl})$ は偏差応力テンソル、

$q (= \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}})$ は一般化せん断応力、 $\beta (= M - \frac{q}{p'})$ は

限界状態への隣接度を表す関数 ($\beta = 0$ で限界状態)、

$J (= \det \mathbf{F}, \mathbf{F}$: 変形勾配テンソル) はヤコビアン、

$\tilde{K} (= \frac{J(1+e_0)}{\kappa} p')$ は体積弾性係数、 $\tilde{G} (= \frac{3(1-2\nu')}{2(1+\nu')} \tilde{K})$

はせん断弾性係数、 D はダイレイタンス係数¹⁰、 M は限界応力比、 κ は膨潤指数、 e は間隙比、 ν' はポアソン比、また $||$ はノルム、下添え字 0 は基準配置における値

を表している。

Cam-clay モデルが粘性土の軟化挙動を表現できることは昔から知られていた¹⁶。しかしそれは過圧密粘性土に限ったことで、正規圧密粘性土であっても、場合によっては、軟化挙動を表しうることが示されたのは、近年の Asaoka et al. の研究⁹ による。負荷判定法を見直すことにより粘性土の破壊を、限界状態上に拘束されることなく、吸水軟化と排水硬化の組み合わせによって説明することを可能とした。著者らは、軟化挙動を材料特性として理解することに疑問を感じつづけているが、他に適当な構成モデルが見当たらないことより、ここでは、Asaoka et al.⁹

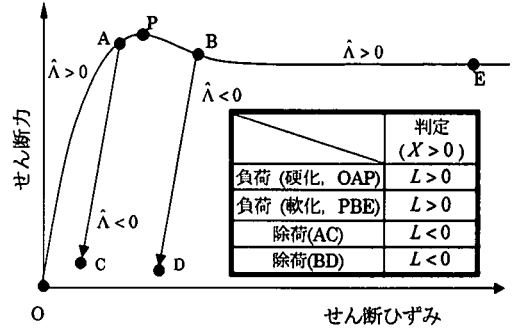


図-5 負荷・除荷判定の概略図

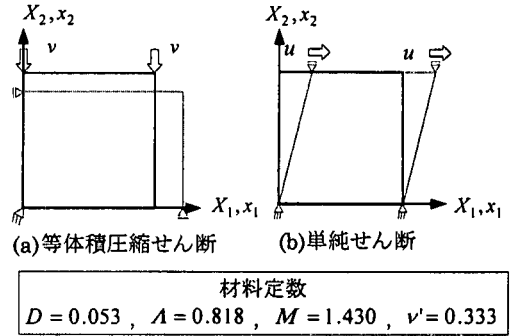


図-6 平面ひずみ等体積圧縮せん断と単純せん断

にならって Cam-clay モデルを採用する。彼らがいっている負荷判定法は、「Zienkiewicz and Taylor や橋口によっても紹介されて」¹⁰あり、関口も説明しているが¹⁷、Cam-clay モデルに対してこそ首尾よく機能することを示したのは、Asaoka et al.⁹である。

式(33)の比例定数 $\hat{\Lambda}$ は次のように表すことができる。

$$\hat{\Lambda} = \frac{L}{X} = \frac{D}{p'} \frac{\left(\frac{3}{q} \tilde{G} s_{ij} - \beta \tilde{K} \delta_{ij} \right) \dot{\epsilon}_{ij}}{h + \frac{D^2}{p'^2} (\beta^2 \tilde{K} + 3\tilde{G})}. \quad (35)$$

ここで、 $h (= J \frac{D}{p'} \beta)$ は硬化係数、分母の X は一般化塑性係数と呼ばれる。Asaoka et al.⁹は、一般化塑性係数 X が正の場合を新たに Cam-clay モデルとして定義して、分子の L を用いて、硬化/軟化を問わず、負荷と除荷の判定を行うことができることを示している。負荷と除荷の判定を概念図とともにまとめて図-5に示す。

開発した有限変形弾塑性有限要素プログラムのチェックを行うために、図-6に示した等体積圧縮せん断と単純せん断の計算を行い、理論解(付録A-2)と比較した。

プログラムの検証結果が図-7である。ただし、図中の

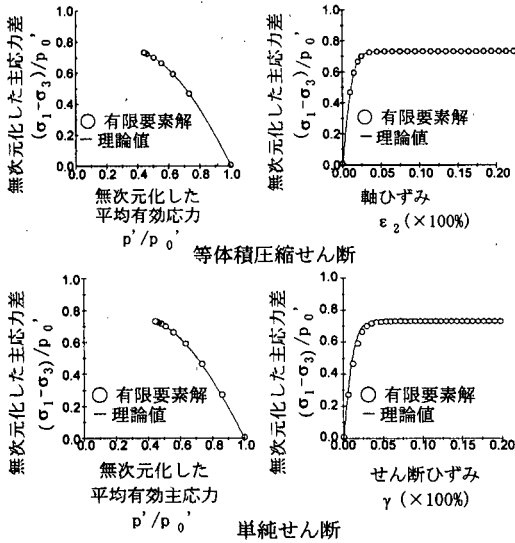


図-7 有限要素解析と理論値の比較

軸ひずみは、基準配置における X_2 方向の要素の長さに対する押し込み量である。

5. 圧縮せん断シミュレーション

本論文では、正規粘性土を平面ひずみ条件下で圧縮せん断した場合の局所的変形の発生・進行状況を調べる。但し、せん断前においては、有効中間主応力と有効最小主応力は等しいとしている。圧縮せん断シミュレーションにおいて、せん断初期（基準配置）の供試体長に対する押し込み量を軸ひずみ、また、単位時間当たりの軸ひずみ増分を軸ひずみ速度と定義し、軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_0$ 一定で圧縮せん断する。軸ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_0$ として、0.001, 0.1, 10.0 (%/min) の3通りを考えた。局所変形の進展を分岐現象として捉えるならば、本来、基本経路上での分岐点を見だし、さらに分岐モードを求めねばならない。有限要素計算の場合、全体剛性マトリックスの固有値解析が不可欠となる。しかし、相当数の要素で領域を分割しているため、全体剛性マトリックスのサイズが大きくなり、固有値解析を行うには、計算機の空間的・時間的な容量が足らなくなってしまった。そこで本論文では、初期不整を与えることによって分岐経路を見出す疑似分岐解析を用いることにした¹⁹⁾。初期不整として余弦波の微小な分岐モード(Hill and Hutchinson¹⁸⁾による分岐モードを与えた。なお、高さ120mm、幅60mmの供試体(図-2参照)を対象とし、供試体の両端面で、剛体運動を止める以外は、水平方向に自由に動けるもの(端面摩擦なし)とした。また、特に断らない限り、境界では非排水とし、供試体内部では間隙水のマイグレーションを許している。用いた材料定数は図-2に示すとおりである。

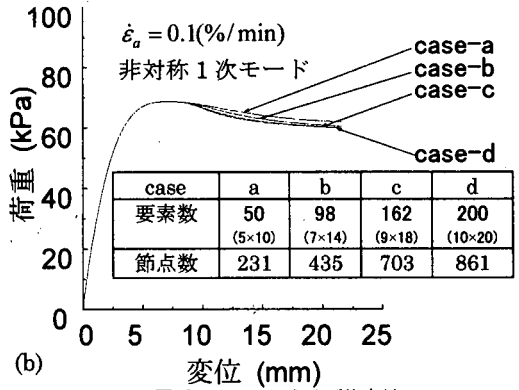
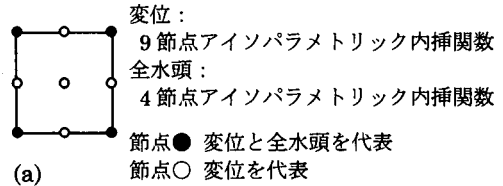


図-8 メッシュサイズ依存性

(1) メッシュサイズの検討

節点数や要素数をどのくらいにするかということは、ある解析領域の応力や変形の分布をいくつかの代表点で近似するかということの意味する。本論文のように、局所変形を伴う不均質場で、応力や変形が局所的に激変する場合には、節点数や要素数の総数が、解析結果に強く影響することが心配される。このようなメッシュサイズ依存性の発現は有限要素の種類や解析対象ごとに異なるが、ここでは、図-8(a)に示すような、変形速度場に対しては9 節点、全水頭場に対しては4 節点のアイソパラメトリック内挿関数を用いた要素を統一して用いる。供試体の側面に、非対称1次の初期不整(後述)を与え、軸ひずみ速度0.1%/minで圧縮せん断した。なお、等大正方形要素を用いて、解析領域内を総要素数50(総節点数231)、98(435)、162(703)、200(861)に分割する4通りのケースを比較している。得られた荷重・変位関係を図-8に示す。荷重ピーク点(最大荷重点)までは、どのケースもほぼ一致しているが、荷重ピーク以後では、要素分割数の違いによって軟化挙動と残留強度に差が生じている。しかし、要素の分割数を162個以上とすると、そのような差が現れない結果となったので、以後の計算では、要素の分割数を200個(横10個×縦20個、従って、一つの要素のサイズは、6mm×6mm)とすることにした。

(2) 初期不整の検討

疑似分岐解析では、供試体の両側面に微小な初期不整をあらかじめ与えておき、その初期不整が導く分岐経路を追跡する。初期不整として、平面ひずみ引張り問題に

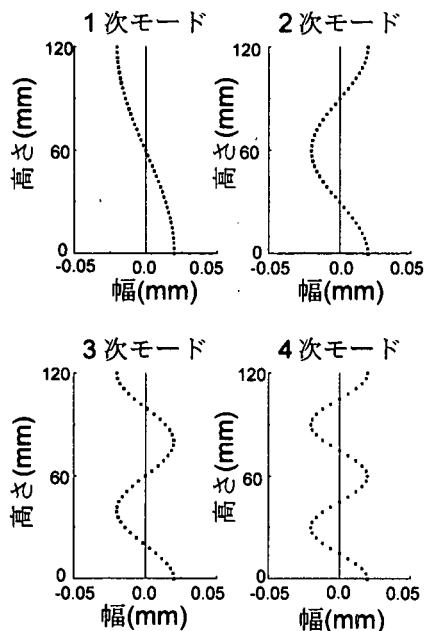


図-9 初期不整の種類

対して得られている分岐モード¹⁰⁾から、図-9に示すような4通りを、それぞれ、供試体の両側面に同位相で与える場合(非対称モード)と位相差 π で与える場合(対称)の合計8通りを取り上げている。擬似分岐解析によって得られる分岐経路は、厳密には真の分岐経路と一致しないが、初期不整が小さいほど、真の分岐経路に近づくことから、初期不整の大きさは極力小さくしたい。しかし、適切な初期不整の大きさは、供試体の大きさや縦横比によって異なるであろうから、一概に特定の値を定めることができない。

本論文では、縦横比が2対1の供試体を対象としており、まず、このような供試体の分岐経路に対する初期不整の大きさの影響を調べてみた。初期不整の大きさを表すために、

$$\delta_n = \left(\frac{1}{w} + \frac{1}{h} \right) \delta, \quad (36)$$

なる尺度を考えた。ここに、 δ_n は無次元化した初期不整の大きさ、 w は供試体の幅、 h は供試体の高さ、 δ は初期不整の大きさ(余弦波の振幅の2倍)である。非対称1次モードを初期不整に選び、その大きさ δ_n を、0.025, 0.005, 0.0025, 0.001の4通りに変えた計算結果を図-10に示す。初期不整の大きさが、小さくなるほどピーク荷重と残留荷重がともに高くなる傾向を示している。しかし、 δ_n を0.005より小さくすると、解析結果に差はほとんど見られなくなり、ある上限に収斂しているように見える。従って、以後の計算においては、 δ_n を0.001($\delta = 0.04$ mm)とした。

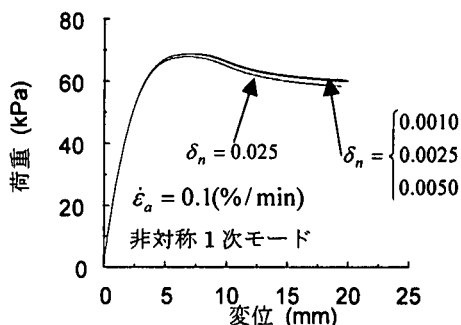


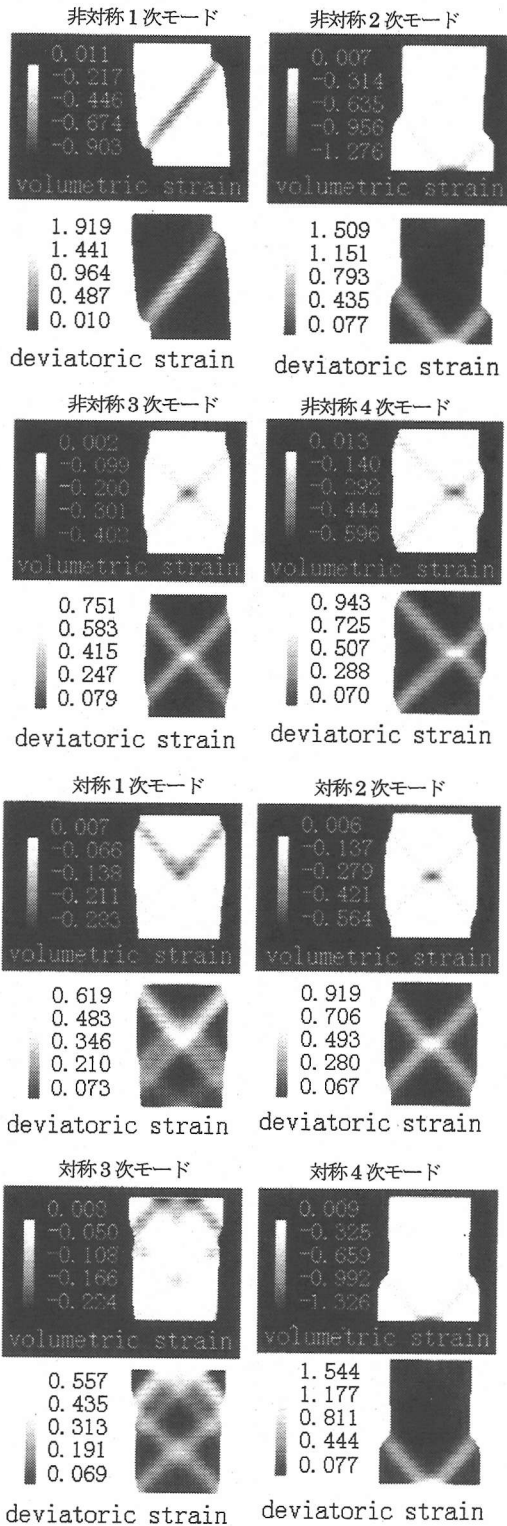
図-10 荷重と変位の関係における初期不整の大きさの影響

(3) 局所変形モード

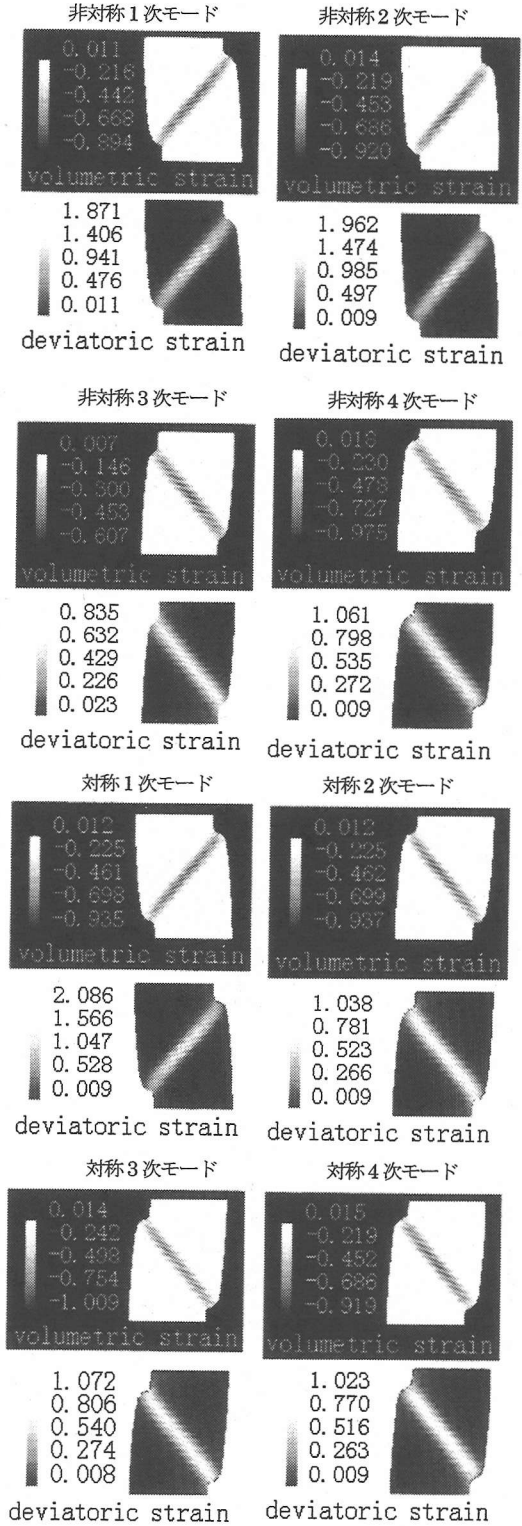
軸ひずみが16%に達した時点でのせん断ひずみ、体積ひずみの供試体内の分布を、図-11から図-13に示す。軸ひずみ速度が0.001(%/min)でせん断した場合を図-11に、軸ひずみ速度が0.1(%/min)の場合を図-12、軸ひずみ速度が10.0(%/min)の場合を図-13に示してある。それぞれの図には、初期不整の違いごとに、体積ひずみ(上段)とせん断ひずみ(下段)が比較されている。

すべての場合において、せん断ひずみが局所化と体積ひずみの局所化が一致している。しかも、正規粘性土をせん断しているにも関わらず、局所化した部分で体積が膨張していることがわかる(局所化していない部分では、体積は収縮している)。すなわち、「ダイレイタンスーの局所化」と呼べるような現象が発生している。このことは実験的にも観察されている。例えば、飯塚らは、中空円筒と中実円柱の正規圧密供試体を一軸圧縮せん断し、供試体内部のすべり線の発生状況を報告している¹⁰⁾。せん断された供試体を炉乾燥し、約5mm厚に輪切りにする。切断面をサンドペーパーで研磨した後、霧吹きで水を吹きかけ、濃く浮き出たすべり線の部分を記録している。水を吹きかけると、すべり線部分が濃く浮き出るといことは、その部分が他に比べて密度が小さく、水が染み込みやすくなっていることを意味する。すなわち、局所的に体積膨張が生じている。また最近では、砂質土に対してであるが、Desrués et al.²⁰⁾はX線写真を用いて、せん断に伴う供試体内のせん断帯生成の状況を調べ、ダイレイタンスーの局所化を見出している。なお、図-11から図-13の図中に示されているひずみは、Green-Lagrange ひずみ E の各成分を、 $\ln(1 + E_{ij})$ と対数表示して用いている。

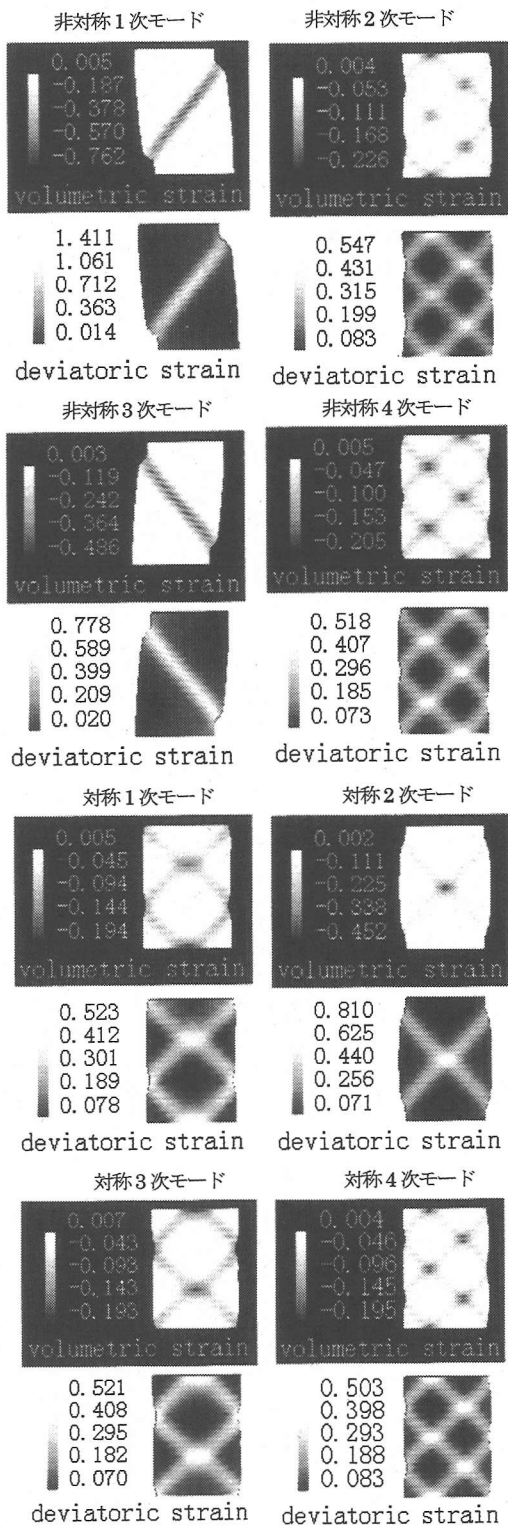
最終的な局所変形モードを初期不整の違いによって一覧のかたちで示したのが図-14である。横軸にせん断速度、縦軸に初期不整の次数をとって、体積ひずみの局所化の様子を示した。同じ初期不整モードを与えてもせん断速度の違いによって破壊形態が異なる。総じて、最終的な局所変形のモードは、せん断速度によって、ほぼ一意に決まる



(但し、図中の数値は、×100%)
 図-11 供試体の破壊モード($\dot{\epsilon}_a = 0.001\%/min$ の場合)



(但し、図中の数値は、×100%)
 図-12 供試体の破壊モード($\dot{\epsilon}_a = 0.1\%/min$ の場合)



(但し、図中の数値は、 $\times 100\%$)

図-13 供試体の破壊モード ($\dot{\epsilon}_a = 10.0\%/min$ の場合)

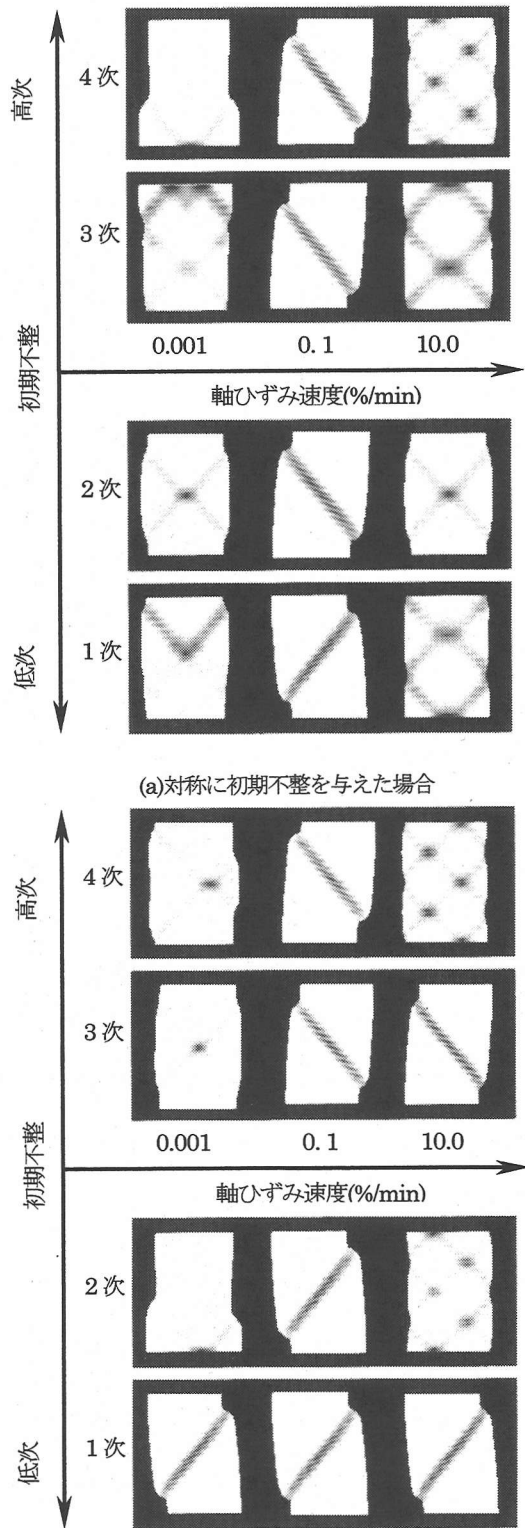


図-14 局所変形モードと軸ひずみ速度の関係

らしく、軸ひずみ速度が0.001%/minの場合には、互いに交叉する共役な2本のせん断帯が最終的に卓越し(ただし細かく観察すれば、初期不整が非対称1次モードの場合には、最終的に片側のせん断帯は消滅している。また、初期不整が対称2次や対称3次モードの時のように、せん断帯の反射残像が見られる場合もある)、軸ひずみ速度が0.1%/minの場合には、全ての場合が1本のせん断帯に収斂している。さらにせん断速度が速くなると(軸ひずみ速度10%/min)、複数の共役なせん断帯が残存し、ダイヤモンドパターンを形成している。せん断速度が最も速い場合(軸ひずみ速度10.0%/min)、与えた初期不整モードが保持される傾向が見られる。実際の実験において、供試体成型時のトリミングによる不可避な供試体形状の不整は、初期不整になぞらえることができよう。軸ひずみ速度によっては、トリミングによってもたらされる供試体形状の不整に鈍感に局所変形が発達する場合があります(本解析例では、軸ひずみ速度が0.1%/minの場合)。最終的な局所変形モードを、中野による命名^{21),22)}に従って分類してみると、軸ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_a$ が0.001(%/min)の場合、非対称1次モードが「袈裟切り型」、非対称2次モードが「下脛れ型」、非対称3次モードが「ピア樽型」、非対称4次が「ひょうたん型」の破壊形態に収斂している。軸ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_a$ が、0.1(%/min)の場合、初期不整の違いに依らず全ての場合において、「袈裟切り型」の破壊形態に収斂している。もはや互いに交叉する共役なせん断帯の生成は見ることが出来ず、どちらか片方向のせん断帯が卓越して顕在化する結果となっている。また、袈裟切り型のように、局所変形モードが単純な(複雑に交叉していない)ものほど、局所変形領域では、他の場合に比べて、せん断ひずみ、体積の膨脹が大きくことが図-12から分かる。さらに、軸ひずみ速度が10%/minの場合、与えた初期不整モードのまま最終的な破壊に至る傾向を見せている。

せん断速度の違いは、間隙水のマイグレーションの違いを意味する。これらの結果から、局所変形モードの遷移に対して間隙水の移動が大きな影響を及ぼしていることが分かる。なお、このような鮮明な局所変形モードの図示は、これまでよりも³⁾高次の内挿関数で離散化することによって、はじめて可能となった。

(4) 荷重・変位関係

図-15から図-17に荷重と変位の関係を示す。与えた初期不整の違いによって、荷重が増加しつづける(硬化の場合)と荷重ピークをむかえて減少する(軟化の場合)があり、荷重ピークをむかえて軟化挙動を示すのは、いずれも「袈裟切り型」の破壊形態を示す場合であることがわかる。局所的に体積膨脹(正のダイレイタンス)が局所化)する場所は、まわりからの間隙水の供給を得て有効応力

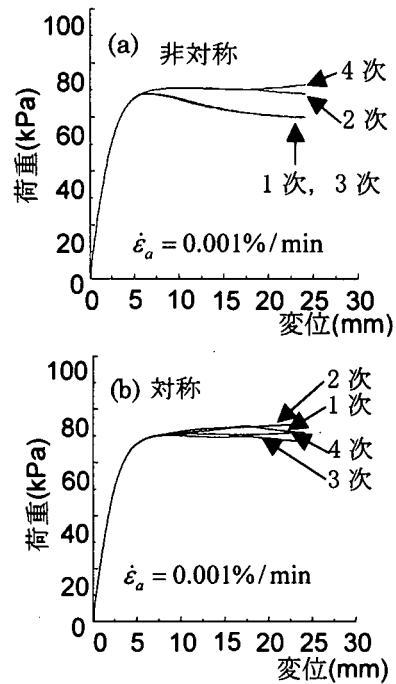


図-15 荷重と変位の関係($\dot{\epsilon}_a = 0.001\%/min$)

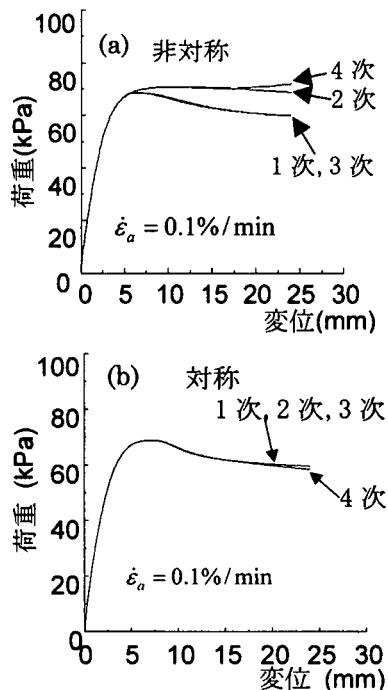


図-16 荷重と変位の関係($\dot{\epsilon}_a = 0.1\%/min$)

が減少し、変形しやすくなる。そのような変形が幾何的に拘束されていない場合(例えば、袈裟切り型のような破壊形態となる場合)には、局所化した場所の変形が供試体全体の変形に対して支配的となる。従って、局所変形が顕在化するに伴い、供試体の上下端面で計測される反力

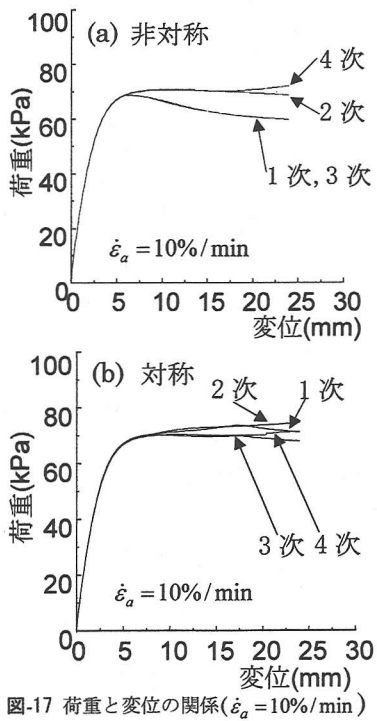
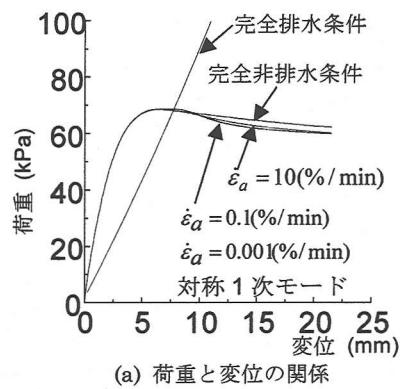


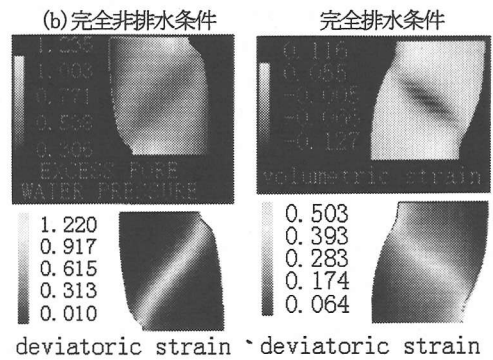
図-17 荷重と変位の関係($\dot{\epsilon}_a = 10\%/min$)

が減少に転ずる(軟化挙動を示す)のであろう。しかし、明瞭に軟化挙動を示す荷重・変位曲線以外、軸ひずみ速度の違いごとに、複雑に互いに交叉していることから、シミュレーションで得られた荷重・変位曲線は、初期不整として指定されたそれぞれの分岐経路を辿っているのではなく、間隙水のマイグレーションの影響を受けて、隣接している他の分岐経路への遷移を繰り返した結果であると考えられる。しかも、供試体の縦横比が2:1である場合、それぞれの分岐モードに対する分岐点荷重は、極めて狭い範囲に集中しており、その後の分岐経路も互いに隣接しているらしい。従って、荷重・変位曲線は、隣接する複数の分岐モードを反映したもの(モードインターアクションを受けたもの)となっており、かつ結果として、分岐経路を転移したとしても、荷重・変位関係の上で大きな差が現れなくなっている。実際の実験に立ちもどれば、供試体の縦横比を2:1とすることは、供試体の成型時に意図せずして人為的に形成されてしまう初期不整の影響を、結果として、際立たせない効果を生んでいると理解できる。

間隙水の存在とそのマイグレーションの影響を調べるために、供試体内部でも水が移動ができない完全非排水条件(すべての要素で非排水条件)と供試体内に間隙水が存在しない完全排水条件の下での計算も行ってみた。図-18にその結果を示す。初期不整として非対称1次モードを与えている。比較のために、供試体内での間隙水のマイグレーションを許した場合(軸ひずみ速度0.001%/min、



(a) 荷重と変位の関係



deviatoric strain deviatoric strain

ただし、図中のひずみは×100%、過剰間隙水圧は×98 kPaである。

図-18 供試体の破壊モード

0.1%/min, 10%/min)の荷重・変位関係も示した(図-18(a))。

間隙水のマイグレーションを許すほど、荷重ピーク後の軟化挙動が顕著となっている。図-18(b)は、完全非排水条件と完全排水条件の下で、せん断した時の供試体の局所変形の様子を示している。

完全非排水条件下でのせん断は、軸ひずみ16%の時点、完全排水条件の場合は、明瞭な変形の局所化がやっと現れた軸ひずみ26%におけるひずみと過剰間隙水圧の分布である。供試体内部では、まず土骨格に変形の局所化(ダイレイタンスの局所化)が起こり、動水勾配が発生する。軸ひずみ速度が速いほど、間隙水が供給され難いため有効応力の減少が鈍り、逆に、軸ひずみ速度が遅いほど速やかに間隙水が供給されるため、有効応力の減少が速い。そのような間隙水の移動と関連して、軟化挙動が理解される^{5,6)}(関連して、後述の図-22参照)。

(5) 局所変形モードの遷移

初期不整によって指定された分岐モードの分岐点に至った後、供試体がどのような局所変形モードを遷移するかを示す。図-19から図-21に、荷重・変位曲線と軸ひずみ4%、8%、12%、16%時の供試体内のせん断ひずみの

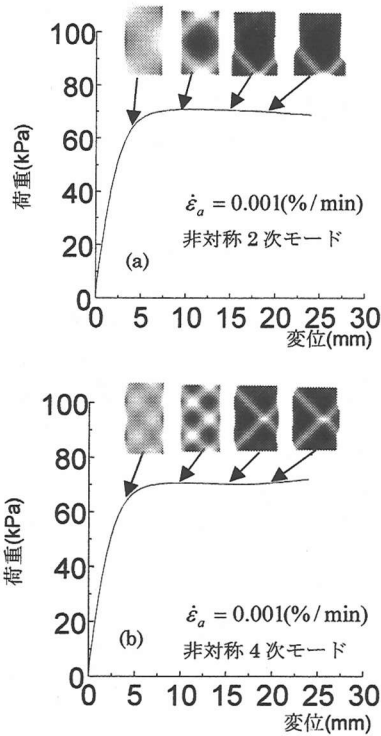


図-19 局所変形パターンの遷移($\dot{\epsilon}_a = 0.001\%/min$)

分布図を示している。軸ひずみ速度と与えた初期不整のモードは、各図に示される通りである。また、図中のコンター図では、色が黒から白となるにつれて、せん断ひずみの値は大きくなっている。先に示したように(図-11から図-13)、せん断ひずみが局所化する位置と体積ひずみが局所化する位置とは一致しているため、体積ひずみの供試体内分布図は省いた。塑性変形が卓越する直前(荷重・変位曲線が横にねだす時点(軸ひずみ約4%)までは、初期不整として与えられた分岐モードが現れているが、さらに変形が進むに従って、ある特定のモードへ局所変形が卓越し、最終的な破壊形態に至っている。このような局所変形への遷移は、せん断速度によって異なり、軸ひずみ速度が $0.001\%/min$ の場合には、軸ひずみの進行に対して、徐々に破壊形態を示す局所変形モードに遷移しているが、軸ひずみ速度が $0.1\%/min$ 以上になると、軸ひずみが4%から8%の間に、破壊形態を示す局所変形モードに移行してしまっている。せん断速度の違いは、間隙水のマイグレーションの違いを意味するから、局所変形モードの遷移に間隙水のマイグレーションが強く関わっていることがここでも認められる。しかも、供試体変形の極めて初期の段階で影響を受けるらしい。

次に、初期不整が異なるものの、最終的に同じ局所変形モードに収斂する場合の過剰間隙水圧変化を比較したのが、図-22である。軸ひずみ速度は $0.1\%/min$ であり、初期不整として、対称4次モード(図-22(a))と非対称1

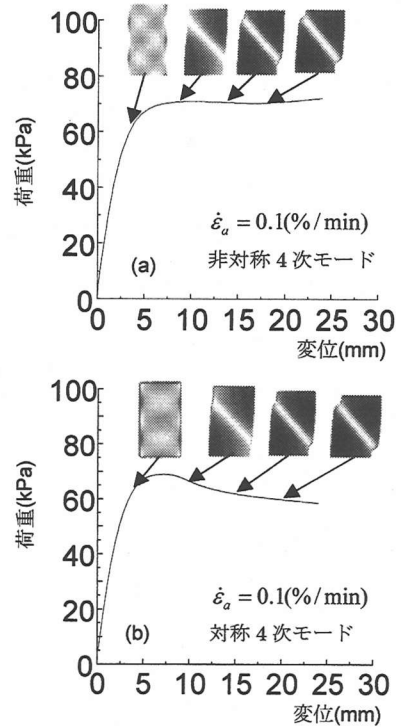


図-20 局所変形パターンの遷移($\dot{\epsilon}_a = 0.1\%/min$)

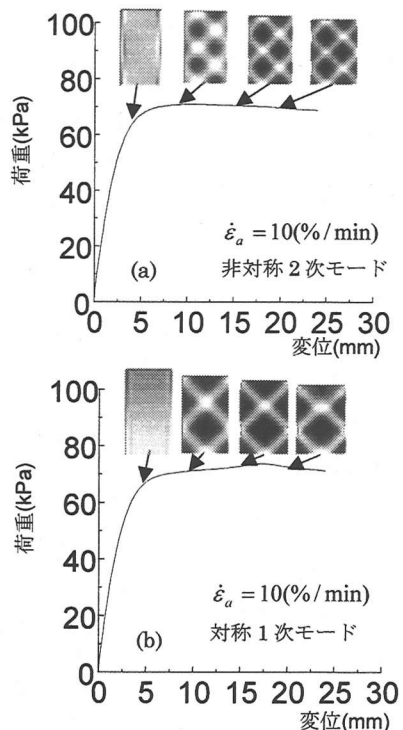


図-21 局所変形パターンの遷移($\dot{\epsilon}_a = 10\%/min$)

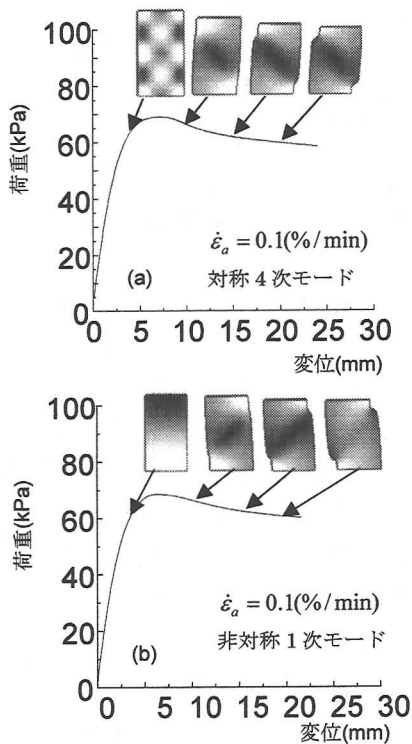


図-22 過剰間隙水圧の消散の様子

次モード(図-22 (b))を与えた場合を図示した。軸ひずみが4%,8%,12%,16%の時点での分布である。また、色が黒から白になるほど過剰間隙水圧が高いことを示している。軸ひずみ4%の時点では、与えられた初期不整に対応した間隙水圧分布が現れているが、軸ひずみが8%に至るまでに、両方の場合とも、過剰間隙水圧の低い領域が体積の膨張領域に対応して1本の線上に収斂している。このようにしてできた過剰間隙水圧の高低差が間隙水のマイグレーションを引き起こし、局所変形領域を弱面化させ、そこでの相対的すべりを加速させるのであろう。その結果、供試体全体として、ひずみ軟化挙動が現れると考えられる。

さらに、初期不整の違いの影響は、局所変形領域における過剰間隙水圧の残留に表れている。すなわち、高ひずみレベル(軸ひずみ16%)において、対称4次のモードを与えた方に、値の低い過剰間隙水圧の分布がより残留している。

Asaoka et al.は、供試体の変形形状と荷重～変位関係から分岐モードの遷移に間隙水の移動が影響を及ぼすという結論を得ているが、ここで示したような、局所変形領域に間隙水が流入し、ある特定のモードに収斂する様子を具体的に示すには至っていない。局所変形の遷移(体積変化の局所化と過剰間隙水圧の局所化の変化)を示すことにより、間隙水の移動に励起されるモードスイッチ

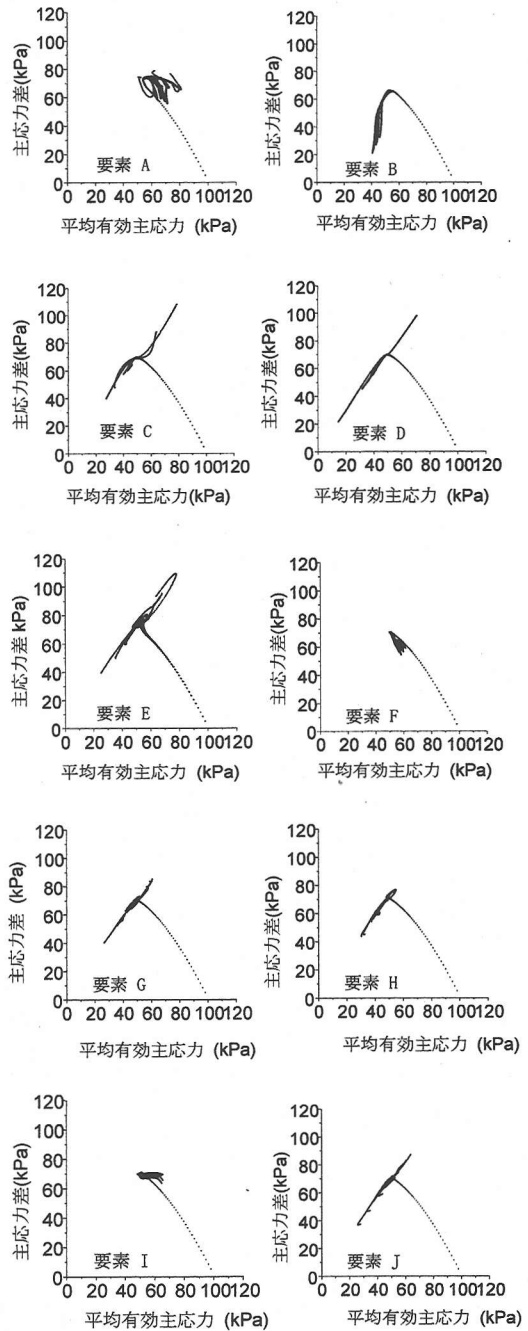


図-23 有効応力経路

ングは、体積膨張特性を伴う局所変形領域内(図-19 から図-21)への周辺からの間隙水の供給による局所変形領域の顕在化だけから説明されるのではない。局所変形領域ごとに間隙水を吸引する程度に差を生じ、間隙水をより多く吸引し、有効応力を著しく低減させ、局所変形をより顕在化させる領域に対して、間隙水を吸引できず消滅

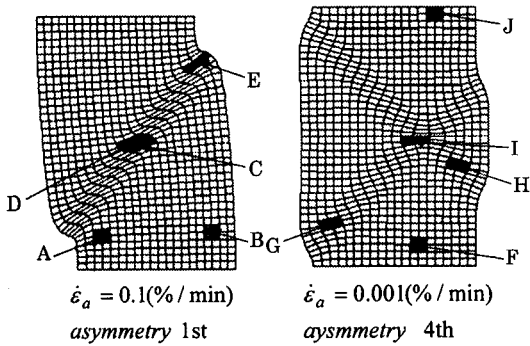


図-24 有効応力経路を調べた要素の配置

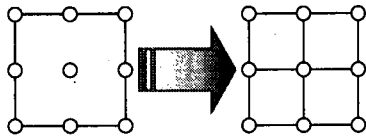


図-25 描画上の工夫

に至る局所変形領域が存在する。局所変形領域がどちらの遷移を経験するかは、局所変形の生成タイミングと幾何学的配置に依存する。すなわち、周辺の要素から間隙水が十分に供給される位置に生成した局所変形領域は顕在化でき、そうでないものは間隙水の供給を奪われ、消滅に至る。次節において、具体的に、有効応力の変化を調べることにより、間隙水の移動と局所変形の顕在化の関係を議論する。

(6) 有効応力経路

代表的な位置での有効応力経路を調べたのが図-23である。図-24に示される要素を取り上げた。すなわち、非対称1次モードを初期不整として、軸ひずみ速度0.1%/minで圧縮せん断した場合には要素AからE、非対称4次モードを初期不整として、軸ひずみ速度0.001%/minで圧縮せん断した場合には要素FからJを選んだ。一つの要素には9個の積分点がある。図-23の一つの図には、9個の積分点における有効応力の変化がすべて重ね書きされている。また、図-24の有有限要素メッシュの表記では、作画上の都合から、一つの要素を、図-25に示すように、4分割して描いている。図-23にもどって、有効応力経路は、いずれの場合も、限界状態に達するまでは、一様な非排水有効応力経路を描いており、各要素の9個の積分点における有効応力経路も完全に一致している。その後、3つのパターンで有効応力経路が変化する。すなわち、同一要素内で、一方で吸水軟化し、他方で排水硬化する場合(要素C, D, E, G, H, J)。これらの要素は局所変形領域に位置している(要素Jも、もともとは局所変形領域に位置していた: 図-19(b)参照)。2つ目は、排水しながら負荷する場合(要素AとI)。これらの要素は

局所変形領域に隣接して位置している。3つ目が、除荷する場合(要素BとF)。これらの要素は局所変形領域から離れて位置している。局所変形領域で正のダイレイタンスが生じ、まわりから間隙水の供給を受ける。局所変形領域内では、間隙水を供給しようにも、(吸水軟化に伴って)せん断が卓越するので、限界状態線に沿う形でしか間隙水の供給ができない。

従って限界状態線に沿って排水硬化する(要素C, D, E, G, H, J)。局所変形に隣接する要素では、せん断が進まないで、単調に間隙水を供給しつづけられる。従って排水負荷と言える(要素AとI)。局所変形から離れて位置する要素では、形成した局所変形領域で荷重が受け流されるため、除荷に転ずる(要素BとF)。供試体全体の荷重・変位関係が荷重ピークをむかえて軟化挙動を示すかどうかは、これらの要素の兼ね合いで決まると考えられる。すなわち、局所変形領域への間隙水の供給が、排水硬化よりも排水負荷に負うところが多いほど(あまりせん断変形していない要素が局所変形領域に数多く隣接している)、かつ、局所変形領域での荷重の受け流しが広範囲に及ぶほど、荷重・変位曲線は、より軟化挙動を示すと考えられる。袈裟切り型の破壊形態の場合、他の破壊形態よりも、これらの条件を満たしており、実際に、軟化挙動を示した(図-11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19参照)。間隙水のマイグレーションは供試体の変形と破壊形態に強い影響を及ぼしていることが理解された。しかし、供試体の局所変形モードが、間隙水のマイグレーションだけで決まるのではない。要素Jの有効応力経路から分かるように、体積膨張、吸水軟化を示しているながら、要素Jが位置した局所変形領域は、最終的には消滅している。破壊形態の決定に、供試体の寸法(縦横比)も重要な要因であると予想される。

6. おわりに

本論文では、局所変形を鮮明に追跡できる有限変形弾塑性理論に基づいた土/水連成有限要素プログラム(DACSAR-F)を新たに開発した。さらに、DACSAR-Fを用いて、平面ひずみ正規圧密粘土供試体に発生する局所変形の遷移を追跡した。本論文で明らかになった事柄をまとめると次の通りである。

- 1) 局所変形の発生と遷移をシミュレーションしようとする場合、著者らが従来用いてきた解析手法³⁾では、応力やひずみそして間隙水頭が要素の重心位置一点で代表されるため、応力やひずみが急激に変化する場を精度良く表現できない。要素の形状によっては間隙水の離散化連続式(Christian流)^{24), 25)}が正しく機能しない場合がある。そこで本論文では、間隙水の離散化連続式をいわゆるSandhu流²⁶⁾に改め、同時に変位増分の

内挿関数も高次なものに組み替えることによって、良好な結果を得た。

- 2) 局所変形の発生をシミュレーションをおこなう場合、ひずみ軟化領域における粘性土の挙動が重要となる。しかしながら、著者らが従来用いていた解析手法³⁾では、Drucker による塑性論に立脚した負荷判定法を用いていたため、一つの要素でも限界状態に達してしまうと、以後の計算の続行に支障をきたし、供試体全体の極限状態(限界耐力状態)までを追跡することができなかった。そこで本論文では、Asaoka et al. にならってひずみ軟化領域でも除荷と負荷の判定を行える負荷判定法を導入した。このような手だてによって、平面ひずみ正規圧密粘土供試体に発生する局所変形の遷移を鮮明に追跡することが可能となった。
- 3) 正規粘性土供試体の破壊への道程は、せん断に伴う局所変形の発生と遷移とに支配されており、局所変形は同時にダイレタンシーの局所化を伴うから¹⁰⁾、Cam-clay 系の構成モデルを用いる限り、ひずみ軟化領域での負荷に伴う体積膨張の導入は不可欠である。
- 4) 以上の有限要素離散化の精緻化と負荷判定法の修正によって、正規圧密粘性土供試体を平面ひずみ状態で圧縮せん断したとき、せん断の初期から供試体全体の破壊まで、局所変形の発生とその遷移を鮮明かつ可視的に表現することができた。
- 5) 局所変形の発生とその遷移を可視的に示すことによって、間隙水のマイグレーションが局所変形モードの遷移に及ぼす影響を具体的に示した。

最後に、本論文をまとめるにあたり、神戸大学 軽部 大蔵先生、東京大学 堀 宗朗先生、金沢大学 大森 晃治先生、山上 尚幸技官には建設的な意見と支援を賜った。さらに、本研究は文部省科学研究費(課題番号: 08455220, 課題番号: 08650571)の援助を受けた。ここに記して謝意を表します。

付録(A-1)

野田による繰り返し計算方法は、変数の上添え字でくり返し計算のステップ数、下添え字で増分計算のステップ数を表すとすると、次のようになる。

- ① 剛性方程式を解く: $\{\Delta u\}_{i+1}^k = [K]^{-1}_{i+1} \{\Delta F\}_{i+1}^k$.
 - ② ①で得られた $\{\Delta u\}_i^{k+1}$ を用いて、座標 $\{x\}$ を以下の式で仮更新する: $\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + \{\Delta u\}_{i+1}^k$.
- ここに、 $\{x\}_i$ は増分ステップ i での(前ステップにおける繰り返し計算で更新された)座標である。
- ③ ②で仮更新された座標を用いて、変数を更新する。

例えば有効応力は、

$$\{\mathbf{T}\}_{i+1}^{k+1} = \{\mathbf{T}\}_i^k + \{\Delta \mathbf{T}\}_{i+1}^{k+1},$$

と更新される。ここに、 $\{\mathbf{T}\}_i^k$ は増分ステップ i での(前ステップにおける繰り返し計算で更新された)有効応力である。

- ④ 全応力 $\{\mathbf{T}\}_{i+1}^{k+1}$ を求める:

$$\{\mathbf{T}\}_{i+1}^{k+1} = \{\mathbf{T}\}_{i+1}^{k+1} + \{p_w\}_{i+1}^{k+1}.$$

- ⑤ 全応力が収束したかを判定する。判定に用いる基準は、

$$\frac{|\{\mathbf{T}\}_i^{k+1} - \{\mathbf{T}\}_i^k|}{|\{\mathbf{T}\}_i^k|} \leq \alpha, (\alpha = 1.0 \times 10^{-5} \sim 1.0 \times 10^{-10}), \quad (\text{A-1})$$

である。ただし、 $\{\mathbf{T}\}_{i+1}^{k+1}$ は全応力ベクトル、記号 $|\cdot|$ はノルムを表している。

①から⑤までの手順を、判定基準式(A-1)を満たすまで繰り返す。また、座標が仮更新されるのに伴って、土骨格に関するマトリクス(式(24))は全て更新される。

付録(A-2)

- (1) 等体積圧縮せん断

図-6(a)に示す等体積圧縮せん断を考える。運動が、

$$\begin{cases} x_1 = \alpha l_{20} X_1 \\ x_2 = \left(\frac{1}{\alpha l_{20}} \right) X_2 \\ x_3 = X_3 \end{cases},$$

と表されるので、変形勾配テンソル \mathbf{F} 、ストレッチングテンソル \mathbf{D} およびスピントテンソル \mathbf{W} が、

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \alpha l_{20} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha l_{20} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -\alpha \kappa_2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha \kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{0},$$

と表される。ただし、 $v = \kappa_2 t$ 、 $\alpha = \frac{1}{l_{20} + \kappa_2 t}$ とおいて

いる。ここに、 v は変形量、 κ_2 はせん断速度、 l_{20} は基準

配置での X_2 方向の要素長、 t は時間である。また、

$\mathbf{W} = \mathbf{0}$ より、Jaumann 応力速度は Cauchy 応力の物質時間微分に一致するので、有限変形 Cam-clay モデルが示す応力・ひずみ関係は、

$$\dot{\mathbf{T}}^* = 2\tilde{G}\mathbf{D} - \frac{3\tilde{G}}{q}\mathbf{S} \cdot \mathbf{D} \frac{\left\{ \frac{3\tilde{G}}{q}\mathbf{S} - \tilde{K}\beta \right\}}{3\tilde{G} + \beta^2\tilde{K} + J\frac{P'}{D}\beta},$$

と求まる。

(2) 単純せん断

図-6(b)に示す単純せん断を考える。運動が、

$$\begin{cases} x_1 = X_1 + uX_2 \\ x_2 = X_2 \\ x_3 = X_3 \end{cases},$$

となるので、変形勾配テンソル \mathbf{F} 、ストレッチングテンソル \mathbf{D} およびスピニングテンソル \mathbf{W} が、

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & u & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \frac{\kappa_1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \frac{\kappa_1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

と求まる。ただし、 $u = \kappa_1 t$ とおき、 u は変形量、 κ_1 は

せん断速度、 t は時間である。有限変形 Cam-clay モデルが示す応力・ひずみ関係が、

$$\dot{\mathbf{T}}^* = \frac{\kappa_2}{2} \begin{bmatrix} 2T_{12} & T_{22} - T_{11} & 0 \\ T_{22} - T_{11} & -2T_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 2\tilde{G}\mathbf{D} - \frac{3\tilde{G}}{q}\mathbf{S} \cdot \mathbf{D} \frac{\left\{ \frac{3\tilde{G}}{q}\mathbf{S} - \tilde{K}\beta \right\}}{3\tilde{G} + \beta^2\tilde{K} + J\frac{P'}{D}\beta},$$

と求まる。

参考文献

- 1) 地盤の破壊とひずみの局所化に関する研究委員会：地盤の破壊とひずみの局所化，社団法人 土質工学会（現地盤工学会）。
- 2) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 3) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: Shear bands formation numerically simulated by a non-coaxial cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.4, pp.1-13, 1989.
- 4) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils*

and Foundations, Vol.34, No.1, pp.91-105, 1994.

- 5) Asaoka, A. and Noda, T.: Imperfection-sensitive bifurcation of cam-clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.1, pp.83-100, 1995.
- 6) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Annealable behavior of saturated clay: an experiment and simulation, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.4, pp.83-100, 1995.
- 7) 浅岡顕，野田利弘：限界状態近傍にある飽和粘土の弾塑性境界値問題の実験・解析とその応用，構造工学論文集，Vol.39A, pp.361-374, 1993.
- 8) 松尾稔：飽和した常滑泥岩の吸水軟化現象に関する基礎的考察と地盤力学の課題，第40回地盤工学シンポジウム，キーノートレクチャー1，pp.1-26, 1995.
- 9) 浅岡顕，中野正樹，野田利弘，金田一広：飽和土の「非排水クリープ」の1考察，地盤工学会研究発表会概要集，pp.797-798, 1996.
- 10) 飯塚敦，太田秀樹，坪内正記，北倫彦：中実および中空円筒供試体に発生するすべり線について，第27回土質工学会研究発表会発表講演集，pp.673-pp.676, 1992.
- 11) Ohta, H., Iizuka, A., Omote, Y. and Sugie, S.: 3-D analysis of soil/water coupling problems using elasto-viscoplastic constitutive relationships, *Proc. 7th Int. Conf. Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Vol.2, pp.1191-1196, 1991.
- 12) Sandhu, R.S., Liu, H. and Singh, K.J.: Numerical performance of some finite element schemes for analysis of seepage in porous elastic media, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.1, pp.177-194, 1977.
- 13) 荒井克彦，渡辺知幸，田行啓一：多次元圧縮数値解析手法の比較，土質工学会論文報告集，vol.123, No.3, pp.189-195, 1983.
- 14) 野田利弘：限界状態近傍における粘土の弾塑性挙動と、水～土骨格連成有限変形解析に関する研究，名古屋大学学位論文，pp.36-pp.40, 1994.
- 15) 柴田徹：粘土のダイラタンシーについて，京大防災研究所年報，Vol.6, pp.128-134, 1963.
- 16) Schofield, A.N. and Wroth, C.P.: Critical state soil mechanics, London, McGraw Hill, 1968.
- 17) 関口秀雄：カムクレイに学ぶ（6.カムクレイとその後の発展），土と基礎，Vol.41, No.11, pp.97-102, 1993.
- 18) Hill, R. and Hutchinson, J.W.: Bifurcation phenomena in the plane tension test, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.23, pp.239-264, 1975.
- 19) 久田俊明，野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善株式会社，pp.299-321, 1995.

- 20) Desrues, J., Chambon, R., Mokni, M. and Mazerolle, F. :
Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sands
specimens studied by computed tomography,
Geotechnique, Vol.46, No.3, pp.529-546, 1996.
- 21) 中野正樹 : 粘土の非排水, 部分排水せん断挙動の解析と軟
弱地盤上の盛土工設計への応用に関する研究, 名古屋大学
学位論文, pp.51-78, 1993.
- 22) 中野正樹, 小倉和巳, 浅岡顕 : 正規圧密三軸供試体の破壊
モードに及ぼす載荷速度効果, 第27回土質工学研究発表会
発表講演集, pp.677-680, 1992.
- 23) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘, 金田一広 : 飽和粘土の「非
排水クリープ」の1考察, 第31回地盤工学研究発表会発
表講演集, pp.797-798, 1996.
- 24) Christian, J.T. : Undrained stress distribution by
numerical methods, Proc. ASCE SM6, pp.1333-1345,
1968.
- 25) Christian, J.T. and Boehmer, J.W. : Plane strain
consolidation by finite elements, Proc. ASCE. SM6,
pp.1435-1457, 1970.
- 26) Sandhu, R. and Wilson, E.L. : Finite-element of seepage in
elastic media, Proc. ASCE. EM3, pp.641-652, 1969.

(1997. 7. 14 受付)

THE TRANSITION OF LOCALIZED DEFORMATION MODE DEVELOPING IN THE NORMALLY CONSOLIDATED CLAY SPECIMEN

Ichizo KOBAYASHI, Atsushi IIZUKA and Hideki OHTA

A soil/water coupled finite element program (DACSAR-F) is coded based on finite elasto-plastic deformation theory. Cam-clay model is incorporated in the program. Then, the localized deformation developing in the normally consolidated clay specimen subjected to plane strain compression shear is numerically simulated. The transition of localized deformation mode is examined and the mode change of localized deformation is discussed. Emphasized is the dominant role of pore water migration inside the specimen to the change of localized deformation mode.