

水路群発生の線形安定論

— 斜面下流端からの発生理論 —

泉 典洋¹¹正会員 Ph.D. 東北大学助教授 大学院工学研究科 土木工学専攻 (〒980-8579 宮城県仙台市青葉区青葉 06)

本研究では、斜面下流端から発生し上流側へ発達していく水路群形成過程を対象に、表面流を表現する浅水流方程式とそれによる侵食の式を用いて線形安定解析を行うことによって、水路群の形成される初期間隔を予測する理論を提案した。理論によると波長が限界水深／抵抗係数の6倍～100倍程度の範囲でのみ擾乱は発達しえることが明らかとなった。また擾乱の発達率を最大とする卓越波長は限界水深／抵抗係数の10倍程度となることが明らかとなった。抵抗係数が0.01のオーダーであることから、水路群の形成間隔は限界水深の1000倍程度になることが結論される。また斜面勾配あるいは限界剪断力が相対的に大きくなると水路化は起きにくくなることが示された。

Key Words : channel inception, linear stability analysis, perturbation technique, spacing

1. はじめに

降雨によって侵食を受ける斜面上には、ほぼ等間隔で平行に並んだ水路群が形成される。小規模なものでは道端の盛り土の表面に、大規模なものでは山地の斜面に、水路群の形成は地球上のいたるところで普通に見られる光景である。このような水路群が形成されるシナリオとしては、大きく分けて次の二つが考えられている。

一つは表面からの侵食によって水路群が発生する場合である。斜面の表面が表面流によって侵食される際、侵食が表面上で一様に生じることはない。流れの集中とそれによる地表面の低下という二つの相互作用によって流れの集中する場所がある間隔で発生し、それが水路群へと発達していく。このような考え方から水路化現象を線形安定解析を用いて理論的に取り扱った最初の研究として Smith and Bretherton¹⁾の研究が挙げられる。ところが彼らの研究では流れのモデルとして非常に単純な等流のモデルが用いられていたため、理論から予測される水路群間隔は無限に小さいものであった。その後多くの研究者がこの問題に取り組んだが、いずれも等流のモデルを用いており有限な水路群間隔を予測するには至っていない^{2),3)}。Izumi and Parker⁴⁾は表面流のモデルとして、レイノルズ応力を考慮した浅水流方程式を用いて線形解析を行い、横断方向に波状の擾乱を与えた斜面上では、トラフの部分に集まる流れは擾乱の波長が水深／斜面勾配程度のとき最大となることを示した。これまでの失敗の原因が等流モデルにあることを指摘し、浅水流方程式を用いることで有

限な水路群間隔導出の可能性を示した点については評価されるものの、彼らの理論も正式な線形安定解析とはなっておらず、問題が完全に解決したとは言い難い。

もう一つのシナリオは斜面の下流端から水路群が発生するケースである。斜面下流端に断層等によって段差が形成されると、流れは背水曲線を描きながら段差を流れ落ちる。その際、段差周辺では活発な侵食が生じるが、この侵食も横断方向に一様に生じることはなく、流れと侵食の集中する場所がある間隔で発生することになる。このようなシナリオを理論的に取り扱った研究は少なく、筆者の知るところわずかに泉、Parker⁵⁾のものだけである。彼らは斜面下流端に斜面方向の波状擾乱を与え、それに対する流れの応答を線形解析によって明らかにした。解析によればやはり擾乱の間隔が水深／斜面勾配程度のとき段差上流における流れの集中が最大となることがわかっている。しかしこの理論もやはり微小擾乱に対する流れの応答を解いたにとどまっており正式な線形安定解析とはなっていない。

本論文では、下流端から発生する水路群の形成機構を対象に正式な線形安定解析を行い、有限な初期形成間隔を予測する理論を提案する。理論では斜面形状に与えられた微小擾乱に対する流れの応答のみならず、斜面形状の時間変化を考慮し斜面上に与えられた微小擾乱の発達率を理論的に導き、有限な水路群の初期形成間隔を合理的に導出する。

2. モデル

図-1に示すような、下流端に段差を有する一樣勾配

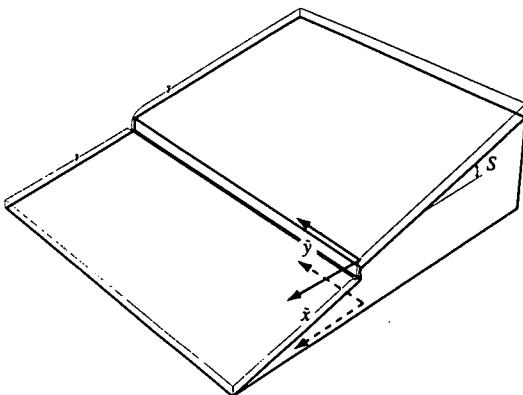


図-1 斜面の概念図と座標系。 \bar{x} および \bar{y} は水平面内においてそれぞれ流下方向およびそれと直角方向にとられていることに注意。

S の斜面を考える。図のように水平面内に \bar{x} および \bar{y} をとり、それぞれ流下方向および横断方向の座標とする。斜面上には降雨による表面流が発生している。降雨の効果によって斜面上の表面流は下流にいくにしたがって徐々に流量を増加させることになるが、現在考えているのは段差の影響による水路群の形成機構であり、段差の影響が及ぶ長さスケールである水深／斜面勾配が斜面長より十分短ければ降雨の影響による流量の変化は無視できることが、泉、Parker⁵⁾の研究によってわかっている。ここでも上記の仮定の下、降雨の影響を無視し、流下方向に流量一定と仮定する。

いま斜面の勾配が十分小さく、段差より上流の斜面上では流れはいたるところ常流になっていると仮定する。このとき下流端に存在する段差の影響によって斜面上の流れは背水曲線を描きながら段差に向かって近づいていく。これによって段差近傍の流れは加速され底面剪断力が増大する。段差より上流側のある点において底面剪断力が侵食限界を超えると段差近傍では侵食が発生する。この侵食によって段差は上流側に前進していく。段差が完璧に横断方向に一直線であり、流れが横断方向に完全に一様であれば段差は横断方向に直線のまま上流側に移動していく。しかし実際の段差は不規則な擾乱を有しているのが普通である。擾乱の確んだ部分にはより多くの流れとそれによる侵食作用が集中し、擾乱はさらに発達したものへとなっていく。

不規則擾乱は様々な波数を有するフーリエ級数和として表わすことが可能である。もし擾乱の発達速度が波数の関数となっており、しかもある特定の波数において最大値を有するとすれば、その波数の擾乱は他の波数の擾乱に比べて早く発達することになる。このような最大の発達速度を有する擾乱の波数を卓越波数 \tilde{k}_c と呼ぶ。このとき卓越波数を有する擾乱が斜面上で支

配的となり、卓越波数に対応する卓越波長 $\tilde{\lambda}_c = 2\pi/\tilde{k}_c$ が水路群の間隔として現れると考えられる。

次節以降では侵食によって上流側に前進する段差に對してサイン型の微小擾乱を与え、その擾乱の発達率を調べる。すなわち線形安定解析の手法を用いて擾乱の発達速度を波数 \tilde{k} の関数として求め、卓越波数を導く。

3. 定式化

(1) 支配方程式

本論文ではシートフローによる侵食によって地表面形状が変化する非定常過程を取り扱う。したがって地表面形状の時間的変化に伴って流れも変化するが、地表面形状の変化が流れの変化に比較して十分遅いとき、流れは定常として扱うことが可能となる（準定常の仮定）。ここでもこの準定常の仮定を用いることにする。そのとき斜面上を流れるシートフローの運動を決定する浅水流方程式および連続式は次のように表わされる。

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = -g \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} - g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{x}} - \frac{\bar{\tau}_x}{\rho \bar{h}} \quad (1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = -g \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{y}} - g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{y}} - \frac{\bar{\tau}_y}{\rho \bar{h}} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u} \bar{h}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v} \bar{h}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (3)$$

ここで図-1に示したように \bar{x} 及び \bar{y} はそれぞれ水平面内にとられた流下方向及び横断方向の座標である。また \bar{u} 及び \bar{v} はそれぞれ \bar{x} 及び \bar{y} 方向の流速成分、 \bar{h} 及び $\bar{\eta}$ はそれぞれ水深及び底面の高さである。また $\bar{\tau}_x$ 及び $\bar{\tau}_y$ はそれぞれ底面剪断力 τ の \bar{x} 及び \bar{y} 成分である。

水路群の形成機構はまた、斜面構成材料の力学的な性質によって次の二つに大別される⁵⁾。一つは土砂輸送による水路形成であり、地表面高さの時間変化が次式で表わされるような場合である。

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{t}} = -\frac{1}{1-\lambda_p} \bar{\nabla} \cdot \mathbf{q}_B \quad (4a)$$

ここで \bar{t} は時間、 \mathbf{q}_B は掃流砂ベクトル、 $\bar{\nabla}$ は水平面内における発散、 λ_p は空隙率である。斜面構成材料が非粘着性土砂で構成されている場合などがこれにあたる。もう一つは侵食によって水路が形成される場合であつて、地表面高さの時間変化は次式で表わされる。

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{t}} = -\bar{E}(\bar{\tau}) \quad (4b)$$

ここで $\bar{E}(\bar{\tau})$ は侵食速度を表わす関数であり、通常底面剪断力 τ の関数として表わされる。粘着性土砂あるいは岩盤が、流水自身やそれによって運搬される礫や砂によって侵食される場合がこれにあたる。本理論でも

このような状況を想定し、地表面高さの時間変化式として式(4b)を採用する。

これまでの研究の結果によれば侵食速度関数 \tilde{E} は、多くの場合、次のような形で表わされることがわかっている⁶⁾⁻¹¹⁾。

$$\tilde{E}(\tilde{\tau}) = \begin{cases} \alpha \left(\frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}_{th}} - 1 \right)^{\gamma} & \text{if } \tilde{\tau} \geq \tilde{\tau}_{th} \\ 0 & \text{if } \tilde{\tau} < \tilde{\tau}_{th} \end{cases} \quad (5)$$

ここで $\tilde{\tau}_{th}$ は侵食の発生する限界値であり、底面剪断力 τ_e がこの値より小さければ侵食は発生しない。また α は速度の次元を持つパラメータ、 γ は無次元パラメータであり、どちらも表面を構成する土壤の種類によって変化する。 γ についてはこれまでの研究により 0.5 ~ 2 程度の範囲であることがわかっている⁶⁾⁻¹¹⁾。(ただし後で分かるように、 γ が 1 より小さい場合、限界剪断力付近で侵食速度の流速に関する一階微分が無限大となり解析上困難が生じる。したがってここでは γ は 1 以上であるとする。)

底面剪断力は次式で表わす。

$$(\tilde{\tau}_x, \tilde{\tau}_y) = \tilde{\tau} \frac{(\tilde{u}, \tilde{v})}{(\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)^{1/2}}, \quad \tilde{\tau} = \rho C_f (\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2) \quad (6a, b)$$

ここで C_f は抵抗係数であり水深と粗度の弱い関数であるが、ここでは問題を簡単にするために定数とみなす。

斜面下流端の段差を落下する際、斜面上で常流だった流れは段差付近で射流へと変化する。常流から射流へと変化する点をフルード限界点と呼ぶことにする。侵食による段差の前進によってフルード限界点も前進するが、十分な時間が経過して、後述するような定常解が現れた直後のある時刻 ($\tilde{t} = 0$) におけるフルード限界点を \tilde{x} の原点かつ $\tilde{\eta}$ の基準点とすると、次の関係が成立している。

$$\frac{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2}{g\tilde{h}} = 1, \quad \tilde{\eta} = 0 \quad \text{at } \tilde{t} = 0, \quad \tilde{x} = 0 \quad (7)$$

斜面より十分上流においては等流状態が実現している。等流流速を \tilde{u}_n と表わすと次の関係が成り立っている。

$$\tilde{u} = \tilde{u}_n \quad \text{as } \tilde{x} \rightarrow -\infty \quad (8)$$

(2) 無次元化

次の無次元化を導入する。

$$(\tilde{u}, \tilde{v}) = U_c(u, v), \quad (\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{D_c}{C_f}(x, y) \quad (9a, b)$$

$$(\tilde{h}, \tilde{\eta}) = D_c(h, \eta), \quad \tilde{k} = \left(\frac{D_c}{C_f} \right)^{-1} k \quad (9c, d)$$

$$\tilde{t} = D_c \left[\alpha \left(\frac{\tilde{\tau}_c}{\tilde{\tau}_{th}} \right)^{\gamma} \right]^{-1} t, \quad \tilde{\tau}_c = \rho C_f U_c^2 \quad (9e, f)$$

ここで U_c および D_c はそれぞれ限界流速および限界水深であり、次式で表わされる。

$$U_c = (qg)^{1/3}, \quad D_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (10a, b)$$

ここで q は段差近傍における単位幅当りの流量であり、前述したように一定であると仮定している。

このとき式(1)-(3)および(4b)は次のように表わされる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} u}{h} \quad (11)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} v}{h} \quad (12)$$

$$\frac{\partial u h}{\partial x} + \frac{\partial v h}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -E(u^2 + v^2) \quad (14)$$

ここで E は無次元化された侵食速度であり、次式で表わされる。

$$E(u^2 + v^2) = \begin{cases} (u^2 + v^2 - \theta)^{\gamma} & \text{if } u^2 + v^2 \geq \theta \\ 0 & \text{if } u^2 + v^2 < \theta \end{cases} \quad (15)$$

上式中の θ は無次元化された限界剪断力であり、次式で表わされる。

$$\theta = \frac{\tilde{\tau}_{th}}{\tilde{\tau}_c} \quad (16)$$

式(7)および(8)を無次元化することによって次式が得られる。

$$u^2 + v^2 = h, \quad \eta = 0, \quad \text{at } t = 0, \quad x = 0 \quad (17)$$

$$u = u_n \quad \text{as } x \rightarrow -\infty \quad (18)$$

ここで u_n は無次元等流流速である。

4. 一次元問題

(1) 段差の侵食と定常解

水路発生に関する線形安定解析を行う前に基本となる一次元問題について考えてみる。式(11)~(14)において y 方向への変化と v を無視すれば次式が得られる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{u^2}{h} \quad (19)$$

$$\frac{\partial u h}{\partial x} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -E(u^2) \quad (21)$$

段差から上流に向かって無限遠点においては等流状態が実現している。また流れは段差に向かって流速を増加させ段差端部（段差直上部）付近でフルード数 1 の限界状態が実現している（図-2a）。流れは段差の影響

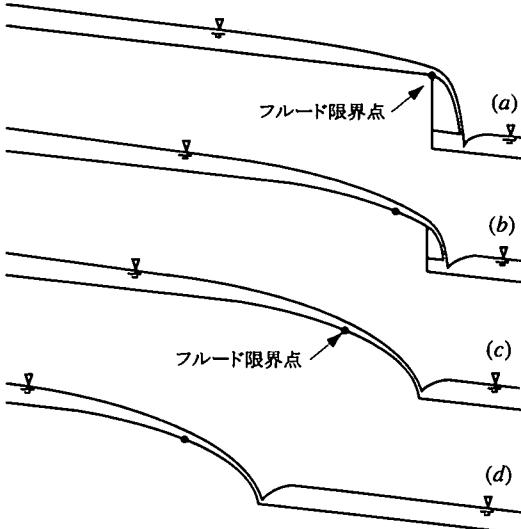


図-2 段差近傍の侵食過程と定常解の出現. (a) 表面流が段差を落下する場合、段差上でフルード限界が成立する。段差周辺では流速が加速されることによって底面剪断力が増大し、侵食が活発に起こり始める. (b) 段差近傍は侵食によって上に凸の形状へ変化し、フルード限界点は上流側へ移動し始める. (c), (d) 侵食がさらに進むとある一定の形状を維持したまま等速度で前進する定常解が現れる.

によって加速され、それに伴って底面剪断力も増大する。時間とともに段差の端の部分が侵食を受け、次第に図-2bに示したようななだらかな形状へと変化していく。段差に向かって加速されているような状況の下では下流に向かって侵食量が増加しているため、下流にいくにしたがって勾配が大きくなる、上に凸の形状を呈することが予想される。このように徐々に勾配が増加するような斜面では、斜面勾配が限界勾配（抵抗係数を一定とした本理論では限界勾配は抵抗係数と一致する）となる点でフルード限界点が現れ、図-2b～dに示すように水面勾配は緩やかに変化することが知られている^{12), 13), 14)}。

段差脚部（段差直下部）に侵食されやすい地層が存在し、しかも段差が十分に大きくて、そこを落下する流水が十分な侵食力を有すると、段差脚部の侵食速度が段差端部（段差直上部）の侵食速度に卓越するようになる。脚部を侵食されることによってオーバーハングした段差端部は、支えを失い落下する。段差部はこのプロセスを繰り返すことによって、aのように鉛直壁を維持したまま上流側へと前進していく。ナイアガラ滝やイエローストーン滝など有名な瀑布のほとんどがこのようにして形成されている¹⁵⁾。このような場合、段差の前進速度を支配するのは段差脚部の侵食であり、以降の議論は適用できない。本論文で取り扱うのは、瀑布の形成時に見られるaの形状を維持したまま前進す

るような状況ではなく、段差端部のさらなる侵食によってbそしてcへと変化するような状況である。

Reid¹⁶⁾は米国サンフランシスコ郊外のGreyfox catchmentで野外観察を行ない、粘性土で覆われた斜面上に形成された河川にいくつもの段差が形成されている様子を報告しており、Parker and Izumi¹⁴⁾は、このような段差が一定の形状を保ったまま一定の速度で上流側へ前進することを理論的に示した。また泉、山口¹⁷⁾は、仙台市内に見られる基盤岩侵食性河道において、流域争奪によって数千年から数万年前に形成された段差が、当初より2km上流に存在していることを実測によって確かめている。この段差の形状が定常に維持されていたかどうかは不明であるが、長い時間をかけて2kmもの距離を移動したにも関わらず緩やかな段差として存在しているということは、ほぼ定常な形状を保っていたことを示唆するものである。

図-2に示したような段差部の侵食過程においても、cからdへの変化に見られるように一定の形状を保ったまま上流側に等速度で進んでいくような定常解が現れる。次節では横断方向に与えたサイン型の擾乱に対する線形安定解析を行うことになるが、その際基本となる1次元問題の解（基本解）が定常解でなければ、根拠問題は変数分離が不可能となり解法が困難となる。そのような必要性からここでは定常解を求める。そしてこの定常解に対して横断方向に擾乱を与えた線形安定解析を行うことによって、水路群の形成間隔を導く。

もちろん、その定常解が実現するか否かは別の問題であり、もし実現しないとすればこれ以降の議論は無意味となってしまう。実はここで求められる定常解が大抵の場合安定的に維持されることが§6で示される。また査読者の一人から指摘を受けたように次のような問題も残されている。線形安定解析は定常解を基本解として用いている（すなわち水路群は図-2cの状態が実現した後に発生すると仮定している）が、aからcにいたる過程で水路群は発生しないのであろうか。これについても§6で述べることにする。

(2) 座標変換

定常解を導くために次のような座標変換を導入する。

$$\eta^* = \eta - bt, \quad x^* = x + ct, \quad t^* = t \quad (22a, b, c)$$

上記の座標変換はx方向に $-c$ で移動し、鉛直方向に b で移動する座標系で見ていることに相当している。 b 、 c の値を適当に選ぶことによって、見かけ上斜面の形状が時間的に変化しないような座標系をとることが可能である。そのために b 、 c の値をどのようにとればよいだろうか。

理解を容易にするために次元量に戻ってみる。段差

の上流側無限遠点 ($\tilde{x} \rightarrow -\infty$) での状況を考えてみよう。そこでは一様勾配 S の斜面が維持されており、等流状態が実現している。もしその等流によって発生する底面剪断力が限界剪断力より大きい場合、 $\tilde{x} \rightarrow -\infty$ ではどこでも一様な侵食が生じており、斜面は一様な速度 $\tilde{E}(\tilde{\tau}_n)$ で低下している。ここで $\tilde{\tau}_n$ は上流側無限遠点での底面剪断力であり、 $\rho C_f \tilde{u}_n^2$ である。いま単位時間当たり水平方向へ $-\tilde{c}$ 進むと斜面の高さは $\tilde{c}S - \tilde{E}(\tilde{\tau}_n)$ だけ上昇して見えるはずである。この高さの変化が相殺されるようにするためにには座標系を鉛直上方に $\tilde{c}S - \tilde{E}(\tilde{\tau}_n)$ の早さで移動させる必要がある。すなわち次式が要求される。

$$\tilde{b} = \tilde{c}S - \tilde{E}(\tilde{\tau}_n) \quad (23)$$

鉛直方向の移動量 $\tilde{b}\tilde{t}$ および水平方向の移動量 $\tilde{c}t$ がそれぞれ D_c および D_c/C_f で無次元化されることを考慮すれば無次元量について次式が導かれる。

$$b = c\sigma - E(u_n^2) \quad (24)$$

ここで σ は正規化された斜面勾配であり S/C_f である。斜面勾配 S が抵抗係数 C_f より大きいとき斜面は急勾配斜面となり、斜面上の流れは射流となる。ここでは常流であることを仮定しているから σ は 1 より小さくなければならない。

(3) 定常解の形状と前進速度

式 (22), (24) を用いて (19)–(21) を書き直すと次のようになる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{u^2}{h} \quad (25)$$

$$\frac{\partial u h}{\partial x} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + c\sigma + E(u^2) - E(u_n^2) = 0 \quad (27)$$

上式では表記を簡単にするために * を落としている。時間変化が無い定常な斜面形状では式 (27) において時間微分項はゼロとなり、次式が得られる。

$$\frac{d\eta}{dx} = -\sigma - c^{-1} [E(u^2) - E(u_n^2)] \quad (28)$$

またそのとき式 (25), (26) より次式が得られる。

$$\frac{du}{dx} = \frac{u^5 + u^2 d\eta/dx}{1 - u^3} \quad (29)$$

原点 $x = 0$ において限界状態 (フルード数=1) となっており、定義により $u = 1$ である。そのとき式 (29) 右辺の分母はゼロになり、もし分子も同時にゼロにならなければ、限界状態においては水面勾配が無限大になることになる。前述したように緩やかに勾配を変化させる斜面上においては、斜面勾配の変化に応じて式 (29)

中右辺の分子がゼロとなるような点においてフルード限界が成立し、そこで水面勾配は有限となることが知られている^{12), 13), 14)}。それをここに適用すれば、斜面勾配が次の条件を満たすときフルード限界が成立することになる。

$$\frac{d\eta}{dx} = -u^3 \quad (30)$$

斜面勾配は式 (28) によって表わされ、また定義によりフルード限界で $u = 1$ であるから、結局フルード限界点では次の条件が満足されなければならない。

$$c = \frac{E(1) - E(u_n^2)}{1 - \sigma} \quad (31)$$

すなわちフルード限界点において水面形が緩やかに変化する（流れが特異性を有しない）という条件を用いることによって定常な斜面形状の前進速度が上式によって与えられる。

$x \rightarrow -\infty$ では等流状態が維持されており、 $du/dx = 0$ となっていることから式 (28) および (29) より次の関係が導かれる。

$$u_n = \sigma^{1/3} \quad (32)$$

式 (28), (29) 及び (31), (32) を用いれば、基本流の流速分布は次のように導かれる。

$$\int_1^u \frac{1 - u^3}{u^5 - \sigma u^2 - (1 - \sigma) \frac{E(u^2) - E(\sigma^{2/3})}{E(1) - E(\sigma^{2/3})} u^2} du = x \quad (33)$$

さらに上式から得られた流速分布を用いて式 (28) を積分することによって一定の形状を維持しながら上流側へ前進していく斜面形状が導かれる。

5. 二次元問題

(1) 線形化

前節で求めた基本解に対して斜面横断方向に波状の擾乱を与えることを考えよう。斜面下流端、段差付近に発生するガリの形状を想定して、擾乱としては原点において斜面高さ η に対して次のような擾乱を与える。

$$\eta = a \cos ky \quad \text{at } t = 0, x = 0 \quad (34)$$

ここで a は擾乱の振幅であり、擾乱の発達初期を想定して微小であるとみなす。また擾乱によって上下流の流れおよび斜面形状も影響を受け、擾乱の形状は図-3 に示したような三次元的なものとなる。以下では、このような擾乱がその後発達するのか減衰するのかを調べるために線形安定解析を行う。

前節と同様な座標変換を導入する。そのとき式 (11)–(14) は次のように変換される。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} u}{h} \quad (35)$$

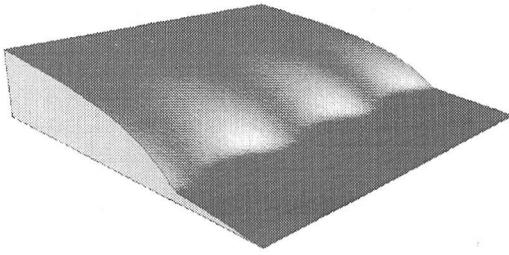


図-3 段差近傍に与えられた 3 次元的な擾乱の概念図.

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{(u^2 + v^2)^{1/2} v}{h} \quad (36)$$

$$\frac{\partial u h}{\partial x} + \frac{\partial v h}{\partial y} = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + c \sigma + E(u^2 + v^2) - E(\sigma^{2/3}) = 0 \quad (38)$$

ここで表記を簡単にするために * を落としている。

擾乱 (34) によって流速, 水深及び斜面高さに, やはり擾乱の振幅 a 程度のオーダーの変化が発生する。したがって次のような摂動展開を導入する。

$$u = u_0(x) + a u_1(t, x, y), \quad v = a v_1(t, x, y) \quad (39a, b)$$

$$h = h_0(x) + a h_1(t, x, y), \quad \eta = \eta_0(x) + a \eta_1(t, x, y) \quad (39c, d)$$

上式は u, v, h, η が $O(1)$ では x のみの関数であるが, $O(a)$ では t, x, y の関数であることを示している。式 (39) を (35)–(38) に代入して a の次数で整理する。

a の 0 次について次の方程式系が得られる。

$$u_0 \frac{du_0}{dx} = - \frac{dh_0}{dx} - \frac{d\eta_0}{dx} - \frac{u_0^2}{h_0} \quad (40)$$

$$\frac{du_0 h_0}{dx} = 0 \quad (41)$$

$$c \frac{d\eta_0}{dx} + c \sigma + E(u_0^2) - E(\sigma^{2/3}) = 0 \quad (42)$$

これは前節すでに解いた基本流を表現する微分方程式系である。

a の 1 次について次の方程式系が得られる。

$$u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u'_0 u_1 = - \frac{\partial h_1}{\partial x} - \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - 2u_0^2 u_1 + u_0^4 h_1 \quad (43)$$

$$u_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = - \frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - u_0^2 v_1 \quad (44)$$

$$h_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + h'_0 u_1 + u_0 \frac{\partial h_1}{\partial x} + u'_0 h_1 + h_0 \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (45)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + c \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + E_u(u_0^2) u_1 = 0 \quad (46)$$

ここでプライム (') は x に関する微分を表わし, 添え字 u は u に関する微分を表わしている。したがって $E_u(u_0^2)$

は次式で表わされる。

$$E_u(u_0^2) = \begin{cases} 2\gamma (u_0^2 - \theta)^{\gamma-1} u_0 & \text{if } u_0^2 \geq \theta \\ 0 & \text{if } u_0^2 < \theta \end{cases} \quad (47)$$

ここで前述したように γ が 1 より小さいとき, $u_0 = \theta^{1/2}$ で $E_u(u_0^2)$ は無限大となり解析が不可能となる。したがつて本論では $\gamma \geq 1$ を仮定する。

式 (43)–(46) の解は次のように表わされる。

$$u_1 = u_1^*(x) e^{\omega t} \cos ky \quad (48a)$$

$$v_1 = v_1^*(x) e^{\omega t} \sin ky \quad (48b)$$

$$h_1 = h_1^*(x) e^{\omega t} \cos ky \quad (48c)$$

$$\eta_1 = \eta_1^*(x) e^{\omega t} \cos ky \quad (48d)$$

ここで ω は擾乱の発達初期における発達速度を表わしている。 ω が正ならば擾乱は発達し, 負ならば減衰することを意味している。

式 (48) を (43)–(46) に代入して整理すると次の微分方程式系が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{du_1^*}{dx} &= \frac{(u_0^2 + u_0^{-1}) u'_0 + 2u_0^4 - c^{-1} E_u(u_0^2) u_0^2}{1 - u_0^3} u_1^* \\ &\quad - \frac{k}{1 - u_0^3} v_1^* - \frac{u_0 u'_0 + u_0^6}{1 - u_0^3} h_1^* \\ &\quad - \frac{c^{-1} \omega u_0^2}{1 - u_0^3} \eta_1^* \end{aligned} \quad (49)$$

$$\frac{dv_1^*}{dx} = -u_0 v_1^* + \frac{k}{u_0} h_1^* + \frac{k}{u_0} \eta_1^* \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_1^*}{dx} &= - \frac{2u_0' + 2u_0^2 - c^{-1} E_u(u_0^2)}{1 - u_0^3} u_1^* \\ &\quad + \frac{ku_0}{1 - u_0^3} v_1^* + \frac{u_0^4 + u_0^2 u'_0}{1 - u_0^3} h_1^* \\ &\quad + \frac{c^{-1} \omega}{1 - u_0^3} \eta_1^* \end{aligned} \quad (51)$$

$$\frac{d\eta_1^*}{dx} = -c^{-1} E_u(u_0^2) u_1^* - c^{-1} \omega \eta_1^* \quad (52)$$

(2) 境界条件

段差の上流無限遠点 ($x \rightarrow -\infty$) においては流れは等流状態へと漸近し, 斜面下流端に与えられた擾乱の影響は消失する。(実は無限遠点においてはゼロに収束するか無限大に発散する解しか存在しない。発散する解を捨て去ると, 擾乱の影響が無限遠点において消失するという条件のみが残される。) よって次式が成り立つ。

$$u_1^* = 0, \quad v_1^* = 0, \quad h_1^* = 0, \quad \eta_1^* = 0$$

$$\text{as } x \rightarrow -\infty \quad (53a, b, c, d)$$

ただし上式においてはいずれか 3 個の条件が満たされれば他の 1 個も自動的に満たされる。したがって実際は 3 個の境界条件が存在している。

段差近傍に発生するフルード限界点において次式が成り立つ。

$$u^2 + v^2 = h \quad \text{at} \quad x = a\chi \cos ky \quad (54)$$

ここで $a\chi \cos ky$ は擾乱によるフルード限界点の移動量を表わしている。上式を線形化すると $O(1)$ で次式が得られる。

$$u_0 = h_0 \quad \text{at} \quad x = 0 \quad (55)$$

定義より $u_0(0) = h_0(0) = 1$ であり上式はすでに成立している。 $O(a)$ で次式が得られる。

$$2u_1^* + 2u'_0\chi = h_1^* + h'_0\chi \quad \text{at} \quad x = 0 \quad (56)$$

ここで式(41)より $u'_0(0) + h'_0(0) = 0$ であるから上式はさらに次のように書き表される。

$$2u_1^* + 3u'_0\chi = h_1^* \quad \text{at} \quad x = 0 \quad (57)$$

しかし上式は未知量 χ を含むため境界条件として用いることはできない。前述したように擾乱によってフルード限界が成立する位置も変化するが、式(57)はその変化量 χ を与える関係式に他ならない。

その代わり我々は擾乱の形状を式(34)のようにおいていたことを思い出そう。これを線形化することによって次の境界条件が導かれる。

$$\eta_1^* = 1 \quad \text{at} \quad x = 0 \quad (58)$$

ここまで4個の境界条件が確保された。式(49)～(52)は4個の未知数に関する4個の一階微分方程式系であり、したがって通常は4個の境界条件によって閉じるはずである。ところがここではもう1個の未知数 ω が存在しており、これを特定するためにもう1個の条件が必要となる。その条件が次節で述べる正則条件である。

(3) 正則条件

一次元問題において、定常な斜面形状の前進速度 c を決定するために原点 ($x = 0$)において特異性を有しないという条件を用いた。この条件をここで考えている二次元問題の a のオーダーの方程式系に対しても適用する。

式(49)および(51)をみると原点 ($x = 0, u_0 = 1$) では右辺分母がゼロとなるため u_1^* および h_1^* の一回微分は通常特異性を有することがわかる。わかりやすいよう式(49)を次のように書き直してみる。

$$(1 - u_0^3) \frac{du_1^*}{dx} = [(u_0^2 + u_0^{-1})u'_0 + 2u_0^4 - c^{-1}E_u(u_0^2)u_0^2] u_1^* - kv_1^* - (u_0u'_0 + u_0^6)h_1^* - c^{-1}\omega u_0^2\eta_1^* \quad (59)$$

$x = 0$ で特異性を持たない、すなわち流速の勾配が無限大とならないとき、 $u_0 = 1$ で左辺がゼロとなるのと同時に右辺もゼロとならなければならない。したがって次式が成立する必要がある。

$$[E_u(1) - 2c(p+1)]u_1^* + kcv_1^* + c(p+1)h_1^* + \omega = 0 \quad \text{at} \quad x = 0 \quad (60)$$

ここで $p = u'_0(0)$ である。上式では $\eta_1^*(0) = 1$ なる条件も用いられている。

同様にして式(51)からもフルード限界点における特異性を回避するための正則条件が導かれる。これによって一見2個の条件が導かれるように見えるが、実は式(51)から導かれる正則条件は式(60)と全く同一であり、1個の条件しか現れない。この1個の正則条件と4個の境界条件によって ω も含めた5個の未知数が決定される。

(4) 解法

式(49)～(52)は、ある特定の ω (固有値) のときのみ境界条件および正則条件を満たす、いわゆる固有値問題であり、 $x = 0$ および $x \rightarrow -\infty$ における二点境界値問題に帰着できる。式(49)～(52)は変数係数の微分方程式系であって解を解析的に求めるのは不可能である。ここでは数値的解法の一方法である緩和法¹⁸⁾を用いて解を求める。

6. 結果と考察

(1) 卓越波長

現象を決定する無次元パラメータは、正規化された斜面勾配 σ 、無次元限界剪断力 θ 、侵食関数を決定するべき数 γ そして擾乱の無次元波数 k の4個である。

図-4および5にそれらパラメータの変化による ω の変化を示す。多くの場合（後述するように $\gamma = 1.5$ 、 $\theta = 0$ 付近を除いて）、 k による ω の変化は次のような傾向を有することがわかる。すなわち ω は k の値が0に近づくとある負の値に漸近していく。また概ね $k = 0.06 \sim 1$ 程度の範囲で正の値をとるが、さらに k の値が大きくなると負の値をとり急激に減少していく。このことは $k = 0.06 \sim 1$ 程度の波数を持つ擾乱のみが発達し、それ以外の波数の擾乱は減衰してしまうことを意味している。

図-4a～cに $\gamma = 1.5$ のときの σ 、 θ および k による ω の変化を示す。a ($\sigma = 0.1$)、b ($\sigma = 0$) のとき $\theta = 0.3 \sim 0.7$ 、 $k = 0.4 \sim 0.8$ の範囲で ω は正の最大値を有し（無次元卓越波数 k_c が存在し）、 θ の増加に伴って k_c も僅かながら増加する様子がうかがわれる。

またいずれのケースにおいても θ の値が1あるいは0

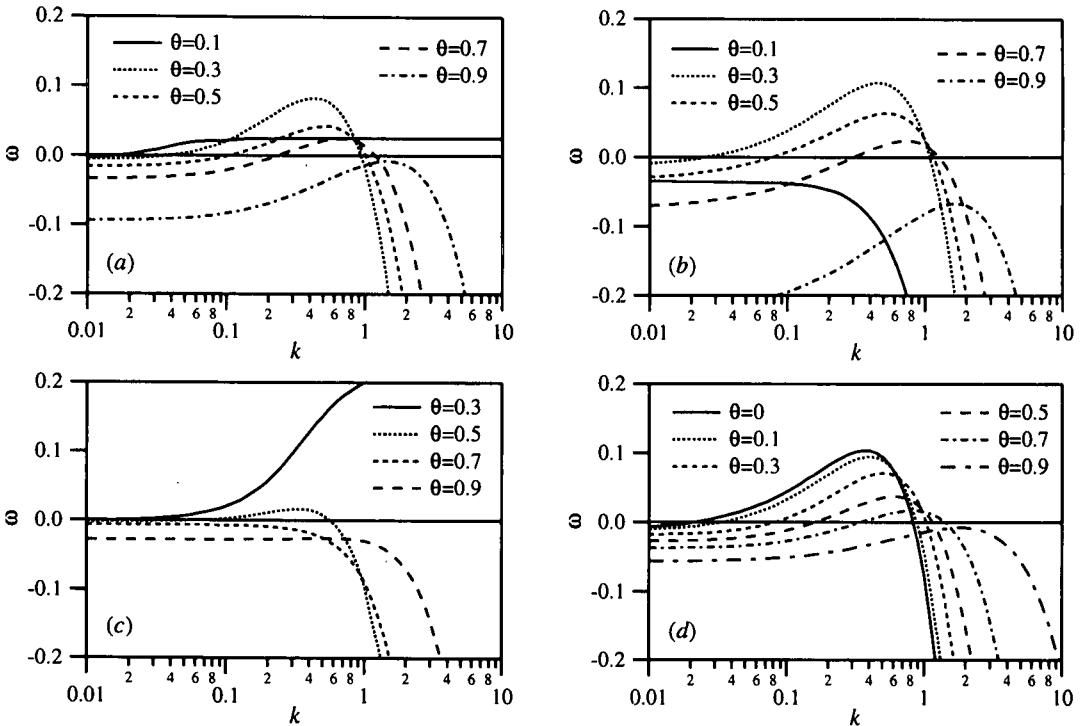


図-4 無次元波数 k および無次元限界剪断力 θ による増幅率 ω の変化. (a) $\gamma = 1.5, \sigma = 0.1$. (b) $\gamma = 1.5, \sigma = 0$. (c) $\gamma = 1.5, \sigma = 0.5$. (d) $\gamma = 2.0, \sigma = 0.1$.

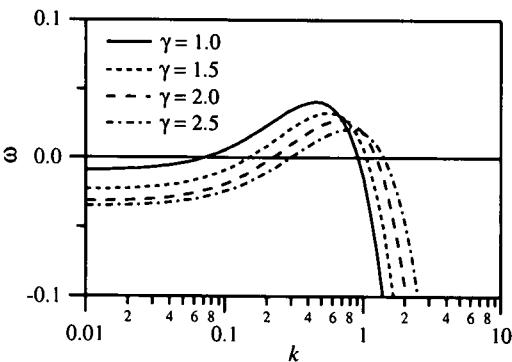


図-5 無次元波数 k および γ による増幅率 ω の変化. $\sigma = 0.1, \theta = 0.6$.

に近づくと卓越波数 k_c が存在しなくなる. θ が 1 に近づくと侵食域がフルード限界点近傍に限られるようになるため擾乱が発達しにくくなるのは当然であるが、 θ が 0 に近い場合も擾乱は発達しなくなる. 実は $\gamma = 1.5, \theta = 0$ のとき、式 (28) は $-u^3$ となり、式 (29) は全領域において恒等的にゼロとなってしまう. このため $\theta = 0$ 近傍では解析不能に陥るため解が特異な挙動を示すものと考えられる. 図-4d に $\gamma = 2.0, \sigma = 0.1$ の場合を示す. このとき $\theta = 0$ 近傍においても特異な挙動を示

さず、ある解に収束していく様子がわかる.

c ($\sigma = 0.5$) のケースでは $\theta = 0.5$ 以外では卓越波数は存在しない. また a, b, c を比較しても σ が大きくなるにつれて ω の値は全体的に小さくなる傾向がある. σ は正規化された斜面勾配であるから、斜面勾配が大きいとき卓越波数 k_c が現れにくくなり、水路化が発生しにくくなることを示している. このことは、斜面勾配が大きくなり $\sigma = 1$ に近づくにつれて流れのフルード数が 1 に近くなり下流端の影響が上流に及びにくくなるため、流れの集中量が減少することに対応しているものと考えられる.

図-5 は $\sigma = 0.1, \theta = 0.6$ における γ および k による ω の変化を示している. 侵食関数のべき数 γ が増加するにつれて卓越波数 k_c は僅かながら増加する傾向にあるものの、やはり 0.4 ~ 0.8 程度の値をとることがわかる.

図-6 に $\sigma = 0.1, \theta = 0.5$ のときの $u_0, \eta_0, u_1^*, v_1^*, h_1^*$ および η_1^* の分布形を示す. a と b はそれぞれ、増幅率が最大値 $\omega = 0.426$ をとる $k = 0.5$ のケースと、負の値 $\omega = -1.35$ をとる $k = 5.0$ のケースに対応している. 原点付近における摂動流速 u_1^* や v_1^* 、摂動流量 $u_1^* + h_1^*$ (擾乱凸部中央における単位幅当たりの流下方向流量は $(1 + au_1^*)(1 + ah_1^*) = 1 + a(u_1^* + h_1^*)$ と表わさ

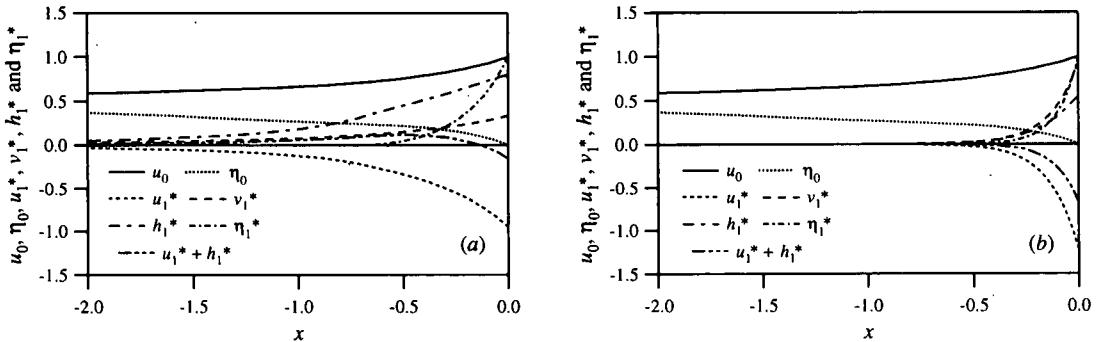


図-6 $u_0, \eta_0, u_1^*, v_1^*, h_1^*$ および η_1^* の x 方向分布. (a) $\gamma = 1.5, \sigma = 0.1, \theta = 0.5, k = 0.5, \omega = 0.0426$. (b) $\gamma = 1.5, \sigma = 0.1, \theta = 0.5, k = 5.0, \omega = -1.35$.

れるから擾動流量は $u_1^* + h_1^*$ と表わされる) は波数 k の大きい b のケースの方が若干大きくなっているのに對して、 k の小さい a の方がより上流から流れの集中が始まっている様子がうかがわれる。原点周辺に限れば k が大きく波長の短い擾乱の方がより多くの流れを集め得るが、 k が小さく波長の長い擾乱の方がより広い範囲に擾乱の影響を及ぼし得る。したがってこれら二つの効果のバランスによって、極端に大きくも小さくもない k の値で全体としての擾乱の発達速度が最大となり、卓越波数が $k = 0.4 \sim 0.8$ 付近に現れるものと考えられる。

(2) 水路群の形成間隔

θ や σ が 1 に近くないほとんどのケースにおいて、擾乱は $k = 0.06 \sim 1$ 程度のときのみ発達し、卓越波数 k_c は 0.4 から 0.8 程度のほぼ一定の範囲にあることが前項の結果から明らかとなった。卓越波長は無次元卓越波数 k_c を用いて次のように表わされる。

$$\tilde{\lambda}_c = 2\pi \frac{D_c/C_f}{k_c} \quad (61)$$

ここで C_f の値は 0.01 のオーダーである。したがって $\tilde{\lambda}$ が限界水深 D_c の 600 倍から 10000 倍程度の擾乱のみが発達し、それより小さくても大きくても発達できないことになる。また無次元卓越波数の平均値を 0.6 程度と考えると、実際に現れる水路群間隔に対応する $\tilde{\lambda}_c$ の値は D_c の 1000 倍程度とかなり大きな値になる。

Izumi and Parker⁴⁾, Montgomery and Dietrich¹⁹⁾, Dietrich and Dunne²⁰⁾は、山地斜面や谷地形に見られる水路群の間隔が 60 m から 130 m 程度となり、特に 100 m 内外の水路群が多く見られることを報告している。これらの地形は何れも粘着性の土砂で構成された斜面であり、本理論の適用が可能であると考えられる。

本理論の結果によれば、限界水深が 10 cm 程度であるとき 100 m 程度の水路間隔が実現することになる。

例えば 1 km の斜面において時間雨量 360 mm の降雨があったとする。このとき斜面下流端には単位幅当り $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ の流量を有する表面流が発生し、その流量に對応する限界水深が 10 cm となる。水路化を進展させるのは、数十年あるいは数百年に一回程度の大降雨であると考えられる。したがって時間雨量 360 mm 程度の降雨は水路を発させた雨量として十分に想定され得る値と考えられる。このことは本理論の妥当性を示すものである。

(3) 基本定常解の安定性

これまでの議論は擾動を与える前の基本解として一次元問題の節で求めた定常解を用いて進められた。段差近傍において侵食が進むと、この基本定常解が実現するということが暗黙の内に仮定されている。しかし果たしてこの基本定常解は本当に実現するのであろうか。ここで簡単に議論しておこう。

段差端部の侵食過程において基本定常解が現れることがあるが、もしこの基本定常解が安定でなければ再び元の形状へ戻ってしまったり、侵食が更に進んで段差を消滅させてしまうことが考えられる。このような場合、元の形状へ戻ったり段差の消滅する速度と水路化が発生する速度はほぼ同程度である可能性があり、これまで展開してきた水路化の理論は破綻を来してしまう。そこで基本定常解の安定性を調べてみる。

もう一度一次元問題に戻ろう。図-7 に示したように、定常解に対して流下方向に微少な擾動を与える。すなわち次式で表わされるように定常解を原点において鉛直方向に \hat{a} だけずらしてみる。

$$\eta = \hat{a} \quad \text{at } t = 0, x = 0 \quad (62)$$

もし定常解が安定であれば元に戻ろうとし擾動は減衰していくだろう。逆に不安定であれば擾動は増幅していくことになる。

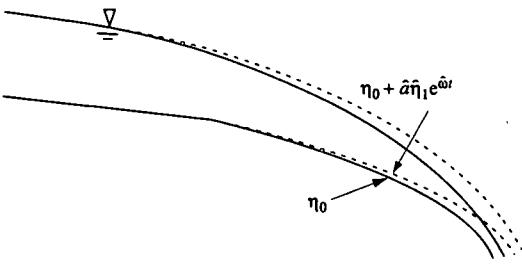


図-7 定常解に与えられた流下方向への振動.

式(62)の摂動に対応して各変数を次のように摂動展開する。

$$u = u_0(x) + \hat{a} \hat{u}_1(x) e^{\hat{\omega} t} \quad (63a)$$

$$h = h_0(x) + \hat{a}h_1(x)e^{\omega t} \quad (63b)$$

$$\eta = \eta_0(x) + \hat{a}\hat{\eta}_1(x)e^{\omega t} \quad (63c)$$

上式中の μ が振動の増幅率を表わし、この値が正であれば不安定、負であれば安定であることを示している。上式を式(25)～(27)に代入して整理すると $O(\dot{a})$ について次の方程式系が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{u}_1}{dx} &= \frac{(u_0^2 + u_0^{-1})u_0' + 2u_0^4 - c^{-1}E_u(u_0^2)u_0^2\hat{u}_1}{1-u_0^3} \\ &\quad - \frac{u_0u_0' + u_0^6}{1-u_0^3}\hat{h}_1 - \frac{c^{-1}\hat{\omega}u_0^2}{1-u_0^3}\hat{\eta}_1 \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{h}_1}{dx} = & -\frac{2u'_0 + 2u_0^2 - c^{-1}E_u(u_0^2)}{1-u_0^3}\hat{u}_1 \\ & + \frac{u_0^4 + u_0^2u'_0}{1-u_0^3}\hat{h}_1 + \frac{c^{-1}\hat{\omega}}{1-u_0^3}\hat{n}_1 \end{aligned} \quad (65)$$

$$\frac{d\hat{\eta}}{dx} = -c^{-1} E_u(u_0^2) \hat{u}_1 - c^{-1} \hat{\omega} \hat{\eta}_1 \quad (66)$$

上式は二次元問題で現れた微分方程式系(49)–(52)において v_1^* および k をゼロとみなしたものに他ならない。また境界条件および正則条件についても二次元問題の場合とほぼ同じものを使うことができる。すなわち図-4a～dにおいて $k \rightarrow 0$ における ω の値が $\bar{\omega}$ に相当している。図を見れば、ここで用いた値の範囲においては常に $\bar{\omega}$ は負であり、基本定常解は安定であることがわかる。これは本理論の妥当性を示している。

(4) 理論の意義と適用限界

前述したようにここで行った線形安定解析では定常解を基本解として用いており、図-2c または d の実現を前提としている。これは線形安定解析を可能にするために導入した一つの理想化であった。もし a から c の過程で水路群が発生し、しかもその水路群が無視し得ない速度で発達するとすれば、本理論は水路群発生に対する近似理論としての意味を持つことになる。ここでもう一度、本理論の適用限界について考えてみよう。

基本定常解の実現に必須なのがフルード限界点における正則条件である。正則条件はフルード限界点での局所的な勾配が抵抗係数 C_f に等しいとき成立する。したがって a の状態ではフルード限界点は段差端部に位置しており、正則条件は成立していない。侵食の進行とともに段差端部周辺は下流ほど勾配の大きい、上に凸の形状を呈するが、このような状況のもとでさらに侵食が進み段差端部の局所勾配が C_f を超えると、フルード限界点は正則条件が成立する上流側の点に移動し始める。限界点が段差端部を離れて上流側に移動し始めると、限界点では正則条件が成立するようになる（この状態を a' と呼ぶことにする）。

ところで、理論の中で考えたのはフルード限界点より上流側のみであったことを思ひだそう。このことは水路群を発生させるような不安定性が限界点より上流側に存在していることを意味している。しかも限界点より下流側では射流となっており、限界点を境に下流の影響は上流側には伝わらない。すなわち下流側の非定常性とは無関係に上流側では定常解が出現し得る。したがって本理論の結果が適用できるためには段差全体の形状が定常となる必要はなく、フルード限界点より上流側で定常解が実現していればよい。前項で述べたように定常解は安定であるから、侵食の進行とともに段差形状は定常解に近づこうとするはずである。したがってここで考えているように侵食が徐々に進むような状況下では、限界点が段差端部を離れ正則条件が成立し始める(a' の状態となる)のとほぼ同時に、限界点の上流側では定常解が出現すると考えられる。このことは a' 以降、本理論の適用が可能となることを意味している。

筆者は、全く侵食の進行していない a の状態から、段差端部あるいは脚部の侵食によって発生する水路群を想定して線形安定解析を行い、発生する水路群の間隔（卓越波長）が無限小となる結果を得ている²¹⁾。この結果は水路群の非発生を意味している。それに対して a' 以降における水路群の発生が本理論によって明らかとなった。したがって a から a' に至る過程において非発生から発生に遷移していることになる。この遷移はどのようにして起こるのであろうか。

本理論で有限な卓越波長をもたらしている最も重要な要因は、フルード限界点で成立している正則条件である。したがって水路群発生には正則条件の成立が必須であることが予想される。もしこれが事実ならば、 a から a' の過程では水路群は発生しないことになる。そして正則条件が成立し限界点より上流で定常解が出現する a' の状態になってはじめて水路群が発生し始める。そのとき本理論は水路群発生の近似理論ではなく、厳密な理論となる。このことを明らかにするためには数

値計算を用いたさらなる解析が必要となる。今後の課題である。

7. 結論

本論文では下流端に段差の存在する緩勾配斜面を対象にして線形安定解析を行ない、斜面下流端から発生する水路群の初期形成間隔を予測した。その結果、次の諸点が明らかになった。

- 流水による侵食を受ける段差では、ある一定の形状を維持しながら上流側へ進んでいくような解が現れ、その進行速度はフルード限界点での侵食速度 $E(1)$ 、段差より上流無限遠点における侵食速度 $E(\sigma^{2/3})$ および正規化された斜面勾配 $\sigma (= S/C_f)$ を用いて、 $[E(1) - E(\sigma^{2/3})]/(1 - \sigma)$ で表わされる。
- 無次元限界剪断力 θ あるいは正規化された斜面勾配 σ が 1 に近い場合を除けば、ほぼ $k = 0.06 \sim 1$ の範囲でのみ正の ω が存在し、無次元卓越波数 k_c は 0.6 前後の値をとる。通常抵抗係数は 0.01 のオーダーであることから、斜面上では限界水深の 600 倍から 10000 倍程度の波長を持つ擾乱のみが発達し得る。また実際に現れる水路形成間隔は限界水深の 1000 倍近い大きさになる。

参考文献

- 1) Smith, T. and Bretherton, F. B.: Stability and the conservation of mass in drainage basin evolution, *Wat. Res. Res.*, Vol. 8, 1506-1529, 1972.
- 2) Luke, J.: Special solutions for nonlinear erosion problems, *J. Geophys. Res.*, Vol. 79, 4035-4040, 1974.
- 3) Loewenherz, D. S.: Stability and the initiation of channelized surface drainage: a reassessment of the short wavelength limit, *J. Geophys. Res.*, Vol. 96, 8453-8464, 1991.
- 4) Izumi, N. and Parker, G.: Inception of channelization and drainage basin formation: upstream-driven theory, *J. Fluid Mech.*, Vol. 283, pp. 341-363, 1995.
- 5) 泉 典洋, Gary Parker: 斜面下流端から発生する水路群について、土木学会論文集、No. 521/II-32, 79-91, 1995.
- 6) Ariathurai, R. and Arulanandan, K.: Erosion rates of cohesive soils, *Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Division*, Vol. 104 (HY2), pp. 279-283, 1978.
- 7) Sheng, Y. P. and Lick, W.: The transport and resuspension of sediments in a shallow lake, *J. Geophys. Res.*, Vol. 84, pp. 1809-1826, 1978.
- 8) 大坪国順, 村岡浩爾: 底泥の飛び出し量に関する研究, 第 26 回水理講演会論文集, pp. 141-146, 1982.
- 9) 海田輝之, 楠田哲也, 二渡 了, 粟谷陽一: 柔らかい底泥の巻き上げ過程に関する研究, 土木学会論文集, No. 393/II-9, pp. 33-42, 1988.
- 10) Teisson, C., Ockenden, M., Le Hir, P., Kranenburg, C. and Hamm, L.: Cohesive sediment transport processes, *Coastal Engineering*, 21, pp. 129-162, 1993.
- 11) Howard, A. D.: A detachment-limited model of drainage-basin evolution, *Wat. Resources Res.*, Vol. 30, pp. 2261-2285, 1994.
- 12) Escouffier, F. F.: Transition profiles in nonuniform channels, *Transactions, ASCE*, Vol. 123, pp. 43-56, 1958.
- 13) Chow, V. T.: *Open-channel hydraulics*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1959.
- 14) Parker, G. and Izumi, N.: Purely erosional cyclic and solitary steps in cohesive material, *J. Fluid Mech.*, 投稿中。
- 15) Holmes, A. (上田誠也他訳): 一般地質学 II, 東京大学出版会, 1984.
- 16) Reid, L. M.: Channel incision by surface runoff in grassland catchments, PhD thesis, University of Washington, 1989.
- 17) 泉 典洋, 山口里実: 基盤岩を侵食する河川の縦断河床形状, 水工学論文集, Vol. 41, pp. 871-876, 1997.
- 18) Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P.: *Numerical recipes in FORTRAN*, 2nd Eds, Cambridge University Press, New York, 1992.
- 19) Montgomery, D. R. and Dietrich, W. E.: Source area, drainage density and channel initiation, *Wat. Res. Res.*, Vol. 25, pp. 1907-1918, 1989.
- 20) Dietrich, W. E. and Dunne, T.: The channel head, *Channel Network Hydrology*, Berlin, K. and Kirkby M. J. eds. Wiley, pp. 175-219, 1993.
- 21) Izumi, N.: Channelization and drainage basin formation in cohesive soils. PhD thesis, University of Minnesota, 1993.

(1998. 6. 5 受付)

LINEAR STABILITY ANALYSIS OF CHANNEL INCEPTION: DOWNSTREAM-DRIVEN THEORY

Norihiro IZUMI

A linear stability analysis of downstream-driven channel inception is performed in this study. The analysis shows that, in the case of mild slope where flow is subcritical, perturbations grow only if the wavelength is on the order of 6-100 times as large as the critical depth divided by the friction coefficient (D_c/C_f) and that the characteristic wavelength which maximizes the growth rate of perturbation scales 10 times D_c/C_f . Evaluating the friction coefficient as on the order of 0.01, an estimate of incipient channel spacing on the order of 1000 times the Froude-critical depth is obtained. It is also found that the possibility of channel inception decreases as surface slope or the critical bed shear stress relatively increases.