

条件付対数正規確率場におけるブロック推定

野田 茂¹・小泉智香²・星谷 勝³

¹正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部社会開発システム工学科 (〒680-0945 鳥取市湖山町南4-101)

²日本インフォメーション システム1部 (〒532-0003 大阪市淀川区宮原4-1-14 住友生命新大阪北ビル)

³正会員 Ph. D. 武藏工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158-0087 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

空間上の多地点にセンサーを設置すれば、あるブロックの最大地動などを正確に推定することが可能である。しかし現実には多くのデータを得ることは容易でなく、またデータには限りがある。そこで、本研究では、対数正規確率場を対象にして、有限地点における観測データを基に未観測ブロックにおける平均的物理量の空間分布を推定する方法(Block Kriging)を提案した。ここでは著者らによって提案された点推定(Point Kriging)の結果と比較しながら、ブロックの大きさが最適推定値と推定誤差分散に及ぼす影響について分析した。その結果、ブロックの大きさの決定が推定結果に重大な影響を及ぼすこと、またBlock KrigingとPoint Krigingでは異なる特性を示すことが明らかになった。

Key Words: lognormal stochastic field, block kriging, point kriging, optimum estimator, mean-squared estimation error

1. 序論

自然界の作用や現象によって生起する物理量には多くの不確定要因を含むことが知られている。このような条件下で、例えば最大地動、降水量などの物理量を面的に把握するとき、空間上の多地点で観測データを得ることができれば、未観測点で物理量を正確に推定することが可能である。しかし現実には多くの観測データを得ることは容易でなく、またデータには限りがある。そこで、有限個の観測データを基に推定を行うためには、まず、物理量を時間的・空間的に不規則に分布する確率変数として捉え、確率分布に関する情報を統計的に処理する必要がある。

観測データを条件として観測前に表現された無条件確率場を更新して得られる事後の確率場は条件付確率場と呼ばれる。条件付確率場の推定問題では、ノイズが存在しなければ、観測点における推定値が観測データと完全に一致することを条件としている。

空間補間の手法には確定論的手法と確率論的手法がある。一般には現象を支配する物理的因果性を考慮せず、単に観測データを用いて未観測点の物理量を推定することが多い。確定論的補間手法としてはスプライン法、ドローネ三角形図法などがあり有名である。確率論的補間手法の代表にはKrigingが挙げられる。Krigingには、Simple Kriging, Ordinary Kriging, Universal Kriging, Medium-Polish Kriging, Disjunctive Kriging, Cokriging, Indicator Kriging, Bayesian Krigingなどが考案されている¹⁾。

空間場の補間手法としてよく用いられている Kriging

は、観測データを用いることによって条件付確率場における物理量の空間分布を推定できる手法である^{2)~9)}。また、推定誤差分散を計算することにより、最適推定値の精度を検討することができる。そのためにこれまで多用されてきたわけであるが、理論面の不十分さあるいは不適切な適用例が数多く見られる。一つの問題としては、対象システムが非線形である場合、物理量が非正規性を示す場合にも係わらず、正規確率場を前提とした補間理論を用いていることが挙げられる。

正規確率場を対象とした推定手法の研究はこれまで多く行われている^{10)~13)}。しかし最近になって、対数正規確率場などの非正規分布に従う条件付確率場の推定理論に関する研究がいくつか実施されるようになってきた^{14),15)}。非正規確率場を対象にした条件付確率場の推定理論によると、1) 推定誤差分散は条件付分散と異なること、2) 推定誤差分散は観測位置のみに依存し、観測データには無関係であるが、条件付分散は観測データに依存することが明らかになっている。これらは正規確率場における結果と異なる特徴である。ただし、これまでの研究は推定領域が点である場合の点推定に関する理論が中心であった。

そこで、本研究では対数正規確率場を対象とし、空間上をある一定の大きさ・形状のブロックに分割し、有限地点で得られた観測データを基にして未観測ブロックにおける平均的物理量を推定する理論を提案する。また、点推定(Point Kriging)とブロック推定(Block Kriging)の関係をも検討し、条件付ブロック推定問題の特徴を理論的に明らかにする。誘導した理論式を基にして数値分析を行い、ブロックの大きさが最適推定値や推定

誤差分散に及ぼす影響、点推定とブロック推定の関係を数値的に調べる。なお、対数正規確率場を対象にしたのは最大地動などが対数正規分布に従うことが知られているためである。

最近の地理情報システム(GIS)ソフトウェアには空間補間のアルゴリズムとしてKrigingが用いられていることが多い。その際ラスター形式では、地図图形を細かく格子面(メッシュ)に分割し、データを数値化している。このような地図表現を行う場合、本論で展開した空間補間の考え方・手法を有効に利用できるものと考えられる。

2. 条件付ブロック推定の基本的考え方

(1) 問題の前提条件

本研究では、 $x_i (i = 1 \sim N)$ 地点で得られた観測データ($\underline{W}(x_1), \dots, \underline{W}(x_N)$)から、図-1に示すようなあるブロック S (一定の面積や体積 $|S|$ 、任意形状)の平均的物理量 W_S を推定する。つまり、従来よく行われているような点推定ではなく、ブロック推定の問題を考える。このとき、物理量 W の平均値は既知または未知(空間座標に依存)、共分散は既知とし、その確率分布は対数正規分布に従うとする。

空間位置 x における平均値、分散、共分散について、対数正規確率変数 $W(x)$ と正規確率変数 $\ln W(x)$ の関係式を示すため、まず式(1)、式(2)の記号を定義しておく。すなわち、対数正規確率変数 $W(x)$ の平均値、分散、共分散はおのおの

$$E[W(x_i)] = m(x_i) \quad (1.a)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[W(x_i)] &= \sigma^2(x_i) \\ &= C(W(x_i), W(x_i)) \end{aligned} \quad (1.b)$$

$$\text{Cov}[W(x_i), W(x_j)] = C(W(x_i), W(x_j)) \quad (1.c)$$

で、正規確率変数 $\ln W(x)$ についてはおのおの

$$E[\ln W(x_i)] = m_e(x_i) \quad (2.a)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\ln W(x_i)] &= \sigma_e^2(x_i) \\ &= C_e(W(x_i), W(x_i)) \end{aligned} \quad (2.b)$$

$$\text{Cov}[\ln W(x_i), \ln W(x_j)] = C_e(W(x_i), W(x_j)) \quad (2.c)$$

で表す。ただし、添字 e のついた記号は正規確率変数の、添字 e のつかないのが対数正規確率変数の特性値を意味する。 $m(\cdot), m_e(\cdot)$ は平均値、 $\sigma^2(\cdot), \sigma_e^2(\cdot)$ は分散、 $C(\cdot, \cdot), C_e(\cdot, \cdot)$ は共分散である。

このとき、対数正規確率変数 $W(x)$ と正規確率変数 $\ln W(x)$ の平均値、分散、共分散には次の関係式が成立つ。

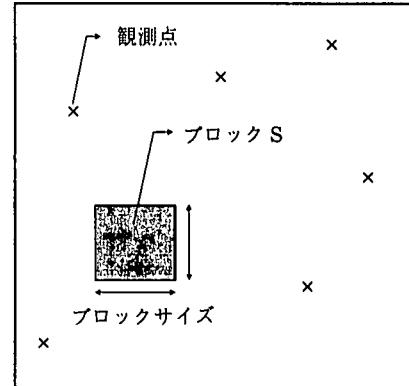


図-1 観測点とブロックの関係

$$m(x_i) = e^{m_e(x_i) + \frac{1}{2}\sigma_e^2(x_i)} \quad (3.a)$$

$$\sigma^2(x_i) = m^2(x_i)(e^{\sigma_e^2(x_i)} - 1) \quad (3.b)$$

$$\begin{aligned} C(W(x_i), W(x_j)) &= m(x_i)m(x_j) \\ &\cdot (e^{C_e(W(x_i), W(x_j))} - 1) \end{aligned} \quad (3.c)$$

(2) ブロックの確率的特性

今、ブロック S における平均的物理量 W_S を S 内の $W(x)$ を用いて次式で定義すると、

$$W_S = \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} W(x) dx \quad (4)$$

2つのブロック S, S' における平均的物理量 $W_S, W'_{S'}$ の関係、すなわち共分散 $C(W_S, W'_{S'})$ は次式で表せる。

$$C(W_S, W'_{S'}) = \frac{1}{|S||S'|} \int_{x \in S} \int_{x' \in S'} \sigma(\overline{xx'}) dx dx' \quad (5)$$

ここで、 x はブロック S 内の、 x' はブロック S' 内の任意の空間位置を示す。また、式(5)右辺の $\sigma(\overline{xx'})$ は $\overline{xx'}$ の距離だけ離れた 2 点 x と x' における物理量の共分散を意味する。

式(3.c)より、対数正規確率場の共分散 $\sigma(\overline{xx'})$ と正規確率場の共分散 $\sigma_e(\overline{xx'})$ は次の関係となる。

$$\sigma(\overline{xx'}) = m(x)m(x')(e^{\sigma_e(\overline{xx'})} - 1) \quad (6)$$

従って、式(5)と式(6)から、

$$\begin{aligned} C(W_S, W'_{S'}) &= \frac{1}{|S||S'|} \int_{x \in S} \int_{x' \in S'} m(x)m(x') \\ &\cdot (e^{\sigma_e(\overline{xx'})} - 1) dx dx' \end{aligned} \quad (7)$$

となり、さらに $\sigma(\overline{xx'})$ の定義から、 $C(W_S, W'_{S'})$ は次式で表せる。

$$\begin{aligned} C(W_S, W'_{S'}) &= \frac{1}{|S||S'|} \int_{x \in S} \int_{x' \in S'} E[(W(x) - m(x)) \\ &\cdot (W(x') - m(x'))] dx dx' \end{aligned} \quad (8)$$

(3) 平均的物理量の推定

ここでは、式(4)に示した W_S の平均的物理量を N 地点の観測データ ($\underline{W}(x_1), \dots, \underline{W}(x_N)$) を用いて推定する問題を考える。なお、下線のついた $\underline{W}(\cdot)$ は観測データ、下線のつかない $W(\cdot)$ は確率変数を意味する。

式(4)の W_S の推定量 \widehat{W}_S に対して、 $\ln \widehat{W}_S$ が N 地点の正規確率変数 $\ln W(x_i)$ ($i = 1 \sim N$) の線形和で表せると仮定する。つまり、 $\ln W(x)$ に関する線形式を設定すれば、推定量 $\ln \widehat{W}_S$ は、観測点における $\ln W(x_i)$ の重み係数 λ_i と未知定数 k を用いると、次式で与えられる。

$$\ln \widehat{W}_S = \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i) + k \quad (9)$$

なお、 $(N+1)$ 個の未知定数が存在するが、これらは 3. で示すように不偏推定と最小誤差分散推定の条件から求められる。

これより、対数正規確率場における推定量 \widehat{W}_S は

$$\widehat{W}_S = \exp \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i) + k \right) \quad (10)$$

となる。ここで、 $\ln W(x_i)$ は正規分布に従うので、 $\sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i) + k$ は正規確率変数となる。

式(9)の両辺の期待値をとると、式(3.a)から、次式が得られる。

$$E[\ln \widehat{W}_S] = \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\ln m(x_i) - \frac{1}{2} \sigma_e^2(x_i) \right) + k \quad (11)$$

一方、 $\ln \widehat{W}_S$ の分散はその定義式から

$$\begin{aligned} Var[\ln \widehat{W}_S] &= E[(\ln \widehat{W}_S - E[\ln \widehat{W}_S])^2] \\ &= E \left[\left\{ \sum_{i=1}^N \lambda_i (\ln W(x_i) - E[\ln W(x_i)]) \right\}^2 \right] \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \end{aligned} \quad (12)$$

で表せる。ただし、式(2.c)より、 $C_e(W(x_i), W(x_j)) = E[(\ln W(x_i) - E[\ln W(x_i)]) (\ln W(x_j) - E[\ln W(x_j)])]$ の関係が成り立っている。

以上より、平均的物理量 W_S の推定量 \widehat{W}_S の期待値は、式(3.a)、式(11)、式(12)の関係を用いると、次式で表せる。

$$\begin{aligned} E[\widehat{W}_S] &= \exp \left(E[\ln \widehat{W}_S] + \frac{1}{2} Var[\ln \widehat{W}_S] \right) \\ &= \exp \left\{ k + \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\ln m(x_i) - \frac{1}{2} \sigma_e^2(x_i) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

ところで、ブロック内の各点の物理量が同一の対数正規分布に従い、無限の変数がブロック内に存在する

と仮定すると、式(4)における積分は無限和あるいは和の極限とみなせることから、中心極限定理により、正規分布に至る。これはブロックが大きいときの議論に相当する。ブロックが小さいと、このような数学上ならびに統計上の仮定は成立しない。このときには本論のような展開が必要である。後述の数値計算例では式(4)の推定量がブロックの大きさによってどのような影響を受けるのか分析している。その結果より、上述した仮定が妥当であるかどうかを数値的な検証によって明らかにする。

3. 最適推定理論式の展開

本章では前章で示した $(N+1)$ 個の未知定数 λ_i ($i = 1 \sim N$) と k の決定法、 W_S の最適推定値と推定誤差分散の理論式を示す。また $|S| \rightarrow 0$ となったときのブロック推定結果の極限値を点推定の理論値と比較することも試みる。

(1) 不偏推定の条件

ブロック S における平均的物理量の不偏性の条件は次式で表せる。

$$\begin{aligned} E[\widehat{W}_S] &= E[W_S] \\ &= \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \end{aligned} \quad (14)$$

一方、上式は、式(13)より、次式のように書き改められる。

$$\begin{aligned} E[\widehat{W}_S - W_S] &= \exp \left\{ \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) \right\} \left[\exp \left\{ k + \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \cdot \ln m(x_i) - \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) \right) \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \right\} - 1 \Big] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

この式が成り立つためには次式を満足する必要がある。

$$\begin{aligned} k &= \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) - \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln m(x_i) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \end{aligned} \quad (16)$$

このとき、式(16)を式(13)に代入すると

$$E[\widehat{W}_S] = \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \quad (17)$$

となり、この場合不偏性が成立する。

式(10)より、物理量 W の平均値、分散、共分散が既知のとき、最適推定量 \widehat{W}_S は、式(16)を用いると、

$$\begin{aligned} \widehat{W}_S = \exp & \left\{ \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) \middle/ \prod_{i=1}^N m(x_i)^{\lambda_i} \right. \\ & + \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) \right. \\ & \left. \left. - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

と表せる。

一方、平均値が未知のときには

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i \ln m(x_i) = \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) \quad (19)$$

あるいは

$$\prod_{i=1}^N m(x_i)^{\lambda_i} = \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \quad (20)$$

が成り立たなければならない。このとき、推定量 \widehat{W}_S は、式(18)より、

$$\begin{aligned} \widehat{W}_S = \exp & \left\{ \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i) \right. \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \left. \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

と表せる。

平均値 $m(x)$ が未知量であっても、式(19)あるいは式(20)の関係式は数学的に成立していなければならない。しかしながら未知の平均値に対してこれらの式を陽に表すことはできない。この点を解決するためには、まず文献16)で示したように平均値を座標変数よりなる既知の空間関数と未知パラメータの関数式で表す。次にそれを用いて式(19)あるいは式(20)の不偏性条件式を未知パラメータを含めない空間関数のみからなる条件式に書き改める。このようにすれば物理的に平均場が正確にわかっていないくとも、推定量を求めることができるようになる。

なお、式(18)、式(21)において観測データが与えられた条件下における最適推定値 \widehat{W}_S は平均値が既知のときは式(22)で、未知のときは式(23)で求められる。

$$\begin{aligned} \underline{W}_S = \exp & \left\{ \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) \middle/ \prod_{i=1}^N m(x_i)^{\lambda_i} \right. \\ & + \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln \underline{W}(x_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) \right. \\ & \left. \left. - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \widehat{W}_S = \exp & \left\{ \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln \underline{W}(x_i) \right. \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \left. \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

(2) 推定誤差分散

平均的物理量の推定値は式(22)または式(23)によつて得られるが、両式中の重み係数 $\lambda_i (i = 1 \sim N)$ は未知量である。この λ_i は最小誤差分散条件から求められる。そこで推定誤差分散の算定式を以下に示す。

平均的物理量の推定誤差分散 $Var[\widehat{W}_S - W_S]$ は次式で表せる。

$$Var[\widehat{W}_S - W_S] = Var(\widehat{W}_S) + Var(W_S) - 2Cov(\widehat{W}_S, W_S) \quad (24)$$

ここに、 $Var(\widehat{W}_S)$ 、 $Var(W_S)$ は \widehat{W}_S 、 W_S の分散、 $Cov(\widehat{W}_S, W_S)$ は \widehat{W}_S と W_S の共分散である。

上式の最小化を図ると、 λ_i が得られる。なお、正規確率場での推定誤差分散 $Var(\ln \widehat{W}_S - \ln W_S)$ を最小にしても λ_i を求めることはできない。それは、文献14)に示した点推定のときと異なり、正規確率場の誤差分散 $Var(\ln \widehat{W}_S - \ln W_S)$ の最小化は対数正規確率場の誤差分散 $Var(\widehat{W}_S - W_S)$ の最小化を保証しないからである。このことは極めて重要な点である。

ブロックの大きさが無限小すなわち $|S| \rightarrow 0$ ならば、 $W_S \rightarrow W(x_0)$ となり、 W_S は地点 x_0 における物理量となるので、完全に対数正規分布に従うことになる。ブロック S 内における対数正規確率変数 $W(x)$ のアンサンブル平均は W_S で表せる。つまり、 $W_S = \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} W(x) dx$ が成立する。しかし、この W_S が対数正規分布に従うことを保証するものではない。ただし、 S が小さいとき(すなわち点推定のとき)、上述のようにこのことは近似的に成立する。ブロック S 内の地点 x における $W(x)$ は対数正規分布に従うが、 S 内の平均的物理量 $W_S (= \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} W(x) dx)$ は必ずしも対数正規確率変数にはならない。このことより、ブロックの大きさは推定量に関する式(10)の仮定に影響を及ぼす。その程度については後述する数値計算例において具体的に示す。

対数正規分布と正規分布の関係(式(6))および式(12)、式(14)から、式(24)の右辺第1項は次式で表せる。

$$\begin{aligned} Var(\widehat{W}_S) & = (E[\widehat{W}_S])^2 (e^{Var(\ln \widehat{W}_S)} - 1) \\ & = \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right)^2 \\ & \cdot \left\{ \exp \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) - 1 \right\} \end{aligned}$$

(25)
一方, W_S の定義式(4) ならびに式(3.c) から, 式(24) の右辺第2項は次式で表せる。

$$\begin{aligned} Var(W_S) &= E[(W_S - E[W_S])^2] \\ &= E\left[\left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} (W(x) - m(x)) dx\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{|S|^2} \int_{x \in S} \int_{x' \in S} m(x)m(x') \\ &\quad \cdot \left(\exp(C_e(W(x), W(x'))) - 1\right) dx dx' \quad (26) \end{aligned}$$

式(24)の右辺第3項は次のようになる。

$$\begin{aligned} Cov(\widehat{W}_S, W_S) &= Cov\left(\exp\left(k + \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i)\right), W_S\right) \\ &= \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} E[\widehat{W}_S] E[W(x)] \\ &\quad \cdot \left(\exp(C_e(\widehat{W}_S, W(x))) - 1\right) dx \\ &= \frac{1}{|S|} \int_{x \in S} E[W_S] E[W(x)] \\ &\quad \cdot \left[\exp\left\{Cov\left(k + \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i), \ln W(x)\right)\right\} - 1\right] dx \\ &= \frac{1}{|S|^2} \int_{x \in S} m(x) dx \int_{x \in S} m(x) \\ &\quad \cdot \left\{\exp\left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x))\right) - 1\right\} dx \quad (27) \end{aligned}$$

ここで、次の関係式を用いている。

$$\begin{aligned} Cov\left(k + \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln W(x_i), \ln W(x)\right) &= E\left[\sum_{i=1}^N \lambda_i (\ln W(x_i) - m_e(x_i)) (\ln W(x) - m_e(x))\right] \\ &= \sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x)). \quad (28) \end{aligned}$$

式(24)～式(27)より、推定誤差分散は次式で表せる。

$$\begin{aligned} Var(\widehat{W}_S - W_S) &= \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx\right)^2 \\ &\quad \cdot \left\{\exp\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j))\right) - 1\right\} \\ &\quad + \frac{1}{|S|^2} \int_{x \in S} \int_{x' \in S} m(x)m(x') \\ &\quad \cdot \left(\exp(C_e(W(x), W(x'))) - 1\right) dx dx' \\ &\quad - \frac{2}{|S|^2} \int_{x \in S} m(x) dx \int_{x \in S} m(x) \end{aligned}$$

$$\cdot \left\{\exp\left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x))\right) - 1\right\} dx \quad (29)$$

(3) 重み係数の決定

a) 平均値が既知のとき

平均値が既知のとき、重み係数 λ_i は式(29)を最小にするように決定すればよい。つまり、

$$Var(\widehat{W}_S - W_S) \rightarrow Min \quad (30)$$

となるように、式(29)を λ_k で偏微分すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} &\int_{x \in S} m(x) dx \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_k), W(x_j)) \\ &\cdot \exp\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j))\right) \\ &- \int_{x \in S} m(x) C_e(W(x_k), W(x)) \\ &\cdot \exp\left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x))\right) dx = 0 \\ &\quad (k = 1 \sim N) \quad (31) \end{aligned}$$

結局、 $\lambda_k (k = 1 \sim N)$ の算定に当たっては、次式の非線形連立方程式を満足するように解けばよい。このためには、後述する数値計算例で採用した反復解法すなわちブレント法のようなライブラリーを利用すればよい。

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_k), W(x_j)) \\ &\cdot \frac{\int_{x \in S} m(x) C_e(W(x_k), W(x))}{\int_{x \in S} m(x) dx} \\ &\cdot \exp\left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x))\right) dx \\ &= \frac{\int_{x \in S} m(x) dx}{\int_{x \in S} m(x) dx} \\ &\cdot \exp\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j))\right) \\ &\quad (k = 1 \sim N) \quad (32) \end{aligned}$$

このとき、最小誤差分散 $\sigma_{W_S}^2$ は、式(32)で求められる重み係数 λ_i を式(29)に代入することによって得ることができる。一方、最適推定値 \widehat{W}_S は、式(32)の λ_i を式(22)に代入すると求めることができる。

b) 平均値が未知のとき

一方、平均値が未知量のときは重み係数 λ_i をどのように算定すればよいのであろうか。このときには、不偏推定の拘束条件(式(19)あるいは式(20))の下で、式(29)を最小にしなければならない。

今、不偏推定条件に関連したラグランジエ乗数を 2μ として、次式の拡張された評価関数 Δ の最小化問題を

考える。

$$\Delta = \text{Var}(\widehat{W}_S - W_S)$$

$$-2\mu \left\{ \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln m(x_i) - \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) \right\} \quad (33)$$

このとき、未知定数 λ_k と μ の算定のためには

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \lambda_k} = 0 \quad (k = 1 \sim N) \quad (34.a)$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \mu} = 0 \quad (34.b)$$

の偏微分を計算する必要がある。前者は次式を満たす。また後者は式(19)あるいは式(20)そのものである。

$$\begin{aligned} & \int_{x \in S} m(x) dx \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_k), W(x_j)) \\ & \cdot \exp \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \\ & - \int_{x \in S} m(x) C_e(W(x_k), W(x)) \\ & \cdot \exp \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x)) \right) dx \\ & - \frac{\mu \ln m(x_k)}{\frac{1}{|S|^2} \int_{x \in S} m(x) dx} = 0 \end{aligned} \quad (k = 1 \sim N) \quad (35)$$

結局、 $\lambda_k (k = 1 \sim N)$ と μ は、次の式をある初期条件のもとで反復的に解いて求めなければならない。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_k), W(x_j)) \\ & \int_{x \in S} m(x) C_e(W(x_k), W(x)) \\ & \cdot \exp \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x)) \right) dx \\ & + \frac{\mu \ln m(x_k)}{\frac{1}{|S|^2} \int_{x \in S} m(x) dx} \\ = & \frac{\int_{x \in S} m(x) dx}{\int_{x \in S} m(x) dx} \\ & \cdot \exp \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \\ & (k = 1 \sim N) \quad (36.a) \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i \ln m(x_i) = \ln \left(\frac{1}{|S|} \int_{x \in S} m(x) dx \right) \quad (36.b)$$

上式から、 $\lambda_i (i = 1 \sim N)$ を求め、それを誤差分散式(式(29))と推定式(式(23))に代入することにより、最小誤差分散 $\sigma_{W_S}^2$ とそれに対応した最適推定値 \widehat{W}_S が得られる。しかし $m(x)$ は未知なので、式(36)のままでは λ_i を求めることができない。このためには文献(16)で示したような工夫が必要になる。ここではその解法を割

愛するが、計算結果をも含めてその詳細については別論文で報告する予定である。

(4) 点推定とブロック推定

本節ではブロック推定と点推定に関する理論式の比較を試みる。点推定の最適条件式については文献(14)、(16)に詳しく述べられている。

最適推定式(式(22)、式(23))、重み係数 λ の決定式(式(32)、式(36))に注目し、 $|S| \rightarrow 0$ にすると、未観測点 x_0 において式(22)、式(23)はおのおの

$$\begin{aligned} \widehat{W}_0 &= \exp \left\{ \ln m(x_0) + \sum_{i=1}^N \lambda_i (\ln \underline{W}(x_i) - \ln m(x_i)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \widehat{W}_0 &= \exp \left\{ \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln \underline{W}(x_i) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \lambda_i \left(\sigma_e^2(x_i) - \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

となる。

一方、 $|S| \rightarrow 0$ のとき、式(32)に $x \rightarrow x_0$ の極限操作を行うと、

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_k), W(x_j)) = C_e(W(x_k), W(x_0)) \quad (k = 1 \sim N) \quad (39)$$

が容易に求められ、同様に極限操作を式(36.b)に適用すると式(40.b)が得られる。式(36.a)の極限は点推定に関するKriging式に相当する。このとき \widehat{W}_S が $\widehat{W}_0 (= \widehat{W}(x_0))$ 、 W_S が $W_0 (= W(x_0))$ に至るため、対数正規確率場の推定誤差分散 $\text{Var}(\widehat{W}_S - W_S)$ は後述の式(41)で表される $\text{Var}(\widehat{W}_0 - W_0)$ となる。未知定数に関するKriging式としては、最小化すべき誤差分散として $\text{Var}(\widehat{W}_0 - W_0)$ よりも正規確率場の誤差分散 $\text{Var}(\ln \widehat{W}_0 - \ln W_0)$ を用いて式(40.b)の拘束条件下で拡張された評価関数を設定し、それを $\lambda_k (k = 1 \sim N)$ 、 μ で偏微分をとると、式(33)を直接用いるよりも簡単に求められる。その詳細については文献(16)に譲るとして、 $|S| \rightarrow 0$ のとき、最終的に式(36)は

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \lambda_j C_e(W(x_k), W(x_j)) \\ & = C_e(W(x_k), W(x_0)) + \mu \ln m(x_k) \end{aligned} \quad (40.a)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \lambda_i \ln m(x_i) = \ln m(x_0) \\ & (k = 1 \sim N) \end{aligned} \quad (40.b)$$

$$(k = 1 \sim N) \quad (40.b)$$

となる。式(39), 式(40)は文献14), 16)で提案された点推定に関する重み係数算定のための基本式と一致している。

一方, $|S| \rightarrow 0$ のときの推定誤差分散は、式(29)より平均値が既知のとき、次のようになる。

$$\begin{aligned} Var(\widehat{W}_0 - W_0) &= m^2(x_0) \left\{ \exp \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) - 1 \right\} \\ &\quad + m^2(x_0) \left(\exp(\sigma_e^2(x_0)) - 1 \right) \\ &\quad - 2m^2(x_0) \left\{ \exp \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x_0)) \right) - 1 \right\} \\ &= m^2(x_0) \left\{ \exp(\sigma_e^2(x_0)) \right. \\ &\quad \left. + \exp \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C_e(W(x_i), W(x_j)) \right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \exp \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i C_e(W(x_i), W(x_0)) \right) \right\} \quad (41) \end{aligned}$$

上式は文献14)における点推定の誤差分散式に対応している。

以上よりわかるように、本論で誘導したブロック推定の理論式においてブロックの大きさ $|S|$ を無限小にすると、最適推定値、推定誤差分散、重み係数は推定領域が点のときの点推定結果と理論的に完全に一致する。

4. 数値計算例および考察

図-2の計算フローに従って数値計算を実施し、本理論式の妥当性を検討する。以下にこのフローの概要を説明する。なお本章では平均値が既知のときの条件付推定問題を取り扱うものとする。

観測データは無条件場の特性値(無条件平均値、無条件共分散)を満足するようにシミュレーションによって得る。このために対数正規確率場において与えられた無条件平均値、無条件共分散を式(3)の関係式を考慮して正規確率場のそれらに変換する。次に、正規確率場の無条件共分散を基にしてコレスキ一分解法¹⁾によって三角行列を求めて独立な標準正規乱数ベクトルにかけ、それを無条件平均値ベクトルに加える。その要素の指標をとることにより、対数正規確率場における観測データを複数地点で作成する(文献14)も参照のこと)。

以上の手続で得られた多地点の相互依存観測データを基に、対象とする未観測ブロックの最適推定値を式(22)で、その推定誤差分散を式(29)で評価する。その際重み係数が必要になるが、重み係数の算定式(式(32))

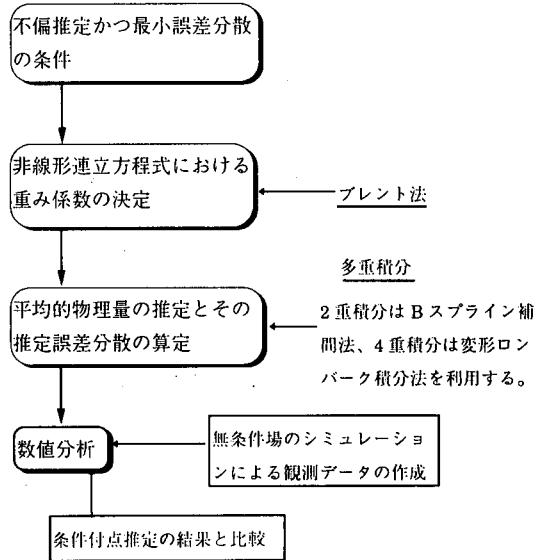


図-2 ブロックにおける平均的物理量の推定フロー

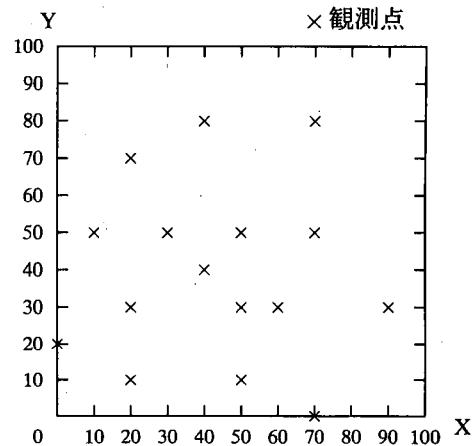


図-3 観測点配置

は非線形連立方程式であるため、ブレント法¹⁷⁾を用いて解く。ブレント法ではある収束条件を満たすまで反復的に計算を繰り返さなければならない。その際重み係数の初期値が必要になる。本研究では初期値としてブロックの中心点における重み係数すなわち式(39)の解を与える。また、式(22)、式(29)の算定においては多重積分が必要になる。本研究では2次元平面上の推定問題を取り扱うため、2重積分にはBスプライン2次元補間法¹⁷⁾を、4重積分には変形ロンバーグ積分法¹⁸⁾を用いた。

表-1 観測データ

NO.	X	Y	観測データ
1	70	0	1.97
2	20	10	4.51
3	50	10	0.90
4	0	20	7.31
5	20	30	1.78
6	50	30	8.13
7	60	30	2.84
8	90	30	2.62
9	40	40	3.08
10	10	50	2.28
11	30	50	4.65
12	50	50	2.46
13	70	50	14.32
14	20	70	2.09
15	40	80	2.96
16	70	80	0.74

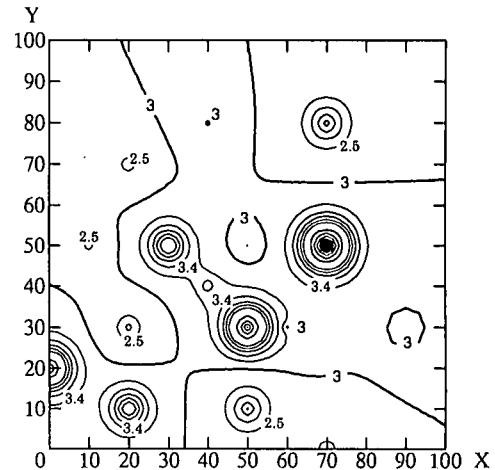


図-4 Point Krigingによる最適推定値

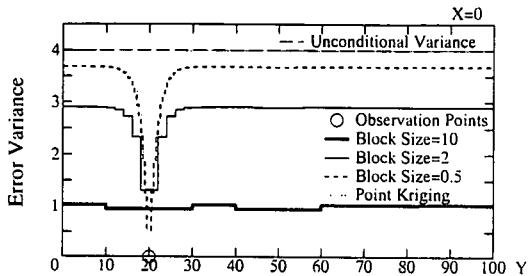
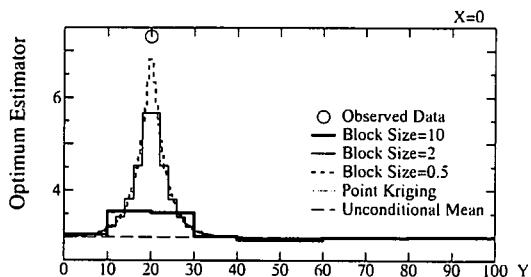


図-5 X=0の線上における推定結果

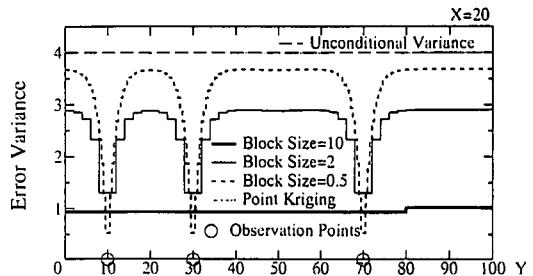
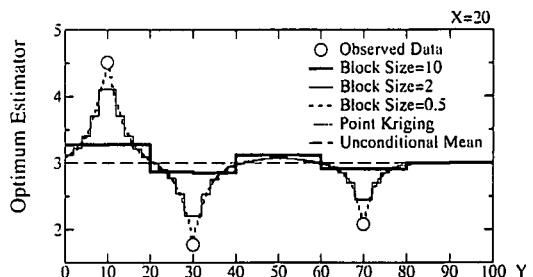


図-6 X=20の線上における推定結果

観測データは図-3に示す16地点で与えた。空間場の平均値は空間位置 $x = (X, Y)$ によらず一定とし、 $m(x) = 3$ とする。分散は $\sigma^2(x) = 4$ 、共分散は $C(W(x_i), W(x_j)) = 4 \exp(-\|x_i - x_j\|/\sqrt{10})$ と仮定した。このような定常確率場における無条件特性の基にシミュレーションによって得た観測データが表-1である。

ブロック推定との比較のため、式(37)、式(39)によっ

て得た点推定(Point Kriging)における最適推定値の空間分布を図-4に示す。図中、図-3の観測点における最適推定値は後述の図-5～図-8で示すように観測データと完全に一致していることが確認できる。観測データの周辺地点では観測データの影響を受けた等高線が描かれている。ブロック推定ではこのような等高線を描くことができないため、X軸、Y軸の任意断面上における最適推定値、推定誤差分散を点推定の結果とともに示

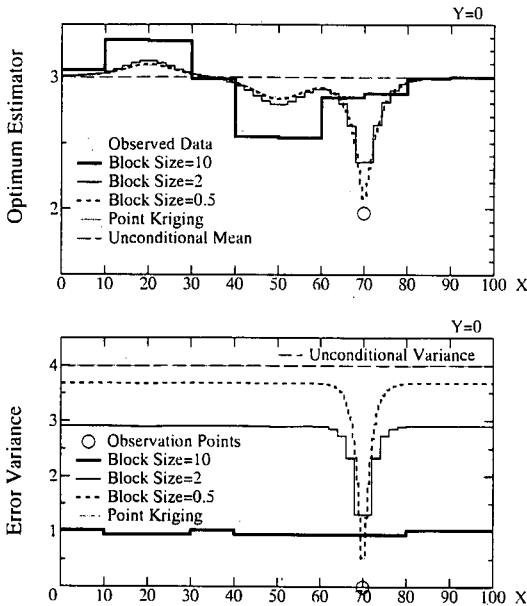


図-7 $Y=0$ の線上における推定結果

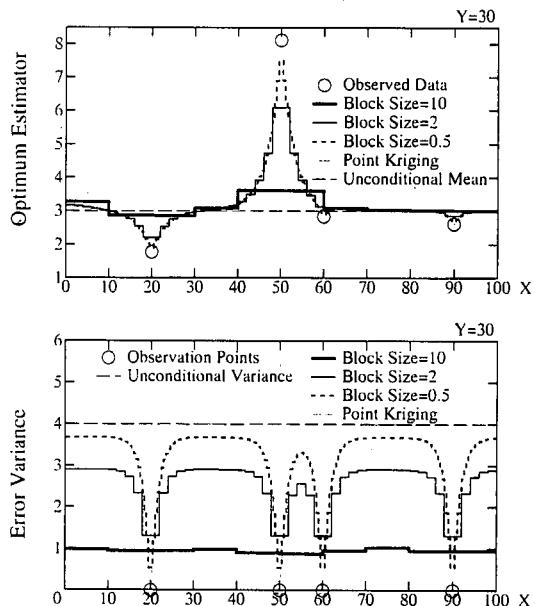


図-8 $Y=30$ の線上における推定結果

す。なお、ここではブロックの形状は正方形とし、一辺の長さが7通り($0.25, 0.5, 1, 2, 4, 5, 10$)のケースを取り扱った。ブロックの大きさの違い、観測点配置の関係により、観測点はブロック境界かブロック内のどちらかに位置する。

図-5は $X=0$ の、図-6は $X=20$ の、図-7は $Y=0$ の、図-8は $Y=30$ の線上における推定結果を示したものである。各図において、上図は最適推定値で、○は観測データである。下図は推定誤差分散、○は観測位置を意味する。なお、図中には無条件平均値の3、無条件分散の4も併記している。

図より、点推定では推定点が観測点に一致すると、推定値は観測データに完全に一致し、従って推定誤差分散が0になっていることがわかる。また観測点から離れた推定点、例えは外挿点では、最適推定値は無条件平均値に、推定誤差分散は無条件分散に漸近している。ブロックが小さいと、この傾向が見られるものの、条件付ブロック推定の結果は条件付点推定の結果と明らかに異なっている。特にその差異は推定誤差分散において顕著である。

ブロックが大きくなるにつれて、最適推定値には観測データが直接的に強く関与せず、ブロック内でかなり平滑化されている。点推定の結果を厳密解と考えると、ブロック推定の最適推定値は観測点周辺の厳密解からかなりかけ離れた値を呈している。従って最適推定値を計算しただけでは正しく推定できているかどうか判断できないことがわかる。この推定精度を定量的

に示す指標が推定誤差分散である。

文献14)で示したように観測点から離れた推定誤差分散は本来無条件分散に対応するはずであるが、ブロック推定の推定誤差分散は無条件分散よりも小さく求められている。この性質を理論的に示すと次のようである。

点推定によると、推定点 x_0 が観測点 x_i ($i = 1 \sim N$)より遠方にあると($\|x_0 - x_i\| \rightarrow \infty$ のとき), x_0 と x_i 点間の共分散が0に近づくため、式(39)の関係を考慮すると、推定誤差分散は式(41)の右辺第1式の第2項すなわち無条件分散が卓越することにより、

$$\text{Var}(\hat{W}_0 - W_0) \doteq m^2(x_0) (\exp(\sigma_e^2(x_0)) - 1) \\ = \sigma^2(x_0) \quad (42)$$

となる。

一方、ブロック推定では $\|x - x_i\| \rightarrow \infty$ ($x \in S$)のとき、式(29)は式(32)を勘案して考えると、近似的に

$$\text{Var}(\hat{W}_S - W_S) \doteq \frac{1}{|S|^2} \int_{x \in S} \int_{x' \in S} m(x)m(x') \\ \cdot (\exp(C_e(W(x), W(x')) - 1) dx dx' \\ = \text{Var}(W_S) \quad (43)$$

で表せる。この項は $|S| \rightarrow 0$ のとき式(42)と一致するようになる。

式(42)と式(43)の比較からわかるように、観測点から離れた遠方場におけるブロックの誤差分散は明らかに点推定の誤差分散と異なり、ブロック S 内で平滑化された量となっている。従ってブロック推定では遠方場

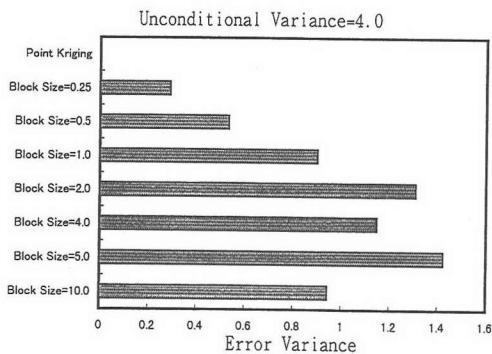
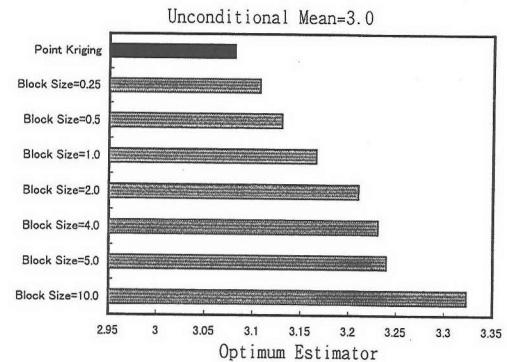
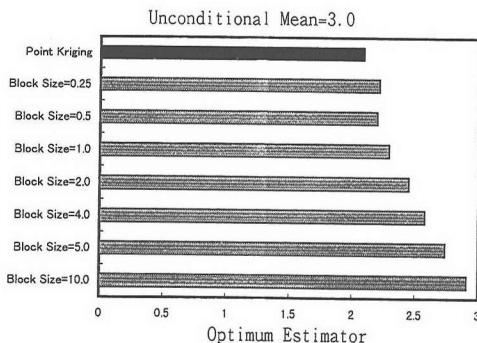


図-9 $X=20, Y=70$ の点とその周辺ブロックにおける最適推定値と推定誤差分散

の推定誤差分散が無条件分散に一致せず、式(43)に示す平均的物理量の分散 $Var(W_S)$ となる。内外挿プロックの推定誤差分散は図-5～図-8よりわかるように、この $Var(W_S)$ に近づくように求められている。この値は無条件分散 $\sigma^2(x_0)$ より小さい。その結果はブロックが大きいほど顕著である。このことは、2.(3), 3.(2) で述べたように、式(4)で示す平均的物理量 W_S が対数確率変数としての挙動を厳密に表さなくなり、平滑化された量になることを意味する。

点推定では推定点と観測点が一致すると、その推定点に対応した観測点の重み係数 λ のみが1で、他観測点のそれは0と厳密に計算される。一方、ブロック推定によると、式(32)よりわかるように、ブロック内の観測点の重み係数は1に、他観測点のそれは0に必ずしもならない。このため式(29)で計算される推定誤差分散は観測点を含むブロックで0にならない。

図-9は $X=20, Y=70$ の点とその周辺ブロックにおける最適推定値と推定誤差分散を比較したものである。ブロックの大きさは7通りを設定した。 $X=20, Y=70$ の周辺には複数のブロックが存在するため、各ブロックで求められた推定結果を平均化して数値を得ている。同様に $X=40, Y=40$ の点とその周辺ブロック、 $X=$

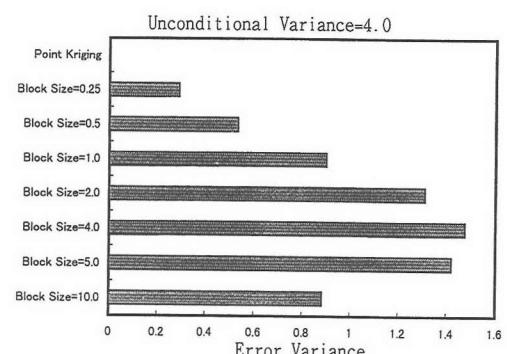


図-10 $X=40, Y=40$ の点とその周辺ブロックにおける最適推定値と推定誤差分散

70, $Y=40$ の点とその周辺ブロックの結果を示したのが図-10、図-11である。図-9、図-10からわかるように、 $X=20, Y=70$ の点、 $X=40, Y=40$ の点は観測点に一致しているため、点推定による最適推定値は観測データに一致し、その推定誤差分散は0になっている。ブロックの大きさが推定結果に与える効果は前述した通りであるが、その感度は周辺の観測データの影響を受けるために異なっている。

$X=70, Y=40$ の点周辺ではブロックが大きくなるにつれて推定誤差分散は小さくなっているが、 $X=20, Y=70$ ならびに $X=40, Y=40$ の周辺におけるそれはブロックが大きくなるにつれて増大してピーク値を示し、さらにブロックが拡大すると逆に推定誤差分散が減少する傾向にある。推定誤差分散は式(29)に示すようにブロック S 内の点 x と観測点 x_i の位置関係のみに依存し、観測データに左右されない。従って、ブロック内の位置 x によっては x と観測点 x_i の共分散が S 内で異なるため、推定誤差分散に寄与する観測点の影響に違いが見られる。ブロックの大きさが推定誤差分散に及ぼす影響の差異となって現われるのはこのためである。

以上より、ブロック推定においてはブロックの大きさ

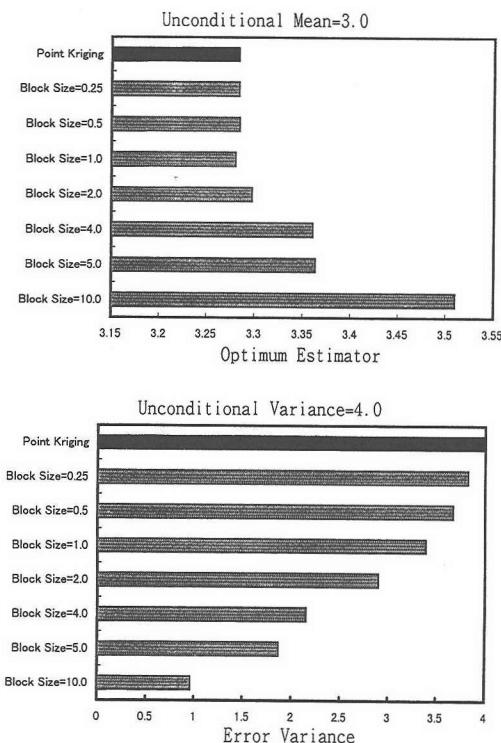


図-11 X=70, Y=40の点とその周辺ブロックにおける最適推定値と推定誤差分散

さが推定結果に及ぼす影響が大きいという新たな知見が得られた。ブロックが大きすぎると、最適推定値、推定誤差分散は正確に評価できない。点推定とブロック推定の違いが理論的かつ数値的に明確になったので、GISなどで活用されているブロック推定においては本論のような理論式を採用すると同時に、ブロックの大きさの決定に当たっては注意深く対処しなければならない。その一つの解決法としては、推定誤差分散に許容値を設定し、この値と式(29)を等値することによって求められるブロックの大きさを採用することが考えられる。

5. 結論

従来空間場の補間に多用されてきたKrigingは、有限個の観測データの条件下で、推定値だけでなく推定誤差分散をも評価できる手法として知られている。推定領域が点である場合、Point Krigingでは、文献14), 15)で示したように、1)推定点が観測点と一致すると、最適推定値は観測データに一致し、推定誤差分散は0になる、2)観測点から離れると、最適推定値、推定誤差分散は無条件平均値、無条件分散に漸近する、3)内挿点の最適推定値は無条件平均値に近づくように補間され

るという特徴を有する。また、誤差分散は推定精度を定量的に表す指標であるので、その値が小さいと、最適推定値は真値に近づく性質がある。

一方、本研究ではある大きさを有する未観測ブロックにおける推定問題(Block Kriging)を取り扱った。具体的には対数正規確率場を対象とし、有限地点の観測データを基にして空間上におけるブロック内の平均的物理量を推定する理論式を提案した。

数值シミュレーションを実施した結果、ブロック推定法では上述したような点推定の特徴を示さないという新たな知見が得られた。ブロックが大きくなるにつれて、最適推定値ならびに推定誤差分散は平滑化され、点推定の特徴が見られなくなる。最適推定値は空間座標によってその大きさに変動が見られるものの、ブロックが大きくなると、推定誤差分散は無条件分散よりもかなり小さくなっているが、かつ平均的物理量の分散値に収束する傾向にある。このことから、推定誤差分散が小さいからと言つて、最適推定値が平均的物理量の真値を表していると考えることはできない。つまり、ブロックが大きくなると、条件付ブロック推定を行うときの推定誤差分散は最適推定値を真に表す指標とはならないと言える。これはブロック内の平均的物理量を厳密に対数正規分布で表せず、平滑化の程度が大きくなるためである。

以上のことから、ある特定の対象範囲をメッシュ分割し、観測データを基にしてブロックの特性値を推定する場合、例えば最大地動、降水量などの地理情報を推定する場合には、ブロックの大きさの決定が推定結果に重大な影響を及ぼすことが明らかになった。

参考文献

- Cressie, N. A. C.: *Statistics for Spatial Data*, Revised Edition, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- Gandin, C. S.: *Objective Analysis of Meteorological Field*, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965.
- Davis, J. C. and McCullagh, M. J.: *Display and Analysis of Spatial Data*, John Wiley & Sons, New York, 1975.
- David, M.: *Geostatistical Ore Reserve Estimation*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1977.
- Journel, A. G. and Huijbregts, C. J.: *Mining Geostatistics*, Academic Press, New York, 1978.
- Ripley, B. D.: *Spatial Statistics*, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- David, M.: *Handbook of Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1988.
- Christakos, G.: *Random Field Models in Earth Sciences*, Academic Press, San Diego, 1992.
- Deutsch, C. V. and Journel, A. G.: *GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide*, Oxford Uni-

- versity Press, New York, 1992.
- 10) 星谷 勝：条件付確率場のシミュレーション理論, 土木学会論文集, No.459/I-22, pp.113-118, 1993年1月.
 - 11) 星谷 勝, 桑名智英：条件付確率場のシミュレーション理論の検証, 土木学会論文集, No.477/I-25, pp.93-96, 1993年10月.
 - 12) Hoshiya, M.: Kriging and conditional simulation of Gaussian field, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.121, No.2, pp.181-186, February 1995.
 - 13) Hoshiya, M. and Yoshida, I.: Identification of conditional stochastic Gaussian field, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.122, No.2, pp.101-108, February 1996.
 - 14) 野田 茂, 星谷 勝:条件付対数正規確率場の同定, 第9回日本地震工学シンポジウム(1994)論文集, Vol.1, pp.247-252, 1994年12月.
 - 15) 星谷 勝, 野田 茂, 稲田 裕:観測情報に基づく条件付非正規確率場の推定理論の誘導, 土木学会論文集, No.570/I-40, pp.83-95, 1997年7月.
 - 16) 野田 茂, 星谷 勝, 塚本博之:対数正規確率場におけるユニバーサル・クリッギング, 第9回日本地震工学シンポジウム(1994)論文集, Vol.1, pp.253-258, 1994年12月.
 - 17) 富士通: FACOM FORTRAN SSL II 使用手引書(科学用サブルーチンライブラリ), 1980年12月.
 - 18) Davis, P. J. and Rabinowitz, P. (森 正武訳):計算機による数値積分法, 日本コンピュータ協会, 1981年2月.

(1998. 4. 17 受付)

BLOCK ESTIMATION OF CONDITIONAL LOGNORMAL STOCHASTIC FIELD

Shigeru NODA, Chika KOIZUMI and Masaru HOSHIYA

The spatial estimation method of the average of the process over a block whose location and geometry are known is proposed in this paper. A theoretical formulation is presented to estimate conditional lognormal stochastic field when observation is made at some discrete points. The optimum estimator and minimized mean-squared estimation error of a block average value are then compared with the results obtained by Point Kriging when an unknown value at a known location is estimated. Numerical examples were carried out to examine the influence of block size on the optimum estimator and estimated error variance. Except for very small block sizes, the results indicate that the Block Kriging is critical method.