土木学会論文集 No. 611／IV-42, 57-68, 1999.1

不完全情報下における状況依存的混雑料金に関する理論的研究

小林潔司[1]・太田勝久[2]・都明植[3]

[1]正会員　工博　京都大学教授　大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
[2]正会員　工修　(株)東海総合研究所　(〒 460-8621 名古屋市中区錦3-20-27)
[3]学生員　工修　京都大学大学院博士課程　土木工学専攻(〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

本研究では不完全情報下におけるネットワーク均衡の効率性が状況依存的な混雑料金により改善できることを示す．状況依存的混雑料金がドライバーの経路選択に先立って事前に課徴されるか，あるいは経路選択の事後において走行実績に基づいて課徴されるかによって異なった経路誘導効果を発揮する．交通情報に不完全性が存在する場合，事後変動料金によりネットワーク均衡の効率性をもっとも改善できることを示すとともに，交通情報の精度を向上させることによりドライバーの厚生状態を改善できることを示す．

Key Words : *state dependent congestion tolls, route navigation, imperfect information*

1．はじめに

Walters[1)]の先駆的な研究以降，混雑料金に関して数多くの研究が蓄積されてきた．その多くは，混雑という外部不経済を内部化し，効率的な道路利用を実現することを目的としている．旅行費用の不確実性を考慮した料金の設定方法や，それが交通需要の水準に及ぼす影響についても分析されている[2),3)]．最近では，混雑の外部不経済がドライバーの経路選択を歪ませる効果が認識され，それを是正するための混雑料金の役割が着目されている[4)]．たとえば，文は確定的ネットワーク均衡モデルにより[5)]，赤松らは確率利用者均衡モデルに基づいて混雑料金を求める方法を提案している[6)]．

一方，混雑料金がネットワークの状況に応じて変化する場合，その情報が事前にドライバーに通知されれば交通情報としての役割を演じる．このような状況依存的な混雑料金の下でのネットワーク均衡に関してはEmmerinkらが体系的な研究を実施した[7)]．また，それとは独立に文等も同様の研究を実施している[8)]が，そこではドライバーの危険回避行動も同時に考慮しており，より一般的な内容となっている．また，太田らは情報の提供のタイミングとドライバーの異質性を考慮したネットワーク均衡モデルを提案している[9)]．

以上の研究はいずれも交通管理者が状況の生起に関して完全情報を有することを前提になされたものである．しかし，現実には交通管理者が各期におこるであろう道路状況を完全には予測できない．したがって，交通管理者がドライバーに提供する交通情報には誤りや予測誤差が含まれる．このような不完全情報の下で状況依存的混雑料金を導入する場合，混雑料金を課徴するタイミングが問題になってくる．交通状況が確定していない事前の段階で混雑料金を課徴するか，交通状況が確定した事後の時点で課徴するかにより，ドライバーの厚生水準は異なるだろう．すでに，安野等[10)]は，交通管理者が提供する交通情報に不確実性が存在する場合における状況依存的混雑料金の設計方法を提案しているが，混雑料金は事前に課徴されることが前提となっている．著者等の知る限り，状況依存的混雑料金の課徴のタイミングや交通情報の精度とドライバーの厚生状態の関係について分析した研究は見あたらない．

以上の問題意識に基づいて，本研究では，交通管理者が事前に把握する交通状況に不確実性が存在する場合における望ましい状況依存的混雑料金のあり方に関して理論的な分析を試みる．さらに，交通情報の不確実性の減少がドライバーの総厚生水準に及ぼす影響について分析することとする．以下，2．で本研究の基本的な考え方を述べ，3．では不確実性下でのネットワーク均衡を，4．では混雑料金の下でのネットワーク均衡を定式化する．5．では各ネットワーク均衡の特性について考察し，6．では数値計算事例を示す．

2．分析の枠組み

(1) 既存の研究概要

情報システムの精度の向上が家計行動に及ぼす影響に関しては，情報の経済学や意思決定理論の分野を中心に，膨大な研究成果が蓄積されている[11)-16)]．伝統

的な意思決定理論においては，個人が直面するリスクは外生的に与えられ，個人行動がリスクを変化させることは考慮してこなかった．そこでは，情報システムは外生的なリスクの生起と相関を持つようなメッセージの集合を意味する．情報精度の高い情報システムは，リスクの生起とより相関の高いメッセージを提供するようなシステムとして定義される．情報経済学の成果によれば，リスクの生起が外生的に与えられる限り，家計の期待効用は必ず増加することが保証される[15]．ネットワーク均衡問題では，天候や交通需要の変化といった外生的なリスクが走行時間の変動をもたらすが，それにとどまらず，外生的リスクがドライバーの経路選択行動を変化させ，結果的に新たな走行時間の変動を引き起こすこととなる．このように，ネットワーク均衡問題においては外生的リスクが新たな内生的リスクを引き起こすため，情報精度の向上が必ずしもネットワーク均衡の効率性の向上をもたらすとは限らない[5]．一方，外生的なリスクが市場均衡に及ぼす影響に関しては，不確実性の経済学の分野で研究の蓄積がある[13)-16]．しかし，ネットワーク均衡においては，通常の市場に見られるような価格メカニズムは存在しない．ネットワークで実現する価格（走行費用）は経路を選択した事後においてはじめて確定する．事前に提供される交通情報は市場価格情報と類似の役割を果たすことが期待される．しかし，生起しうる状況を完全に予測できない場合，交通情報は市場価格のように完全なメッセージをドライバーに提供することはできない．周知のとおり，混雑料金はドライバーの経路利用に伴う外部不経済性を内部化する役割を果たす．また，交通情報は状況の生起に関わる情報をドライバーに伝達する．交通情報が完全であり，ドライバーが走行費用に関する完全な期待を形成すれば交通情報は市場価格と同様の機能を有することになる．しかし，完全情報の提供が困難な場合には，事前になされた選択が結果的に事前の予測とは異なった結果を生み出す可能性がある．事前・事後における最適行動が一致しない場合，事後において現実に生起した状況と対応させて混雑料金を変化させることによりドライバーの厚生状況に変化をもたらす可能性がある．本研究では，このような混雑料金を課徴するタイミングとドライバーの厚生水準について分析することとする．

（2）混雑料金の課徴のタイミング

ドライバーの経路選択に関わる論理的な時間的な順序関係を，1）交通管理者が交通状況を予測する時点（A），2）交通管理者がドライバーに情報を通達する時点（B），3）ドライバーが選択する経路を決定する時点（C），4）利用した経路の走行条件が確定した時点（D）と定義する[17]．課徴すべき混雑料金をドライバーに通知する時点としては，時点B，Dの２つが考えられる．本研究では前者を事前，後者を事後と呼ぶこととする．以下,「混雑料金を課徴する時点」という用語は，交通管理者が徴収すべき混雑料金を確定しそれをドライバーに通知する時点を意味する．事前に混雑料金が課徴される場合，ドライバーが経路選択を行う以前にそのときどきの各経路の混雑料金が提示され，ドライバーは混雑料金を考慮に入れて経路選択を行うこととなる．通知された混雑料金が，そのまま徴収されるのであれば，実際に混雑料金は事後の時点（例えば，月末に一括して決済するなど）で支払われても問題はない．一方，事後に混雑料金が課徴される場合，交通管理者は事前にドライバーに経路の所要時間と混雑料金の関係を表した混雑料金表を通知しておく．経路選択の時点Cでは，ドライバーは課徴される混雑料金の正確な値は知らない．経路を選択した時点Dにおいて，混雑料金がドライバーに通知される．交通管理者とドライバーは混雑料金表と走行実績に関する知識を共有していれば，交通管理者から通知される混雑料金はドライバーが事後に想定する料金と一致する．

（3）交通情報と状況依存的混雑料金

本研究では，交通情報と状況依存的混雑料金を組み合わせたような経路誘導方策について検討する．状況依存的混雑料金システムとは，そのつどの状況の生起状態に対応して徴収する料金を変化させる方式である．交通情報はドライバーが経路選択を行う事前の時点でドライバーに通知される．状況依存的混雑料金システムには，事前の予測結果に基づいて決定された混雑料金を各期ごとにドライバーに事前に通知する方式（A）と，事後に実際に生起した状況を踏まえて混雑料金を課徴する方式（P）が考えられる．以後，方式Aに基づく混雑料金を事前変動料金と，方式Pによる場合を事後変動料金と呼ぶ．事前変動料金を採用する場合，ドライバーが経路選択を行う前に料金情報が通知されるので，料金自体がドライバーの経路選択に直接的な誘因を与える．一方，事後変動料金の場合，事前には交通情報のみが提示される．いま，ドライバーが経路選択を繰り返すことにより，各交通情報の下で実現する事後の走行費用と状況依存的混雑料金の和によって構成される総費用の期待値に関して合理的な期待を形成すると仮定しよう．この時，事後変動料金はドライバーの期待形成を通じて，ドライバーの経路選択行動に間接的な影響を及ぼすことになる．さらに，事後混雑料金は，このような間接効果とは別に交通情報が不完全なために生じた事後の厚生水準の変化を補正する役割も有している．

3．交通情報とネットワーク均衡

（1）問題設定

空間的に離れた２つの地点の間にn本の代替的な経路が存在する場合を考える．２地点間の交通需要はMでありその値は固定されている．各ドライバーは，上記のn本の道路のいずれかを通って目的地へ向かう．本研究では，都市経済学における方法[7),8),18)]に従って，例えば事故生起等の外生的なリスクをL個の離散的な状況により表現し，それぞれの状況の生起と対応して各経路の走行時間関数が変化すると考える（付録I参照）．既存の研究[4),7),8)]と同様に状況lが生じた場合の一般化交通費用（以下，走行費用と呼ぶ）を費用関数$c_i^l(x_i)$ $(i=\cdots,n; l=1,\cdots,L)$を用いて表現する．走行費用は，燃費等の金銭的費用と時間費用で構成される．x_iは経路iの経路交通量であり．費用関数$c_i^l(x_i)$は２階連続微分可能な１価関数であり，閉区間$[0,M]$において以下の条件を満足する．

$$\left.\begin{array}{l} dc_i^l(x_i)/dx_i > 0 \\ d^2c_i^l(x_i)/dx_i^2 \geq 0 \\ 0 < c_i^l(x_i) < \infty \end{array}\right\} \qquad (1)$$

一方，従来の研究では交通管理者は状況の生起に関する完全情報を持つと仮定してきた．しかし，現実には交通管理者がドライバーに不完全な情報を伝達する可能性がある．交通管理者は各経路上で生起している状況lを事前に把握し，各経路の状況に関する情報をメッセージ$e^k \in \omega$ $(k=1,\cdots,K)$として２地点間を移動するドライバーに通知する．ここに，ωはメッセージの集合である．以後，添字kは交通管理者が通知するメッセージの種類を，lは実際に実現する状況を表す．メッセージの数Kと状況の数Lは同一である必要はない．ただし，状況，メッセージは複数個あると仮定し，$L \geq 2, K \geq 2$を仮定する．一般的には交通管理者は状況の状態を詳細にドライバーに通知することは不可能であり$L > K$が成立する．いま，交通管理者があるメッセージe^kを提示したとしよう．通過ドライバーが知り得る情報はe^kのみであり，ドライバーは経路選択の時点で状況lの生起を知ることができない．したがって，各経路の配分交通量はkに依存して決定される．そこで，メッセージe^kの下で実現する経路iの配分交通量をx_i^kと表そう．しかし，交通管理者が不完全な情報しかドライバーに提示できない場合には，同一のe^kに対して複数の状況lが実際に生起する可能性がある．たとえば，メッセージe^kの下で状況l'が生じた時には経路iの走行費用は$c_i^{l'}(x_i^k)$と表せることになる（付録I参照）．ここで，交通管理者が事前にメッセージe^kを通知したにもかかわらず，実際に生じた状況がlとなる確率をπ^{kl}で定義しよう．さらに，ドライバーが事前に受け取るメッセージe^kの生起頻度をp^k $(k=1,\cdots,K)$と，実際に状況lが生起する確率をq^l $(l=1,\cdots,L)$と表そう．この時，これらの確率の間には

$$\begin{array}{ll} \sum_{k=1}^K \pi^{kl}p^k = q^l & \sum_{l=1}^L \pi^{kl} = 1, \\ \sum_{k=1}^K p^k = 1 & \sum_{l=1}^L q^l = 1 \\ (k=1,\cdots,K; l=1,\cdots,L) & \end{array} \qquad (2)$$

が成立する．この時，交通管理者が保有する情報システムΩの特性は$\Omega=(\omega,\boldsymbol{p},\boldsymbol{\pi}:\boldsymbol{q})$で記述できる．ここに，$\boldsymbol{p}=\{p^k: k=1,\cdots,K\}, \boldsymbol{\pi}=\{\pi^{kl}: k=1,\cdots,K; l=1,\cdots,L\}, \boldsymbol{q}=\{q^l: l=1,\cdots,L\}$はそれぞれメッセージの生起頻度ベクトル，推移確率行列，状態の生起確率ベクトルである．情報システムΩの特性は交通管理者，ドライバーの両者にとって共有情報であると仮定する．いま，任意の事前メッセージe^kに対して事後に状況lが等確率$\pi^{kl}=1/L$で生起する場合を考えよう．この時，メッセージe^kは事後の状況に関する何等の情報も伝達せず，情報が通知されなかった場合と本質的には変わらない．一方，メッセージ数と状況の数が一致し，個々のメッセージe^kのそれぞれが，互いに排他的な状況l'と１対１に対応する場合（推移確率が$\pi^{kl'}=1, \pi^{kl''}=0$ $(l' \neq l'')$となる場合），交通管理者はドライバーに完全情報を提示していることに他ならない．このように無情報，完全情報の場合も，推移確率π^{kl}を導入することにより，その特殊ケースとして表現することが可能となる．

（2）ネットワーク均衡(問題N)

交通管理者がドライバーにメッセージのみを提示する場合を考える．ドライバーは各瞬間における状況の生起について正確な情報を持たないが，経験を通じて事後に各状況が生起する条件付き確率，及び各状況が生じた時に実現する経路の走行費用を知っていると仮定する．いま，交通管理者がメッセージe^kを提示した場合を考えよう．メッセージe^kが提示された時に，実際に状況lが生起する確率がπ^{kl}で表されることに着目しよう．ドライバーは事前にはメッセージe^kのみを獲得するので，経路iの交通量はkのみに依存する．したがって，事後的に状況lが生起した時に，経路iに交通量x_i^kが通過した場合の走行費用は$c_i^l(x_i^k)$で表される．したがって，メッセージe^kが提供された時，ドライバーが想定する各経路の条件付き期待効用は

$$E^k[U(c_i^l(x_i^k))] = \sum_{l=1}^{L} \pi^{kl} U(c_i^l(x_i^k)) \qquad (3)$$

と表せる．ここに，期待値オペレーション$E^k[\cdot]$は事前のメッセージe^kの下での事後の状況lの生起に関する推移確率π^{kl}に関する期待値操作を表す．また，$U(\cdot)$はc_i^lに依存する基数的効用関数であり，

$$U_i^{l\prime} < 0,\ U_i^{l\prime\prime} \leq 0 \qquad (4)$$

を満足する．$U_i^{l\prime} = dU/dc_i^l, U_i^{l\prime\prime} = d^2U/dc_i^{l2}$であり，$U_i^{l\prime\prime} \leq 0$はドライバーが危険回避的（等号の時は危険中立的）であることを意味する．ドライバーはメッセージを獲得することができるため，メッセージのそれぞれに対してネットワーク均衡が成立する．ドライバーが同質であると仮定すると，ネットワーク均衡において

$$E^k[U(c_i^l(x_i^k))] = EU^{k^*}, \quad if \quad x_i^k > 0 \tag{5a}$$

$$E^k[U(c_i^l(x_i^k))] \leq EU^{k^*}, \quad if \quad x_i^k = 0 \tag{5b}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^k = M, \quad x_i^k \geq 0 \tag{5c}$$

$$(i = 1, \cdots, n; k = 1, \cdots, K)$$

が成立する．ここに，EU^{k^*}は均衡効用水準であり，各メッセージe^kの下で等期待効用配分が成立する．情報提供下で達成される総期待効用を次式で表わす．

$$V_N = M \sum_{k=1}^K p^k EU^{k^*} \tag{6}$$

4．状況依存的混雑料金とネットワーク均衡

（1）状況依存的混雑料金のゼロ収支制約

伝統的な混雑税に関する議論では，混雑に伴う社会的費用を含めた限界費用価格形成原理に基づいて混雑税の水準が設定される．この方法によれば，道路利用の効率化を達成できるが，混雑税を徴収することによりドライバーの総厚生水準は従前の水準より低下する．混雑税の徴収によるドライバーの厚生の低下は，混雑税収入を道路容量拡幅等の財源に充当されることにより相殺されると考える．これに対して，本研究で議論しようとする状況依存的混雑料金は，文等[5]と同様に，ネットワーク利用の効率性改善を目的として決定され，個々の道路における望ましい需給水準を達成することを目指すものではない．モデルの前提条件よりOD交通量は固定されており，経路別の状況依存的混雑料金は経路誘導効果のみを持ちうる．各種の状況依存的な混雑料金システムの経路誘導効果に焦点をあてるために，状況依存的な混雑料金の収入全額が負の定額税としてドライバーに全額還付されるとする．すなわち，ドライバーが負担する状況依存的混雑料金は経路誘導のために課徴される料金とドライバーに還付される負の定額税の合計金額として定義される．そこで，状況依存的混雑料金のゼロ収支制約の下でドライバーの総厚生水準を向上することができるような望ましい状況依存的混雑料金体系を求める問題を考えることとする．なお，状況依存的混雑料金のゼロ収支制約はあくまでも分析結果の見通しを良くするための便宜的な仮定であり，状況依存的混雑料金収入のバランスが（例えば，道路施設の償還額と等しくなるような）正の値をとると仮定しても問題の本質的な構造は変化しない．

（2）事前変動料金の場合（問題A）

混雑料金が状況の生起状態に応じて変化し，それが事前にドライバーに通知されるような事前変動料金を考えよう．このような事前変動料金が経路選択に先だってドライバーに通知されれば，状況依存的混雑料金が交通管理者が予測する交通状態をドライバーに伝達するという交通情報としての役割を果たす[19]．交通管理者が日々の交通状況を予測し，ドライバーに通知するメッセージe^kと対応した最適な混雑料金をドライバーに事前に通知する場合を考える．ドライバーは各経路で課徴される混雑料金を知った上で経路を選択する．経路iでメッセージe^kが提示される時に徴収される事前変動料金をτ_i^kとしよう．交通管理者が解く問題Aは

$$\max_{x_i^k, \tau_i^k, U^k, s_i^k} \{\sum_{k=1}^K p^k U^k\} \tag{7a}$$

$$\text{s.t.} \ E^k[U(c_i^l(x_i^k) + \tau_i^k)] - U^k + s_i^k = 0 \tag{7b}$$

$$s_i^k x_i^k = 0 \tag{7c}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K p^k \tau_i^k x_i^k = 0 \tag{7d}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^k = M, \tag{7e}$$

$$x_i^k \geq 0, \ s_i^k \geq 0 \ (i = 1, \cdots, n; k = 1, \cdots, K) \tag{7f}$$

と表せる．ただし，τ_i^kには非負制約がない．式(7b)において，U^kは状況kが事前に通知された時の均衡期待効用を表す．$s_i^k \geq 0$はスラック変数であり，式(7c)より$x_i^k > 0$の時，$s_i^k = 0$が成立する．この時，式(7b)は状況kの下で$x_i^k > 0$となる経路において等期待効用配分が達成されていることを示している．$s_i^k > 0$の場合には$E^k[U(c_i^l(x_i^k) + \tau_i^k)] < U^k$が成立し$x_i^k = 0$となる．すなわち，式(7b),(7c)及び(7f)は事前料金τ_i^kの下でのネットワーク均衡を表現している．式(7d)はゼロ収支条件を，式(7e)はOD交通量制約を表している．問題Aは相補制約(7c)を含み非凸計画問題となっている．以下，最適解が存在することを仮定して議論を進める．最適解は式(7b)-(7f)及び1階の最適性の必要条件

$$\bar{\lambda}_i^k E^k[U_i^{kl\prime} c_i^{kl\prime}] + \bar{\eta}_i^k s_i^k - \bar{\mu} p^k \tau_i^k - \bar{\xi}^k = 0$$
$$(if \ x_i^k > 0) \tag{8a}$$

$$\bar{\lambda}_i^k E^k[U_i^{kl\prime} c_i^{kl\prime}] + \bar{\eta}_i^k s_i^k - \bar{\mu} p^k \tau_i^k - \bar{\xi}^k \leq 0$$
$$(if \ x_i^k = 0) \tag{8b}$$

$$\bar{\lambda}_i^k E^k[U_i^{kl\prime}] - \bar{\mu} p^k x_i^k = 0 \tag{8c}$$

$$\bar{\lambda}_i^k - \bar{\eta}_i^k x_i^k = 0 \tag{8d}$$

$$p^k - \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i^k = 0 \tag{8e}$$

$$(i=1,\cdots,n;k=1,\cdots,K)$$

を満足する．ただし，$\bar{\lambda}_i^k, \bar{\eta}_i^k, \bar{\mu}, \bar{\xi}^k$はそれぞれ式(7b), (7c), (7d), (7e) に対応するラグランジュ乗数である．式(7c), (8a), (8c) より次式を得る．式(7c) より$x_i^k>0$の時，$s_i^k=0$が成立する．したがって，式(8a) において$\bar{\eta}_i^k s_i^k=0$が成立する．ここで，最適経路配分を$x_i^{k\circ}$と表す．この時，$x_i^{k\circ}>0$となる経路において事前変動料金は次式で表される．

$$\tau_i^k=\frac{E^k[U_i^{kl\prime}c_i^{kl\prime}]}{E^k[U_i^{kl\prime}]}x_i^{k\circ}-\frac{\bar{\xi}^k}{\bar{\mu}p^k} \tag{9}$$

ただし，$E^k[U_i^{kl\prime}c_i^{kl\prime}]=\sum_{l=1}^L \pi^{kl}(\partial U/\partial c_i^l(x_i^{k\circ}))\ (\partial c_i^l(x_i^{k\circ})\ /\partial x_i^{k\circ})$，$E^k[U_i^{kl\prime}]=\sum_{l=1}^L \pi^{kl}(\partial U\ /\partial c_i^l(x_i^{k\circ}))$である．なお，$x_i^{k\circ}=0$となる経路では$\tau_i^k$は条件(8b) を満足する範囲の中で任意の値をとれるが，ここでは$\tau_i^k=0$を仮定する．この時，ドライバーが危険中立的な場合を除いて事前変動料金は問題Aの最適交通量配分に対して一意的に決定される（付録II参照）．危険中立的な場合には，同一の目的関数の水準を達成するような最適均衡水準$U^{k\circ}$が複数個存し，事後変動料金は一意的に決定できない（付録II参照）．事前変動料金は各メッセージの下での各経路の期待限界社会的費用から各メッセージに対応した定数項を差し引いた値になる．期待限界走行費用$E^k[U_i^{kl\prime}c_i^{kl\prime}]/E^k[U_i^{kl\prime}]$，利用交通量$x_i^{k\circ}$の大きい経路では1単位当たりの交通量増加がもたらす社会的費用の限界的な増加が大きく，混雑料金も相対的に大きな値をとる．このような経路に交通が誘導されると社会的費用がより増加するため，混雑料金により当該経路の利用コストを大きくし当該経路の利用者数を抑制することが必要となる．仮定より$U_i^{kl\prime}<0$が成立することに留意すれば，式(8c), (8e) より$\bar{\lambda}_i^k\geq 0$, $\bar{\mu}\leq 0$が成立する．一方，$\bar{\xi}^k$の符号は確定しない．$\bar{\xi}^k>0$の場合には事前変動料金は式(9) の右辺第1項より大きくなる．一般には，交通需要が増加すれば期待均衡効用は減少するため$\bar{\xi}^k<0$が成立する．この場合には，事前変動料金は同式の右辺第1項より小さくなる．また，$\bar{\xi}^k$の絶対値が大きくなれば，あるいは$\bar{\mu}$の絶対値が小さくなれば，定数項$\bar{\xi}^k/\bar{\mu}p^k$は大きくなり，事前変動料金は小さくなる．このように事前変動料金は社会的費用を内部化する料金と状況に応じて料金を変化させる変動料金を組み合わせており，状況・経路を通じた内部補助によりドライバーの総厚生水準を改善する仕組みになっている．ドライバーの総期待効用は次式で表せる．

$$V_A=M\cdot\sum_{k=1}^K p^k U^{k\circ} \tag{10}$$

（3）事後変動料金の場合（問題P）

事前変動料金では，交通管理者が事前に予測した結果に基づいてドライバーに課徴すべき状況依存的混雑料金を通知する．交通管理者が常に完全情報を提供できる場合，事前変動料金によりドライバーの望ましい経路誘導を達成することができる．しかし，交通管理者の予測結果に誤りが含まれる可能性がある場合，事前料金による経路誘導が事後においても常に望ましい状況をもたらすとは限らない．このように交通情報が不完全となる場合，事前には交通状況に関するメッセージのみを通知し，現実に生起した状況に基づいて混雑料金を事後に課徴するという方法も考えられる．状況依存的混雑料金のゼロ収支制約の下で，事後的な状況依存的混雑料金によりドライバーの総期待効用を最大にするような分権的ネットワーク均衡を求める問題を定式化する．交通管理者が解くべき問題Pは

$$\max_{x_i^k,\tau_i^{kl},\overline{U}^k,s_i^k}\{\sum_{k=1}^K p^k\overline{U}^k\} \tag{11a}$$

$$\text{s.t. } E^k[U(c_i^l(x_i^k)+\tau_i^{kl})]-\overline{U}^k+s_i^k=0 \tag{11b}$$

$$s_i^k x_i^k=0 \tag{11c}$$

$$\sum_{i=1}^n\sum_{k=1}^K p^k E^k[\tau_i^{kl}]x_i^k=0 \tag{11d}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^k=M, \tag{11e}$$

$$x_i^k\geq 0,\ s_i^k\geq 0 \tag{11f}$$

$$(i=1,\cdots,n;k=1,\cdots,K;l=1,\cdots,L)$$

となる．ただし，$\overline{U}^k$は事前に状況kが通知された時の均衡期待効用，$E^k[\tau_i^{kl}]=\sum_{l=1}^L\pi^{kl}\tau_i^{kl}$である．問題$P$も非凸計画問題である．最適解は条件(11b)-(11f) 及び

$$\bar{\lambda}_i^k E^k[U_i^{kl\prime}c_i^{kl\prime}]+\bar{\eta}_i^k s_i^k-\bar{\mu}p^k E^k[\tau_i^{kl}]-\bar{\xi}^k=0$$
$$(if\ x_i^k>0) \tag{12a}$$

$$\bar{\lambda}_i^k E^k[U_i^{kl\prime}c_i^{kl\prime}]+\bar{\eta}_i^k s_i^k-\bar{\mu}p^k E^k[\tau_i^{kl}]-\bar{\xi}^k\leq 0$$
$$(if\ x_i^k=0) \tag{12b}$$

$$\bar{\lambda}_i^k U_i^{kl\prime}-\bar{\mu}p^k x_i^k=0 \tag{12c}$$

$$\bar{\lambda}_i^k-\bar{\eta}_i^k x_i^k=0 \tag{12d}$$

$$p^k-\sum_{i=1}^n\bar{\lambda}_i^k=0 \tag{12e}$$

$$(i=1,\cdots,n;k=1,\cdots,K;l=1,\cdots,L)$$

を満足する．最適経路配分$x_i^{k\circ\circ}$において$x_i^{k\circ\circ}>0$となる経路では，事後変動料金は

$$E^k[\tau_i^{kl}]=E^k[U_i^{kl\prime}c_i^{kl\prime}]x_i^{k\circ\circ}-\frac{\bar{\xi}^k}{\bar{\mu}p^k} \tag{13}$$

$$U_i^{kl\prime}=\bar{\mu}M \tag{14}$$

を満足する．各メッセージごとに経路の平均的な混雑料金の水準は式(13) により決定されるが，個別の状況ごとの料金は式(14) を満足するように設定される．式(14) より，危険回避型選好の場合，最適解においてU_i^{kl}は$x_i^{k\circ\circ}>0$となる任意の経路と任意のk,lに関して一

定となる．効用関数Uが$c_i^l(x_i^k)+\tau_i^{kl}$に関して単調減少関数であり，均衡効用水準はkに依存せず一定値$\overline{U}^{\circ\circ}$をとる．この時，$x_i^{k\circ\circ}>0$，及び$x_{\bar{i}}^{\bar{k}\circ\circ}>0$となる任意の経路，メッセージ，状況の組$(i,k,l)$と$(\bar{i},\bar{k},\bar{l})$に対して

$$\tau_i^{kl} \geq \tau_{\bar{i}}^{\bar{k}\bar{l}} \quad \text{if} \quad c_i^l(x_i^{k\circ\circ}) \leq c_{\bar{i}}^{\bar{l}}(x_{\bar{i}}^{\bar{k}\circ\circ}) \qquad (15)$$

が成立する．各経路において事後の走行費用が大きくなる場合ほど，混雑料金は相対的に小さくなるという単調関係が成立する．換言すれば，事前に通知されるメッセージの如何に関わらず，経路選択の事後において走行費用がより大きくなれば，より多くの混雑料金の減免措置がとられる．ドライバーには各経路ごとの走行費用の実績値と混雑料金の対応表（料金表）を事前に示しておけばいい．このような料金表は，事前に通知されるメッセージに応じて修正される必要はなく，単一の料金表で十分である．事後料金設計問題は，与件となる情報システムの精度を考慮しながら，走行費用が大きくなる程，状況依存的混雑料金が低くなるという単調関係を持つような単一の料金表を設計する問題に帰着する．事後変動料金が課徴された場合，任意のkに対して$x_i^{k\circ\circ}>0$となるすべての経路で

$$E^k[c_i^l(x_i^{k\circ\circ})]+E^k[c_i^{kl\prime}]x_i^{k\circ\circ}-F^{\circ\circ}-\frac{\bar{\xi}}{\bar{\mu}}=0 \qquad (16)$$

が成立する．ただし，$F^{\circ\circ}=U^{-1}(\overline{U}^{\circ\circ})$，$\overline{U}^{\circ\circ}(=\overline{U}^k)$ $(k=1,\cdots,K)$は最適均衡効用水準である．式(16)の第1項は経路iを利用するドライバーの期待私的費用，第2項は期待限界外部費用，第3項・第4項は定数であり，式(16)はすべてのメッセージと利用経路の間に期待社会的限界費用の均等化が達成されることを示している．総期待効用は次式で表される．

$$V_P=M\overline{U}^{\circ\circ} \qquad (17)$$

ここで，$x_i^{k\circ\circ}=0$となる経路において$\tau_i^{kl}=0$を仮定すれば，ドライバーが危険中立的な場合を除いて事後料金は一意的に決定される．なお，以上の議論は危険回避的な選好を対象として導かれたものである．危険中立的な場合には，最適解の一意性は保証されず，均衡効用$\overline{U}^k$はメッセージe^kによって異なった値をとりうる．したがって，式(16)が成立しない混雑料金も最適解となりうる．このように最適な混雑料金表は一意的に決定できないが，式(16)が成立する事後料金は最適解の集合の中に含まれることが保証される（付録II参照）．

5．情報精度とネットワーク均衡の効率性

（1）ネットワーク均衡の厚生比較

不確実な条件下における経路配分は1）情報の不確実性，2）混雑という外部不経済性，という2種類の要因が存在するため効率的な配分結果が達成できない．交通情報の提供は，情報の不確実性に起因する非効率性を解消するが，混雑という外部不経済性に関しては完全には解消できない．一方，混雑料金は混雑という外部不経済により生じる非効率性を減少させる．さらに，交通情報が不完全な場合には，状況依存的混雑料金を事後的に課徴することにより，予測誤差に伴う非効率性を減少させることができる．そこで，本研究で提案した各種の状況依存的混雑料金を用いて達成されるドライバーの総厚生水準を比較してみよう．情報システムΩの下で達成される問題N，A，Pの総厚生水準をそれぞれV_N, V_A, V_Pと表す．この時，以下の命題が成立する（付録II参照）．

[命題1] ある情報システムΩと条件(1)を満足する任意の走行時間関数，条件(4)を満足する任意の効用関数に関して，ネットワーク均衡における総厚生水準の間に$V_P \geq V_A \geq V_N$が成立する．ドライバーが危険中立的な場合には$V_P=V_A \geq V_N$が成立する．

事前変動料金を導入することによりドライバーの総厚生水準は交通情報のみが提供された場合よりも必ず改善される．さらに，事前変動料金より事後変動料金の方が必ずドライバーの総厚生水準を改善する．命題1では，走行時間関数及び効用関数の形式に関して，それぞれ式(1)，(4)を仮定しているだけであり，一般的な内容になっている．また，以上の命題は，任意の推移確率π^{kl}を仮定しており，交通情報の精度の如何に関わらず成立している．前述したように，情報が提供されない場合，完全情報が提供される場合も本モデルの枠組みの中に特殊ケースとして含まれている．したがって，命題1は無情報・完全情報が提供される場合にも成立する．なお，ドライバーが危険中立的な場合には，事前変動料金，事後変動料金はともに無差別となり，どちらの方法を採用しても総厚生水準は一致する．

（2）情報システムの精度の定義

交通情報システム導入の背景には，交通情報の提供によりドライバーの総厚生水準が改善されるという社会的期待が存在する．しかし，小林等[17]はドライバーに完全情報を提供しても，必ずしもドライバーの総厚生水準の改善をもたらすとは限らないことを示した．しかし，状況依存的混雑料金を併用することにより，完全情報の提供の下でドライバーの総厚生水準は必ず改善されることが保証される．以下では，情報システムの性能の向上に伴って変動料金を併用することにより，ドライバーの総厚生水準は必ず改善されることを示す．いま，2つの情報システム$\Omega=(\omega,p,\pi:q)$と$\hat{\Omega}=(\hat{\omega},\hat{p},\hat{\pi}:q)$が与えられたとしよう．2つの情報システムは状態の生起確率qを共有している．2つの情報システムが提供

するメッセージの数をそれぞれ$K, \hat{K}$と表す．Kと同様に$\hat{K} \geq 2$を仮定する．事後に状況lが生起した時に，情報システムΩがメッセージe^k $(k = 1, \cdots, K)$を事前に提供していた尤度ν^{lk} $(l = 1, \cdots, L; k = 1, \cdots, K)$を

$$\nu^{lk} = \frac{p^k \pi^{kl}}{\sum_{j=1}^{K} p^j \pi^{jl}} = \frac{p^k \pi^{kl}}{q^l} \tag{18}$$

により定義しよう．また，情報システム$\hat{\Omega}$に対しても尤度$\hat{\nu}^{l\hat{k}}$ $(l = 1, \cdots, L; \hat{k} = 1, \cdots, \hat{K})$を定義する．この時，Blackwellの定理[20]に基づいて，2つの情報システムΩ, $\hat{\Omega}$の間に以下の半順序関係を定義する[15]．

[定義]　情報システムΩ, $\hat{\Omega}$の尤度行列の間に，

$$\hat{\boldsymbol{\nu}} \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{\nu} \tag{19}$$

が成立する場合，情報システム$\hat{\Omega}$は情報システムΩより「情報的(informative)」である．

ただし，$\hat{\boldsymbol{\nu}} = \{\hat{\nu}^{l\hat{k}} : l = 1, \cdots, L; \hat{k} = 1, \cdots, \hat{K}\}, \boldsymbol{\nu} = \{\nu^{lk} : l = 1, \cdots, L; k = 1, \cdots, K\}$は，それぞれ$(L \times \hat{K})$, $(L \times K)$次元の尤度行列，$\boldsymbol{Q} = \{Q^{\hat{k}k} : \hat{k} = 1, \cdots, \hat{K}; k = 1, \cdots, K\}$は$(\hat{K} \times K)$次元の非負行列であり，$(\hat{k}, k)$要素は情報システム$\hat{\Omega}$がメッセージ$\hat{e}^{\hat{k}}$を提供した時に，情報システム$\Omega$がメッセージ$e^k$を提供する確率を表す．ただし，$\sum_{k=1}^{K} Q^{\hat{k}k} = 1$が成立する．式(19)を要素表記すれば次式のようになる．

$$\nu^{lk} = \sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}} \hat{\nu}^{l\hat{k}} Q^{\hat{k}k} \tag{20}$$

式(19)が成立する場合，情報システムΩの方が同一の状況lに対して，それぞれのメッセージが生起していた尤度がより分散化される．情報システムΩがメッセージe^kを提供した時に，情報システムがメッセージ$\hat{e}^{\hat{k}}$を提供する確率$R^{k\hat{k}}$は

$$R^{k\hat{k}} = \frac{Q^{\hat{k}k} \hat{p}^{\hat{k}}}{\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}} Q^{\hat{k}k} \hat{p}^{\hat{k}}} = \frac{Q^{\hat{k}k} \hat{p}^{\hat{k}}}{p^k} \tag{21}$$

と表される．$R^{k\hat{k}}$の定義より$\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}} R^{k\hat{k}} = 1$が成立することは明らかである．この時，各情報システムがメッセージを提供する確率$p^k, \hat{p}^{\hat{k}}$の間に

$$\sum_{k=1}^{K} R^{k\hat{k}} p^k = \hat{p}^{\hat{k}} \tag{22}$$

が成立する．式(19)は任意の情報システムの間の半順序関係であり，これにより任意の情報システムを1次元的に序列化できるわけではない．なお，L次元の無情報システムでは尤度行列$\boldsymbol{\nu}_0$の要素がすべて$\nu^{lk} = 1/L$となる．一方，完全情報システムの尤度行列$\boldsymbol{\nu}$はkの番号をlと対応するように配置すればL次元の単位行列となり，完全情報システムよりinformativeな情報システムは存在しない．

（3）情報精度と総厚生水準の関係

いま，ある情報システムΩと，それよりinformativeな任意の情報システム$\hat{\Omega}$を考える．2つの情報システムの尤度行列の間に式(19)が成立する．式(20)が成立することに着目すれば，情報システムΩの方が情報システム$\hat{\Omega}$より同一の状況lに対して，それぞれのメッセージが生起していた尤度がより分散される．言い換えれば，情報システム$\hat{\Omega}$の方が，事後の状況lの生起に関してより相関の高いメッセージを提供することになる．この意味で，情報システム$\hat{\Omega}$の方が，より精度の高い情報を提供する．ドライバーが事後の状況の生起に関してより相関の高いメッセージを事前に受け取ることができれば，ドライバーはより合理的な経路選択ができる可能性があるように思われる．以下では，このような予想が成立するかどうかを検討してみよう．

情報システムΩの下で達成される問題N，A，Pの総厚生水準をそれぞれV_N, V_A, V_Pと，$\hat{\Omega}$の下で実現する総厚生水準を$\hat{V}_N, \hat{V}_A, \hat{V}_P$と表そう．伝統的な情報の経済学では，外生的なリスクの生起に関する情報の価値を議論しており，情報の提供は必ず正の価値を生むことが保証される[15]．しかし，ネットワーク均衡の場合，2．（1）で述べたように情報提供により新しいリスクが内生的に生起するため，情報提供によりドライバーの総厚生水準が必ず改善するとは限らない．しかし，ゼロ収支変動料金を併用することにより，ドライバーの厚生水準は必ず向上することが保証される．以上のことを命題としてとりまとめよう（付録II参照）．

[命題2] 交通情報システムがよりinformativeになることが常にドライバーの総厚生水準を改善できるとは限らない．しかし，走行時間関数が条件(1)，効用関数が条件(4)を満足する場合，情報システムがinformativeになれば，ゼロ収支変動料金を併用することによりドライバーの厚生水準は必ず向上する．すなわち，$\hat{V}_A \geq V_A, \hat{V}_P \geq V_P$が成立する．

この命題の前半部分が成立することは，6．で数値事例により示すこととする．残念ながら，情報精度の向上は必ずしもドライバーの総厚生水準の増加をもたらすとは限らない．これは上述の期待とは矛盾するものである．しかし，完全情報が提供された場合でも，ドライバーの合理的な経路選択の結果実現する等効用配分で達成されるドライバーの総厚生水準が総効用最大化配分で達成される総厚生水準に一致するとは限らない．このことを考えれば，以上の結論はそれほど不思議なことではない．情報精度の向上はドライバーの経路選択における不確実性を軽減するが，依然として個人の自由な経路選択が原因となって生じる外部不経済の問題は解決しない．効率的な経路配分を実現するためには，混雑料金の導入が不可欠である．一方，命題の

後半部は，変動料金を併用することにより，情報精度の向上は必ずドライバーの総厚生水準を増加させることが保証されることを主張している．なお，完全情報システム，無情報システムの場合も，ここで対象としている情報システムの特殊な場合に相当することを考慮すれば，以上の命題は無情報システム，完全情報システムの場合にも成立する．まず，無情報システムの場合と不完全情報システムの場合を比較しよう．無情報システムの場合，通知される状況により混雑料金を変化させることはできない．したがって，事前変動料金は状況に依存しない固定的な混雑料金と同一になる．いま，無情報 (null information) において達成される問題 N，A，Pの総厚生水準をそれぞれ$V_{N_N}, V_{A_N}, V_{P_N}$とする．命題2より，直ちに次の系が成立する．

[系1] ゼロ収支変動料金を併用することにより，交通情報が不完全であってもドライバーの厚生水準を必ず増加させることができる．すなわち，$V_A \geq V_{A_N}, V_P \geq V_{P_N}$が成立する．

系1は，たとえ事前に通知される情報が不完全であっても，ゼロ収支変動料金を併用すれば必ずドライバーの総厚生水準は改善されることを主張している．つぎに，交通管理者が完全情報を提供する場合を考える．完全情報の場合，メッセージの数と状況の数は一致しなければならない．交通管理者が提供する情報が完全な場合，交通管理者が提供するメッセージe^k $(k = 1, \cdots, K(= L))$は事後に生起する状況l $(l = 1, \cdots, L)$と1対1に対応する．ドライバーが事前に知る状況が事後においても生起するため，事前混雑料金と事後混雑料金を区別する必要がない．言い換えれば，完全情報下では問題Aと問題Pの最適解は一致する．いま，完全情報 (perfect information) において達成される問題N，A，Pの総厚生水準をそれぞれ$V_{N_P}, V_{A_P}, V_{P_P}$とする．命題2より直ちに以下の系が導かれる．

[系2] 完全情報の提供が常にドライバーの総厚生水準を改善できるとは限らない．しかし，ゼロ収支変動料金を併用すれば完全情報を提供することによりドライバーの厚生水準は必ず向上する．すなわち，$V_{A_P} \geq V_A, V_{P_P} \geq V_P$が成立する．また，完全情報の下では問題$A$と問題$P$の交通量配分は一致し，$V_{A_P} = V_{P_P}$が成立する．

この系の最初の部分は完全情報を提供しても総厚生水準が改善されない場合が生じうることを示している．完全情報が提供された場合，ネットワーク上で等効用配分が成立する．等効用配分によりドライバーの総効用最大化配分が達成されるとは限らないことを考慮すれば，完全情報を提供しても総厚生水準が必ずしも最大化されるわけではないことは理解できよう．一方，変動料金を併用する場合，完全情報を提供することによりドライバーの総厚生水準を最大化することができる．前述したように，完全情報が提供される場合，事後に通知される状況が必ず実現するため，混雑料金は事前に通知される状況に応じて一意的に決定される．事前料金と事後料金は常に一致し，実際に生起した状況に対応して混雑料金を変化させる必要はない．

（4）政策的含意

ゼロ収支変動料金は混雑状態に応じて料金を変化させることによりドライバーの総厚生水準を改善できるという非常に望ましい性質を持っている．交通管理者が提供する交通情報は完全ではなく誤差を含む可能性がある．このような不完全な情報に基づいて経路誘導を試みる場合には，本研究で提案したような事後料金を導入することにより，ドライバーの総厚生水準をパレート改善することが可能となる．事後料金システムでは，ドライバーが経路選択する時点においては，状況の生起状態に関する情報のみが通知され，混雑料金に関する情報は提示されない．事前の時点では，走行実績値と混雑料金の関係が示されるのみである．経路を走行した時点でドライバーは実際に生起した状況を知ることとなるが，その状況と対応したような混雑料金がドライバーに通知される．換言すれば，走行実績に応じて予め決められた混雑料金が課徴されることになる．その際，式(15)に示すように，より走行費用を要する状況が生起した場合ほど，混雑料金はより小さい額となる．ドライバーがある一定の期間に亙って道路利用を繰り返した後に，混雑料金の集計値がドライバーから徴収される．ドライバーは各交通情報の下で道路利用を繰り返すことにより，実際に要する走行費用と事後に徴収される混雑料金の期待値に関して合理的な期待を形成し経路選択を行うことになる．このような事後変動料金の有効性は，2.（3）で述べたようにドライバーが道路利用を繰り返すことより事後の総費用（走行費用と混雑料金の総和）の期待値に関する期待を形成することが前提となっている．したがって，事後変動料金は任意のドライバーに対して常に効果を発揮するとは限らない．例えば「あるODを繰り返し利用するドライバー」等，事後変動料金が利用可能なユーザーを限定することが必要となろう．

伝統的な混雑料金では混雑時に料金が増加するため，その社会的受容性に問題があるとされてきた．本研究で提案した事前変動料金においても，事前の期待効用を最大にする経路が，状況の生起が判明した事後においても最適な経路となるとは限らないという問題が生じる．特に，交通管理者の予測の誤りが原因で，結果的に高い混雑料金を支払ったり，走行費用が高い経路を選択するような事態がたびたび生じる場合，そのよう

表－1　数値計算事例

ケース 1	ケース 2
$c_1^1 = 1.0 + 0.6 \times 10^{-3}\, x_1^k$	$c_1^1 = 1.0 + 1.6 \times 10^{-3}\, x_1^k$
$c_2^1 = 1.5 + 1.6 \times 10^{-3}\, x_2^k$	$c_2^1 = 1.5 + 0.6 \times 10^{-3}\, x_2^k$
$c_1^2 = 1.0 + 0.4 \times 10^{-3}\, x_1^k$	$c_1^2 = 1.0 + 0.4 \times 10^{-3}\, x_1^k$
$c_2^2 = 1.5 + 0.1 \times 10^{-3}\, x_2^k$	$c_2^2 = 1.5 + 0.1 \times 10^{-3}\, x_2^k$

表－2　ネットワーク均衡（ケース１）

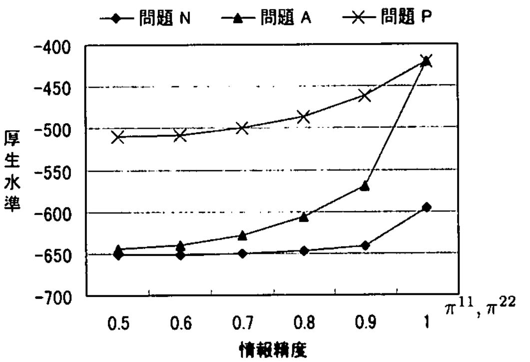
問題	経路交通量			混雑料金			厚生水準
	状況	経路１	経路２	状況	経路１	経路２	
危険中立型							
N	1	2391.5	608.5		-	-	-629.5
	2	1927.3	1072.7		-	-	
A	1	2265.0	735.0	1	-0.90	-1.16	-619.2
	2	1492.0	1508.0	2	1.09	0.84	
P	1	2265.0	735.0	1→1	-0.90	-1.17	-619.2
				1→2	1.01	0.98	
	2	1492.0	1508.0	2→1	-0.99	-1.02	
				2→2	0.47	0.41	
危険回避型							
N	1	2403.1	596.9		-	-	-642.0
	2	2192.8	807.2		-	-	
A	1	2294.0	706.0	1	-0.18	-0.41	-570.2
	2	2133.0	867.0	2	0.25	0.18	
P	1	2264.0	736.0	1→1	-0.29	-0.61	-461.4
				1→2	0.16	0.49	
	2	1492.0	1508.0	2→1	0.15	-1.84	
				2→2	1.10	0.83	

注）混雑料金の状況$k \rightarrow l$の欄はメッセージe^kを提示した時に状況lが生じたことを表している．

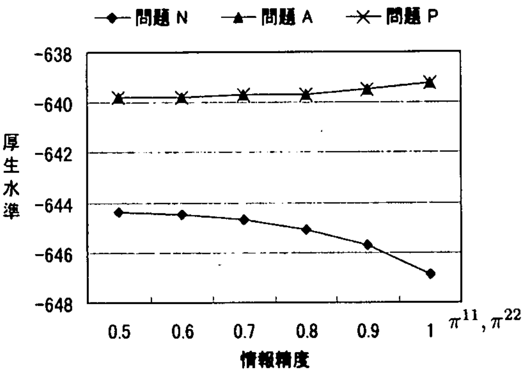
な交通情報システムの社会的受容性は低くなると言わざるを得ない．それに対して，事後変動料金の場合には，交通管理者の予測が誤っていたことが事後に判明し，予測より走行費用が増加した場合には混雑料金の減免措置が講じられることとなる．これは混雑料金の社会的受容可能性という面で優れた性質であろう．なお，以上の議論は固定的交通需要の下で，状況依存的混雑料金による経路誘導効果を分析したものであり，交通需要そのものを管理することを目的とした伝統的なピーク時料金とはねらいが異なることを指摘しておきたい．ピーク時，および非ピーク時の間での交通需要の分散化をめざした状況依存的混雑料金に関する議論は本稿の域を越えており別の機会に発表したいと考える．ここでは，その場合にはピーク時と非ピーク時では異なった混雑料金表が必要となり，ピーク時の混雑料金は相対的に高くなることを指摘するにとどめておく．また，以上で述べた事項は，あくまでも単一ODペアと並行リンク型ネットワークを対象として証明されたものである．一般のネットワークにおいても同様の議論が成立するかどうかに関しては改めて分析する必要がある．したがって，以上の命題は，本研究でとりあげたような問題設定の下で，ゼロ収支混雑料金を徴収することによりドライバーの厚生状態を従前の状態よりも改善することが可能であると述べているに過ぎないことを再度確認しておきたい．

6．数値計算事例

本研究で得られた２つの命題は，本論文で対象とした問題設定の下では条件 (1) を満足する任意の走行時間関数，及び条件 (4) を満足する任意の効用関数に対して成立しており，強い内容となっている．ここで，数値計算事例を示す主な目的は，命題２に示したパラドクスが生じることを示すとともに，それぞれの命題が意味するところを確認することにある．簡単のために，線形費用関数$c_i^l(x_i^k) = \zeta_i^l + v_i^l x_i^k$を考える．状況$k$の数は2，$q^1 = 0.5, q^2 = 0.5$，$\pi^{11} = 0.9, \pi^{12} = 0.1, \pi^{21} = 0.1, \pi^{22} = 0.9$，交通需要$M = 3000$であるとし，各状況に応じて走行時間関数のパラメータは表－１のように変動するとしよう．ケース１は，状況により限界走行費用v_i^lが大きい経路が異なるようなネットワークを想定している．一方，ケース２はいずれの状況が生起しても経路１の限界走行費用が常に経路２よりも大きくなる場合を想定している．まず，ドライバーの選好が危険中立的，危険回避的な２つの場合を想定し，問題N，A，Pにおけるネットワーク均衡解を求めることにより，命題１が成立することを確認してみよう．まず，ケース１に着目する．危険中立型効用関数$U(y) = -0.1y$を想定した場合のネットワーク均衡を表－２に示している．命題１に示すように，問題Pと問題Aにおけるドライバーの厚生水準は一致し，各ネットワーク均衡におけるドライバーの厚生水準の間には$V_P = V_A > V_N$の関係が成立している．一方，表－２には，危険回避的効用関数$U(y) = -\exp(-r(s-y))$を用いた計算結果を示している．rは危険回避度を表わすパラメータである．計算では$s = 3, r = 2$とした．本ケースでは$V_P > V_A > V_N$が成立している．また，危険回避型の場合には，事前変動料金，あるいは事後変動料金を用いるかにより，異なったネットワーク均衡のパターンが得られることになる．つぎに，情報精度がネットワーク均衡に及ぼす影響を分析してみよう．ここでは，２種類の異なった特性を持つネットワークを考える．図－１は，ケース１のネットワークをとりあげ，メッセージe^kの下で状況lが生起する事後確率π^{11}, π^{22}が同図の横軸に示すように変化（情



図－1　情報精度と厚生水準（ケース1）



図－2　情報精度と厚生水準（ケース2）

報精度が向上）した場合に，ドライバーの厚生水準がどのように変化するかを示している．$\pi^{11} = 0.5, \pi^{22} = 0.5$ の場合は無情報の場合，$\pi^{11} = 1.0, \pi^{22} = 1.0$ の場合は完全情報の場合に該当する．いずれのネットワーク均衡においても，情報精度の向上によりドライバーの厚生水準は増加していることがわかる．中でも，事前変動料金の場合ドライバーの厚生水準の増加が顕著である．特に，交通情報が完全情報に近づいた場合にドライバーの厚生水準が改善されている．一方，混雑料金が併用されない場合，情報提供によっても厚生水準はそれほど改善されない．このことより，事前変動料金を用いる場合，高精度の交通情報を提供する必要があることが理解できる．一方，事後料金の場合には，情報精度が悪い場合にもドライバーの厚生水準は大きな値を示していることが特徴的である．また，完全情報が提供された場合，事前変動料金と事後変動料金を用いた場合の配分結果は一致し，ドライバーの厚生水準は等しくなる．一方，ケース2は経路1の限界走行費用が状況によらず常に経路2より大きい場合を想定している．また，危険中立的効用関数を用いている．図－2には本ケースにおける情報精度と厚生水準の関係を示している．命題1に示すように，危険中立型効用関数を用いた場合，情報精度によらず問題 A と問題 P の配分結果は一致する．本ケースのように，交通情報の精度の向上により限界走行費用の大きい道路に交通量が誘導されることになれば，結果としてドライバー全体の厚生水準は悪化する．本ケースの場合にも，変動料金の併用によりドライバーの厚生水準が増加することが保証される．また，経路1の限界走行費用が常に経路2の場合よりも大きいため，状況の如何に関わらず経路1の利用を抑制することが効果的である．情報精度に関わらず経路1の利用を抑制した方が厚生水準を増加させる．したがって，情報精度を向上してもドライバー厚生水準はケース1の場合ほどには増加しない結果となっている．

7．おわりに

本研究では不完全情報下における状況依存的混雑料金を用いた経路誘導問題について考察した．状況依存的混雑料金がドライバーの経路選択に先立って事前に課徴されるか，経路選択の事後において走行実績に基づいて課徴されるかによって異なった経路誘導効果を発揮することを指摘し，状況依存的な混雑料金の課徴のタイミングを考慮したような状況依存的混雑料金設計問題を定式化した．その結果，交通情報に不完全性が存在する場合，事後変動料金によりネットワーク均衡の効率性をもっとも改善できることを示した．さらに，交通情報の精度を向上させることによりドライバーの厚生状態を改善できることを明らかにした．もちろん，以上の命題は本研究でとりあげたような単純なネットワークにおいて成立する事項であり，多くの研究課題が今後に残されている．第1に，本研究では1OD・並行リンク型ネットワークにおける固定需要型静的均衡モデルという極めて単純化かつ限定的な設定での状況依存的混雑料金に関する議論にとどまっていることがあげられる．今後はOD交通量の変動も含めた一般ネットワークでの均衡モデルによる解析が必要である．第2に，本研究では同質なドライバーに対する状況依存的混雑料金設計問題をとりあげているが，太田等[9]のように異質な選好を有するドライバーが混在する場合の状況依存的混雑料金に関する議論も必要となろう．第3に，本研究では外生的に与えられた不確実性のみをとりあげている．不確実性のメカニズムも極めて簡略化されたものとなっている．もちろん，料金制度の効率性比較に関する理論的研究という目的のためには，本研究で採用した仮定は正当化しうる．しかし，今後実用的な混雑料金の設定問題を議論するためには，ド

ライバーの私的な情報による経路選択の変動，経路交通量や内々交通の変動といったリスクを明示的に考慮する必要がある．このような不完備な情報下での混雑料金の設定問題にアプローチするためには，合理的期待均衡モデル[21)]を用いるのが効果的であろう．第4に，リアルタイムの交通制御を行なうためには，混雑料金もリアルタイムに変化させる必要がある[22)]．この場合，現在のドライバーの経路選択が将来のドライバーの経路選択に影響を及ぼす．この種の動学的外部不経済性[23)]の克服が今後に残された大きな研究課題になっている．最後に，混雑料金のスキームとしては，本研究でとりあげた料金システム以外にも多様な方法が考えられる．今後，代替的な混雑料金スキームに関する研究を蓄積していくことが必要である．

付録I　状況依存的費用関数に関する補足説明

本論文では，都市経済学的アプローチ[4),7),8)]に従って状況依存的費用関数を用いている．既存の研究では，ネットワーク均衡に影響を及ぼす確率的な外生的事象を状況と呼んでおり，一般的には工事渋滞や事故渋滞のような外生的リスクを想定している．事故渋滞の場合，事故の有無や車線の閉鎖の程度を状況lと対応づければ，当該経路の費用関数はそれぞれの状況に応じて異なる費用関数$c_i^l(x_i)$で表現される．あるいは，状況を局所交通量の変動と解釈することも可能である．局所交通とは当該の経路を構成する部分リンク（あるいは経路全体）を利用する交通の中で経路選択の自由度がないような経路固有の交通を意味する．局所交通量は確率変数であるが，外生的に各経路に配分されているとしよう．この時，経路iの費用関数は$c_i(x_i+z_i^l)$と表せる．x_iは分析対象の経路交通量，z_i^lは経路iの局所交通量（外生変数）である．局所交通量を状況と対応づければ（状況lの場合の局所交通量をz_iと表せば），各経路の一般化費用を配分対象の経路交通量x_iに関する状況依存的費用関数$c_i^l(x_i)=c_i(x_i+z_i^l)$により表現できる．ただし，局所交通量と解釈する場合，局所交通量の変動は完全に外生的であり，経路交通量の変化が局所交通量の変動に影響を及ぼさないことが前提となる．つぎに，状況lの生起をドライバーが知ることができないことに着目しよう．交通管理者は，経路の状況をある種のメッセージとして表現しドライバーに通知することになる．いま，交通管理者がメッセージe^kを提示したとしよう．ドライバーが経路選択の前に知り得る情報はe^kのみであり，各経路の配分交通量はkに依存して決定される．情報e^kの下での経路iの配分交通量をx_i^kと表す．交通管理者が誤った情報を提供する場合やドライバーに状況lに関する詳細なメッセージを提供できない場合もあろう．ドライバーが受け取るメッセージe^kが実際に生起した状況lと正確には対応しない場合が生じる．しかし，実際にドライバーが負担する走行費用は現実に生起した状況lに依存して決定される．すなわち，メッセージe^kが提示されたにも関わらず現実には状況lが生じた時の経路iの走行費用は$c_i^l(x_i^k)$により表せる．

付録II　混雑料金の一意性と命題の証明

事前変動料金の一意性： 最適経路配分$x_i^{k\circ}$，最適事前料金$\tau_i^{k\circ}$に対して新料金$\tau_i^{k*}=\tau_i^{k\circ}+\iota_i^k$を定義する．均衡条件(7b)が成立するためには$x_i^{k\circ}>0$となる任意の経路において$\iota_i^k=\iota^k\neq 0$が成立しなければならない．ゼロ収支制約より$\sum_{k=1}^K p^k\iota^k=0$が必要．Jensenの不等式[15)]より$\sum_{k=1} p^kU^{k\circ}=\sum_{k=1} p^kE^k[U(c_i^l(x_i^{k\circ})+\tau_i^{k\circ})]\geq\sum_{k=1} p^kE^k[U(c_i^l(x_i^{k\circ})+\tau_i^{k\circ}+\iota^k)]$．新料金は厚生水準を低下させる．等号は危険中立型の場合のみ．**事後変動料金の一意性：** 新料金$\hat{\tau}_i^{kl*}=\tau_i^{kl\circ\circ}+\iota_i^{kl}$を定義する．均衡条件(14)より$\iota_i^{kl}=\iota\neq 0$（一定）が成立．ゼロ収支制約を満足するため$\iota=0$が成立．危険中立（$U_i^{kl\prime}$が一定）の場合，状況間の効用水準を均衡化させる均衡条件(14)が機能しない．危険中立型効用関数$U=\alpha(c_i^l(x_i^k)+\tau_i^{kl})+\beta$を考える．この時，$\sum_{k=1}^K p^k\iota^k=0$となる新料金$\hat{\tau}_i^{k*}=\tau_i^{k\circ\circ}+\iota^k$を用いた時の均衡効用水準を$\overline{U}^{k**}$とすれば，$\sum_{k=1}^K p^k\overline{U}^{k**}=\sum_{k=1}^K p^k\overline{U}^{k\circ\circ}$が成立．したがって，異なる料金体系の下で同一の効用水準が達成される．**命題1：** ネットワーク均衡解Nは問題Aの実行可能解である．したがって，$V_A\geq V_N$は自明．問題Pにおいて制約条件$\tau_i^{kl}=\tau_i^k$を付加すれば問題Aを得る．故に，$V_P\geq V_A$を得る．危険中立的効用関数$U=\alpha(c_i^l(x_i^k)+\tau_i^{kl})+\beta$の場合，$\tau_i^k=\sum_{l=1}^L\pi^{kl}\tau_i^{kl}$と定義すれば，$\sum_{l=1}^L\pi^{kl}\alpha(c_i^l(x_i^k)+\tau_i^{kl})+\beta=\sum_{l=1}^L\pi^{kl}\alpha(c_i^l(x_i^k)+\tau_i^k)+\beta$が常に成立．したがって，制約条件$\tau_i^{kl}=\tau_i^k$は自動的に成立し$V_P=V_A$となる．**命題2：** $\hat{V}_A\geq V_A$を示す．情報システムΩの下でのネットワーク均衡問題（以下，問題Ωと呼ぶ）の下での任意の実行可能解に対して，それより総厚生水準が大きくなるような実行可能解を問題$\hat{\Omega}$において構成できることを示す．問題Ωにおいて$E^k[U(c_i^l(\bar{x}_i^k)+\bar{\tau}_i^k)]=\overline{U}^k$が成立する実行可能解$\bar{x}_i^k$，$\bar{\tau}_i^k$に着目する．少なくとも1つの$k$に対して$\bar{x}_i^k>0$が成立するような経路の集合を$B$と表す．式(18),(20)より$p^k\pi^{kl}=\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}}\hat{p}^{\hat{k}}\hat{\pi}^{\hat{k}l}Q^{\hat{k}k}$を得る．この時，任意の$i\in B$において，Jensenの不等式より$\sum_{k=1}^K p^k\overline{U}^k=\sum_{k=1}^K p^k\sum_{l=1}^L\pi^{kl}U(c_i^l(\bar{x}_i^k)+\bar{\tau}_i^k)=\sum_{k=1}^K\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}}\sum_{l=1}^L\hat{p}^{\hat{k}}\ \hat{\pi}^{\hat{k}l}Q^{\hat{k}k}U(c_i^l(\bar{x}_i^k)+\bar{\tau}_i^k)\leq\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}}\sum_{l=1}^L\hat{p}^{\hat{k}}\hat{\pi}^{\hat{k}l}U(\sum_{k=1}^K Q^{\hat{k}k}\{c_i^l(\bar{x}_i^k)+\bar{\tau}_i^k\})\leq\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}}\sum_{l=1}^L\hat{p}^{\hat{k}}\hat{\pi}^{\hat{k}l}U(c_i^l(\hat{x}_i^{\hat{k}})+\hat{\tau}_i^{\hat{k}})=\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}}\hat{p}^{\hat{k}}\hat{E}^{\hat{k}}[U(c_i^l(\hat{x}_i^{\hat{k}})+\hat{\tau}_i^{\hat{k}})]$が成立す

る．ただし，$\hat{x}_i^{\hat{k}} = \sum_{k=1}^{K} Q^{\hat{k}k}\bar{x}_i^k$, $\hat{\bar{\tau}}_i^{\hat{k}} = \sum_{k=1}^{K} Q^{\hat{k}k}\bar{\tau}_i^k$である．以下の方程式体系を考えよう．

$$\hat{E}^{\hat{k}}[U(c_i^l(\hat{x}_i^{\hat{k}}) + \hat{\bar{\tau}}_i^{\hat{k}} + \hat{\xi}_i^{\hat{k}})] = \hat{\bar{U}}^{\hat{k}} \quad i \in B \tag{I.1a}$$

$$\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}} \sum_{i \in B} \hat{p}^{\hat{k}} \hat{x}_i^{\hat{k}} (\hat{\bar{\tau}}_i^{\hat{k}} + \hat{\xi}_i^{\hat{k}}) = 0 \tag{I.1b}$$

$$\sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}} \hat{p}^{\hat{k}} \hat{\bar{U}}^{\hat{k}} = \sum_{\hat{k}=1}^{\hat{K}} \hat{p}^{\hat{k}} \hat{E}^{\hat{k}}[U(c_i^l(\hat{x}_i^{\hat{k}}) + \hat{\bar{\tau}}_i^{\hat{k}})] \tag{I.1c}$$

いま，集合Bに含まれる経路の数をIと表す．この方程式体系において$I\hat{K}$個の$\hat{\xi}_i^{\hat{k}}$，$\hat{K}$個の$\hat{\bar{U}}^{\hat{k}}$の合計$I\hat{K}+\hat{K}$個の変数が含まれる．一方，方程式の数は式(I.1a)が$I\hat{K}$個，式(I.1b)が1個，式(I.1c)が1個の合計$I\hat{K}+2$個存在する．$\hat{K} \geq 2$の仮定より，上述の方程式体系において変数の数が式の数を下回ることはない．したがって，上述の方程式体系を満足するような$\hat{\xi}_i^{\hat{k}}$，$\hat{\bar{U}}^{\hat{k}}$が存在する．ただし，$\hat{K} > 2$の場合にはこれら変数の値は一意には決まらない．以上の解は問題$\hat{\Omega}$において集合Bに含まれない経路に関して$x_i^{\hat{k}} = 0$と制約をおいた問題の実行可能解である．この制約を除去したもとの問題$\hat{\Omega}$には少なくとも$\hat{\bar{U}}^{\hat{k}}$と効用水準が等しいか，もしくは大きくなる実行可能解が存在する．すなわち，問題Ωの実行可能解より総厚生水準が大きくなるような問題$\hat{\Omega}$の実行可能解$(\hat{x}_i^{\hat{k}}, \hat{\tau}_i^{\hat{k}})$ $(i \in B, \hat{k} = 1, \cdots, \hat{K})$を常に構成できる．ただし，$\hat{\tau}_i^{\hat{k}} = \hat{\bar{\tau}}_i^{\hat{k}} + \hat{\xi}_i^{\hat{k}}$である．したがって，$V_A \leq \hat{V}_A$が成立．同様の方法で$V_P \leq \hat{V}_P$を示すことができる．証明は省略する．

参考文献

1) Walters, A.A.: The theory and measurement of private and social cost of highway congestion, *Econometrica,* Vol. 29, pp. 676-699, 1961.
2) d'Ouville, E. L. and McDonald, J. F.: Effects of demand uncertainty on optimal capacity and congestion tolls for urban highways, *Journal of Urban Economics,* Vol. 28, pp. 63-70, 1990.
3) 山内弘隆, 竹内健蔵: 混雑理論の展望ー経済学の視点, 土木学会論文集, 第449号/IV-17, pp. 17-26, 1992.
4) Arnott, R., de Palma, A., and Lindsey, R.: Departure time and route choice for the morning commute, *Transportation Research,* Vol. 24B, pp. 209-228, 1990.
5) 文世一: 混雑料金と交通量配分, 土木計画学研究・論文集, No. 11, pp. 113-120, 1993.
6) 赤松隆, 桑原雅夫: 確率利用者均衡条件下での最適混雑料金, 土木学会論文集, 第389号/IV-8, pp. 121-129, 1988.
7) Emmerink, R. and Verhoef, E.: Endogenising demand for information in road transport, *The Annals of Regional Science,* Vol. 30, pp. 201-222, 1996.
8) 文世一, 小林潔司, 安野貴人: 価格情報による経路誘導に関する理論的研究, 土木学会論文集, 第562号/IV-35, pp. 57-67, 1997.
9) 太田勝久, 小林潔司, 安野貴人: 混雑料金の経路交通需要に及ぼす情報的効果に関する研究, 土木計画学研究・論文集, No. 15, pp. 547-556, 1998.
10) 安野貴人, 秀島栄三, 小林潔司: 不完備情報下における高速道路料金の情報的役割に関する研究, 都市計画学会論文集, No. 32, pp. 649-654, 1997.
11) 宮沢健一：情報・決定理論序説, 岩波書店, 1971.
12) 石川純治: 情報評価の基礎理論, 中央経済社, 1988.
13) Arrow, K.J: *Essays in the Theory of Risk-Bearing,* pp. 121-143, North-Holland, 1970.
14) Laffont, J.-J.: *The Economics of Uncertainty and Information,* The MIT Press, 1989.
15) Hirshleifer, J. and Riley, J. G.: *The Analytics of Uncertainty and Information,* Cambridge University Press, 1992.
16) 酒井泰弘：不確実性の経済学, 有斐閣, 1982.
17) 小林潔司, 文世一, 多々納裕一: 交通情報による経路誘導システムの経済便益評価に関する研究, 土木学会論文集, 第506号/IV-26, pp. 77-86, 1995.
18) Arnott, R., de Palma A., and Lindsey R.: Does providing information to drivers reduce traffic congestion?, *Transportation Research,* Vol. 25A, pp. 309-318, 1991.
19) Grossman, S.: *The Informational Role of Prices,* The MIT Press, 1989.
20) Blackwell, D.: Equivalent comparison of experiments, *Annals of Mathematics and Statistics,* Vol.24, pp. 265-272, 1953.
21) Kobayashi, K.: Information, rational expectations, and network equilibria - An analytical perspective for route guidance systems, *The Annals of Regional Science,* Vol. 28, pp. 369-393, 1994.
22) Ben-Akiva, M., de Palma, A., and Kaysi, I.: Dynamic network models and driver information systems, *Transportation Research,* Vol. 25A, pp. 251-266, 1991.
23) Mun, S.: Traffic jams and the congestion toll, *Transportation Research,* Vol. 28B, pp. 365-375, 1994.

(1998. 2. 27 受付)

THE STATE-DEPENDENT CONGESTION TOLLS UNDER IMPERFECT INFORMATION: A THEORETICAL APPROACH

Kiyoshi KOBAYASHI, Katsuhisa OHTA and Myungsik DO

Pareto improvement of network equilibria can always be made by state-dependently variable congetion tolls. In this paper, two alternative state-dependent congestion tolls, i.e., *ex ante* tolls and *ex post* tolls are presented. Even though traffic information includes various noise, the drivers' welfare can be mostly improved by *ex post* variable congestion tolls. The perfect information system with ex post variable tolls attains the largest drivers' welfare.